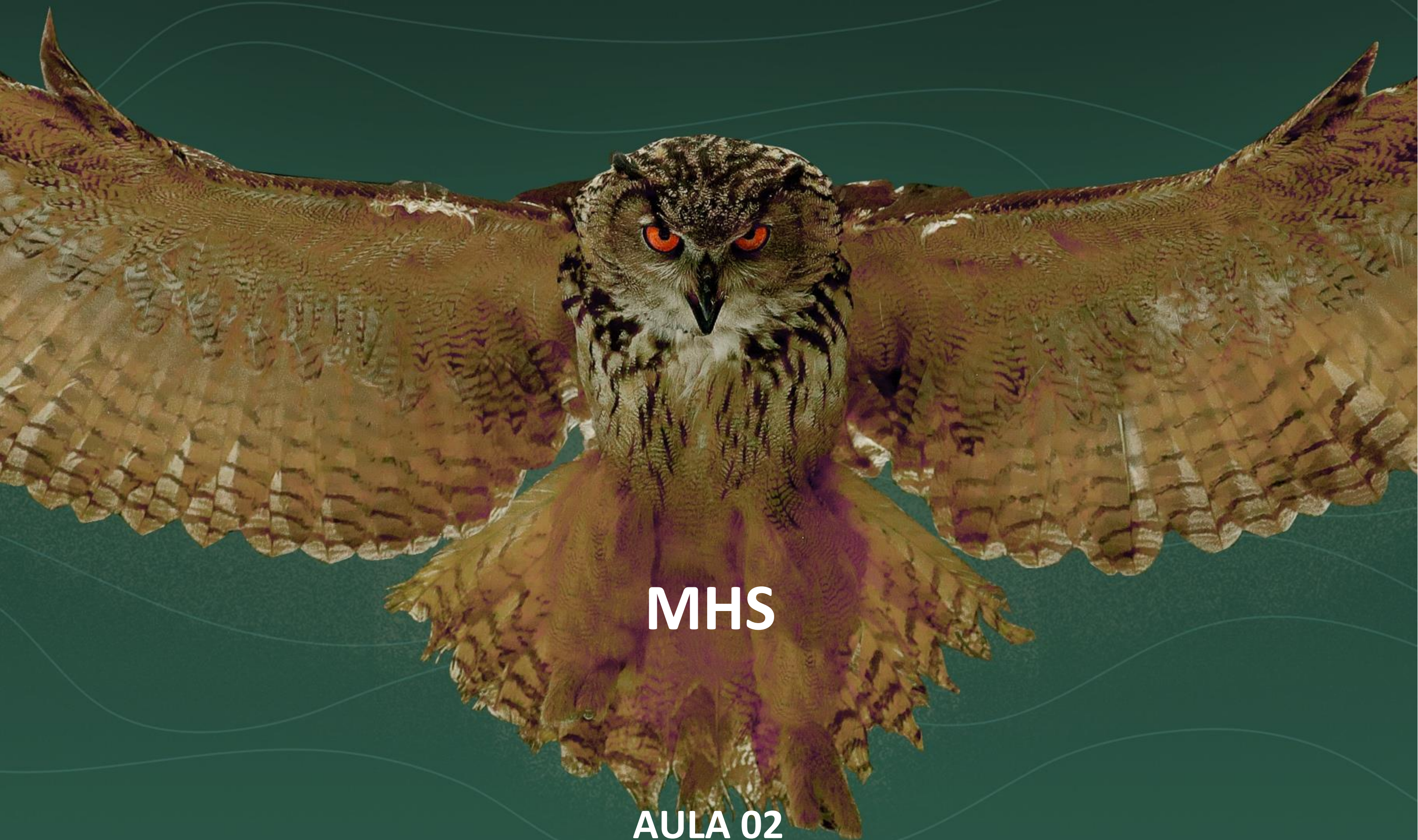
ITA 2023



MHS

AULA 02
Movimento Harmônico simples

Lista extra - avançado

www.estrategiamilitares.com.br

Sumário

Lista extra - Avançado

1. (ITA – 2010 – 1ª)

Num ambiente controlado, o período de um pêndulo simples é medido a uma temperatura T. Sendo $\alpha = 2 \text{ x } 10^{-4} \, {}^oC^{-1}$ o coeficiente de dilatação linear do fio do pêndulo, e considerando a aproximação binomial $(1+x)^n \approx 1 + nx$, para $|x| \ll 1$, pode-se dizer que, com aumento de 10^oC, o período do pêndulo

a) aumenta de 0,1%.

b) aumenta de 0,05%.

c) diminui de 0,1%.

d) diminui de 0,05%.

e) permanece inalterado.

2. (ITA - 1970)

Dispõe-se de uma mola de massa desprezível e de 1,00 m de comprimento, e de um corpo cuja massa é igual a 2,00 kg. A mola está apoiada horizontalmente, sobre uma mesa, tendo um extremo fixo e o outro preso à massa, podendo esta deslizar, sem atrito, sobre a mesa. Puxa-se a massa de modo que a mola tenha 1,20 m de comprimento e verifica-se que, para mantê-la em equilíbrio nessa situação, é preciso aplicar uma força de 1,60 N. Algum tempo depois, solta-se a massa, que passa a executar um movimento oscilatório. Com estes dados pode-se afirmar que:

a) a energia potencial máxima da mola é 0,32 J;

b) a energia cinética máxima do sistema é 2,16 J;

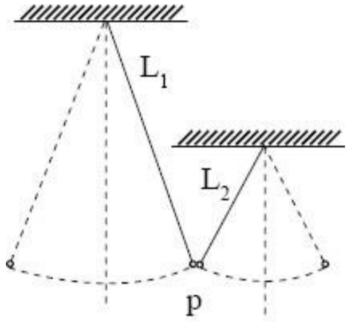
c) não é possível calcular a energia armazenada na mola, pois, não se sabe quanto tempo ela ficou distendida;

d)a massa executa, depois que passa a oscilar, um movimento harmônico simples de período 3,1 segundos.

e) a energia cinética da massa é 0,16 J quando, em oscilação, a massa estiver a uma distância de 0,80 m do extremo fico.

3. (ITA - 1970)

Dois pêndulos simples são abandonados a partir de uma posição P em que eles se tocam, como ilustra a figura. Sabendo-se que os comprimentos dos pêndulos estão na razão $L_2/L_1 = 4/9$, e que os períodos são T_1 e T_2 depois de quanto tempo t eles se tocarão novamente?



a) $t = 3\ T_1$

b) $t = 2\ T_1$

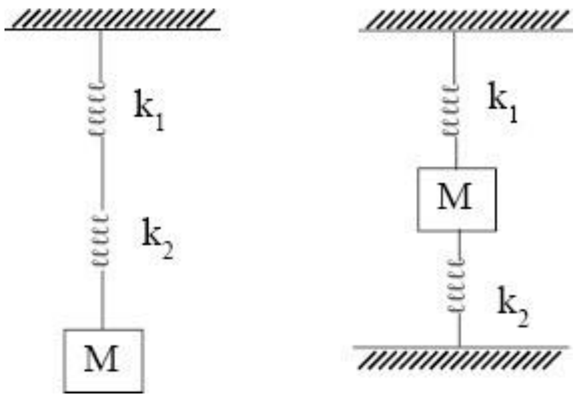
c) $t = 4\ T_2$

d) $t = 9\ T_1$

e) eles nunca se tocarão outra vez.

4. (ITA - 1970)

Com duas molas de massa desprezível e constantes k_1 e k_2, e um corpo de massa M, monta-se o sistema indicado pela figura a e verifica-se que a massa M, oscila com um período T_1. Em seguida, monta-se o sistema indicado pela figura b e verifica-se que a massa M oscila com um período T_2. Pode-se afirmar que:



a) T_1 e T_2, quaisquer que sejam os valores de k_1 e k_2

b) $T_1 = T_2$, se $k_1 = k_2$

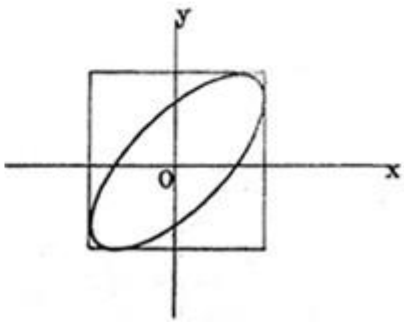
c) $T_1 < T_2$

d) $T_1 > T_2$

e) $T_1 = 2\ T_2$ se $k_1 = 2\ k_2$

5. (ITA – 1974)

Na figura, que representa a combinação de dois movimentos harmônicos simples em eixos perpendiculares $x = A\,sen\,\omega t$ e $y = B\,sen\,(\omega t + a)$ sendo a um número positivo, qual das expressões abaixo não poderá representá-lo?



a) $a = 0$

b) $0 < a < \pi/2$

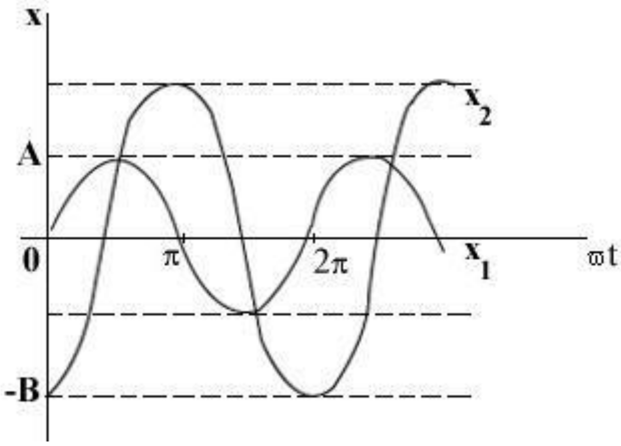
c) $\pi < a < 3\pi/2$

d) $0 < a < 3\pi/2$

e) $0 < a < \pi/4$

6. (ITA – 1975)

Dois movimentos harmônicos simples estão caracterizados no gráfico abaixo. Podemos afirmar



a) $x_1 = A\,sen\,(\omega t + \frac{\pi}{2}), x_2 = B\,sen\,(\omega t - \frac{\pi}{2})$

b) $x_1 = A\,sen\,(\omega t - \frac{\pi}{2}), x_2 = B\,sen\,(\omega t + \pi)$

c) $x_1 = A\,sen\,(\omega t - \frac{\pi}{2}), x_2 = -B\,sen\,(\omega t + \pi)$

d) $x_1 = A\,sen\,(\omega t - \frac{\pi}{2}), x_2 = -B\,sen\,(\omega t - 2\pi)$

e) N.D.A

7. (ITA -1976)

Uma partícula desloca-se no plano (x, y) de acordo com as equações: $X = A \cdot cos\omega t$ e $y = b \cdot \cos{(\omega t + \varphi)}$, em que a, b, ω e φ são constantes positivas.

a) a partícula realiza um movimento harmônico simples para qualquer valor de α.

b) a partícula realiza um movimento harmônico simples somente se α for nulo.

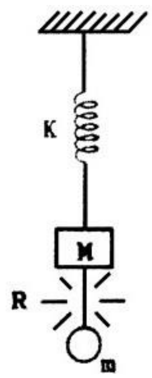
b) a partícula realiza um movimento circular uniforme se a = b e $\alpha = 45°$

d) a partícula descreverá uma elipse se a = b e $\alpha = 270°$

e) Nenhuma das afirmações acima é correta.

8. (ITA – 1978)

Dois corpos de massa "M" e "m" acham-se suspensos, verticalmente, por intermédio de uma mola ideal de constante "K", conforme mostra a figura. O fio que prende o corpo de massa "m", rompe-se em R, deixando cair o corpo de massa "m", provocando uma oscilação no corpo de massa "M". Pode-se afirmar que a amplitude e o período "T" deste movimento serão dados, respectivamente, por:



a) Mg/2K e $T = 2\pi\sqrt{m/K}$

b) Mg/K e $T = 2\pi\sqrt{m/K}$

c) 2Mg/K e $T = 2\pi\sqrt{m/K}$

d) 3Mg/K e $T = 2\pi\sqrt{m/K}$

e) (M + m) g/K e $T = 2\pi\sqrt{m/K}$

9. (ITA – 1980)

Uma partícula de massa m realiza um movimento harmônico simples de amplitude A, em torno da posição de equilíbrio, O. Considerando nula a energia potencial para a partícula em O, calcular a elongação para a qual a energia cinética é igual ao dobro da energia potencial.

10. (ITA - 1982)

Uma bolinha de massa m está oscilando livremente com movimento harmônico simples vertical, sob a ação de uma mola de constante elástica k. Sua amplitude de oscilação é A. Num dado instante, traz-se um recipiente contendo um líquido viscoso e obriga-se a partícula a oscilar dentro desse líquido. Depois de um certo tempo, retira-se novamente o recipiente com o líquido e constata-se que a partícula tem velocidade dada pela expressão: $v = v_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. Desprezando as perdas de calor para o meio circundante e sabendo que o líquido tem capacidade calorífica C, podemos afirmar que a variação de sua temperatura foi de:

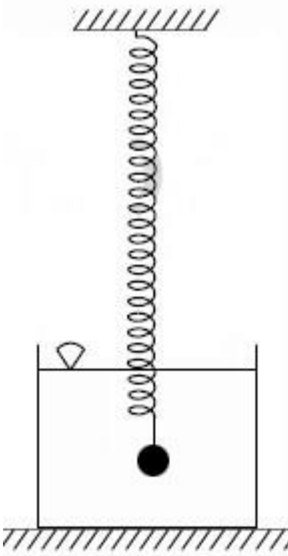


Fig. 2

a) zero

b) é impossível calculá-la sem conhecer amplitude do movimento final.

c) $(KA^2 - mv^2{}_0) / 2C$

d) KA^2/C

e) $(KA^2 - mv^2{}_0) / C$

11. (ITA – 1987)

Dois pêndulos simples, respectivamente de massas m1 e m2 e comprimento l_1 el_2 são simultaneamente abandonados para pôr-se em oscilação. Constata-se que a cada quatro ciclos do primeiro a situação inicial é restabelecida identicamente. Nessas condições pode-se afirmar que necessariamente:

a) O pêndulo 2 deve oscilar mais rapidamente que o pêndulo 1.

b) O pêndulo 2 deve oscilar mais lentamente que o pêndulo 1.

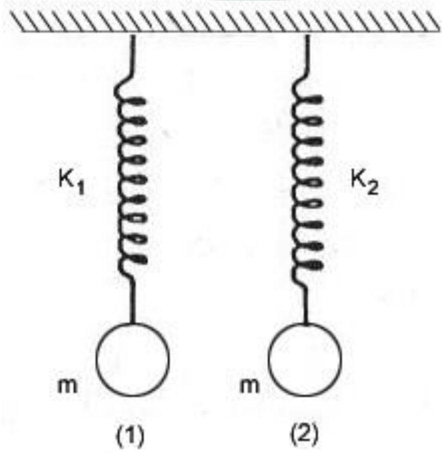
c) $8\sqrt{{}^{l_1}/_{l_2}}$ é um número inteiro.

d) $6\sqrt{{}^{l_1}/_{l_2}}$ é um número inteiro.

e) $m1 \cdot l_1 = 2m2 \cdot l_2$

12. (ITA - 1988)

Duas molas ideais, sem massa e de constantes de elasticidade k_1 e k_2, sendo $k_1 < k_2$, acham-se dependuradas no teto de uma sala. Em suas extremidades livres penduram-se massas idênticas. Observa-se que, quando os sistemas oscilam verticalmente, as massas atingem a mesma velocidade máxima. Indicando por A_1 e A_2 as amplitudes dos movimentos e por E_1 e E_2 as energias mecânicas dos sistemas (1) e (2), respectivamente, podemos dizer que:



a) $A_1 > A_2$ e $E_1 = E_2$

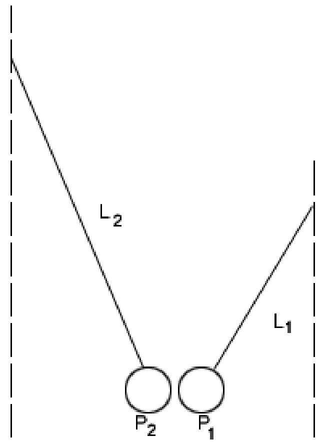
b) $A_1 < A_2$ e $E_1 = E_2$

c) $A_1 > A_2$ e $E_1 > E_2$

d) $A_1 < A_2$ e $E_1 < E_2$

e) $A_1 < A_2$ e $E_1 > E_2$

13. (ITA - 1989)



Dois pêndulos simples, P_1 e P_2, de comprimento L_1 e L_2, estão indicados na figura. Determine L_2 em função de L_1 para que a situação indicada na figura se repita a cada 5 oscilações completas de P_1 e 3 oscilações completas de P_2.

a) $L_2 = 1,66L_1$.

b) $L_2 = 2,77\ L_1$.

c) $L_2 = 0,60\ L_1$.

d) $L_2 = 0,36L1$.

e) $L_2 = 15\ L_1$.

14. (ITA - 1990)

Uma experiência foi realizada para se determinar a diferença no valor da aceleração da gravidade, g(A) e g(B), respectivamente, em dois pontos A e B de uma certa área. Para isso construiu-se um pêndulo simples de comprimento l e mediu-se no ponto A o tempo necessário para 100 oscilações obtendo-se 98 s. No ponto B, para as mesmas 100 oscilações, obteve-se 100 s. Neste caso pode-se afirmar que:

a) g(A) < g(B) e a diferença é aproximadamente de 5%

b) g(A) < g(B) e a diferença é aproximadamente de 4%

c) g(A) > g(B) e a diferença é aproximadamente de 2%

d) somente se pode fazer qualquer afirmativa a respeito dos valores de g(A) e g(B) e se conhecemos o valor de l.

e) nenhuma das anteriores acima é satisfatória.

15. (ITA - 1991)

A equação $x = 1 \cdot sen(2t)$ expressa a posição de uma partícula em unidades do sistema internacional. Qual seria a forma do gráfico $v\ (velocidade) \times x\ (posição)$ desta partícula?

a) Uma reta paralela ao eixo de posição.

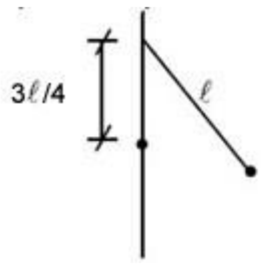
b) Uma reta inclinada passando pela origem.

c) Uma parábola.

d) Uma circunferência.

e) Uma elipse.

16. (ITA - 1993)



Um pêndulo simples oscila com um período de 2,0 s. Se cravarmos um pino a uma distância $3l/4$ do ponto de suspensão e na vertical que passa por aquele ponto, como mostrado na figura, qual será o novo período do pêndulo? Desprezar os atritos. Considere ângulos pequenos tanto antes quanto depois de atingir o pino.

a) 1,5 s

b) 2,7 s

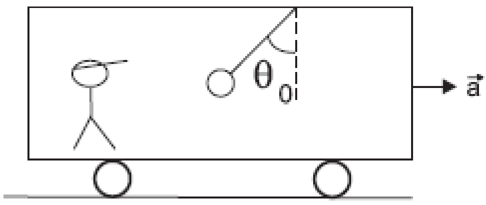
c) 3,0 s

d) 4,0 s

e) o período de oscilação não se altera

17. (ITA - 1998)

No início do século, Albert Einstein propôs que forças inerciais, como aquelas que aparecem em referenciais acelerados, sejam equivalentes às forças gravitacionais. Considere um pêndulo de comprimento L suspenso no teto de um vagão de trem em movimento retilíneo com aceleração constante de módulo a, como mostra a figura. Em relação a um observador no trem, o período de pequenas oscilações do pêndulo ao redor da sua posição de equilíbrio θ_0 é:



a) $2\pi\sqrt{L/g}$

b) $2\pi\sqrt{L/\sqrt{g^2 - a^2}}$

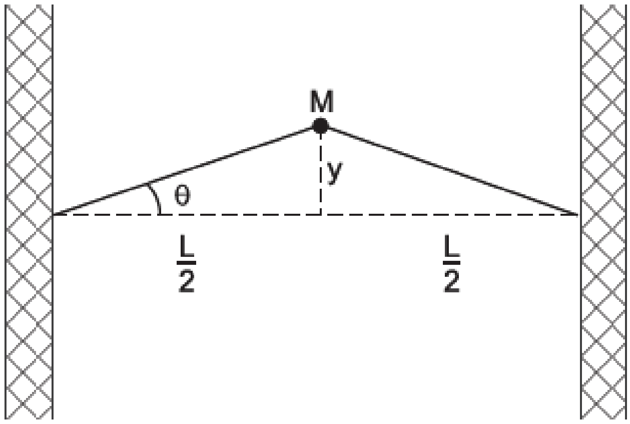
c) $2\pi\sqrt{L/\sqrt{ag}}$

d) $2\pi\sqrt{L/(g + a)}$

e) $2\pi\sqrt{L/\sqrt{g^2 + a^2}}$

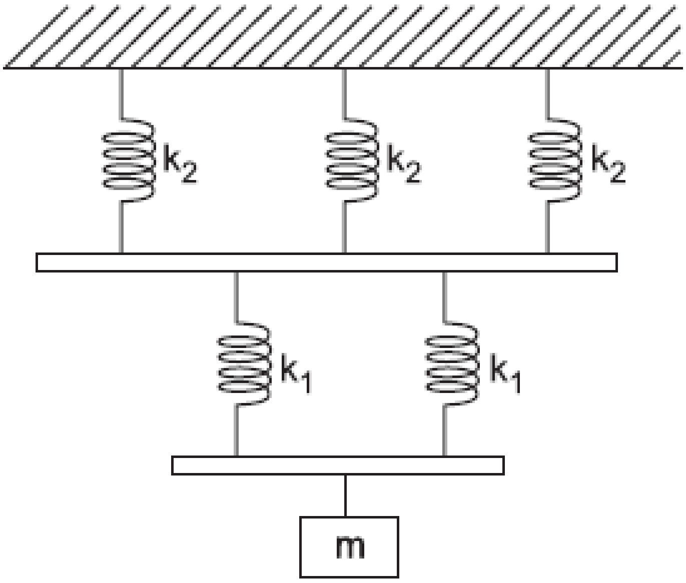
18. (ITA – 2007)

Uma bolinha de massa M é colada na extremidade de dois elásticos iguais de borracha, cada qual de comprimento $L/2$, quando na posição horizontal. Desprezando o peso da bolinha, esta permanece apenas sob a ação da tensão T de cada um dos elásticos e executa no plano vertical um movimento harmônico simples, tal que $senx \approx tgx \approx x$. Considerando que a tensão não se altera durante o movimento, o período deste vale:



19. (ITA – 2007)

Um sistema massa-molas é constituído por molas de constantes k_1 e k_2, respectivamente, barras de massas desprezíveis e um corpo de massa m, como mostrado na figura. Determine a frequência desse sistema.



