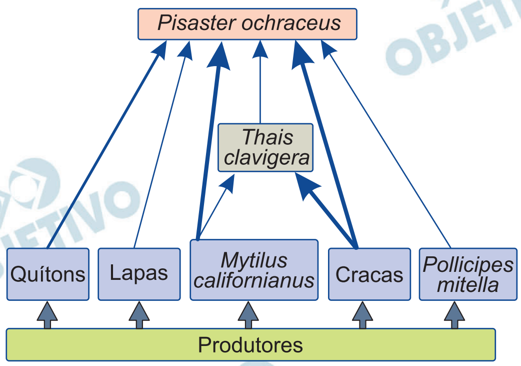
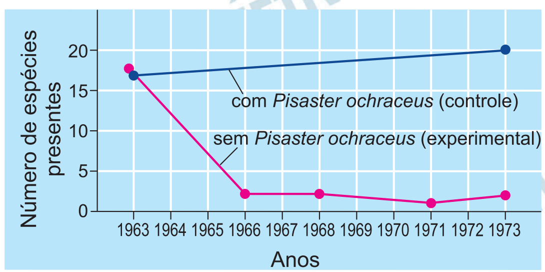
1

Na costa oeste da América do Norte, as comunidades marinhas que ocupam a zona rochosa entremarés são biologicamente diversas. Nessa zona, ocorrem mexilhões da espécie *Mytilus californianus*, que é dominante e concorre fortemente por espaço com as demais espécies presentes. A estrela-do-mar *Pisaster ochraceus* é o principal predador de *Mytilus californianus*, além de outros organismos, como ilustra a teia alimentar em que a espessura das setas é proporcional à frequência de alimentação.

Robert Paine, pesquisador da Universidade de Washington, realizou um experimento no qual examinou o efeito da remoção de *Pisaster ochraceus* sobre o número das demais espécies presentes nessa zona ao longo de dez anos. Os resultados são apresentados no gráfico.



(http://csls-text3.c.u-tokyo.ac.jp. Adaptado.)



(*Campbell Biology*, 2009. Adaptado.)

a) Em qual nível trófico da teia alimentar a energia química disponível é menor? Justifique sua resposta.

b) Por que a retirada de *Pisaster ochraceus* interferiu no número de espécies presentes na zona entremarés em que o experimento foi realizado?

Resolução

a) Em razão da perda de energia ao longo de uma cadeia alimentar, uma vez que ela não é renovada, o nível trófico mais elevado apresenta a menor energia química disponível. Logo, o nível trófico ocupado por *Pisaster ochraceus*, que pode ser consumidor secundário ou terciário na teia alimentar descrita, é aquele com menor energia química disponível.

b) Em um primeiro instante, a retirada de *Pisaster ochraceus* (predador de topo de cadeia)

ocasionará um aumento populacional das demais espécies envolvidas (exceto produtores). Porém, tal aumento populacional dessas espécies levará a uma redução na quantidade de produtores da região. Em virtude da baixa oferta alimentar de produtores é esperado que o número de espécies, que os utilizam como alimento, sofra uma redução ao longo dos anos, algo observado no gráfico.

2

Os estômatos constituem uma das principais rotas de entrada de patógenos em plantas. O hormônio vegetal ácido abscísico (ABA) regula muitos processos envolvidos no desenvolvimento da planta e na sua adaptação a estresses bióticos e abióticos. Recentemente, vários estudos têm demonstrado que o ABA tem importante função na resposta do vegetal ao ataque de vários agentes patogênicos que entram pelos estômatos, tais como bactérias, fungos e vírus. Na fase pré-invasiva, ocorre aumento na concentração do ABA nas folhas que resulta em resistência contra o ataque de patógenos.

(Chae Woo Lim *et al*. *International Journal of Molecular Sciences*. Julho de 2015. Adaptado.)

a) Em que tecido foliar os estômatos são encontrados? Cite um fator abiótico que interfere nos movimentos estomáticos.

