
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

Trigonometria.....	2
Soma de arcos, arco duplo e bissetção de arcos	2

Trigonometria

Soma de arcos, arco duplo e bissecção de arcos

Existem muitas coisas que podem ser trabalhadas dentro da função seno, cosseno e tangente, e temos também algumas propriedades da função seno, cosseno e tangente. Vamos abordar algumas delas agora.

> Soma de arcos

Na soma de arcos, podemos cometer um erro muito comum, que é usar essa propriedade, $\sin(a+b) = \sin(a) + \sin(b)$, $\cos(a+b) = \cos(a) + \cos(b)$ e $\tan(a+b) = \tan(a) + \tan(b)$

, mas isso não é verdade. Observe que $\sin 90 = 1$, mas se usarmos a propriedade acima, temos $\sin 90 = \sin(30 + 60) = \sin 30 + \sin 60 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$. Logo, $\sin(30 + 60) \neq \sin(30) + \sin(60)$, provando assim que a propriedade acima é falsa. Agora, não é porque a afirmação é falsa que não exista nenhuma propriedade envolvendo a soma. Existe uma propriedade envolvendo a soma, que é:

$$1. \sin(a \pm b) = \sin(a) \cos(b) \pm \sin(b) \cos(a)$$

$$2. \cos(a \pm b) = \cos(a) \cos(b) \mp \sin(a) \sin(b)$$

$$3. \tan(a \pm b) = \frac{\tan(a) \pm \tan(b)}{1 \mp \tan(a) \cdot \tan(b)}$$

➤ Arco duplo

Da propriedade da soma, podemos tirar a seguinte propriedade,

$$1. \sin(2a) = \sin(a+a) = \sin(a) \cos(a) + \sin(a) \cos(a) = 2\sin(a)\cos(a)$$

$$2. \cos(2a) = \cos(a+a) = \cos(a) \cos(a) - \sin(a) \sin(a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$$

$$3. \tan(2a) = \tan(a+a) = \frac{\tan(a) + \tan(a)}{1 - \tan(a) \cdot \tan(a)} = \frac{2\tan(a)}{1 - \tan^2(a)}$$

➤ Bissecção de arcos ou arco metade

Também temos a fórmula do arco metade para senos, cossenos e tangentes,

$$1. \sin\left(\frac{a}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(a)}{2}}$$

$$2. \cos\left(\frac{a}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(a)}{2}}$$

$$3. \tan\left(\frac{a}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(a)}{1 + \cos(a)}}$$

EXERCÍCIOS

01. O valor de $A = \sin 105^\circ + \cos 105^\circ$ é:

a) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

b) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

c) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

d) $\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

1. Se $tg(x+y) = 33$ e $tgx = 3$, então $tg y$ é igual a:

a) 0,2

b) 0,3

c) 0,4

d) 0,5

e) 0,6

2. Calcule o valor de t na igualdade $t = 2 \cdot (\text{sen}(15^\circ) + \text{cos}(75^\circ))$

a) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

b) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

c) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

d) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

e) $\sqrt{6}$

3. Sendo $\cos x = \frac{1}{2}$, $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Calcule $\text{sen}(\frac{x}{2})$, $\text{cos}(\frac{x}{2})$ e $tg(\frac{x}{2})$.

GABARITO

1. E

2. B

3. A

4. $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{\sqrt{3}}{3}$