20. (ITA – 2008)

Uma partícula P_1 de dimensões desprezíveis oscila em movimento harmônico simples ao longo de uma reta com período de 8/3 s e amplitude a. Uma segunda partícula, P_2, semelhante a P_1, oscila de modo idêntico numa reta muito próxima e paralela à primeira, porém com atraso de $\pi/12$ rad em relação a P_1. Qual a distância que separa P_1 de P_2, 8/9 s depois de P_2 passar por um ponto de máximo deslocamento?

a) 1,00a

b) 0,29a

c) 1,21a

d) 0,21a

e) 1,71a

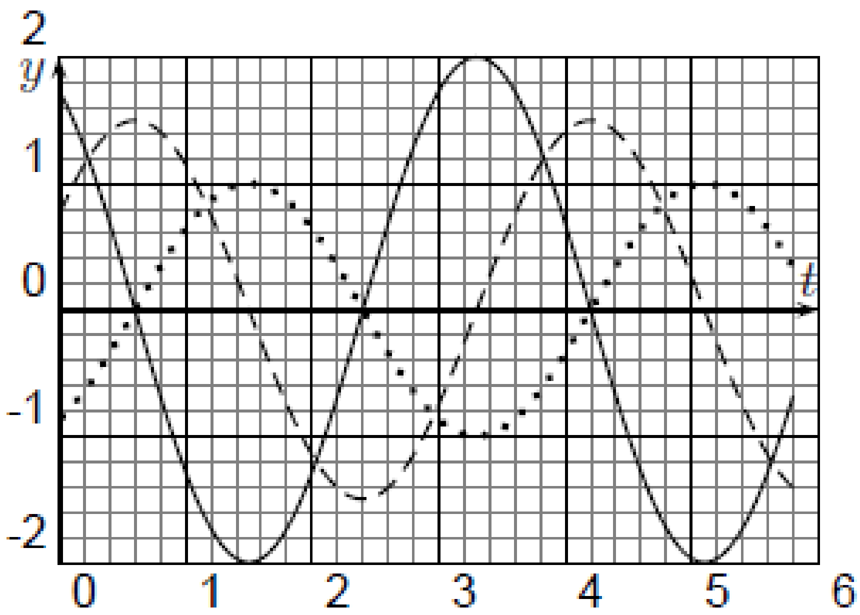
21. (ITA – 2015)

Na figura, as linhas cheias, tracejada e pontilhada representam a posição, a velocidade e a aceleração de uma partícula em um movimento harmônico simples. Com base nessas curvas assinale a opção correta dentre as seguintes proposições:

I. As linhas cheia e tracejada representam, respectivamente, a posição e a aceleração da partícula.

II. As linhas cheia e pontilhada representam, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula.

III. A linha cheia necessariamente representa a velocidade da partícula.



a) apenas I é correta.

b) apenas II é correta.

c) apenas III é correta.

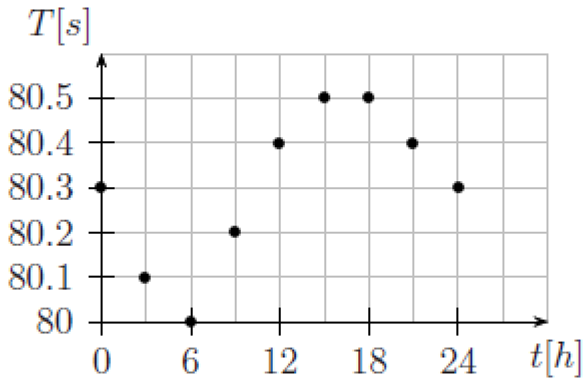
d) todas são incorretas.

e) Não há informações suficientes para análise.

22. (ITA – 2016)

Um pêndulo simples é composto por uma massa presa a um fio metálico de peso desprezível. A figura registra medidas do tempo T em segundos, para 10 oscilações e seguidas do pêndulo

ocorridas ao longo das horas do dia, t. Considerando que neste dia houve uma variação térmica total de 20°C, assinale o valor do coeficiente de dilatação térmica do fio deste pêndulo.



a) $2 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

b) $4 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

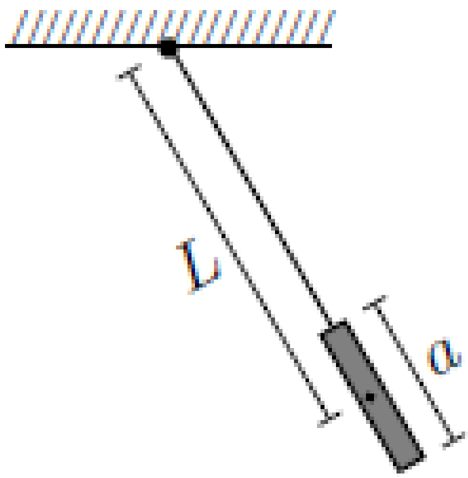
c) $6 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

d) $8 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

e) $10 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

23. (ITA – 2017)

Na figura, um tubo fino e muito leve, de área de seção reta S e comprimento a, encontra-se inicialmente cheio de água de massa M e massa específica ρ. Graças a uma haste fina e de peso desprezível, o conjunto forma um pêndulo simples de comprimento L medido entre o ponto de suspensão da haste e o centro de massa inicial da água. Posto a oscilar, no instante inicial começa a pingar água pela base do tubo a uma taxa constante $r = -\Delta M/\Delta t$. Assinale a expressão da variação temporal do período do pêndulo.



a) $2\pi\sqrt{L/g}$

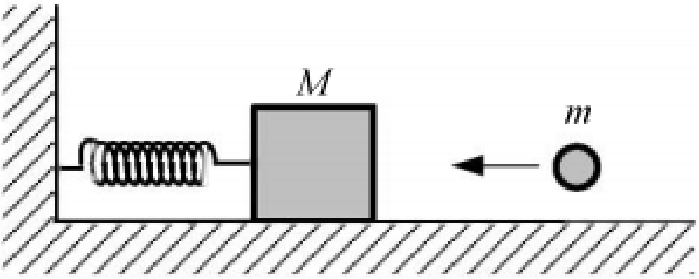
b) $2\pi\sqrt{\rho LS - rt/\rho gS}$

c) $2\pi\sqrt{\rho LS + rt/\rho gS}$

d) $2\pi\sqrt{2\rho LS - rt/2\rho gS}$

e) $2\pi\sqrt{2\rho LS + rt/2\rho gS}$

24. (IME – 2020 – 1ª Fase)



Um sistema mecânico, composto por um corpo de massa M conectado a uma mola, está inicialmente em equilíbrio mecânico e em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, conforme mostra a figura. Um projétil esférico de massa m é disparado na direção horizontal contra a massa M, provocando um choque perfeitamente inelástico que inicia uma oscilação no sistema.

Dados:

- M = 10 kg;
- m = 2 kg;
- amplitude de oscilação do sistema = 0,4 m; e
- frequência angular = 2 rad/s

A velocidade do projétil antes do choque entre as massas M e m, em m/s, é:

a) 0,8

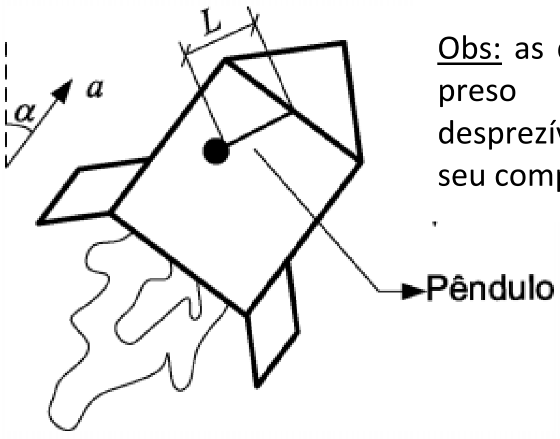
b) 1,6

c) 2,4

d) 4,8

e) 9,6

25. (IME – 2020 – 1ª Fase)



Obs: as dimensões do corpo preso ao pêndulo são desprezíveis em relação ao seu comprimento.

Um foguete desloca-se com aceleração constante a, que forma um ângulo α com a vertical, como mostra a figura, em uma região cujo campo gravitacional local é g. No interior do foguete há um pêndulo simples de comprimento L. Na condição de equilíbrio, o período τ do pêndulo para oscilações de pequenas amplitudes é:

a) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2+2agsen\alpha}}}$

b) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2-2agcos\alpha}}}$

c) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2-agsen\alpha}}}$

d) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2+agcos\alpha}}}$

e) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2+2agcos\alpha}}}$

26.

Uma partícula, que se encontra em MHS ao longo de uma reta horizontal, inicia seu movimento quando a velocidade e nula e a aceleração e negativa. Durante o primeiro segundo a partícula percorre uma distância l_1. Já no segundo seguinte, percorre l_2 ainda na mesma direção. Encontre a amplitude das oscilações.

a) $A = \frac{2l_1^2}{3l_{1-l_2}}$

b) $A = \frac{2l_2^2}{3l_{1-l_2}}$

c) $A = \frac{l_1^2}{2l_{1-l_2}}$

d) $A = l_1 + l_2$

e) $A = l_1 + 2l_2$

27.

Assinale o item que contém a afirmativa falsa.

a) O período de um pêndulo simples aumenta com o aumento do ângulo máximo de desvio em relação à posição de equilíbrio.

c) O período de um pêndulo simples depende do ângulo máximo de abertura mesmo quando estes são pequenos.

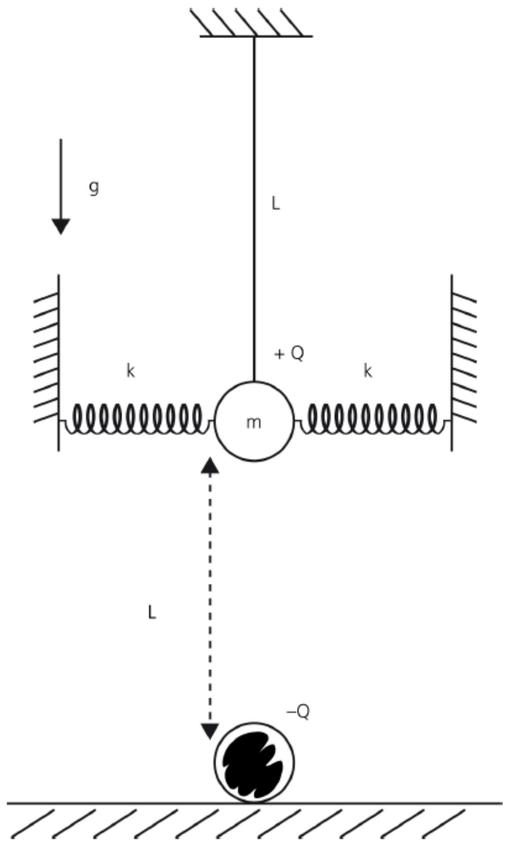
c) Uma força constante atuando sobre uma partícula que executa MHS não altera a velocidade máxima e nem o período do movimento, considerando a mesma amplitude.

d) Se passar a atuar uma força da forma $F = -bv$ em uma partícula que executava um MHS presa a uma mola ideal, a amplitude do movimento diminui com o tempo.

e) Para que haja um MHS, a partícula deve estar nas proximidades de um equilíbrio estável.

28.

Um pêndulo simples e conectado a duas molas idênticas, inicialmente sem deformação, conforme a figura. Sabendo que a uma distância L abaixo da carga Q, se encontra uma carga fixa de mesmo modulo e sinal oposto $-Q$, determine, em função da constante elástica k, da massa m, da carga Q do objeto, da aceleração da gravidade g e do comprimento do pêndulo L, o período do movimento. Utilize aproximação para pequenos deslocamentos.



a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 L^3}{4\pi\varepsilon_0 mgL^2 + Q^2}}$

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 L^3}{8\pi K\varepsilon_0 L^3 + 4\pi\varepsilon_0 mgL^2}}$

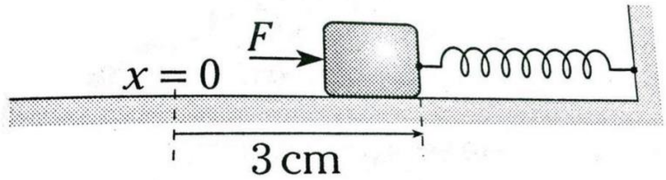
c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 L^3}{4\pi K\varepsilon_0 L^3 + 4\pi\varepsilon_0 mgL^2 - Q^2}}$

d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 L^3}{8\pi K\varepsilon_0 L^3 + 4\pi\varepsilon_0 mgL^2 + Q^2}}$

e) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 L^3}{8\pi K\varepsilon_0 L^3 + 4\pi\varepsilon_0 mgL^2 + Q^2}}$

29.

Um bloco de $1\ kg$ é fixo em uma mola $K = 25\ N/m$, de tal maneira que oscila em uma superfície horizontal lisa. Em $t = 0\ s$ a mola está comprimida $3\ cm$ e o sistema é solto. Determine as equações das posições e da velocidade, respectivamente.



a) $\vec{x} = 6sen\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm;\ \vec{v} = 30sen\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm/s$

b) $\vec{x} = 30sen\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm;\ \vec{v} = 6sen\left(5t + \frac{2\pi}{3}\right)\ cm/s$

c) $\vec{x} = 6cos\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm;\ \vec{v} = 30sen\left(5t + \frac{2\pi}{3}\right)\ cm/s$

d) $\vec{x} = 3sen\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)\ cm;\ \vec{v} = 15cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)\ cm/s$

e) $\vec{x} = 3sen\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)\ cm;\ \vec{v} = 6cos\left(5t + \frac{\pi}{3}\right)\ cm/s$

30.

Um bloco unido a uma mola vertical é puxado para baixo $4\ cm$ em relação à posição de equilíbrio e depois solto. A aceleração inicial do bloco é $0,16\ m/s^2$ para cima. Determine a equação do movimento.

a) $0,4sen\left(2t + \frac{3\pi}{2}\right)\ m$

b) $4sen\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)\ cm$

c) $4sen\left(2t + \frac{5\pi}{2}\right)\ cm$

d) $0,04sen\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)\ m$

e) $4sen\left(2t + \frac{3\pi}{2}\right)\ cm$

31.

Ao suspender um bloco de $10\ kg$ de mola, a mola se estira $6,25\ cm$. Determine o período de oscilação ao suspender um bloco de $16\ kg$ através da mesma mola.

a) $\pi\ s$

b) $2\pi\ s$

c) $0,2\pi\ s$

d) 2 s

e) 1 s

32.

Um bloco de $100\ g$, unido a uma mola de rigidez $10\ N/m$ e oscila com uma amplitude de $10\ cm$, sobre um piso horizontal liso. Se rapidamente, no primeiro extremo de uma oscilação, unidos a esse bloco, outro de $300\ g$, determine a nova amplitude e o novo período.

a) 10 cm; π/5 s

b) 10 cm; 4π/5 s

c) 5 cm; 2π/5 s

d) 10 cm; 2π/5 s

e) 20 cm; π/5 s

33.

Uma esfera de $1\ kg$ permanece em equilíbrio, suspendida por uma mola de rigidez $100\ N/m$. A esfera é elevada $4\ cm$ e logo é lançada com uma velocidade de $0,4\sqrt{3}\ m/s$ para baixo. Determine sua posição após $2\pi/15$ s de seu lançamento.

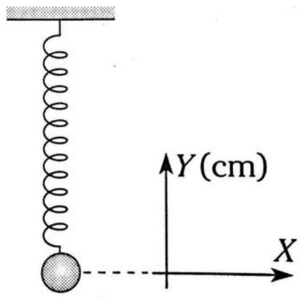
a) $-2\ j\ cm$

b) $+2\ j\ cm$

c) $+4\ j\ cm$

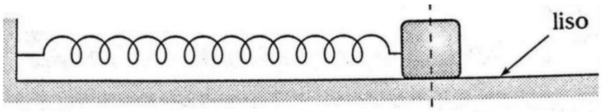
d) $-4\ j\ cm$

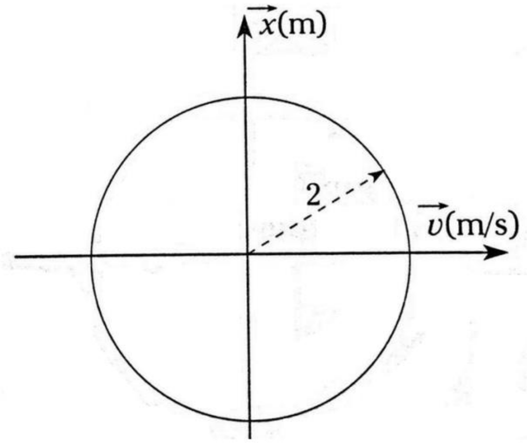
e) $+8\ j\ cm$



34.

O bloco mostrado é puxado para direita de sua posição de equilíbrio e lançado com uma velocidade de $\sqrt{3}\ \hat{\imath}$ m/s. Determine sua aceleração para $t = \pi/3\ s$ se sua posição varia com a velocidade de acordo com o gráfico abaixo.





a) $2\sqrt{3}\,\hat{\imath}\; m/s^2$

b) $-\,2\sqrt{3}\,\hat{\imath}\; m/s^2$

c) $-\,2\,\hat{\imath}\; m/s^2$

d) $-\,3\,\hat{\imath}\; m/s^2$

e) $5\,\hat{\imath}\; m/s^2$

35.

Um bloco unido a uma mola oscila sobre um piso horizontal liso. Se si observa que entre os extremos de cada oscilação existe uma distância de $40\ cm$; determine sua velocidade em função do tempo, considere que em $t = 0$ o bloco passa por $\vec{x} = +10\ cm$ (direita) e sua velocidade máxima é de $2\ m/s$.

a) $\cos\left(20t + \frac{\pi}{6}\right)\ m/s$

b) $2\cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)\ m/s$

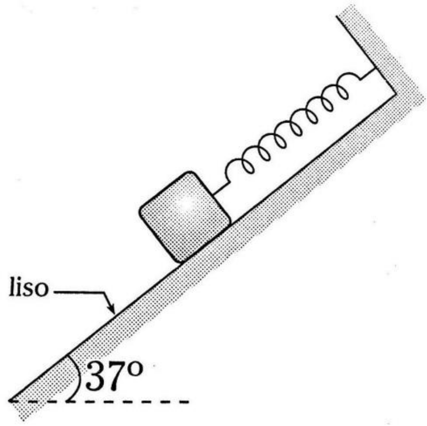
c) $2\cos\left(20t + \frac{\pi}{6}\right)\ m/s$

d) $2\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)\ m/s$

e) $2\mathrm{sen}\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)\ m/s$

36.

A figura mostra um sistema oscilador em repouso, onde a mola está deformada 6 cm. Repentinamente, o bloco é impulsionado para a base do plano notando-se uma aceleração máxima de 4 m/s². Quanto percorre o bloco durante os primeiros $3\pi/20$ segundos?



a) 11 cm

b) 12 cm

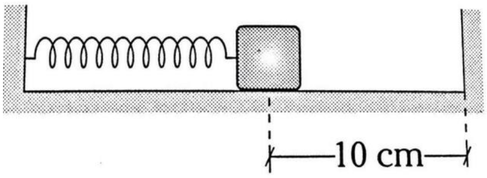
c) 13 cm

d) 14 cm

e) 15 cm

37.

Um bloco liso de 1 kg se encontra em repouso na posição mostrada. Se a mola é comprimida 20 cm e logo após é solta, este bloco adquire uma energia cinética de 2 J. Determine o tempo que demora o bloco voltar para a posição de onde foi solto. Considere que o bloco é elástico.



a) 2π/5 s

b) 2π/15 s

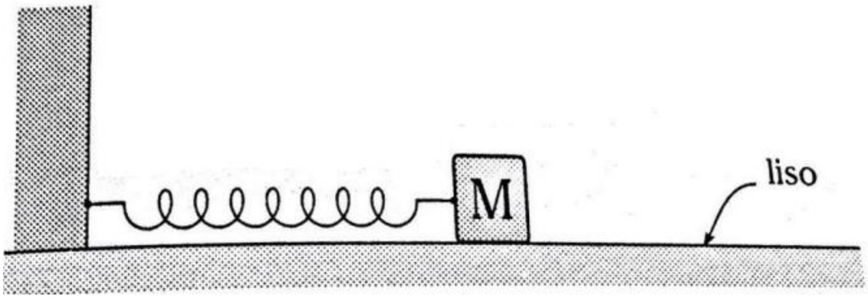
c) 3π/7 s

d) 4π/15 s

e) 2π/7 s

38.

O oscilador mostrado realiza um MHS com uma amplitude de 20 cm e frequência $f = 0,5\ Hz$. Determine a energia potencial que apresenta a mola no instante em que esta é igual à energia cinética do bloco. ($\pi^2 = 10;\ M = 20\ g$)



a) 2 mJ

b) 3 mJ

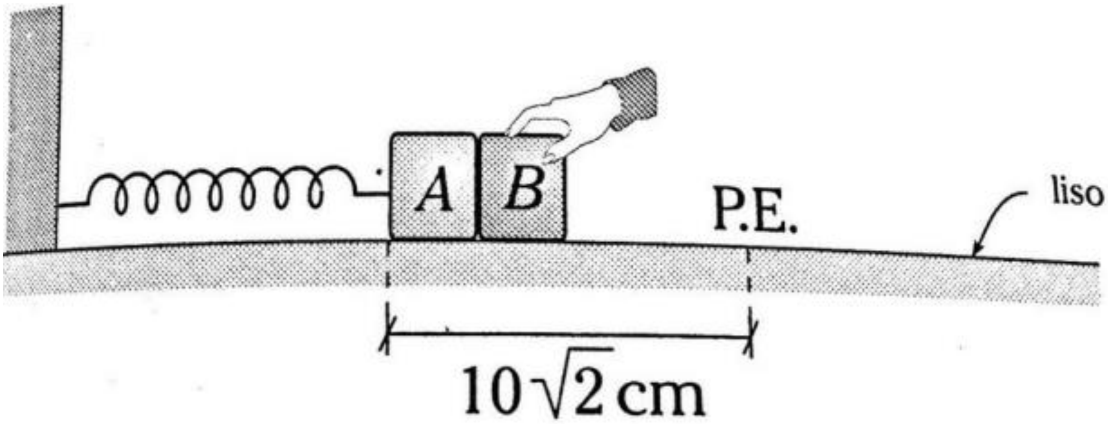
c) 4 mJ

d) 1 mJ

e) 0,5 mJ

39.

O bloco A de 400 g está soldado a uma mola de constante elástica $10\ N/m$ e com um bloco B de 400 g a mola se deforma $10\sqrt{2}$ cm. Depois de se abandonar o bloco B, determine a equação de movimento do bloco A.



a) $0,2sen(10t)m$

b) $0,1sen(10t)m$

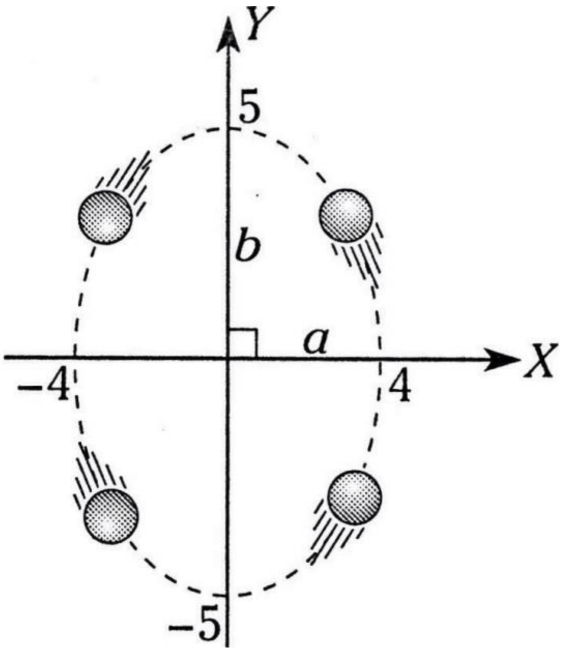
c) $0,1sen(5t)m$

d) $0,1sen(4t)m$

e) $0,6sen(2t)m$

40.