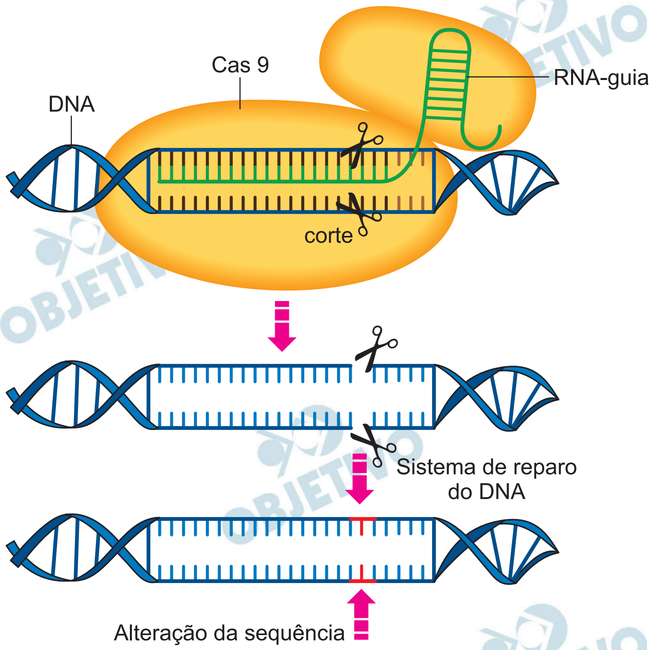
b) Quando os estômatos são invadidos por patógenos, qual o efeito do ABA sobre a concentração de íons potássio (K^+) e sobre o volume de água no interior das células estomáticas?

Resolução

a) **Os estômatos são encontrados na *epiderme*, especialmente nas folhas e caules jovens.**
Os movimentos estomáticos são dependentes de vários fatores abióticos entre eles: teor hídrico das células guarda, presença ou ausência de luz e concentração de CO_2 nos espaços intercelulares dos parênquimas clorofilianos.

b) **O ácido abscísico (ABA) bloqueia a bomba de K^+ impedindo a entrada de água nas células guarda. A redução do teor hídrico determina o fechamento estomático.**

O Sistema CRISPR-Cas9 foi desenvolvido em laboratório e é constituído de um RNA-guia (CRISPR) associado a uma enzima de restrição (Cas9). O RNA-guia é uma sequência curta de RNA sintético complementar à sequência de um determinado trecho de DNA. Quando introduzido em células vivas, o CRISPR-Cas9 detecta a sequência de DNA complementar e a enzima corta o DNA em um ponto específico. Em seguida, o sistema de reparo do DNA é ativado, unindo novamente os segmentos que foram separados. Nesse processo, podem ocorrer alterações na sequência original, causando a inativação de um gene. Sistemas semelhantes ao CRISPR-Cas9 são encontrados naturalmente em bactérias e ativados quando estas são infectadas por vírus.



a) Cite uma vantagem que sistemas semelhantes ao CRISPR-Cas9 conferem a bactérias atacadas por um vírus cujo material genético seja o DNA. Supondo que no DNA viral exista a sequência de bases nitrogenadas CCCTATAGGG, qual será a sequência de bases no RNA-guia associado à Cas9 bacteriana?

b) Por que a alteração na sequência de DNA provocada pelo CRISPR-Cas9 pode inativar um gene?

Resolução

a) **Os sistemas semelhantes ao CRISPR-Cas9 permitem que bactérias possam se defender do ataque de vírus portadores de DNA como material genético. A finalidade desse sistema é a inativação de genes virais.**
O RNA-guia associado à Cas9 apresentará a sequência GGGAUAUCCC.

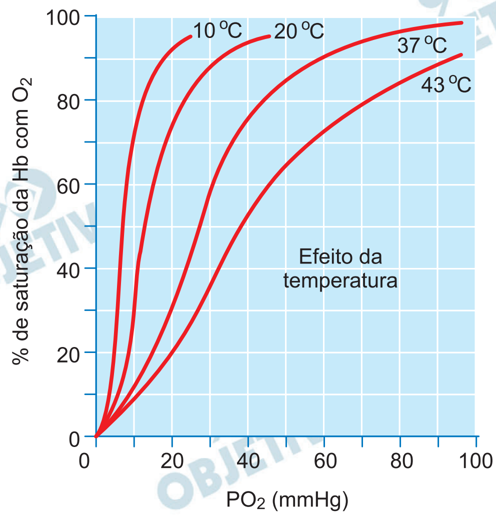
b) **A inativação do gene pelo sistema CRISPR-Cas9 ocorre pela alteração na sequência dos nucleotídeos do DNA durante o sistema de reparo, porque**

pode ocorrer a inserção ou retirada de um par de bases nitrogenadas, provocando uma mudança no quadro de leitura do DNA viral.