Um corpo realiza uma trajetória elíptica tal como se mostra a figura. Se a equação de sua projeção no eixo Y é $\vec{y} = 5sen(2\pi t)$, determine a equação do movimento da projeção no eixo $\vec{x}$ e o ângulo da fase inicial do movimento.



a) $\vec{x} = 4\cos(2\pi t)\,;\ \pi/2$

b) $\vec{x} = 2\cos(2\pi t)\,;\ \pi/2$

c) $\vec{x} = 4\,\mathrm{sen}(2\pi t)\,;\ \pi$

d) $\vec{x} = \cos(2\pi t)\,;\ \pi/2$

e) $\vec{x} = 8\,\mathrm{sen}(2\pi t)\,;\ \pi/4$

41.

Sobre as afirmações abaixo julgue se são verdadeiras (V) ou falsas (F).

I. O período (T) de um MHS se altera se o corpo que oscila recebe um impulso externo.

II. Ao se duplicar a amplitude das oscilações de um MHS a energia mecânica do sistema oscilador se quadruplica.

III. Em um MHS ao diminui a amplitude, a frequência (f) das oscilações aumenta.

a) VVV

b) VVF

c) FVV

d) FVF

e) FFV

42.

Sobre as afirmações abaixo julgue se são verdadeiras (V) ou falsas (F).

I. Os sistemas que são oscilatórios periódicos na ausência da ação externa periódica se denominam sistemas auto-oscilatórios.

II. As oscilações forçadas sempre ocorrem com a mesma frequência com que se varia a força externa.

III. A ressonância é uma aplicação utilizada em uma série de aparatos para medir a frequência das oscilações.

a) FVV

b) FFV

c) FVF

d) VVV

e) FFF

43.

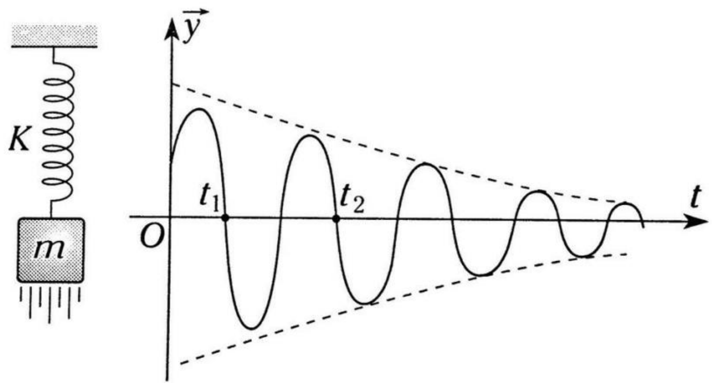
O gráfico abaixo mostra o comportamento de um movimento oscilatório. Então podemos afirmar que:

I. A equação das oscilações é $\vec{y} = Asen(\omega t + \varphi)$.

II. A energia mecânica se conserva.

III. O período das oscilações é $t2 - t1$.

IV. A equação do movimento oscilatório, é $\vec{y} = Ae^{-c.t}$; c $\in$ Z^{+} e as oscilações são amortecidas.



a) I e II são verdadeiras

b) I e IV são falsas

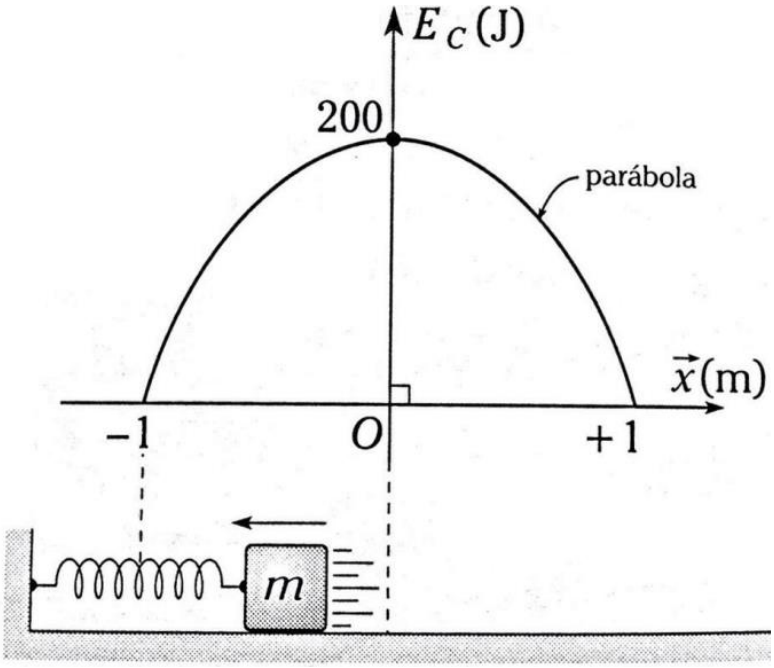
c) II e III são verdadeiras

d) III é verdadeira

e) II e IV são falsas

44.

Se a massa do oscilador é $m = 4\ kg$ e sua energia cinética varia com sua posição $\vec{x}$ segundo o gráfico, qual é o período da oscilação?



a) π/4 s

b) π/5 s

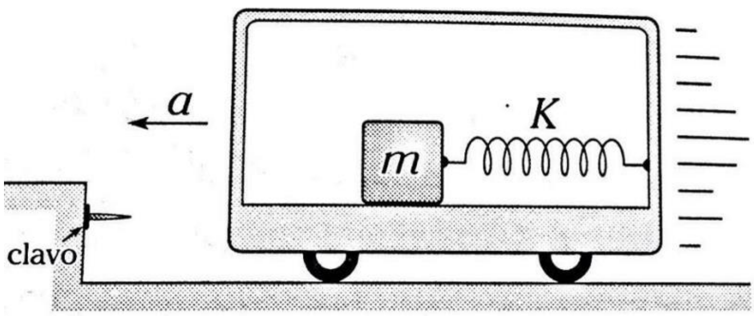
c) π/6 s

d) π/2 s

e) π/3 s

45.

Um carrinho acelera com a m/s^2 e gruda a um prego preso na parede. Determine a máxima velocidade do bloco de massa m apoiado sobre a superfície horizontal lisa interna do carrinho, se no instante que se dá o choque ele tem uma velocidade v.



a) $\frac{ma}{k}\sqrt{\frac{K}{m}}$

b) $\frac{2ma}{k}\sqrt{\frac{K}{2m}}+v$

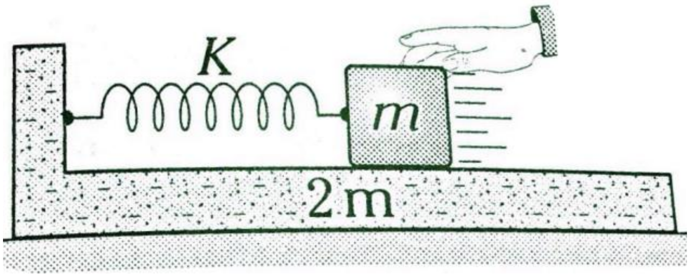
c) $\frac{ma}{k}\sqrt{\frac{K}{2m}}$

d) $\sqrt{v^2+\frac{m.a^2}{K}}$

e) $\sqrt{v^2+\frac{K.a^2}{m}}$

46.

Um bloco liso de massa m é solto quando a mola está estirada e logo que é solto oscila com uma amplitude máxima, tal que a tábua não desliza. O coeficiente de atrito estático entre a tábua e o piso é μ_s. Qual é a equação de oscilação do bloco?



a) $\vec{x}=\frac{\mu_s}{2K}mgcos\left(\frac{\sqrt{K}}{m}t+\frac{\pi}{2}\right)$

b)) $\vec{x}=\frac{\mu_s}{2}mgcos\left(\frac{\sqrt{K}}{3m}t+\frac{\pi}{8}\right)$

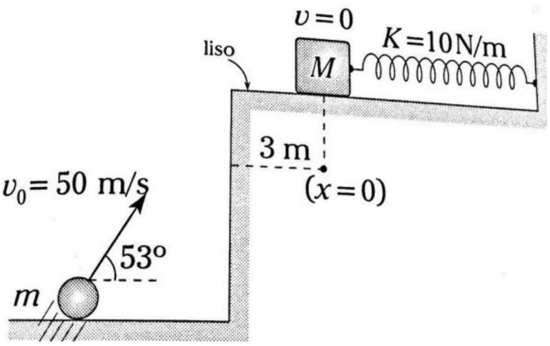
c)) $\vec{x}=\frac{3\mu_s}{K}mgsen\left(\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{m}}t+\frac{\pi}{2}\right)$

d) $\vec{x}=\frac{3\mu_s}{2K}mgsen\left(\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{m}}t+\frac{\pi}{4}\right)$

e) $\vec{x}=\frac{3\mu_s}{K}mgsen\left(\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{m}}t\right)$

47.

A esfera de argila é lançada e se choca com o bloco de massa M depois de alcançar sua velocidade mínima. Qual é a equação de movimento do sistema oscilante, se $M=2\ kg$ e $m=0,5\ kg$?



a) $\vec{x} = 2\sqrt{3}sen\left(4t + \frac{11\pi}{3}\right)\ m$

b) $\vec{x} = 3sen(2t)\ m$

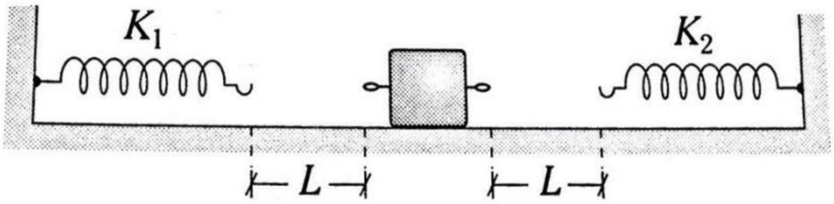
c) $\vec{x} = 2sen\left(\sqrt{3}t + \frac{3\pi}{5}\right)\ m$

d) $\vec{x} = \sqrt{16}sen\left(4t + \frac{3\pi}{2}\right)\ m$

e) $\vec{x} = 0,4cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)\ m$

48.

Unem-se os extremos livres da mola ao bloco, mantendo-o na posição indicada. Ao se soltar o bloco move-se para a direita. Determine a amplitude de oscilação do bloco. Despreze os atritos.



a) $\frac{(K_2-K_1)L}{K_1+K_2}$

b) $\frac{(K_2+K_1)L}{K_2-K_1}$

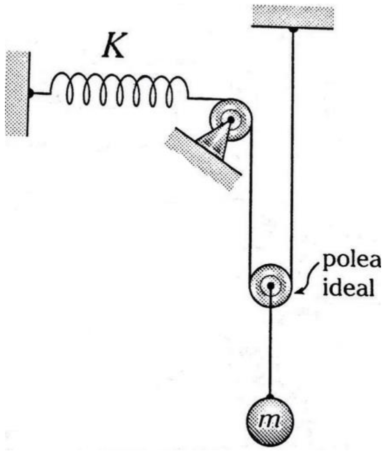
c) $\frac{(K_2-K_1)L}{2(K_1+K_2)}$

d) $\frac{2(K_2+K_1)L}{K_1-K_2}$

e) $\frac{2(K_1-K_2)L}{K_2+K_1}$

49.

O sistema a seguir se encontra em equilíbrio. Determine o perídio de oscilação da esfera quando ela é afastada (pequena distância) da posição de equilíbrio.



a) $2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

b) $4\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

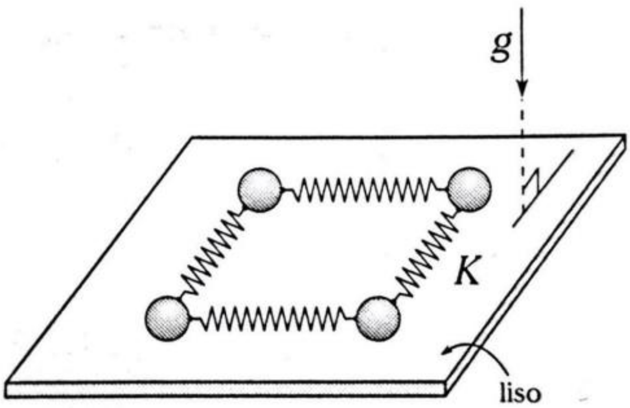
c) $\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

d) $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{K}}$

e) $\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{m}{K}}$

50.

Quatro esferas, cada uma de massa m estão unidas a molas idênticas tal como se mostra a figura abaixo. Se a cada esfera é comunicada uma velocidade dirigida para o centro de massa do sistema, determine após quanto tempo as molas atingem máximo estiramento.



a) $3\pi\sqrt{\frac{2m}{K}}$

b) $\frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{2K}}$

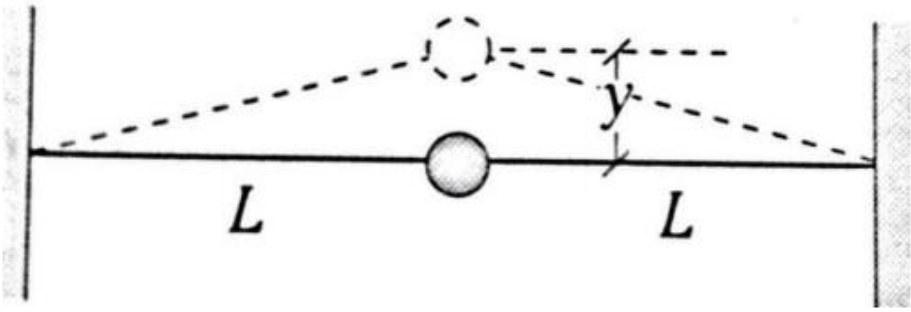
c) $\frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{2K}}$

d) $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{3m}{K}}$

e) $2\pi\sqrt{\frac{m}{3K}}$

51.

Uma esfera de massa m se encontra em repouso sobre uma superfície horizontal lisa e está conectada a dois elásticos, de massa desprezível, comprimento L e submetidos a uma tensão T. A esfera é retirada de sua posição de equilíbrio, como mostrado na figura abaixo. Determine a frequência angular das pequenas oscilações realizadas pela esfera.



a) $\sqrt{\frac{2L}{m}}$

b) $\sqrt{\frac{2m}{T}}$

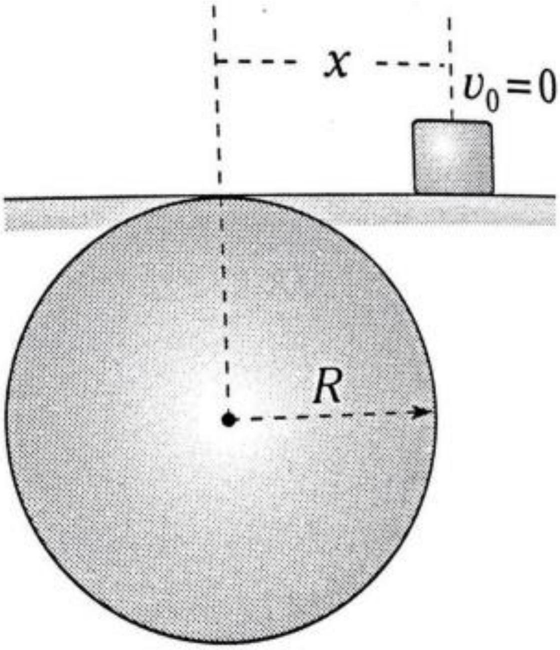
c) $\sqrt{\frac{2T}{mL}}$

d) $m\sqrt{\frac{T}{2L}}$

e) $\sqrt{\frac{L}{m}}$

52.

Uma superfície plana tangente a superfície terrestre se solta um bloco liso. Determine o período de pequenas oscilações do bloco, se R é o raio da Terra.



a) $2\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}$

b) $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$

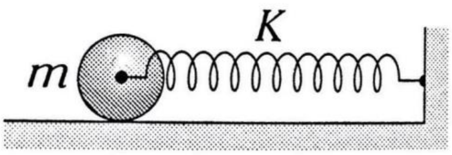
c) $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

d) $\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}$

e) $\pi\sqrt{\frac{3R}{g}}$

53.

Uma mola ideal está unida a um cilindro homogêneo como mostra a figura. Se soltarmos o cilindro na posição em que a mola está estirada, observamos que esse cilindro roda sem deslizar e o centro de massa deste realiza um MHS. Determine o período de oscilações.



a) $2\pi\sqrt{\frac{3M}{2K}}$

b) $\pi\sqrt{\frac{M}{2K}}$

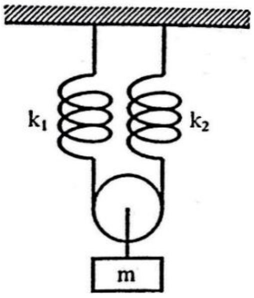
c) $\pi\sqrt{\frac{3M}{K}}$

d) $\pi\sqrt{\frac{M}{3K}}$

e) $2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$

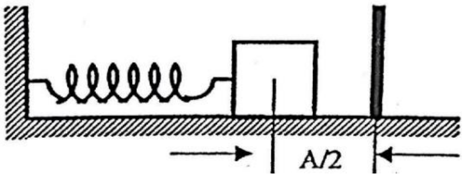
54.

No sistema esquematizado a polia é leve e giratória sem atrito e os fios são leves, flexíveis e inextensíveis. As molas são leves e tem constante elástica k_1 e k_2; o bloco suspenso tem massa m. Determinar o período das oscilações verticais da carga.



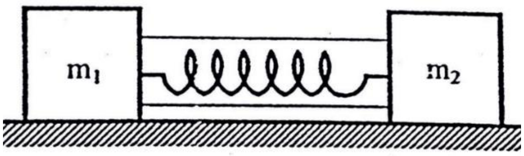
55.

Um corpo de massa m, sujeita a uma mola cuja constante elástica é k, realiza oscilações de amplitude A sobre um solo horizontal. A uma distância $A/2$ da posição de equilíbrio, coloca-se uma placa de uma massa muito grande. Os choques do corpo com a placa são perfeitamente elásticos. Determinar o período das oscilações nesse caso.



56.

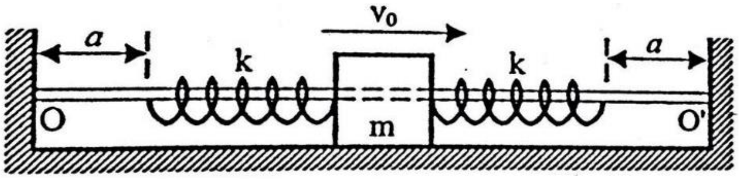
Dois blocos, de massa m_1 e m_2, são ligados por uma mola de rigidez k. A mola está comprimida com a ajuda de fios. Os fios são cortados. Determinar o período das oscilações dos blocos.



57.

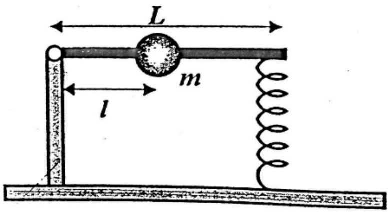
Um corpo de massa m pode deslizar ao longo de um eixo horizontal OO' entre duas paredes verticais. A ambos lados do corpo estão sujeitas molas sem peso de igual rigidez k. Quando o corpo

estiver situado simetricamente entre as paredes, as distâncias dos extremos livres das molas até as paredes serão iguais a a. Se ao corpo comunica-se a velocidade V_0, este passa a oscilar entre as paredes. Qual o período dessas oscilações.



58.

Uma vara rígida de comprimento L está sujeita por um extremo a um eixo horizontal (por onde pode girar livremente sem atrito) e pelo outro extremo está ligada uma mola de constante elástica k. Determine o período das pequenas oscilações da vara em função das posições l e da massa m.

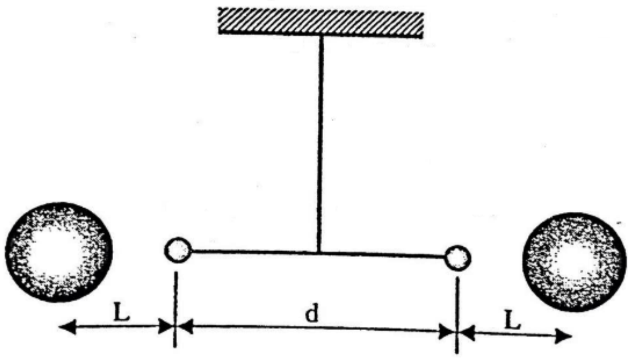


59. (IPHO)

Uma pequena massa é presa na extremidade de uma mola ideal e posta a oscilar na vertical em sua frequência natural f. Se a mola é cortada ao meio e a mesma massa é presa em uma das extremidades, qual é a nova frequência natural f' de oscilação.

60.

Nos extremos de uma barra, de peso desprezível e de comprimento d, são fixadas duas pequenas esferas de massas m. A barra é suspensa, por uma articulação, de tal maneira que pode girar sem atrito junto de seu eixo vertical que passa pelo meio da mesma. Em uma mesma reta que a barra, são fixadas duas esferas grandes com massas M. A distância entre os centros das esferas grandes e a pequena é L. Determinar o período das pequenas oscilações descritas pelo pêndulo giratório.



61.

Dois pêndulos simples de comprimento L cada um estão ligados por uma mola de peso desprezível, como mostra a figura 1. O coeficiente de elasticidade da mola é igual a K. Em equilíbrio, os pêndulos estão na posição vertical e a mola não se deforma. Determinar a frequência das pequenas oscilações dos dois pêndulos unidos no caso em que foram inclinados, em ângulo iguais, para lados diferentes.

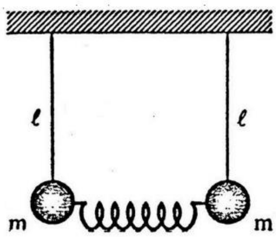


figura 1

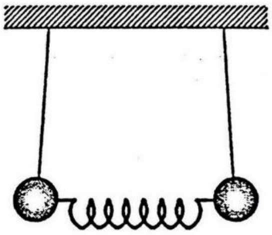


figura 2

GABARITO

2. GABARITO SEM COMENTÁRIOS

1. A
2. D
3. A
4. D
5. A
6. B
7. E
8. B
9. $x = \pm\frac{A}{\sqrt{3}}$
10. C
11. C
12. C
13. B

E

14. E
15. A
16. E
17. $2\pi\sqrt{\frac{ML}{4T}}$
18. $f = \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\sqrt{\frac{6\cdot k_1\cdot k_2}{m\cdot(2\cdot k_1+3\cdot k_2)}}$
19. D
20. D
21. C
22. E
23. D
24. E
25. A
26. B
27. D
28. D
29. E
30. C
31. D
32. C
33. C
35. D
36. B
37. B
38. A
39. C
40. A
41. D
42. D
43. D
44. B
45. D
46. C
47. B
48. A
49. C
50. C
51. C
52. C
53. A
54. $T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m\cdot(k_1+k_2)}{k_1\cdot k_2}}$
55. $T = \frac{4\cdot\pi}{3}\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}$
56. $T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m_1\cdot m_2}{k\cdot(m_1+m_2)}}$
57. $T = \frac{4a}{v_0} + 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}$
58. $T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m\cdot l}{k\cdot L}}$
59. $f' = f\sqrt{2}$
60. $2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{d\cdot L^2}{2\cdot G\cdot M}}$
61. $T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{\frac{2\cdot k\cdot l}{m}+g}}$

34. D

3. LISTA DE EXERCÍCIOS COMENTADA

1. (ITA – 2010 – 1ª)

Num ambiente controlado, o período de um pêndulo simples é medido a uma temperatura T. Sendo $\alpha = 2 \text{ x } 10^{-4}\,{}^oC^{-1}$ o coeficiente de dilatação linear do fio do pêndulo, e considerando a aproximação binomial $(1+x)^n \approx 1+nx$, para $|x| \ll 1$, pode-se dizer que, com aumento de 10^oC, o período do pêndulo

a) aumenta de 0,1%.

b) aumenta de 0,05%.

c) diminui de 0,1%.

d) diminui de 0,05%.

e) permanece inalterado.

Comentários:

$$L' = L(1+\alpha\Delta T) = L(1+2\cdot 10^{-4}\cdot 10) = L(1+2\cdot 10^{-3})$$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} = T(1+2\cdot 10^{-3})^{\frac{1}{2}} = T\left(1+\frac{2\cdot 10^{-3}}{2}\right) = 1{,}001T$$

Gabarito: A

2. (ITA - 1970)

Dispõe-se de uma mola de massa desprezível e de 1,00 m de comprimento, e de um corpo cuja massa é igual a 2,00 kg. A mola está apoiada horizontalmente, sobre uma mesa, tendo um extremo fixo e o outro preso à massa, podendo esta deslizar, sem atrito, sobre a mesa. Puxa-se a massa de modo que a mola tenha 1,20 m de comprimento e verifica-se que, para mantê-la em equilíbrio nessa situação, é preciso aplicar uma força de 1,60 N. Algum tempo depois, solta-se a massa, que passa a executar um movimento oscilatório. Com estes dados pode-se afirmar que:

a) a energia potencial máxima da mola é 0,32 J;

b) a energia cinética máxima do sistema é 2,16 J;

c) não é possível calcular a energia armazenada na mola, pois, não se sabe quanto tempo ela ficou distendida;

d)a massa executa, depois que passa a oscilar, um movimento harmônico simples de período 3,1 segundos.

e) a energia cinética da massa é 0,16 J quando, em oscilação, a massa estiver a uma distância de 0,80 m do extremo fico.

Comentários:

O aluno pode adotar dois métodos de solução. O primeiro sendo por eliminação das alternativas:

1) O sistema em MHS possui energia mecânica total fixa (visto que a mesa não tem atrito). A energia mecânica total é dada pela soma da energia cinética e potencial elástica. Nos extremos do MHS, a energia cinética é nula e tem-se somente energia potencial. Portanto, a energia potencial nos extremos é:

$$E_P = k \cdot \frac{x^2}{2} = (k \cdot x) \cdot \frac{x}{2} = 1{,}6 \cdot \frac{0{,}2}{2} = 0{,}16\, J$$

Como esta é a energia potencial nas extremidades do movimento:

$$E_M = 0{,}16\, J$$

Portanto, a energia mecânica total é de $0{,}16\, J$. (A, B e C já foram eliminadas). Pelo equilíbrio citado na questão:

$$1{,}6 = k \cdot 0{,}2 \Rightarrow k = 8\ \frac{N}{m}$$

Assim, a energia mecânica na situação fornecida pela alternativa E é:

$$E_M = E_P + E_C$$

$$0{,}16 = 8 \cdot \frac{0{,}2^2}{2} + E_C \Rightarrow E_C = 0{,}16 - 0{,}16 \Rightarrow E_C = 0\, J$$

Portanto, a única alternativa viável é letra D.

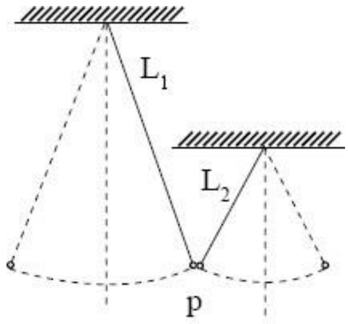
2) O segundo método é pelo cálculo direto do período.

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2}{8}} \cong 3{,}1\, s$$

Gabarito: D

3. (ITA - 1970)

Dois pêndulos simples são abandonados a partir de uma posição P em que eles se tocam, como ilustra a figura. Sabendo-se que os comprimentos dos pêndulos estão na razão $L_2/L_1 = 4/9$, e que os períodos são T_1 e T_2 depois de quanto tempo t eles se tocarão novamente?



a) t = 3 T1

b) t = 2 T1

c) t = 4 T2

d) t = 9 T1

e) eles nunca se tocarão outra vez.

Comentários:

O período de um pêndulo simples é dado por:

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

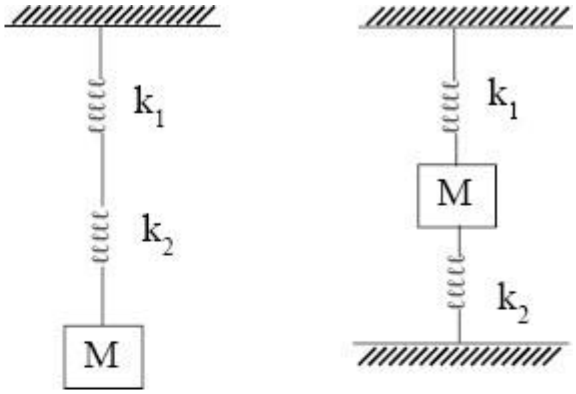
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{\frac{L_1}{g}}}{\sqrt{\frac{L_2}{g}}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow T_1 = \frac{3}{2} \cdot T_2$$

Portanto, quando o pêndulo 2 realizar 2 períodos completos, o pêndulo 1 realizará 3 períodos completos. Portanto, se encontrarão novamente após $2 \cdot T_2$ ou $3 \cdot T_1$. Assim, a resposta é letra A.

Gabarito: A

4. (ITA - 1970)

Com duas molas de massa desprezível e constantes k_1 e k_2, e um corpo de massa M, monta-se o sistema indicado pela figura a e verifica-se que a massa M, oscila com um período T_1. Em seguida, monta-se o sistema indicado pela figura b e verifica-se que a massa M oscila com um período T_2. Pode-se afirmar que:



a) T_1 e T_2, quaisquer que sejam os valores de k_1 e k_2

b) $T_1 = T_2$, se $k_1 = k_2$

c) $T_1 < T_2$

d) $T_1 > T_2$

e) $T_1 = 2\,T_2$ se $k_1 = 2\,k_2$

Comentários:

Para a situação inicial, as molas estão em série. Portanto:

$$\frac{1}{k_{eq,1}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_{eq,1} = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$$

Para a situação final, as molas estão em paralelo, portanto:

$$k_{eq,2} = k_1 + k_2$$

Assim, o período T_1 é dado por:

$$T_1 = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{k_{eq,1}}}$$

$$T_2 = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{k_{eq,2}}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k_{eq,2}}{k_{eq,1}}} = \sqrt{\frac{(k_1 + k_2)^2}{k_1 \cdot k_2}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1 \cdot k_2} + 2} > 1$$

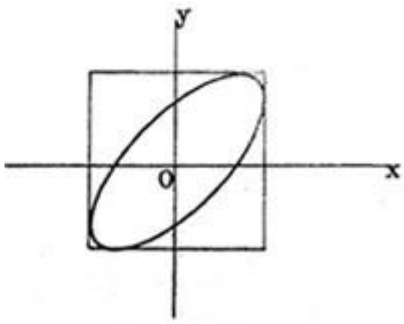
Restam somente duas possibilidades, D e E. Substituindo os valores de E, vê-se que a afirmativa é falsa. Portanto, a resposta correta é D.

Gabarito: D

---

5. (ITA – 1974)

Na figura, que representa a combinação de dois movimentos harmônicos simples em eixos perpendiculares $x = A\,sen\,\omega t$ e $y = B\,sen\,(\omega t + a)$ sendo a um número positivo, qual das expressões abaixo não poderá representá-lo?



a) $a = 0$

b) $0 < a < \pi/2$

c) $\pi < a < 3\pi/2$

d) $0 < a < 3\pi/2$

e) $0 < a < \pi/4$

Comentários:

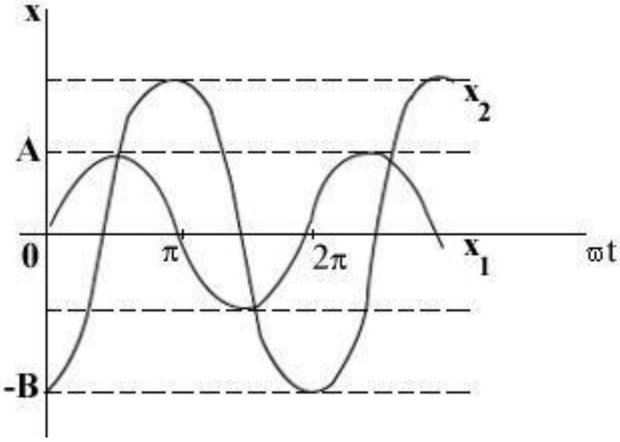
O "a" representa um atraso entre os movimentos harmônicos. Como pode-se notar pela imagem, existe algum atraso, portanto $a = 0$ não faz sentido. Outra forma de se pensar é que se $a = 0$, a figura seria de uma elipse horizontal ou vertical, jamais diagonal.

Gabarito: A

---

6. (ITA – 1975)

Dois movimentos harmônicos simples estão caracterizados no gráfico abaixo. Podemos afirmar



a) $x_1 = A\, sen\,(\omega t + \frac{\pi}{2}),\ x_2 = B\, sen\,(\omega t - \frac{\pi}{2})$

b) $x_1 = A\, cos(\omega t - \frac{\pi}{2}),\ x_2 = B\, cos\,(\omega t + \pi)$

c) $x_1 = A\, cos\,(\omega t - \frac{\pi}{2}),\ x_2 = -B\, cos\,(\omega t + \pi)$

d) $x_1 = A\, sen\,(\omega t + \frac{\pi}{2}),\ x_2 = -B\, sen\,(\omega t - \frac{\pi}{2})$

e) N.D.A

Comentários:

Pontos a notar:

- $x_1(0) = 0$

- $x_2(0) = -B$

Com isso, começa-se a analisar as alternativas:

- A letra A é invalida para $x_1(0)$;

- A letra B é válida tanto para $x_1(0)$ quanto para $x_2(0)$;

- A letra C é válida para $x_1(0)$ mas não para $x_2(0)$;

- A letra D é inválida tanto para $x_1(0)$ quanto para $x_2(0)$.

Gabarito: B

7. (ITA -1976)

Uma partícula desloca-se no plano (x, y) de acordo com as equações: $X = a \cdot cos\omega t$ e $y = b \cdot cos\,(\omega t + \alpha)$, em que a, b, ω e α são constantes positivas.

a) a partícula realiza um movimento harmônico simples para qualquer valor de α.

b) a partícula realiza um movimento harmônico simples somente se α for nulo.

b) a partícula realiza um movimento circular uniforme se a = b e $\alpha = 45°$

d) a partícula descreverá uma elipse se a = b e $\alpha = 270°$

e) Nenhuma das afirmações acima é correta.

Comentários:

Tendo a posição em função do tempo, pode-se encontrar a aceleração em função do tempo através de duas derivações.

$$a_x = a \cdot \omega^2 \cdot (-\cos\omega \cdot t) = -\omega^2 \cdot X$$

$$a_y = b \cdot \omega^2 \cdot (-\cos(\omega \cdot t + \alpha)) = -\omega^2 \cdot Y$$

Portanto, está definido um MHS em cada eixo separadamente. Entretanto, para o movimento como um todo não se caracteriza um MHS, visto que para que se tenha um MHS no plano:

$$a = -\omega^2 \cdot R$$

Onde a é a aceleração ao longo do MHS e R é a distância até o ponto de equilíbrio (no nosso caso a origem). Neste problema:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

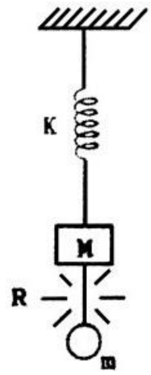
$$|a| = \omega^2 \cdot \sqrt{X^2 + Y^2} = \omega^2 \cdot R$$

Gabarito: E

---

8. (ITA – 1978)

Dois corpos de massa “M” e “m” acham-se suspensos, verticalmente, por intermédio de uma mola ideal de constante “K”, conforme mostra a figura. O fio que prende o corpo de massa “m”, rompe-se em R, deixando cair o corpo de massa “m”, provocando uma oscilação no corpo de massa “M”. Pode-se afirmar que a amplitude e o período “T” deste movimento serão dados, respectivamente, por:



a) mg/K e $T = 2\pi\sqrt{m/K}$

b) mg/K e $T = 2\pi\sqrt{M/K}$

c) Mg/K e $T = 2\pi\sqrt{m/K}$

d) Mg/K e $T = 2\pi\sqrt{M/K}$

e) (M + m) g/K e $T = 2\pi\sqrt{(M+m)/K}$

Comentários:

Primeiro deve-se calcular a posição de equilíbrio do sistema (sem o corpo "m") e em seguida calcular-se a posição a partir do qual se inicia o MHS. A diferença entre estas duas posições será a amplitude. A posição de equilíbrio é:

$$K \cdot x = M \cdot g \Rightarrow x = M \cdot \frac{g}{K}$$

A posição inicial é dada por:

$$K \cdot x' = (M + m) \cdot g$$

$$x' = (M + m) \cdot \frac{g}{K}$$

$$x' - x = \frac{g}{K} \cdot m = Amplitude$$

O período é dado por (sistema massa mola comum):

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}}$$

Gabarito: B

---

9. (ITA – 1980)

Uma partícula de massa m realiza um movimento harmônico simples de amplitude A, em torno da posição de equilíbrio, O. Considerando nula a energia potencial para a partícula em O, calcular a elongação para a qual a energia cinética é igual ao dobro da energia potencial.

Comentários:

Considerando a posição de afastamento máximo do equilíbrio ($O \pm A$), temos que a energia mecânica do sistema é:

$$E_M = k \cdot \frac{A^2}{2}$$

Portanto, como há conservação de energia mecânica, e pede-se a posição em que a energia cinética é igual ao dobro da energia potencial:

$$E_M = E_P + E_C$$

$$E_M = E_P + 2 \cdot E_P = 3E_P$$

$$E_P = \frac{E_M}{3}$$

$$k \cdot \frac{x^2}{2} = k \cdot \frac{A^2}{6} \Rightarrow x^2 = \frac{A^2}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{3}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{x = \pm \frac{A}{\sqrt{3}}}$

---

10. (ITA - 1982)

Uma bolinha de massa m está oscilando livremente com movimento harmônico simples vertical, sob a ação de uma mola de constante elástica k. Sua amplitude de oscilação é A. Num dado instante, traz-se um recipiente contendo um líquido viscoso e obriga-se a partícula a oscilar dentro desse líquido. Depois de um certo tempo, retira-se novamente o recipiente com o líquido e constata-se que a partícula tem velocidade dada pela expressão: $v = v_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. Desprezando as perdas de calor para o meio circundante e sabendo que o líquido tem capacidade calorífica C, podemos afirmar que a variação de sua temperatura foi de:

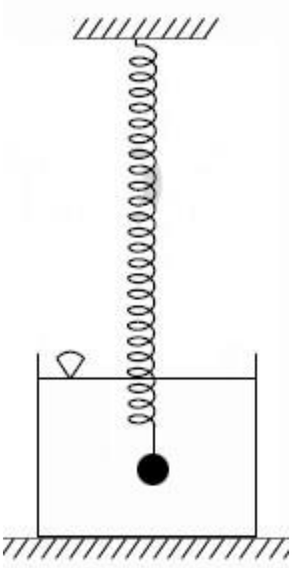


Fig. 2

a) zero

b) é impossível calculá-la sem conhecer amplitude do movimento final.

c) $(KA^2 - mv^2_0) / 2C$

d) KA^2/C

e) $(KA^2 - mv^2_0) / C$

Comentários:

Basta calcular-se a variação da energia mecânica. Inicialmente a energia mecânica podia ser calculada tomando-se a energia potencial nos limites do MHS:

$$E_{M_1} = K \cdot \frac{A^2}{2}$$

Ao fim da imersão, como tem-se a função que define a velocidade da partícula, ao calcular-se a energia cinética quando a velocidade é máxima, tem-se também a energia mecânica do sistema:

$$E_{M_2} = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\Delta E_M = \frac{K \cdot A^2 - mv_0^2}{2}$$

$$\Delta E_M = C \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{K \cdot A^2 - mv_0^2}{2 \cdot C}$$

Gabarito: C

11. (ITA – 1987)

Dois pêndulos simples, respectivamente de massas m_1 e m_2 e comprimento l_1 e l_2 são simultaneamente abandonados para pôr-se em oscilação. Constata-se que a cada quatro ciclos do

primeiro a situação inicial é restabelecida identicamente. Nessas condições pode-se afirmar que necessariamente:

a) O pêndulo 2 deve oscilar mais rapidamente que o pêndulo 1.

b) O pêndulo 2 deve oscilar mais lentamente que o pêndulo 1.

c) $8\sqrt{{l_1}/{l_2}}$ **é um número inteiro.**

d) $6\sqrt{{l_1}/{l_2}}$ **é um número inteiro.**

e) $m1 \cdot l_1 = 2m2 \cdot l_2$

Comentários:

Sabe-se pelo enunciado que a cada 4 períodos do primeiro pêndulo, o segundo deve realizar um número inteiro (e primo de 4) de períodos de forma que ambos estejam na mesma posição. Portanto:

$$4 \cdot T_1 = n \cdot T_2$$

$$8 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}} = n \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

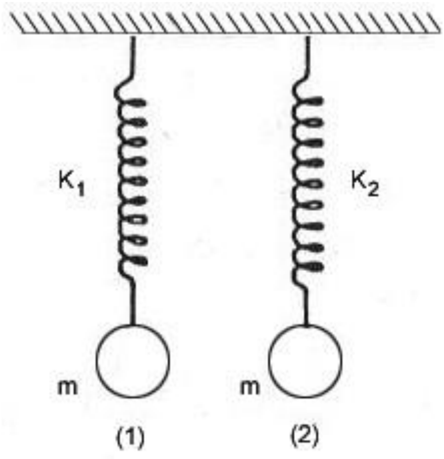
$$8 \cdot \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = n$$

Gabarito: C

---

12. (ITA - 1988)

Duas molas ideais, sem massa e de constantes de elasticidade k_1 e k_2, sendo $k_1 < k_2$, acham-se dependuradas no teto de uma sala. Em suas extremidades livres penduram-se massas idênticas. Observa-se que, quando os sistemas oscilam verticalmente, as massas atingem a mesma velocidade máxima. Indicando por A_1 e A_2 as amplitudes dos movimentos e por E_1 e E_2 as energias mecânicas dos sistemas (1) e (2), respectivamente, podemos dizer que:



a) $A_1 > A_2$ e $E_1 = E_2$

b) $A_1 < A_2$ e $E_1 = E_2$

c) $A_1 > A_2$ e $E_1 > E_2$

d) $A_1 < A_2$ e $E_1 < E_2$

e) $A_1 < A_2$ e $E_1 > E_2$

Comentários:

Generalizando as equações dos movimentos como:

$$X_1(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \alpha)$$

$$X_2(t) = A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \beta)$$

Em que:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} \quad e \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m}}$$

Logo:

$$v_1 = -\omega_1 \cdot A_1 \cdot sen\,(\omega_1 \cdot t + \alpha)$$

$$v_2 = -\omega_2 \cdot A_2 \cdot sen\,(\omega_2 \cdot t + \beta)$$

Portanto, as velocidades máximas são respectivamente:

$$V_1 = \omega_1 \cdot A_1$$

$$V_2 = \omega_2 \cdot A_2$$

Sabe-se que elas são iguais e sabe-se que $\omega_1 < \omega_2$, portanto:

$$V_1 = V_2$$

$$\omega_1 \cdot A_1 = \omega_2 \cdot A_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} > 1$$

$$A_1 > A_2$$

A energia do movimento pode ser calculada no ponto de equilíbrio em torno do qual o sistema oscila (velocidade é máxima):

$$E_1 = \frac{mv^2}{2} + \frac{k_1 x_1^2}{2}$$

$$E_2 = \frac{mv^2}{2} + \frac{k_2 x_2^2}{2}$$

Repare que se adotou que ambas as velocidades são iguais. Portanto:

$$E_1 - E_2 = \frac{1}{2} \cdot (k_1 x_1^2 - k_2 x_2^2)$$

Pelo equilíbrio:

$$mg = k_1 \cdot x_1 \rightarrow x_1 = \frac{mg}{k_1}$$

Analogamente:

$$x_2 = \frac{mg}{k_2}$$

Logo:

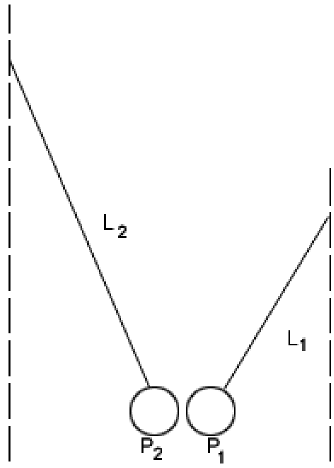
$$E_1 - E_2 = \frac{m^2 \cdot g^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}\right) > 0$$

$$E_1 > E_2$$

Gabarito: C

13. (ITA - 1989)

Dois pêndulos simples, P_1 e P_2, de comprimento L_1 e L_2, estão indicados na figura. Determine L_2 em função de L_1 para que a situação indicada na figura se repita a cada 5 oscilações completas de P_1 e 3 oscilações completas de P_2.



a) $L_2 = 1,66L_1$.

b) $L_2 = 2,77\ L_1$.

c) $L_2 = 0,60\ L_1$.

d) $L_2 = 0,36L1$.

e) $L_2 = 15\ L_1$.

Comentários:

Para que se repita nessas condições:

$$5 \cdot P_1 = 3 \cdot P_2$$

$$5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L_1}{g}} = 3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

$$\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{5}{3} \Rightarrow L_2 = \frac{25}{9} L_1 \cong 2,77 L_1$$

Gabarito: B

14. (ITA - 1990)

Uma experiência foi realizada para se determinar a diferença no valor da aceleração da gravidade, g(A) e g(B), respectivamente, em dois pontos A e B de uma certa área. Para isso construiu-se um pêndulo simples de comprimento l e mediu-se no ponto A o tempo necessário para 100 oscilações

obtendo-se 98 s. No ponto B, para as mesmas 100 oscilações, obteve-se 100 s. Neste caso pode-se afirmar que:

a) g(A) < g(B) e a diferença é aproximadamente de 5%

b) g(A) < g(B) e a diferença é aproximadamente de 4%

c) g(A) > g(B) e a diferença é aproximadamente de 2%

d) somente se pode fazer qualquer afirmativa a respeito dos valores de g(A) e g(B) e se conhecemos o valor de l.

e) nenhuma das anteriores acima é satisfatória.

Comentários:

Fazendo a relação entre os períodos, temos:

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g_A}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g_B}}} = \sqrt{\frac{g_A}{g_B}} = 0{,}98$$

$$\frac{g_B}{g_A} = (1 - 0{,}02)^2 \cong (1 - 2 \cdot 0{,}02) = 0{,}96$$

Gabarito: E

15. (ITA - 1991)

A equação $x = 1 \cdot sen(2t)$ expressa a posição de uma partícula em unidades do sistema internacional. Qual seria a forma do gráfico $v\ (velocidade) \times x\ (posição)$ desta partícula?

a) Uma reta paralela ao eixo de posição.

b) Uma reta inclinada passando pela origem.

c) Uma parábola.

d) Uma circunferência.

e) Uma elipse.

Comentários:

Derivando a posição, encontramos a velocidades:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d(sen\ 2t)}{dt} = 2 \cdot \cos 2t$$

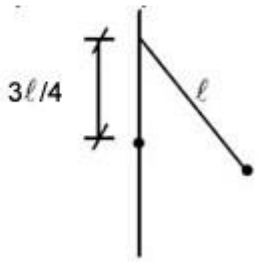
Note que:

$$\frac{v}{2} = \cos 2t \Rightarrow \frac{x}{1} = sen\ 2t \Rightarrow \frac{v^2}{4} + \frac{x^2}{1} = 1$$

Gabarito: E

16. (ITA - 1993)

Um pêndulo simples oscila com um período de 2,0 s. Se cravarmos um pino a uma distância $3l/4$ do ponto de suspensão e na vertical que passa por aquele ponto, como mostrado na figura, qual será o novo período do pêndulo? Desprezar os atritos. Considere ângulos pequenos tanto antes quanto depois de atingir o pino.



a) 1,5 s

b) 2,7 s

c) 3,0 s

d) 4,0 s

e) o período de oscilação não se altera

Comentários:

O comprimento final é de:

$$l' = \frac{l}{4}$$

$$T' = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l'}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{T}{2} = 1s$$

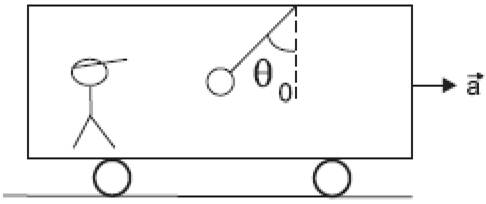
No entanto, o que ocorre é um acoplamento dos dois movimentos. O pêndulo segue em seu MHS original até atingir o prego, quando atinge ele entra no novo MHS, onde permanece meio período até novamente perder contato com o prego. Sendo assim, o período final é de:

$$T_{final} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = 1,5\ s$$

Gabarito: A

17. (ITA - 1998)

No início do século, Albert Einstein propôs que forças inerciais, como aquelas que aparecem em referenciais acelerados, sejam equivalentes às forças gravitacionais. Considere um pêndulo de comprimento L suspenso no teto de um vagão de trem em movimento retilíneo com aceleração constante de módulo a, como mostra a figura. Em relação a um observador no trem, o período de pequenas oscilações do pêndulo ao redor da sua posição de equilíbrio θ_0 é:



a) $2\pi\sqrt{L/g}$

b) $2\pi\sqrt{L/\sqrt{g^2 - a^2}}$

c) $2\pi\sqrt{L/\sqrt{ag}}$

d) $2\pi\sqrt{L/(g + a)}$

e) $2\pi\sqrt{L/\sqrt{g^2 + a^2}}$

Comentários:

O módulo da gravidade aparente é dado por:

$$g_{ap} = \sqrt{g^2 + a^2}$$

Portanto, o período fica:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g_{ap}}}$$

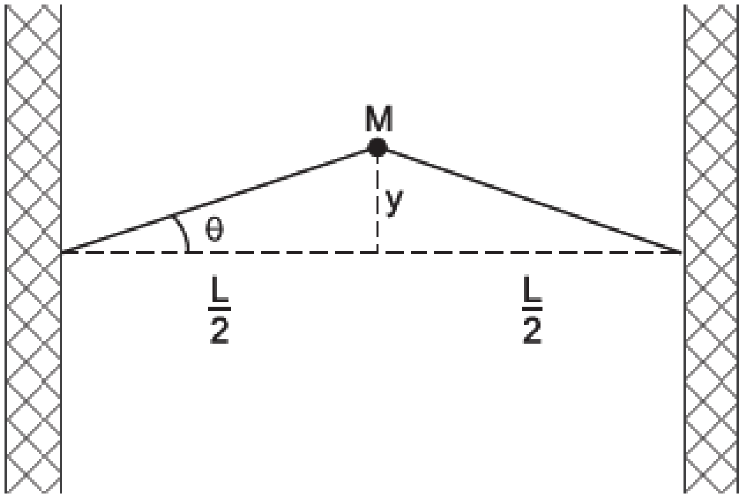
$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$$

Gabarito: E

18. (ITA – 2007 Adaptada)

Uma bolinha de massa M é colada na extremidade de dois elásticos iguais de borracha, cada qual de comprimento $L/2$, quando na posição horizontal. Desprezando o peso da bolinha, esta permanece apenas sob a ação da tensão T de cada um dos elásticos e executa no plano vertical um

movimento harmônico simples, tal que $senx \approx tgx \approx x$. Considerando que a tensão não se altera durante o movimento, o período deste vale:



Comentários:

Considerando a força de cada elástico como T, a força restauradora fica:

$$2 \cdot T \cdot sen\ \theta = k \cdot y$$

Mas, pelas relações trigonométricas dos triângulos retângulos:

$$y = \frac{L}{2} \cdot tg\ \theta$$

Substituindo:

$$2 \cdot T \cdot sen\ \theta = k \cdot \frac{L}{2} \cdot tg\ \theta$$

Como θ é pequeno, $sen \cong tg\ \theta$:

$$2 \cdot T \cdot \frac{2}{L} = k \Rightarrow k = \frac{4T}{L}$$

Então o período é de:

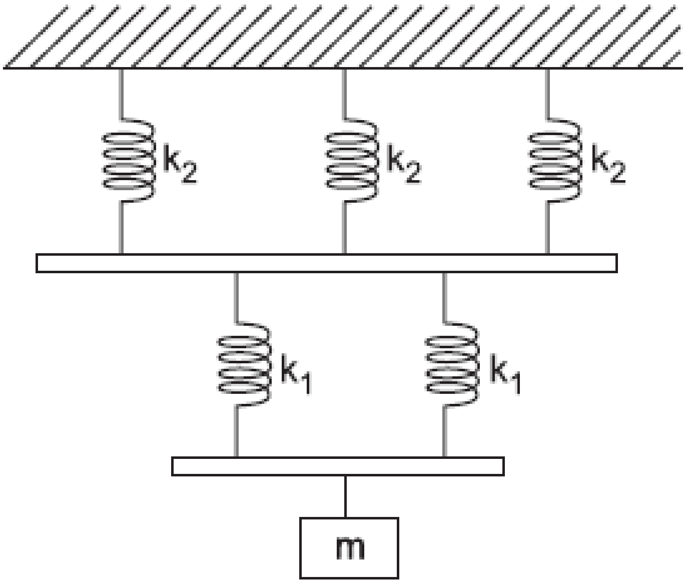
$$P = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{ML}{4T}}$$

Gabarito: $2\pi\sqrt{\frac{ML}{4T}}$

---

19. (ITA – 2007)

Um sistema massa-molas é constituído por molas de constantes k_1 e k_2, respectivamente, barras de massas desprezíveis e um corpo de massa m, como mostrado na figura. Determine a frequência desse sistema.



Comentários:

A associação de molas mostrada consiste em 3 molas em paralelo de coeficiente k_2 em série com 2 molas de coeficiente k_1 em paralelo entre si. Portanto:

$$k_{eq_1} = 3 \cdot k_2$$

$$k_{eq_2} = 2 \cdot k_1$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_{eq_1}} + \frac{1}{k_{eq_2}}$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{3 \cdot k_2} + \frac{1}{2 \cdot k_1}$$

$$k_{eq} = \frac{6 \cdot k_1 \cdot k_2}{2 \cdot k_1 + 3 \cdot k_2}$$

O período é dado por:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{eq}}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{2 \cdot k_1 + 3 \cdot k_2}{6 \cdot k_1 \cdot k_2}}$$

Como $f = \frac{1}{T}$:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot k_1 \cdot k_2}{m \cdot (2 \cdot k_1 + 3 \cdot k_2)}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot k_1 \cdot k_2}{m(2k_1 + 3k_2)}}}$

20. (ITA – 2008)

Uma partícula P_1 de dimensões desprezíveis oscila em movimento harmônico simples ao longo de uma reta com período de 8/3 s e amplitude a. Uma segunda partícula, P_2, semelhante a P_1, oscila de modo idêntico numa reta muito próxima e paralela à primeira, porém com atraso de $\pi/12$ rad em relação a P_1. Qual a distância que separa P_1 de P_2, 8/9 s depois de P_2 passar por um ponto de máximo deslocamento?

a) 1,00a

b) 0,29a

c) 1,21a

d) 0,21a

e) 1,71a

Comentários:

Analisando P_1:

$$T = \frac{8}{3}s \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{8}{3}} = \frac{3\pi}{4}$$

Logo, a equação horária de P_1 é:

$$x_1 = a \cdot \cos(\omega \cdot t_1)$$

Analisando P_2:

$$x_2 = a \cdot \cos(\omega \cdot t_2)$$

Pela informação do atraso:

$$\omega \cdot t_1 = \omega \cdot t_2 + \frac{\pi}{12}$$

O instante que P_2 passa por um momento de máximo deslocamento será adotado como $t = 0$. Portanto:

$$t_2 = \frac{8}{9}s$$

No momento pedido. A distância após $\frac{8}{9}s$ é dado por:

$$|x_1 - x_2| = a \cdot \left|\cos\left(\omega \cdot \frac{8}{9} + \frac{\pi}{12}\right) - \cos\left(\omega \cdot \frac{8}{9}\right)\right|$$

$$|x_1 - x_2| = a \cdot \left|\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{12}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right|$$

$$|x_1 - x_2| = a \cdot \left|\cos\frac{3\pi}{4} - \cos\frac{2\pi}{3}\right|$$

$$|x_1 - x_2| = a \cdot \left|-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\right|$$

$$|x_1 - x_2| = a \cdot 0{,}21$$

Gabarito: D

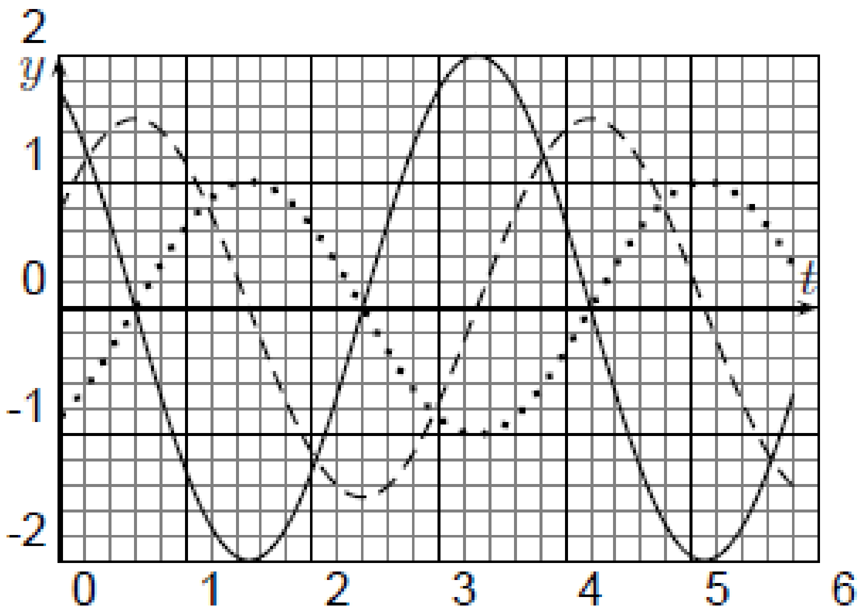
21. (ITA – 2015)

Na figura, as linhas cheias, tracejada e pontilhada representam a posição, a velocidade e a aceleração de uma partícula em um movimento harmônico simples. Com base nessas curvas assinale a opção correta dentre as seguintes proposições:

I. As linhas cheia e tracejada representam, respectivamente, a posição e a aceleração da partícula.

II. As linhas cheia e pontilhada representam, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula.

III. A linha cheia necessariamente representa a velocidade da partícula.



a) apenas I é correta.

b) apenas II é correta.

c) apenas III é correta.

d) todas são incorretas.

e) Não há informações suficientes para análise.

Comentários:

Para um MHS genérico, o período da função posição, velocidade e aceleração são todos iguais. Neste caso:

$$T = 1{,}8\ s = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{\omega}$$

$$\omega = \frac{10\pi}{9} \; rad/s$$

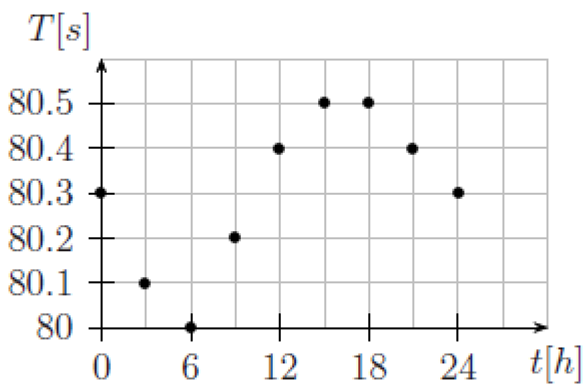
Portanto, é evidente que $\omega > 1$. Portanto, ao se derivar a função posição em função do tempo para obter velocidade, surge o fator multiplicativo ω. Mas, $\omega > 1$, portanto a amplitude deve aumentar. Isso se repete ao derivar a velocidade para obter a aceleração.

Assim sendo, a função periódica de maior amplitude será a aceleração, seguida pela de segunda maior amplitude que é a velocidade, e por último a função de menor amplitude que é a posição.

Gabarito: D

22. (ITA – 2016)

Um pêndulo simples é composto por uma massa presa a um fio metálico de peso desprezível. A figura registra medidas do tempo T em segundos, para 10 oscilações seguidas do pêndulo ocorridas ao longo das horas do dia, t. Considerando que neste dia houve uma variação térmica total de 20°C, assinale o valor do coeficiente de dilatação térmica do fio deste pêndulo.



a) $\mathbf{2 \cdot 10^{-4}\ {}^{\circ}C^{-1}}$

b) $\mathbf{4 \cdot 10^{-4}\ {}^{\circ}C^{-1}}$

c) $\mathbf{6 \cdot 10^{-4}\ {}^{\circ}C^{-1}}$

d) $\mathbf{8 \cdot 10^{-4}\ {}^{\circ}C^{-1}}$

e) $\mathbf{10 \cdot 10^{-4}\ {}^{\circ}C^{-1}}$

Comentários:

A variação térmica de $20°C$ ocorreu entre as 6h da manhã e as 18h à noite. Sabendo que:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

E, chamando o comprimento do fio às 6h de l e o comprimento às 18h de l':

$$l' = l \cdot (1 + \alpha \cdot 20)$$

Comparando os períodos:

$$\frac{T_6}{T_{18}} = \frac{8}{8{,}05} = \sqrt{\frac{l}{l'}} \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{161}\right)^2 = \frac{l}{l'}$$

Como $\frac{1}{161} \ll 1$:

$$l' \cong l \cdot \left(1 - \frac{1}{161}\right)^{-2} \cong l \cdot \left(1 + \frac{2}{161}\right)$$

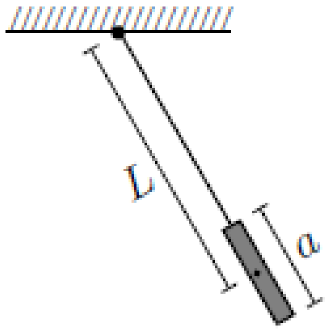
$$\alpha \cdot 20 = \frac{2}{161} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{1610} \cong 6 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$$

Gabarito: C

---

23. (ITA – 2017)

Na figura, um tubo fino e muito leve, de área de seção reta S e comprimento a, encontra-se inicialmente cheio de água de massa M e massa específica ρ. Graças a uma haste fina e de peso desprezível, o conjunto forma um pêndulo simples de comprimento L medido entre o ponto de suspensão da haste e o centro de massa inicial da água. Posto a oscilar, no instante inicial começa a pingar água pela base do tubo a uma taxa constante $r = -\Delta M/\Delta t$. Assinale a expressão da variação temporal do período do pêndulo.



a) $2\pi\sqrt{L/g}$

b) $\frac{2\pi\sqrt{\rho LS - rt}}{\sqrt{\rho \cdot S \cdot g}}$

c) $\frac{2\pi\sqrt{\rho LS + rt}}{\sqrt{\rho S g}}$

d) $\frac{2\pi\sqrt{2\rho LS - rt}}{\sqrt{2\rho S g}}$

e) $\frac{2\pi\sqrt{2\rho LS + rt}}{\sqrt{2\rho S g}}$

Comentários:

O período depende da distância entre o centro de massa do tubo e o ponto de fixação. O centro de massa irá deslocar-se conforme a água vaza. A altura da água inicial é de a. A cada intervalo Δt ele perde uma altura Δh.

$$\frac{\Delta M}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{\Delta h \cdot S \cdot \rho}{\Delta t} = -r$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = -\frac{r}{S \cdot \rho}$$

Portanto, a cada Δt, o centro de massa desloca-se uma distância $\frac{\Delta h}{2}$ em relação ao ponto de fixação. Logo, o comprimento após um tempo t é dado por:

$$L + \frac{\left|\frac{\Delta h}{\Delta t}\right|}{2} \cdot t = L + \frac{r \cdot t}{2 \cdot S \cdot \rho}$$

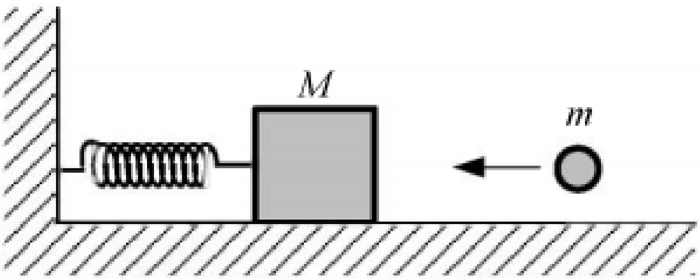
E o período fica:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L + \frac{r \cdot t}{2 \cdot \rho \cdot S}}{g}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot S \cdot L + rt}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot S \cdot g}}$$

Gabarito: E

24. (IME – 2020 – 1ª)



Um sistema mecânico, composto por um corpo de massa M conectado a uma mola, está inicialmente em equilíbrio mecânico e em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, conforme mostra a figura. Um projétil esférico de massa m é disparado na direção horizontal contra a massa M, provocando um choque perfeitamente inelástico que inicia uma oscilação no sistema.

Dados:

- **M = 10 kg;**
- **m = 2 kg;**
- **amplitude de oscilação do sistema = 0,4 m; e**
- **frequência angular = 2 rad/s**

A velocidade do projétil antes do choque entre as massas M e m, em m/s, é:

a) 0,8

b) 1,6

c) 2,4

d) 4,8

e) 9,6

Comentários:

Pela conservação da quantidade de movimento:

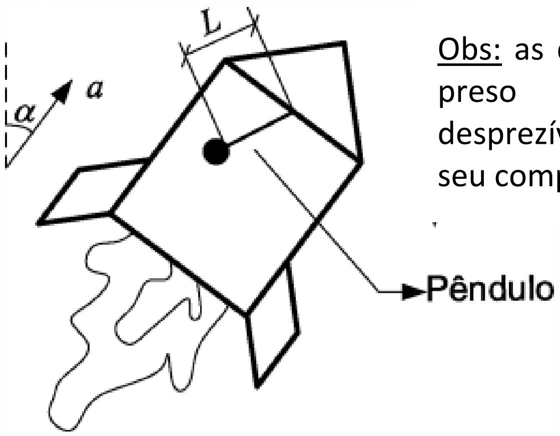
$$mv_0 = (M+m)v \rightarrow v = \frac{m}{M+m}v_0$$

$$E = \frac{(M+m)v^2}{2} = \frac{m^2v_0^2}{2(M+m)} = \frac{kA^2}{2} \rightarrow k = \frac{m^2v_0^2}{2(M+m)A^2} = \frac{v_0^2}{0{,}48}$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{M+m}} \rightarrow k = w^2(M+m) = 48 = \frac{v_0^2}{0{,}48} \rightarrow v_0 = 4{,}8m/s$$

Gabarito: D

25. (IME – 2020 – 1ª Fase)



Obs: as dimensões do corpo preso ao pêndulo são desprezíveis em relação ao seu comprimento.

Um foguete desloca-se com aceleração constante a, que forma um ângulo α com a vertical, como mostra a figura, em uma região cujo campo gravitacional local é g. No interior do foguete há um pêndulo simples de comprimento L. Na condição de equilíbrio, o período τ do pêndulo para oscilações de pequenas amplitudes é:

a) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 + a^2 + 2agsen\alpha}}}$

b) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2-2agcos\alpha}}}$

c) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2-agsen\alpha}}}$

d) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2+agcos\alpha}}}$

e) $2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2+a^2+2agcos\alpha}}}$

Comentários:

A gravidade aparente do pêndulo é igual a:

$$\overrightarrow{g_{ap}} = \vec{g} - \vec{a}$$

$$g_{ap} = \sqrt{g^2 + a^2 + 2ag\cos\alpha}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{ap}}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 + a^2 + 2ag\cos\alpha}}}$$

Gabarito: E

26.

Uma partícula, que se encontra em MHS ao longo de uma reta horizontal, inicia seu movimento quando a velocidade e nula e a aceleração é negativa. Durante o primeiro segundo a partícula percorre uma distância l_1. Já no segundo seguinte, percorre l_2 ainda na mesma direção. Encontre a amplitude das oscilações.

a) $A = \frac{2l_1^2}{3l_{1-l_2}}$

b) $A = \frac{2l_2^2}{3l_{1-l_2}}$

c) $A = \frac{l_1^2}{2l_{1-l_2}}$

d) $A = l_1 + l_2$

e) $A = l_1 + 2l_2$

Comentários:

Se a velocidade é inicialmente nula, adota-se que:

$$v(t) = -\omega \cdot A \cdot sen\,(\omega \cdot t)$$

Portanto:

$$a(t) = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Assim, ambas as condições fornecidas pelo exercício são atendidas. Logo:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

No primeiro segundo percorre l_1:

$$x(1) - x(0) = l_1$$

$$l_1 = A \cdot \cos(\omega) - A$$

No seguinte percorre l_2:

$$l_2 = x(2) - x(1)$$

$$l_2 = A \cdot \cos(2 \cdot \omega) - A \cdot \cos(\omega)$$

$$l_2 = A \cdot (2 \cdot \cos^2 \omega - 1 - \cos(\omega))$$

De l_1:

$$\frac{l_1}{A} + 1 = \cos \omega$$

Substituindo em l_2:

$$l_2 = A \cdot \left(2 \cdot \left(\frac{l_1}{A} + 1\right)^2 - 1 - \frac{l_1}{A} - 1\right)$$

$$l_2 = A \cdot \left(2 \cdot \frac{l_1^2}{A^2} + 4 \cdot \frac{l_1}{A} + 2 - 2 - \frac{l_1}{A}\right)$$

$$l_2 = A \cdot \left(\frac{2l_1^2}{A^2} + \frac{3l_1}{A}\right) \Rightarrow l_2 - 3l_1 = \frac{2l_1^2}{A}$$

$$A = \left|\frac{2l_1^2}{l_2 - 3l_1}\right|$$

Gabarito: A

27.

Assinale o item que contém a afirmativa falsa.

a) O período de um pêndulo simples aumenta com o aumento do ângulo máximo de desvio em relação à posição de equilíbrio.

b) O período de um pêndulo simples depende do ângulo máximo de abertura mesmo quando estes são pequenos.

c) Uma força constante atuando sobre uma partícula que executa MHS não altera a velocidade máxima e nem o período do movimento, considerando a mesma amplitude.

d) Se passar a atuar uma força da forma $F = -bv$ em uma partícula que executava um MHS presa a uma mola ideal, a amplitude do movimento diminui com o tempo.

e) Para que haja um MHS, a partícula deve estar nas proximidades de um equilíbrio estável.

Comentários:

- a) é verdade contanto que se mantenha, mesmo com o aumento, um ângulo pequeno, pois, nesse caso, o período ($2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$) independe de θ.

- b) contrário à letra a.

- c) apenas desloca a posição de equilíbrio.

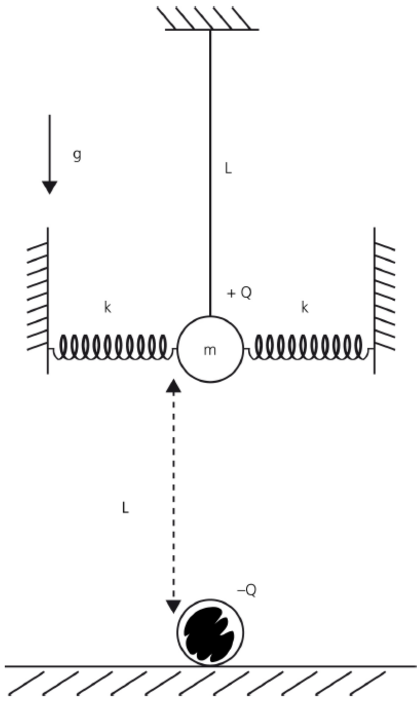
- d) essa equação é característica de amortecedor.

- e) verdade, pois deve haver uma força restauradora que busca retornar a partícula ao equilíbrio.

Gabarito: B

28.

Um pêndulo simples e conectado a duas molas idênticas, inicialmente sem deformação, conforme a figura. Sabendo que a uma distância L abaixo da carga Q, se encontra uma carga fixa de mesmo modulo e sinal oposto $-Q$, determine, em função da constante elástica k, da massa m, da carga Q do objeto, da aceleração da gravidade g e do comprimento do pêndulo L, o período do movimento. Utilize aproximação para pequenos deslocamentos.



a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 L^3}{4\pi\varepsilon_0 mgL^2+Q^2}}$

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 L^3}{8\pi K\varepsilon_0 L^3+4\pi\varepsilon_0 mgL^2}}$

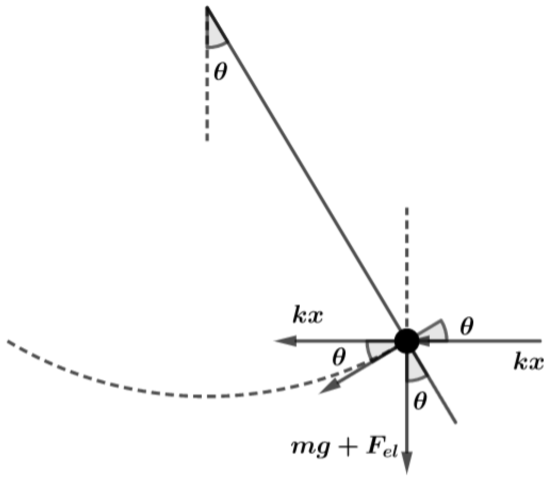
c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 L^3}{4\pi K\varepsilon_0 L^3+4\pi\varepsilon_0 mgL^2-Q^2}}$

d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 L^3}{8\pi K\varepsilon_0 L^3+4\pi\varepsilon_0 mgL^2+Q^2}}$

e) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 L^3}{8\pi K\varepsilon_0 L^3+4\pi\varepsilon_0 mgL^2+Q^2}}$

Comentários:

A força restauradora será uma composição das forças elásticas, elétrica e gravitacional. Isolando o corpo:



A força restauradora fica, portanto:

$$2 \cdot k \cdot x \cdot \cos\theta + mg \cdot sen\,\theta + F_{el} \cdot sen\,\theta = k' \cdot x$$

Com:

- k é a constante elástica das molas;

- $m \cdot g$ é o peso da esfera;

- k' é a constante da força restauradora.

$$F_{el} = K \cdot \frac{Q^2}{L^2 + x^2} \cong \frac{KQ^2}{L^2}$$

Substituindo:

$$2 \cdot k \cdot x \cdot \cos\theta + m \cdot g \cdot sen\,\theta + K \cdot \frac{Q^2}{L^2} \cdot sen\,\theta = k' \cdot x$$

Com:

$$sen\,\theta \cong tg\,\theta \cong \frac{x}{L}$$

E:

$$\cos\theta \cong 1$$

Temos:

$$2 \cdot k \cdot x + mg \cdot \frac{x}{L} + K \cdot \frac{Q^2}{L^2} \cdot \frac{x}{L} = k' \cdot x$$

$$k' = 2k + \frac{mg}{L} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{L^3}$$

$$k' = \frac{8 \cdot k \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot L^3 + 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot L^2 \cdot m \cdot g + Q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot L^3}$$

Assim:

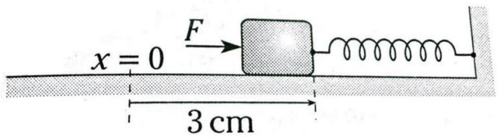
$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k'}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot L^3 \cdot m}{8 \cdot k \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot L^3 + 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot L^2 \cdot m \cdot g + Q^2}}$$

Gabarito: D

29.

Um bloco de $1\ kg$ é fixo em uma mola $K = 25\ N/m$, de tal maneira que oscila em uma superfície horizontal lisa. Em $t = 0\ s$ a mola está comprimida 3 cm e o sistema é solto. Determine as equações das posições e da velocidade, respectivamente.



a) $\vec{x} = 6sen\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm;\ \vec{v} = 30sen\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm/s$

b) $\vec{x} = 30sen\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm;\ \vec{v} = 6sen\left(5t + \frac{2\pi}{3}\right)\ cm/s$

c) $\vec{x} = 6cos\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm;\ \vec{v} = 30sen\left(5t + \frac{2\pi}{3}\right)\ cm/s$

d) $\vec{x} = 3sen\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)\ cm;\ \vec{v} = 15cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)\ cm/s$

e) $\vec{x} = 3sen\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)\ cm;\ \vec{v} = 6cos\left(5t + \frac{\pi}{3}\right)\ cm/s$

Comentários:

A amplitude é igual a 3 devido à condição inicial. O ômega pode ser calculado:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{25} = 5\frac{rad}{s}$$

E, para t=0, a fase inicial é de $\frac{\pi}{2}$. Logo:

$$\vec{x} = 3 \cdot sen\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Derivando em função do tempo:

$$\vec{v} = 15 \cdot \cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Gabarito: D

30.

Um bloco unido a uma mola vertical é puxado para baixo $4\ cm$ em relação à posição de equilíbrio e depois solto. A aceleração inicial do bloco é $0,16\ m/s^2$ para cima. Determine a equação do movimento.

a) $0,4sen\left(2t+\frac{3\pi}{2}\right)\ m$

b) $4sen\left(2t+\frac{\pi}{2}\right)\ cm$

c) $4sen\left(2t+\frac{5\pi}{2}\right)\ cm$

d) $0,04sen\left(2t+\frac{\pi}{2}\right)\ m$

e) $4sen\left(2t+\frac{3\pi}{2}\right)\ cm$

Comentários:

A amplitude é 4cm devido ao deslocamento em relação à posição de equilíbrio. A aceleração, por sua vez é dado por:

$$a = -A \cdot \omega^2$$

Sendo o sinal negativo relacionado ao sentido oposto do deslocamento. Portanto:

$$0{,}16 = 0{,}04 \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = 2$$

O período inicial do movimento é de $\frac{\pi}{2}$, pois a posição inicial é de -0,04 m. Portanto:

$$\vec{x} = 0{,}04 \cdot sen\ \left(2 \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)\ m = 4 \cdot sen\ \left(2 \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Gabarito: E

31.

Ao suspender um bloco de $10\ kg$ de mola, a mola se estira $6,25\ cm$. Determine o período de oscilação ao suspender um bloco de $16\ kg$ através da mesma mola.

a) $\pi\ s$

b) $2\pi\ s$

c) $0,2\pi\ s$

d) 2 s

e) 1 s

Comentários:

Pelo equilíbrio do bloco:

$$100 = 0{,}0625 \cdot k \Rightarrow k = \frac{10^2}{25^2 \cdot 10^{-4}} = \frac{10^6}{25^2}$$

O período da segunda situação é dado por:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{16 \cdot 25^2}{10^6}} = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-1} = 0{,}2\,\pi$$

Gabarito: C

32.

Um bloco de $100\ g$, unido a uma mola de rigidez $10\ N/m$ e oscila com uma amplitude de $10\ cm$, sobre um piso horizontal liso. Se rapidamente, no primeiro extremo de uma oscilação, unidos a esse bloco, outro de $300\ g$, determine a nova amplitude e o novo período.

a) 10 cm; π/5 s

b) 10 cm; 4π/5 s

c) 5 cm; 2π/5 s

d) 10 cm; 2π/5 s

e) 20 cm; π/5 s

Comentários:

A amplitude se mantém (basta imaginar q inicia-se um novo MHS soltando um corpo único de 400g de uma posição deslocada 10cm do equilíbrio). Com o aumento da massa, o período varia. Podemos calculá-lo por:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}4}{10}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}2 = 0{,}4\ \cdot \pi = \frac{2\pi}{5} s$$

Gabarito: D

33.

Uma esfera de $1\ kg$ permanece em equilíbrio, suspendida por uma mola de rigidez $100\ N/m$. A esfera é elevada $4\ cm$ e logo é lançada com uma velocidade de $0,4\sqrt{3}\ m/s$ para baixo. Determine sua posição após $2\pi/15$ s de seu lançamento.

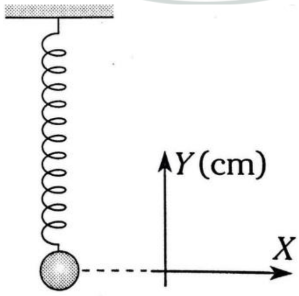
a) $-2\,j\ cm$

b) $+2\,j\ cm$

c) $+4\,j\ cm$

d) $-4\,j\ cm$

e) $+8\,j\ cm$



Comentários:

Primeiramente, calculando-se ω:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\frac{rad}{s} \Rightarrow y = A \cdot sen\,(\omega t + \delta) = A \cdot sen\,(10 \cdot t + \delta)$$

$$v_y = 10 \cdot A \cdot \cos(10 \cdot t + \delta)$$

Fazendo-se $\frac{y}{v_y}$:

$$\frac{y}{v_y} = \frac{1}{10} \cdot tg\,(10 \cdot t + \delta)$$

Para t=0, o valor desta relação é conhecido. Logo:

$$\frac{1}{10} \cdot tg\,(\delta) = \frac{0{,}04}{-0{,}4 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{10} \cdot -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Logo:

$$\delta = 150°$$

Sabendo-se isso e sabendo-se a posição em t=0:

$$0{,}04 = A \cdot sen\,(150°) \Rightarrow 0{,}04 = A \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow A = 0{,}08\,m$$

Portanto, a equação horária fica:

$$y = 0{,}08 \cdot sen\left(10 \cdot t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

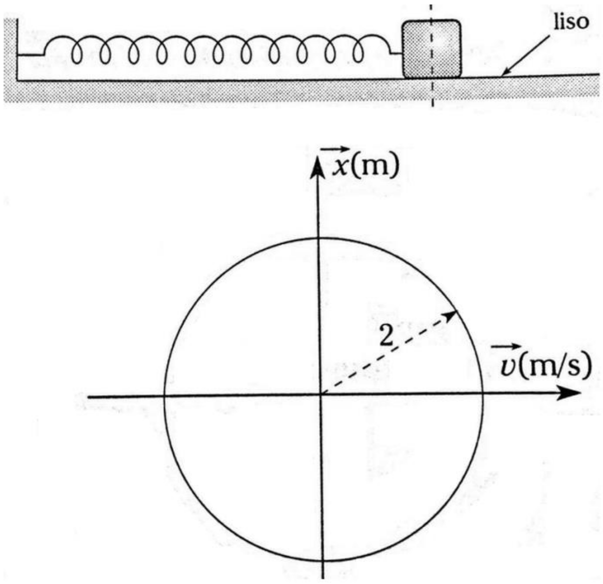
Substituindo $t = \frac{2\pi}{15}$, tem-se:

$$y = 0{,}08 \cdot sen\left(10 \cdot \frac{2\pi}{15} + \frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow y = 0{,}08 \cdot sen\left(\frac{13\pi}{6}\right) \Rightarrow y = 0{,}08 \cdot \frac{1}{2} = 0{,}04\,m$$

Gabarito: C

34.

O bloco mostrado é puxado para direita de sua posição de equilíbrio e lançado com uma velocidade de $\sqrt{3}\,\hat{\imath}$ m/s. Determine sua aceleração para $t = \pi/3\ s$ se sua posição varia com a velocidade de acordo com o gráfico abaixo.



a) $2\sqrt{3}\,\hat{\imath}\ m/s^2$

b) $-2\sqrt{3}\,\hat{\imath}\ m/s^2$

c) $-2\,\hat{\imath}\ m/s^2$

d) $-3\,\hat{\imath}\ m/s^2$

e) $5\,\hat{\imath}\ m/s^2$

Comentários:

De forma genérica:

$$x = A \cdot \text{sen}\ (\omega t + \delta)$$

$$v = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega t + \delta)$$

Assim:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2 \cdot \omega^2} = 1$$

Tem-se uma elipse. No entanto, observa-se que na questão, o gráfico fornecido é de uma circunferência. Isso impõe que:

$$A = A \cdot \omega \Rightarrow \omega = 1\,rad/s \Rightarrow A = 2\,m$$

Assim, considerando a equação da velocidade no instante $t = 0$:

$$v = 2 \cdot \cos(t + \delta) \Rightarrow \sqrt{3} = 2 \cdot \cos(\delta) \Rightarrow \delta = 30°$$

Logo, a sua aceleração é dada por:

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot sen\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Para $t = \frac{\pi}{3} s$:

$$a = -2 \cdot 1 \cdot sen\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow a = -2\, m/s$$

Gabarito: C

35.

Um bloco unido a uma mola oscila sobre um piso horizontal liso. Se si observa que entre os extremos de cada oscilação existe uma distância de $40\ cm$; determine sua velocidade em função do tempo, considere que em $t = 0$ o bloco passa por $\vec{x} = +10\ cm$ (direita) e sua velocidade máxima é de $2\ m/s$.

a) $\cos\left(20t + \frac{\pi}{6}\right)\ m/s$

b) $2\cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)\ m/s$

c) $2\cos\left(20t + \frac{\pi}{6}\right)\ m/s$

d) $2\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)\ m/s$

e) $2sen\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)\ m/s$

Comentários:

Pelo enunciado:

$$A = 20\ cm$$

Adotando genericamente:

$$x = A \cdot sen\,(\omega t + \delta)$$

Para $t = 0$:

$$10 = 20 \cdot sen\,(\delta) \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{6}$$

Derivando a posição em função do tempo:

$$v = \omega \cdot A \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Portanto, sua velocidade máxima é dada por:

$$v_{máx} = \omega \cdot A \Rightarrow \omega \cdot 0{,}2 = 2 \Rightarrow \omega = 10\, rad/s$$

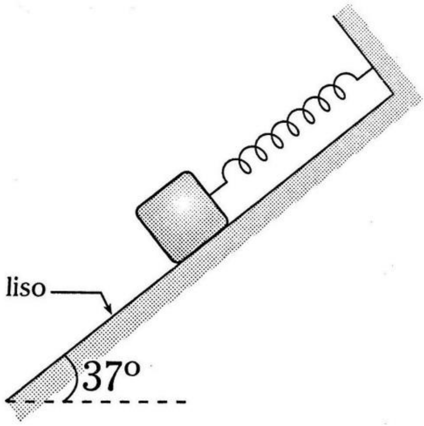
Substituindo:

$$v = 2 \cdot \cos\left(10 \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Gabarito: D

36.

A figura mostra um sistema oscilador em repouso, onde a mola está deformada 6 cm. Repentinamente, o bloco é impulsionado para a base do plano notando-se uma aceleração máxima de 4 m/s². Quanto percorre o bloco durante os primeiros $3\pi/20$ segundos?



a) 11 cm

b) 12 cm

c) 13 cm

d) 14 cm

e) 15 cm

Comentários:

Pelo equilíbrio antes de impulsionar o bloco:

$$k \cdot x = m \cdot g \cdot sen\ 37°$$

$$\frac{m}{k} = \frac{x}{g \cdot sen\ 37°} = \frac{0{,}06}{10 \cdot 0{,}6} = \frac{1}{100}$$

Assim:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{10} = \frac{2 \cdot \pi}{10}$$

Adotando de forma genérica:

$$x = A \cdot sen\ (\omega \cdot t + \delta)$$

A aceleração máxima é dada por:

$$a_{máx} = A \cdot \omega^2$$

Em que:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \Rightarrow a_{máx} = 100 \cdot A = 4 \Rightarrow A = 4\ cm$$

Deve-se notar que:

$$\frac{3\pi}{20} = 0{,}75 \cdot T$$

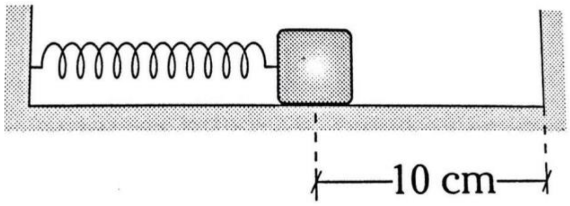
A cada T, o bloco percorre $2A$. Assim:

$$0{,}75 \cdot 2A = 12\ cm$$

Gabarito: B

37.

Um bloco liso de 1 kg se encontra em repouso na posição mostrada. Se a mola é comprimida 20 cm e logo após é solta, este bloco adquire uma energia cinética de 2 J. Determine o tempo que demora o bloco voltar para a posição de onde foi solto. Considere que o bloco é elástico.



a) 2π/5 s

b) 2π/15 s

c) 3π/7 s

d) 4π/15 s

e) 2π/7 s

Comentários:

Considerando que o choque é elástico, o bloco ao chocar-se com a parede adquire imediatamente velocidade de mesmo módulo e sentido trocado. Ou seja, é como se o bloco "pulasse" um pedaço do MHS. Ele salta do ponto em que $x = 10$ e $v = +v$ direto para o ponto em que $x = 10$ e $v = -v$. Portanto, é necessário calcular em que momento do MHS ocorre o choque, assim podemos prever qual a quantidade do movimento que é "pulada". Pelo enunciado

$$A = 20\ cm$$

E, comparando o momento de compressão ao momento de máxima energia cinética:

$$k \cdot \frac{x^2}{2} = E_c \Rightarrow k \cdot \frac{0{,}04}{2} = 2 \Rightarrow k = 100\ N/m$$

Portanto:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10\ rad/s$$

Assim, nossa posição fica:

$$x = 20 \cdot sen\,(10 \cdot t + \delta)$$

Para $t = 0$, $x = -20$ (adotando x positivo para a direita):

$$-20 = 20 \cdot sen(0 + \delta) \Rightarrow \delta = -\frac{\pi}{2}$$

O choque com a parede ocorre em:

$$10 = 20 \cdot sen\left(10 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Portanto:

$$10 \cdot t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{\pi}{15}\ s$$

Ou:

$$10 \cdot t - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{2\pi}{15}\ s$$

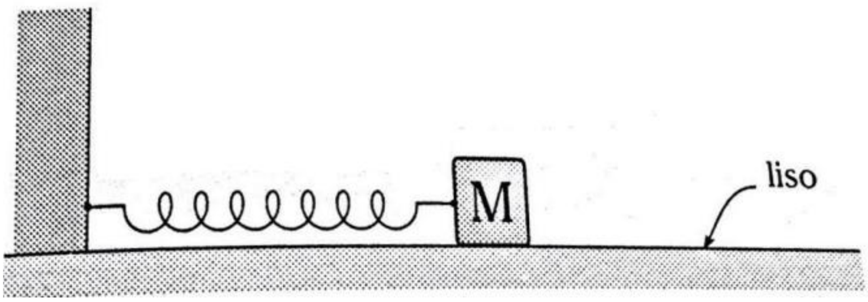
Portanto, nosso MHS segue normalmente até $t = \frac{\pi}{15}\ s$, onde ele "pula" direto para $t = \frac{2\pi}{15}\ s$. Assim, para voltar à posição inicial, normalmente levaria um período, mas, devido a esse choque, o tempo necessário foi reduzido em $\frac{\pi}{15}\ s$. Portanto, o tempo necessário para retornar à posição inicial foi de:

$$t = T - \frac{\pi}{15} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} - \frac{\pi}{15} = \frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{15} = \frac{2\pi}{15}$$

Gabarito: B

38.

O oscilador mostrado realiza um MHS com uma amplitude de 20 cm e frequência $f = 0,5\ Hz$. Determine a energia potencial que apresenta a mola no instante em que esta é igual à energia cinética do bloco. ($\pi^2 = 10;\ M = 20\ g$)



a) 2 mJ

b) 3 mJ

c) 4 mJ

d) 1 mJ

e) 0,5 mJ

Comentários:

Pela equação do período, temos:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{M}} \Rightarrow 0{,}5 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{0{,}02}} \Rightarrow \pi^2 = \frac{k}{0{,}02} \Rightarrow k = 0{,}2\frac{N}{m}$$

Calculando-se a energia potencial em um dos extremos ($E_c = 0$):

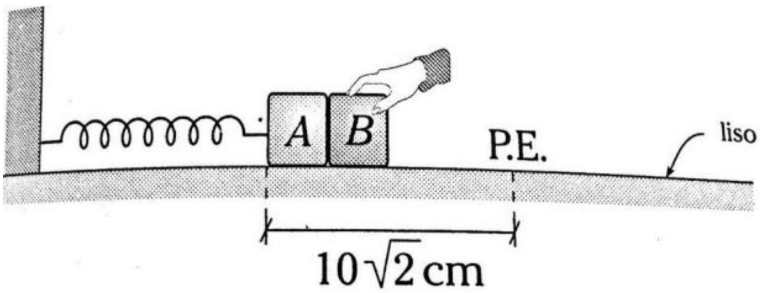
$$E_P = \frac{k \cdot x^2}{2} = 0{,}2 \cdot \frac{0{,}2^2}{2} = 4 \cdot 10^{-3} J = 4\, mJ$$

Quando $E_c = E_P$, teremos que $E_P = \frac{4}{2} mJ = 2\, mJ$.

Gabarito: A

39.

O bloco A de 400 g está soldado a uma mola de constante elástica 10 N/m e com um bloco B de 400 g a mola se deforma $10\sqrt{2}$ cm. Depois de se abandonar o bloco B, determine a equação de movimento do bloco A.



a) $0,2sen(10t)m$

b) $0,1sen(10t)m$

c) $0,1sen(5t)m$

d) $0,1sen(4t)m$

e) $0,6sen(2t)m$

Comentários:

Repare que o bloco A possuí faixas de tempo de aceleração e desaceleração (adotando x positivo para a direita) enquanto B possui apenas um período de aceleração e eventual desprendimento de A. Portanto, o desprendimento ocorre quando a aceleração de a tornar-se nula (em seguida tornando-se negativa).

Calculando ω (velocidade angular após o bloco B desacoplar):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_A}} = \sqrt{\frac{10}{0{,}4}} = 5\,rad/s$$

Pode-se considerar que ao desacoplar o bloco B, o bloco A entra em um MHS, dado por:

$$x(t) = A \cdot sen\,(\omega \cdot t + \delta)$$

$$v(t) = \omega \cdot A \cdot \cos\,(\omega \cdot t + \delta)$$

$$a(t) = -\omega^2 \cdot A \cdot sen\,(\omega \cdot t + \delta)$$

Sobre as condições iniciais:

$$a(0) = 0$$

Portanto:

$$0 = -\omega^2 \cdot A \cdot sen(\delta)$$

$$\delta = 0$$

Logo:

$$x(0) = A \cdot sen(0) = 0$$

Sabendo-se que o bloco B desacopla após o bloco A assumir aceleração nula, isso significa que ele se desacopla quando ambos têm velocidade máxima. Como ambos tem velocidade máxima e a mola está sem deformação, quando B desacoplar ele "leva" consigo metade da energia do sistema, pois:

$$E_{C_A} = E_{C_B}$$

$$E_{P_A} = 0$$

Portanto, quando o sistema perde metade de sua energia, a extensão máxima da mola deve considerar isso. Anteriormente:

$$k \cdot \frac{A^2}{2} = 2 \cdot E_C$$

Após B se desacoplar:

$$k \cdot \frac{A'^2}{2} = E_C$$

Assim:

$$\frac{A'}{A} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Mas, $A = 10\sqrt{2}$:

$$A' = 10\,cm$$

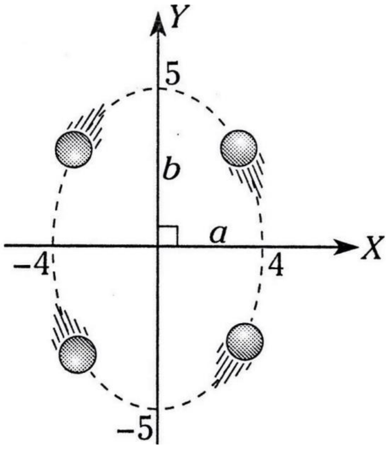
Portanto, a equação horária fica:

$$x = 0{,}1 \cdot sen\,(5t)\,m$$

Gabarito: C

40.

Um corpo realiza uma trajetória elíptica tal como se mostra a figura. Se a equação de sua projeção no eixo Y é $\vec{y} = 5sen(2\pi t)$, determine a equação do movimento da projeção no eixo $\vec{x}$ e o ângulo da fase inicial do movimento.



a) $\vec{x} = 4\cos(2\pi t)\,;\ \pi/2$

b) $\vec{x} = 2\cos(2\pi t)\,;\ \pi/2$

c) $\vec{x} = 4\,\mathrm{sen}(2\pi t)\,;\ \pi$

d) $\vec{x} = \cos(2\pi t)\,;\ \pi/2$

e) $\vec{x} = 8\,\mathrm{sen}(2\pi t)\,;\ \pi/4$

Comentários:

O gráfico é definido pela elipse:

$$\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 16 - \left(\frac{4}{5}\cdot y\right)^2 \Rightarrow x^2 = 16 - \left(4 \cdot sen\ (2\cdot\pi\cdot t)\right)^2$$

$$x^2 = 4^2(1 - sen(2\cdot\pi\cdot t)^2) \Rightarrow x = 4\cdot\cos(2\cdot\pi\cdot t)$$

O objeto inicia na posição $\frac{\pi}{2}$ no MHS do eixo x (amplitude máxima positiva).

Gabarito: A

41.

Sobre as afirmações abaixo julgue se são verdadeiras (V) ou falsas (F).

I. O período (T) de um MHS se altera se o corpo que oscila recebe um impulso externo.

II. Ao se duplicar a amplitude das oscilações de um MHS a energia mecânica do sistema oscilador se quadruplica.

III. Em um MHS ao diminui a amplitude, a frequência (f) das oscilações aumenta.

a) VVV

b) VVF

c) FVV

d) FVF

e) FFV

Comentários:

- I é falsa. T independe da energia do sistema, depende somente de k e M.

- II é verdadeira. A energia mecânica pode ser calculada pela energia potencial nos extremos do movimento. Como a energia potencial depende do quadrado da amplitude, se dobrar a amplitude a energia quadruplica.

- III é falsa. Igual à I.

Gabarito: D

42.

Sobre as afirmações abaixo julgue se são verdadeiras (V) ou falsas (F).

I. Os sistemas que são oscilatórios periódicos na ausência da ação externa periódica se denominam sistemas auto-oscilatórios.

II. As oscilações forçadas sempre ocorrem com a mesma frequência com que se varia a força externa.

III. A ressonância é uma aplicação utilizada em uma série de aparatos para medir a frequência das oscilações.

a) FVV

b) FFV

c) FVF

d) VVV

e) FFF

Comentários:

- I é verdadeira. Auto-oscilações surgem de forças internas.

- II é verdadeira. Oscilações forçadas são aquelas sobre as quais atuam forças periódicas. A frequência de variação da força é igual à frequência do sistema. Isso é perceptível, basta tentar imaginar que isso não se cumpre, chega-se à uma situação absurda em que cada “período” comportar-se-ia diferente do anterior, assim, não poderia sequer caracterizar como um período.

- III é verdadeira. O frequencímetro se baseia no princípio da ressonância.

Gabarito: D

43.

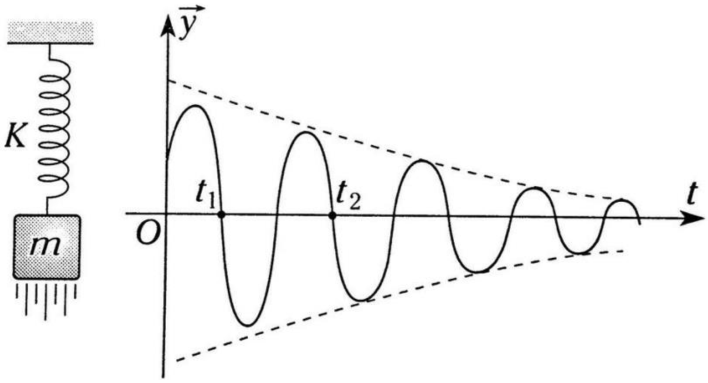
O gráfico abaixo mostra o comportamento de um movimento oscilatório. Então podemos afirmar que:

I. A equação das oscilações é $\vec{y} = Asen(\omega t + \varphi)$.

II. A energia mecânica se conserva.

III. O período das oscilações é $t2 - t1$.

IV. A equação do movimento oscilatório, é $\vec{y} = Ae^{-c.t}$; c $\in$ Z^+ e as oscilações são amortecidas.



a) I e II são verdadeiras

b) I e IV são falsas

c) II e III são verdadeiras

d) III é verdadeira

e) II e IV são falsas

Comentários:

- I é falsa. A amplitude varia com o tempo, portanto a equação não condiz com o fenômeno.

- II é falsa, a amplitude das oscilações está diminuindo, portanto, sua energia mecânica também diminui.

- III é verdadeiro. O período é constante, variando somente a amplitude. O MHS amortecido é definido pela equação:

$$x = C \cdot e^{-\gamma \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha)$$

Em que o período é dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

E a amplitude em função do tempo é:

$$A = C \cdot e^{-\gamma \cdot t}$$

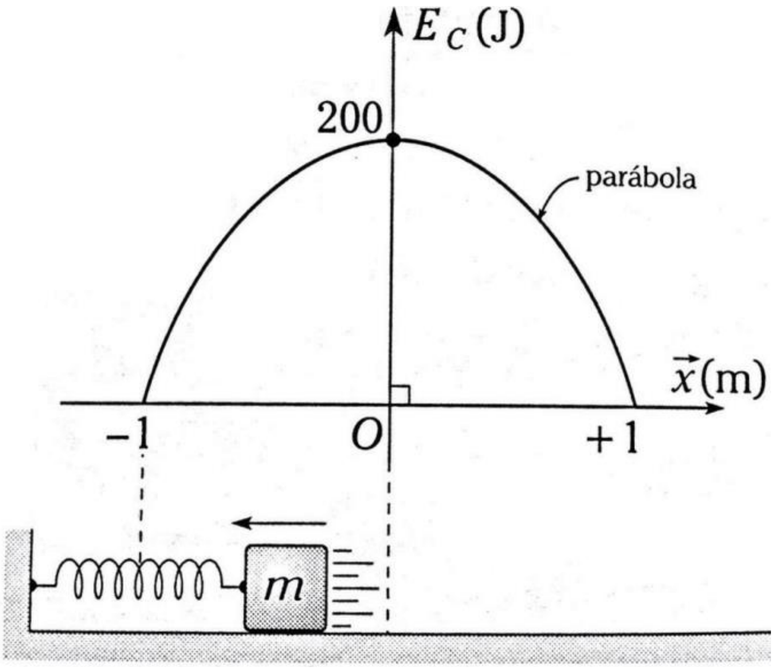
(Observar que as curvas limitantes são caracterizadas por essa equação).

-IV é falsa pelo exposto anteriormente.

Gabarito: D

44.

Se a massa do oscilador é $m = 4\ kg$ e sua energia cinética varia com sua posição $\vec{x}$ segundo o gráfico, qual é o período da oscilação?



a) π/4 s

b) π/5 s

c) π/6 s

d) π/2 s

e) π/3 s

Comentários:

Igualando a energia cinética máxima (quando $E_P = 0$) à energia potencial máxima (quando $x = A$):

$$200 = k \cdot \frac{A^2}{2} = k \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow k = 400\ N/m$$

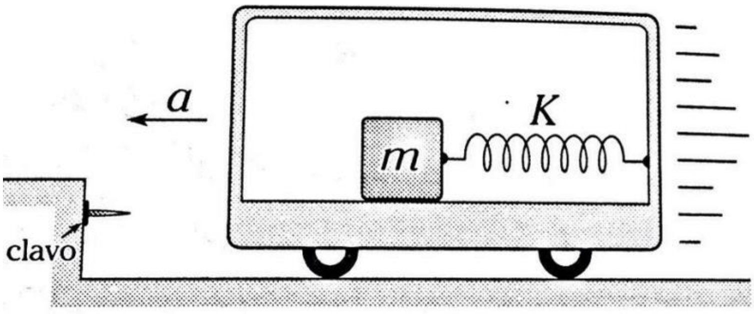
Calculando-se o período:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{4}{400}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}\ s$$

Gabarito: B

45.

Um carrinho acelera com a m/s^2 e gruda a um prego preso na parede. Determine a máxima velocidade do bloco de massa m apoiado sobre a superfície horizontal lisa interna do carrinho, se no instante que se dá o choque ele tem uma velocidade v.



a) $\frac{ma}{k}\sqrt{\frac{K}{m}}$

b) $\frac{2ma}{k}\sqrt{\frac{K}{2m}} + v$

c) $\frac{ma}{k}\sqrt{\frac{K}{2m}}$

d) $\sqrt{v^2 + \frac{m.a^2}{K}}$

e) $\sqrt{v^2 + \frac{K.a^2}{m}}$

Comentários:

Pelo equilíbrio dentro do carrinho:

$$k \cdot x = m \cdot a \Rightarrow x = \frac{m \cdot a}{k}$$

A energia mecânica do bloco antes do impacto é:

$$E_{M_i} = E_P + E_C = k \cdot \frac{x^2}{2} + m \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{m \cdot a}{k}\right)^2 + m \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$E_{M_i} = \frac{m^2 \cdot a^2}{2 \cdot k} + \frac{m \cdot v^2}{2}$$

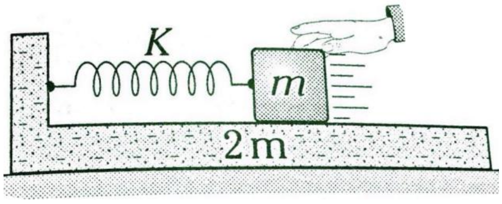
Pela conservação da energia mecânica, após o choque, o momento de máxima energia cinética ocorre quando a energia potencial é nula:

$$m \cdot \frac{v_{máx}^2}{2} = \frac{m^2 \cdot a^2}{2 \cdot k} + \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow v_{máx}^2 = \frac{m \cdot a^2}{k} + v^2 \Rightarrow v_{máx} = \sqrt{\frac{m \cdot a^2}{k} + v^2}$$

Gabarito: D

46.

Um bloco liso de massa m é solto quando a mola está estirada e logo que é solto oscila com uma amplitude máxima, tal que a tábua não desliza. O coeficiente de atrito estático entre a tábua e o piso é μ_s. Qual é a equação de oscilação do bloco?



a) $\vec{x} = \frac{\mu_s}{2K} mg cos\left(\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{m}} t + \frac{\pi}{2}\right)$

b) $\vec{x} = \frac{\mu_s}{2} mg cos\left(\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{3m}} t + \frac{\pi}{8}\right)$

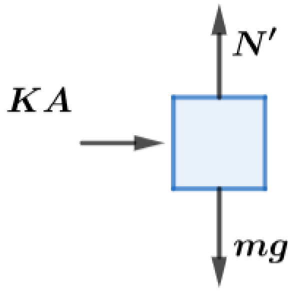
c) $\vec{x} = \frac{3\mu_s}{K} mg sen\left(\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{m}} t + \frac{\pi}{2}\right)$

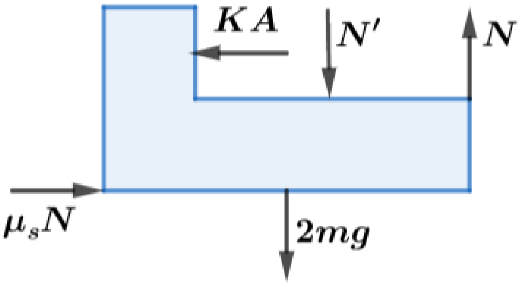
d) $\vec{x} = \frac{3\mu_s}{2K} mg sen\left(\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{m}} t + \frac{\pi}{4}\right)$

e) $\vec{x} = \frac{3\mu_s}{K} mg sen\left(\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{m}} t\right)$

Comentários:

Como a placa não desliza, ela encontra-se em equilíbrio, e adotar-se-á que a iminência de movimento ocorre na amplitude máxima de oscilação. Portanto, as forças sobre os corpos, na situação limite (amplitude máxima) ficam:





Logo, para a tábua:

$$\begin{cases} N = m \cdot g + 2 \cdot m \cdot g \\ \mu_S \cdot N = k \cdot A \end{cases}$$

Portanto:

$$A = \mu_S \cdot 3 \cdot m \cdot \frac{g}{k}$$

Calculando ω para o bloco menor:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Portanto, já se sabe que:

$$\vec{x} = A \cdot sen\,(\omega \cdot t + \delta)$$

$$\vec{x} = \frac{3\mu_S}{k} \cdot m \cdot g \cdot sen\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \delta\right)$$

Resta definir somente δ. O enunciado afirma que o bloco é solto com a mola estirada. Portanto:

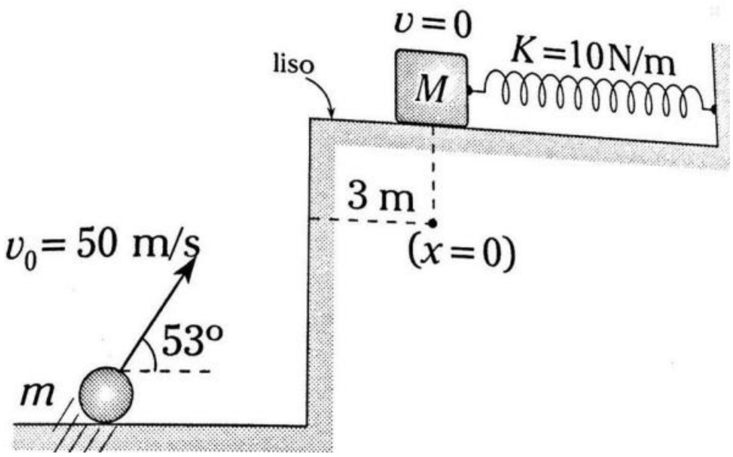
$$\delta = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{x} = \frac{3\mu_S}{k} \cdot m \cdot g \cdot sen\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Gabarito: C

47.

A esfera de argila é lançada e se choca com o bloco de massa M depois de alcançar sua velocidade mínima. Qual é a equação de movimento do sistema oscilante, se $M = 2\ kg$ e $m = 0,5\ kg$?



a) $\vec{x} = 2\sqrt{3}sen\left(4t + \frac{11\pi}{3}\right)\ m$

b) $\vec{x} = 3sen(2t)\ m$

c) $\vec{x} = 2sen\left(\sqrt{3}t + \frac{3\pi}{5}\right)\ m$

d) $\vec{x} = \sqrt{16}sen\left(4t + \frac{3\pi}{2}\right)\ m$

e) $\vec{x} = 0,4cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)\ m$

Comentários:

Primeiramente, calcula-se a velocidade mínima da esfera. Isso ocorre quando a componente vertical for nula, logo, sua velocidade mínima será a componente horizontal:

$$v_{mín} = 50 \cdot \cos 53° = 30\ m/s$$

Considera-se um choque plástico entre a esfera e o bloco. Por conservação da quantidade de movimento:

$$m \cdot 30 = (m + M) \cdot v \Rightarrow v = 6\ m/s$$

Este será adotado como ponto de equilíbrio do MHS, onde tem-se velocidade máxima da oscilação e deformação nula.

Portanto, a energia mecânica do sistema, calculada nesse ponto, imediatamente após o choque, fica:

$$E_M = \frac{(m + M) \cdot v^2}{2} = \frac{2{,}5 \cdot 36}{2} = 45\ J$$

Buscando a deformação máxima da mala (E_c nula):

$$k \cdot \frac{A^2}{2} = 45 \Rightarrow 5 \cdot A^2 = 45 \Rightarrow A = 3\ m$$

Sabendo que:

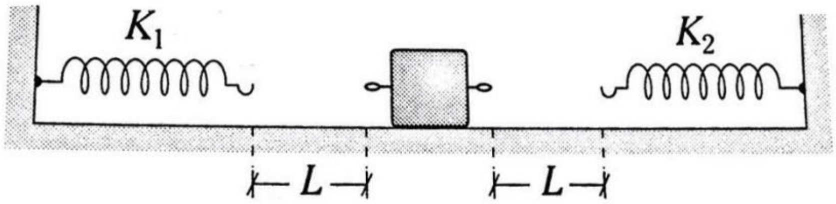
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = 2\,rad/s$$

Por eliminação, já se sabe que a alternativa correta é a B. Caso houvesse dúvida e fosse necessário a determinação da fase inicial, basta lembrar-se que o movimento iniciou no momento de velocidade máxima e deslocamento mínimo. Portanto $\delta = 0$.

Gabarito: B

48.

Unem-se os extremos livres da mola ao bloco, mantendo-o na posição indicada. Ao se soltar o bloco move-se para a direita. Determine a amplitude de oscilação do bloco. Despreze os atritos.



a) $\frac{(K_2-K_1)L}{K_1+K_2}$

b) $\frac{(K_2+K_1)L}{K_2-K_1}$

c) $\frac{(K_2-K_1)L}{2(K_1+K_2)}$

d) $\frac{2(K_2+K_1)L}{K_1-K_2}$

e) $\frac{2(K_1-K_2)L}{K_2+K_1}$

Comentários:

Primeiramente, já que o bloco se move para a direita:

$$K_2 > K_1$$

A posição de equilíbrio será adotada como x à direita da posição representada na figura. Nessa posição:

$$K_1 \cdot (x+L) = K_2 \cdot (L-x) \Rightarrow x \cdot (K_1+K_2) = L \cdot (K_2-K_1) \Rightarrow x = L \cdot \frac{K_2-K_1}{K_1+K_2}$$

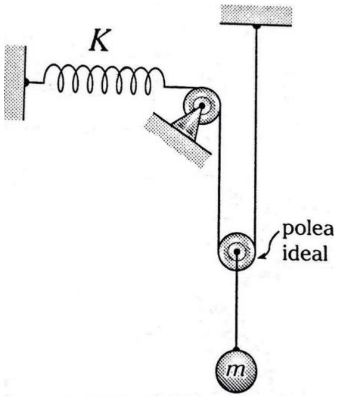
E, sabendo-se que a amplitude do movimento será a distância inicial até a posição de equilíbrio:

$$A = x$$

Gabarito: A

49.

O sistema a seguir se encontra em equilíbrio. Determine o período de oscilação da esfera quando ela é afastada (pequena distância) da posição de equilíbrio.



a) $2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

b) $4\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

c) $\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

d) $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{K}}$

e) $\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{m}{K}}$

Comentários:

Adotando que a esfera foi afastada x da posição de equilíbrio na direção vertical:

$$2 \cdot F_{el} - m \cdot g = k' \cdot x$$

Mas, no equilíbrio:

$$2 \cdot k \cdot x_{eq} = m \cdot g$$

E, na nova situação:

$$F_{el} = k \cdot \left(x_{eq} + 2 \cdot x\right)$$

Portanto:

$$k \cdot 4 \cdot x = k' \cdot x \Rightarrow k' = 4 \cdot k$$

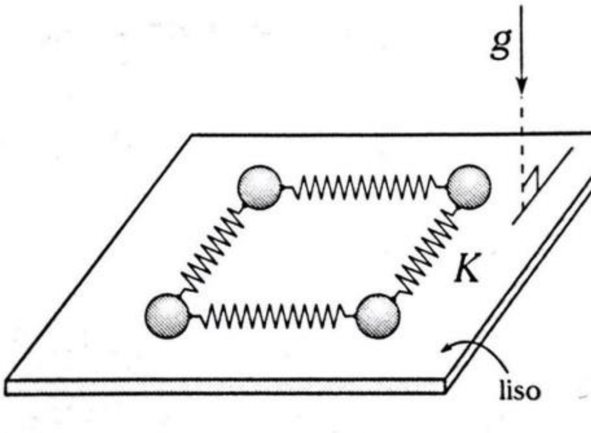
Calculando-se o período:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k'}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{4k}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Gabarito: C

50.

Quatro esferas, cada uma de massa m estão unidas a molas idênticas tal como se mostra a figura abaixo. Se a cada esfera é comunicada uma velocidade dirigida para o centro de massa do sistema, determine após quanto tempo as molas atingem máximo estiramento.



a) $3\pi\sqrt{\frac{2m}{K}}$

b) $\frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{2K}}$

c) $\frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{2K}}$

d) $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{3m}{K}}$

e) $2\pi\sqrt{\frac{m}{3K}}$

Comentários:

Adotando-se que a contagem do tempo se inicia quando foi fornecida velocidade ao sistema, são necessários $\frac{3T}{4}$ até chegar-se ao momento de máximo estiramento. Passo a passo:

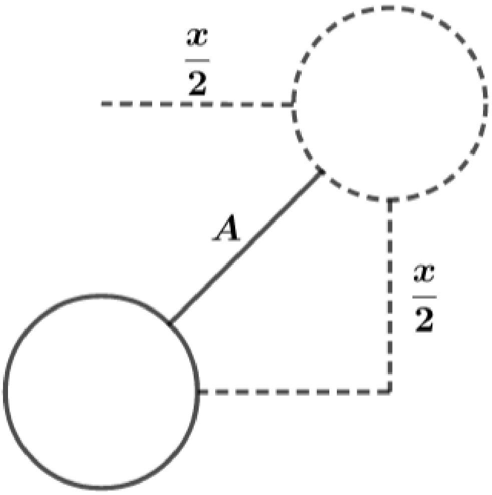
- Inicia-se em deslocamento nulo e velocidade máxima;

- Após $\frac{T}{4}$ chega-se ao deslocamento máximo (contração das molas) e velocidade nula;

- Mais $\frac{T}{4}$ chega-se à posição inicial com velocidade máxima no sentido contrário ao inicial;

- Mais $\frac{T}{4}$ chega-se ao deslocamento máximo (expansão das molas) e velocidade nula.

Agora, adotando-se que as esferas se deslocaram A para fora:



Logo:

$$A = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow x = A \cdot \sqrt{2}$$

Igualando-se a energia mecânica entre $t = 0$ e $t = \frac{3T}{4}$:

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow m \cdot v^2 = k \cdot 2 \cdot A^2 \Rightarrow v^2 = 2 \cdot \frac{k}{m} \cdot A^2$$

Mas, sabe-se que por tratar-se de um sistema em MHS:

$$v = \omega \cdot A \Rightarrow v^2 = \omega^2 \cdot A^2$$

Igualando as expressões:

$$\omega^2 \cdot A^2 = A^2 \cdot \frac{2 \cdot k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Calculando-se o período:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

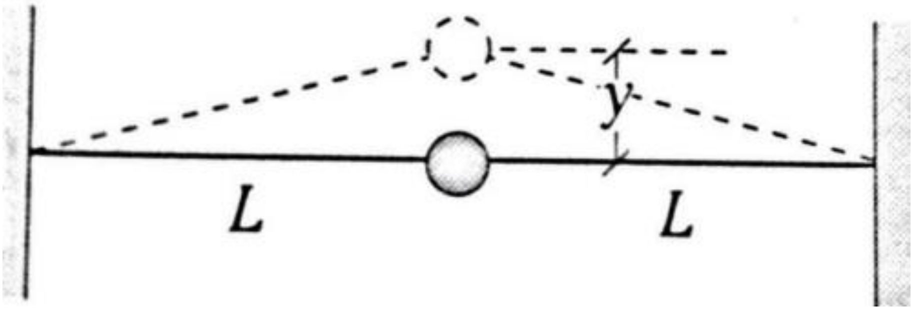
Como levou $\frac{3T}{4}$:

$$t = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{2k}} \Rightarrow t = \frac{3 \cdot \pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

Gabarito: C

51.

Uma esfera de massa m se encontra em repouso sobre uma superfície horizontal lisa e está conectada a dois elásticos, de massa desprezível, comprimento L e submetidos a uma tensão T. A esfera é retirada de sua posição de equilíbrio, como mostrado na figura abaixo. Determine a frequência angular das pequenas oscilações realizadas pela esfera.



a) $\sqrt{\frac{2L}{m}}$

b) $\sqrt{\frac{2m}{T}}$

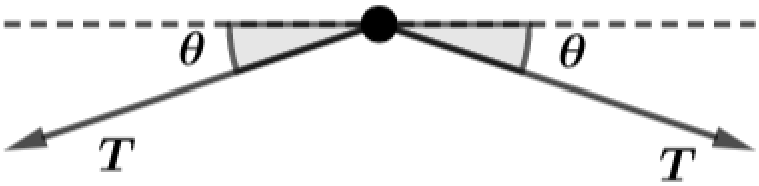
c) $\sqrt{\frac{2T}{mL}}$

d) $m\sqrt{\frac{T}{2L}}$

e) $\sqrt{\frac{L}{m}}$

Comentários:

Deslocando-se uma pequena distância y, as forças sobre a esfera ficam:



Logo:

$$2 \cdot T \cdot sen\ \theta = k \cdot y$$

Mas:

$$sen\ \theta \cong tg\ \theta$$

$$2 \cdot T \cdot tg\theta = k \cdot y \Rightarrow 2 \cdot T \cdot \frac{y}{L} = k \cdot y \Rightarrow k = \frac{2 \cdot T}{L}$$

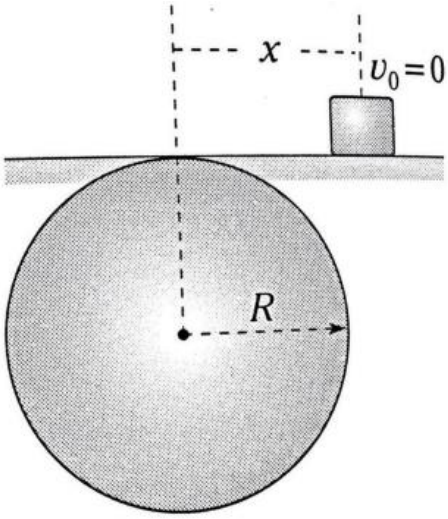
Portanto, a frequência angular fica:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{m \cdot L}}$$

Gabarito: C

52.

Uma superfície plana tangente a superfície terrestre se solta um bloco liso. Determine o período de pequenas oscilações do bloco, se R é o raio da Terra.



a) $2\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}$

b) $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$

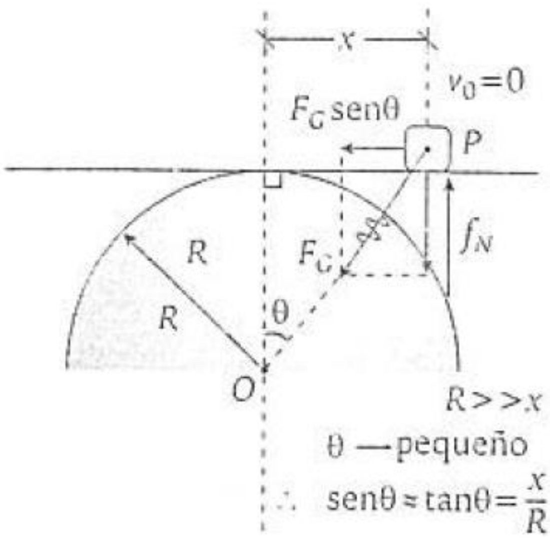
c) $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

d) $\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}$

e) $\pi\sqrt{\frac{3R}{g}}$

Comentários:

As forças sobre o bloco estão representadas a seguir:



Portanto:

$$F_G \cdot sen\,\theta = k \cdot x$$

Para pequenas oscilações:

$$sen\,\theta \cong tg\,\theta$$

Logo:

$$F_G \cdot tg\,\theta = k \cdot x \Rightarrow F_G \cdot \frac{x}{R} = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{F_G}{R}$$

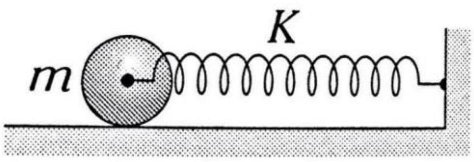
Como a oscilação é pequena, adota-se que $F_G = m \cdot g$. Portanto:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot R}{m \cdot g}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{R}{g}}$$

Gabarito: C

53.

Uma mola ideal está unida a um cilindro homogêneo como mostra a figura. Se soltarmos o cilindro na posição em que a mola está estirada, observamos que esse cilindro roda sem deslizar e o centro de massa deste realiza um MHS. Determine o período de oscilações.



a) $2\pi\sqrt{\frac{3M}{2K}}$

b) $\pi\sqrt{\frac{M}{2K}}$

c) $\pi\sqrt{\frac{3M}{K}}$

d) $\pi\sqrt{\frac{M}{3K}}$

e) $2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$

Comentários:

Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{C_{máx}} = E_{P_{máx}}$$

A energia cinética máxima é composta pela energia cinética de translação e de rotação.

$$E_{C_{máx}} = E_{C_T} + E_{C_R} = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$

Mas:

$$\omega = \frac{v}{R}$$

E, para um cilindro:

$$I = \frac{m \cdot R^2}{2}$$

Assim, pela conservação da energia mecânica:

$$\frac{m \cdot v_{máx}^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot R^2}{2} \cdot \frac{v_{máx}^2}{R^2} = k \cdot \frac{A^2}{2}$$

$$\frac{m \cdot v_{máx}^2}{2} \cdot \frac{3}{2} = k \cdot \frac{A^2}{2}$$

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot A^2}{3 \cdot m}}$$

Mas, em um MHS:

$$v_{máx} = A \cdot \omega$$

Igualando as expressões:

$$A \cdot \omega = A \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k}{3 \cdot m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 \cdot k}{3 \cdot m}}$$

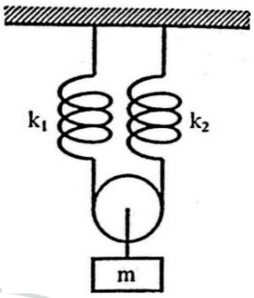
Portanto, o período fica:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot m}{2 \cdot k}}$$

Gabarito: A

54.

No sistema esquematizado a polia é leve e giratória sem atrito e os fios são leves, flexíveis e inextensíveis. As molas são leves e tem constante elástica k_1 e k_2; o bloco suspenso tem massa m. Determinar o período das oscilações verticais da carga.



Comentários:

Tem-se um conjunto de molas em série, visto que elas não necessariamente têm mesma deformação. Portanto, pode-se calcular a constante elástica equivalente por:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{k_{eq}} = \frac{k_1 + k_2}{k_1 \cdot k_2}$$

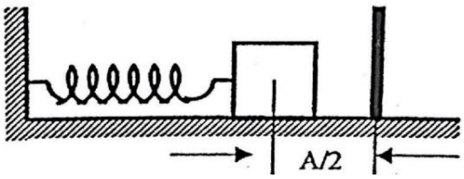
Calculando-se o período:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{eq}}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot (k_1 + k_2)}{k_1 \cdot k_2}}$$

Gabarito: : $\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k1+k2)}{k1.k2}}}$

55.

Um corpo de massa m, sujeita a uma mola cuja constante elástica é k, realiza oscilações de amplitude A sobre um solo horizontal. A uma distância $A/2$ da posição de equilíbrio, coloca-se uma placa de uma massa muito grande. Os choques do corpo com a placa são perfeitamente elásticos. Determinar o período das oscilações nesse caso.



Comentários:

Semelhante à questão 34, o que ocorre aqui é um "pulo" de um momento do MHS diretamente para outro. Adotando uma fórmula genérica para o deslocamento:

$$x = A \cdot sen\ (\omega \cdot t + \delta)$$

Como o δ pode ser definido por nós, adotamos $\delta = 0$ e a posição de deslocamento nulo ocorrendo em $t = 0$. Portanto:

$$x = A \cdot sen\ (\omega \cdot t)$$

Adotando x positivo para a direita, os momentos em que o corpo está na posição $\frac{A}{2}$ são:

$$\frac{A}{2} = A \cdot sen\ (\omega \cdot t)$$

$$\omega \cdot t_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$\omega \cdot t_2 = \frac{5\pi}{6}$$

$$t_1 = \frac{\pi}{6 \cdot \omega}$$

$$t_2 = \frac{5 \cdot \pi}{6 \cdot \omega}$$

Portanto, o bloco ao chegar no instante t_1 de seu MHS "normal", de repente "pula" para o instante t_2 de seu MHS "normal". Portanto, o período do movimento fica:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} - (t_2 - t_1) \Rightarrow T = \frac{\pi}{\omega} \cdot \left(2 - \frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) \Rightarrow T = \frac{\pi}{\omega} \cdot \frac{4}{3}$$

Mas:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

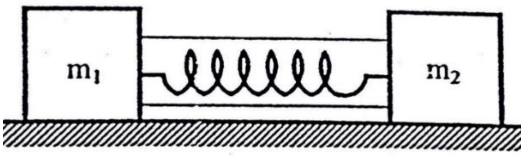
Logo:

$$T = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{T = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}}$

56.

Dois blocos, de massa m_1 e m_2, são ligados por uma mola de rigidez k. A mola está comprimida com a ajuda de fios. Os fios são cortados. Determinar o período das oscilações dos blocos.



Comentários:

Pela conservação da energia mecânica (chamando de x a deformação inicial da mola) (notar que $x = A$):

$$\frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}$$

$$k \cdot A^2 = m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2$$

E, pela conservação da quantidade de movimento:

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2 \cdot v_2}{m_1}$$

Substituindo:

$$k \cdot A^2 = \frac{m_2^2 \cdot v_2^2}{m_1} + m_2 \cdot v_2^2$$

$$m_2 \cdot v_2^2 \cdot \left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right) = k \cdot A^2$$

$$v_2^2 = k \cdot A^2 \cdot \frac{m_1}{m_2 \cdot (m_1 + m_2)}$$

Analisando somente o MHS do corpo 2, sua amplitude será tal que o centro de massa não se desloque e o deslocamento do corpo 2 somado ao do corpo 1 seja A. Equacionando:

$$\begin{cases} m_2 \cdot A_2 = m_1 \cdot A_1 \\ A_1 + A_2 = A \end{cases}$$

$$m_2 \cdot A_2 = m_1 \cdot (A - A_2)$$

$$A = \frac{A_2 \cdot (m_1 + m_2)}{m_1}$$

Substituindo na equação de v_2:

$$v_2^2 = k \cdot \frac{A_2^2 \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}$$

Para o MHS do corpo 2:

$$v_2 = A_2 \cdot \omega$$

Logo:

$$\omega^2 = k \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}$$

Portanto:

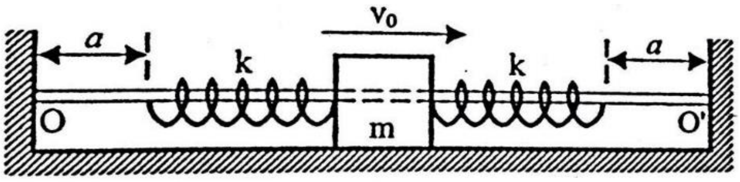
$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{k \cdot (m_1 + m_2)}}$$

Obs.: $\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ é usualmente chamado de massa reduzida. O período de um MHS de corpos coplados pode ser calculado diretamente utilizando-se esta massa reduzida.

Gabarito: $\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{m1.m2}{k(m1+m2)}}}$

57.

Um corpo de massa m pode deslizar ao longo de um eixo horizontal OO' entre duas paredes verticais. A ambos lados do corpo estão sujeitas molas sem peso de igual rigidez k. Quando o corpo estiver situado simetricamente entre as paredes, as distâncias dos extremos livres das molas até as paredes serão iguais a a. Se ao corpo comunica-se a velocidade V_0, este passa a oscilar entre as paredes. Qual o período dessas oscilações.



Comentários:

A questão não informa, no entanto devemos considerar que a energia cinética da mola é insuficiente para que ele chegue a colidir com a parede. se fosse o caso de o bloco colidir com a parede, ocorreria um "pulo" no período semelhante aos exercícios anteriores.

Feita essa consideração, deve-se notar que a partir do momento que a mola entra em contato com uma parede até o momento que perde o contato, ocorre meio período de um MHS de sistema massa mola. Sendo assim:

$$T_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T_1 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Onde T_1 é o tempo que as molas estão em contato com as paredes. Além disso, enquanto as molas não estão em contato com as paredes, o bloco deve deslocar-se $4a$ com velocidade v_0. (Desloca a, entra em contato com a parede, desloca mais $2a$, entra em contato com outra parede, desloca mais a e está de volta à posição inicial.

$$T_2 = \frac{4a}{v_0}$$

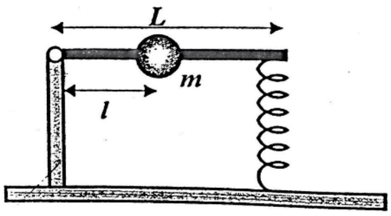
$$T = T_1 + T_2$$

$$T = \frac{4a}{v_0} + 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{T = \frac{4a}{vo} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

58.

Uma vara rígida de comprimento L está sujeita por um extremo a um eixo horizontal (por onde pode girar livremente sem atrito) e pelo outro extremo está ligada uma mola de constante elástica k. Determine o período das pequenas oscilações da vara em função das posições l e da massa m.



Comentários:

Considerando um pequeno deslocamento θ da vara, a mola comprime-se em:

$$x = \theta \cdot L$$

Portanto, o torque restaurador fica:

$$\tau_{res} = k \cdot x$$

$$\tau_{res} = k \cdot \theta \cdot L = I \cdot \alpha = I \cdot A \cdot \omega^2$$

Mas:

$$A = \theta \Rightarrow k \cdot \theta \cdot L = m \cdot l \cdot \theta \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot \frac{L}{l}}$$

Portanto:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l}{k \cdot L}}$$

Gabarito: $\boldsymbol{T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l}{k \cdot L}}}$

59. (IPHO)

Uma pequena massa é presa na extremidade de uma mola ideal e posta a oscilar na vertical em sua frequência natural f. Se a mola é cortada ao meio e a mesma massa é presa em uma das extremidades, qual é a nova frequência natural f' de oscilação.

Comentários:

Ao cortar-se uma mola na metade, dobra-se sua constante elástica. Uma forma de verificar isso seria imaginar que uma mola inteira é feita por duas molas de metade de seu tamanho em série. Assumindo que a mola tem k de constante elástica e as menores têm k':

$$\frac{1}{k} = \frac{2}{k'} \Rightarrow k' = 2 \cdot k$$

Portanto:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

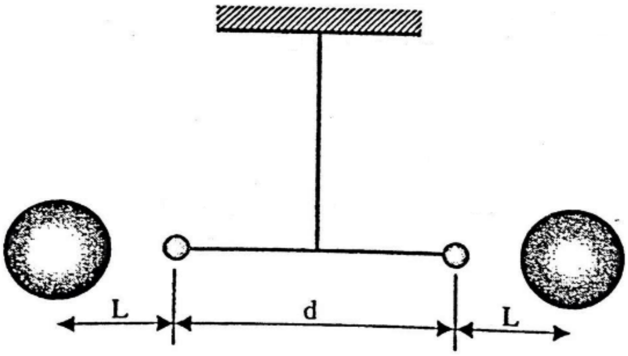
E:

$$f' = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k}{m}} = f \cdot \sqrt{2}$$

Gabarito: $\boldsymbol{f' = f\sqrt{2}}$

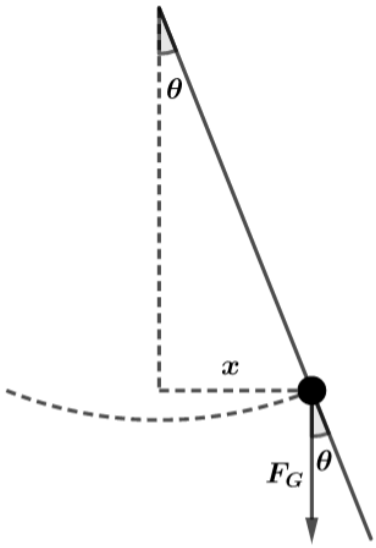
60.

Nos extremos de uma barra, de peso desprezível e de comprimento d, são fixadas duas pequenas esferas de massas m. A barra é suspensa, por uma articulação, de tal maneira que pode girar sem atrito junto de seu eixo vertical que passa pelo meio da mesma. Em uma mesma reta que a barra, são fixadas duas esferas grandes com massas M. A distância entre os centros das esferas grandes e a pequena é L. Determinar o período das pequenas oscilações descritas pelo pêndulo giratório.



Comentários:

Visualizando metade da barra de outra forma:



É notável a semelhança com um pêndulo simples. Portanto:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Mas, neste caso:

$$l = \frac{d}{2} \Rightarrow g = \frac{F_G}{m} = \frac{\frac{G \cdot M \cdot m}{L^2 + x^2}}{m} \cong \frac{G \cdot M}{L^2}$$

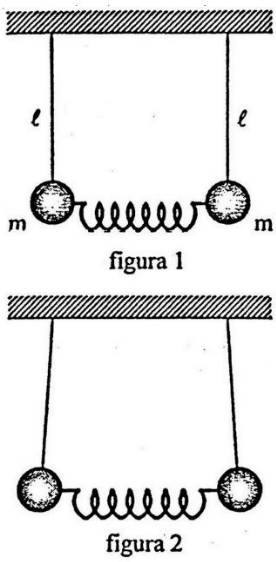
Substituindo:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{d}{2} \cdot L^2}{G \cdot M}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{d \cdot L^2}{2 \cdot G \cdot M}}$$

Gabarito: $T = 2\pi\sqrt{\frac{dL^2}{2GM}}$

61.

Dois pêndulos simples de comprimento l cada um estão ligados por uma mola de peso desprezível, como mostra a figura 1. O coeficiente de elasticidade da mola é igual a k. Em equilíbrio, os pêndulos estão na posição vertical e a mola não se deforma. Determinar a frequência das pequenas oscilações dos dois pêndulos unidos no caso em que foram inclinados, em ângulo iguais, para lados diferentes.



Comentários:

Considerando-se que ambos os pêndulos foram tirados θ de sua posição de equilíbrio, a força elástica que surge é igual à:

$$F_{el} = k \cdot x = k \cdot 2 \cdot l \cdot sen\,\theta \cong k \cdot l \cdot \theta$$

A força restauradora é a composição da força elástica junto à componente horizontal da força peso:

$$F_{G_x} = m \cdot g \cdot sen\,\theta \cong m \cdot g \cdot \theta$$

Portanto, a força restauradora fica:

$$F_{res} = (2 \cdot k \cdot l + m \cdot g) \cdot \theta = (2 \cdot k \cdot l + m \cdot g) \cdot \frac{x}{l}$$

Portanto, o k' do MHS fica:

$$k' = \frac{2 \cdot k \cdot l + m \cdot g}{l}$$

E o período fica:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k'}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l}{2 \cdot k \cdot l + m \cdot g}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{\frac{2 \cdot k \cdot l}{m} + g}}$$

Gabarito: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+\frac{2kl}{m}}}$

Considerações Finais

Querido aluno(a),

Espero que você tenha gostado dessa lista. Qualquer dúvida, entre em contato

Você também pode me encontrar nas redes sociais! 😊

Conte comigo,

Siga minhas redes sociais!

Bizuário da Física *@viniciusfulconi* *@professorviniciusfulconi*

Estratégia