4

Em uma maratona ocorrem diversas alterações no corpo do maratonista. A pressão parcial de O_2 (PO_2) nos tecidos musculares pode cair de 40 mmHg para 12 mmHg. A temperatura corporal sofre elevação no início da corrida e depois se mantém estável, com ligeiras variações. Ao longo da prova, ocorre diminuição do pH no interior das hemácias (cujos valores normais variam entre 7,35 e 7,45), embora o pH do plasma não sofra grandes variações.

O gráfico experimental representa o efeito da temperatura corporal humana sobre a porcentagem de saturação da hemoglobina com O_2.



(Rui Curi. *Fisiologia básica*, 2009.)

a) Por que ocorre elevação da temperatura corporal durante a maratona? Qual o efeito dessa elevação sobre a oferta de O_2 para os tecidos musculares?

b) O que provoca a redução de pH no interior das hemácias? Por que, apesar dessa redução, o pH sanguíneo não diminui a ponto de se tornar ácido?

Resolução

a) A temperatura corporal, durante a maratona, sofre uma elevação decorrente do aumento da atividade metabólica, que gera calor. Consequentemente, a curva de saturação da HbO_2^- desloca-se à direita, facilitando o fornecimento de O_2 aos tecidos musculares.

b) O pH no interior da hemácia sofre uma redução decorrente do aumento da taxa de CO_2 que, ao se combinar com a água, origina o ácido carbônico. Uma pequena queda do pH sanguíneo já ocasiona um aumento do ritmo respiratório, acelerando a eliminação do excesso de CO_2, afim de manter, relativamente constante, entre 7,35 e 7,45 esse pH.

5

Em tomateiros, o alelo dominante *A* condiciona frutos vermelhos e o alelo recessivo *a* condiciona frutos amarelos. O alelo dominante *B* condiciona flores amarelas e o alelo recessivo *b*, flores brancas. Considere que em uma planta adulta os alelos *A* e *B* estão em um mesmo cromossomo e distantes 15 unidades de recombinação (UR), da mesma forma que os alelos *a* e *b*, conforme mostra a figura.

a) Quais os gametas recombinantes produzidos por essa planta?

b) Qual a porcentagem esperada de gametas recombinantes produzidos por essa planta? Do cruzamento dessa planta com uma planta duplo-homozigótica recessiva foram geradas 1 000 sementes. Quantas sementes originarão plantas com frutos vermelhos e flores brancas?

Resolução

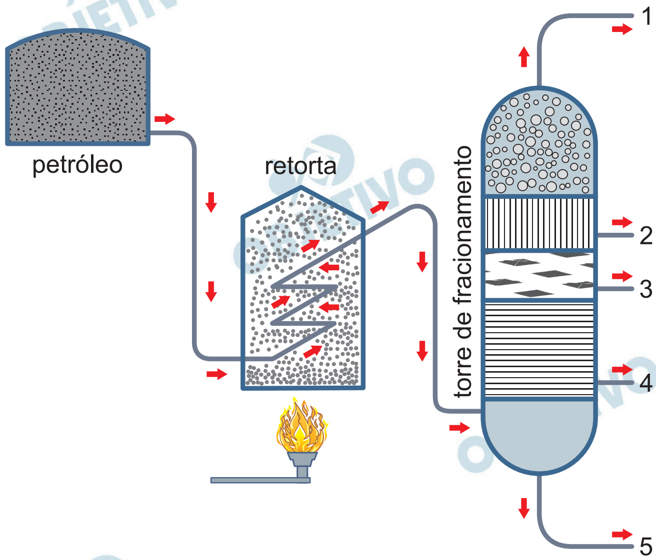
a) Os gametas recombinantes produzidos pelo tomateiro são: Ab e aB.

b) Alelos: A (frutos vermelhos) e a (frutos amarelos).
B (flores amarelas) e b (flores brancas).
A frequência de gametas recombinantes é igual a 15%, isto é, 7,5% Ab e 7,5% aB.
Pais: ♂ $\dfrac{\mathbf{AB}}{\mathbf{ab}}$ **x** $\dfrac{\mathbf{ab}}{\mathbf{ab}}$ ♀

♀ \ ♂	**AB**	**ab**	**Ab**	**aB**
ab	$\dfrac{\mathbf{AB}}{\mathbf{ab}}$ **42,5%**	$\dfrac{\mathbf{ab}}{\mathbf{ab}}$ **42,5%**	$\dfrac{\mathbf{Ab}}{\mathbf{ab}}$ **7,5%**	$\dfrac{\mathbf{aB}}{\mathbf{ab}}$ **7,5%**

P (frutos vermelhos e flor branca) = P (Ab/ab) =
= 7,5% de 1000 = 7,5/100 x 1000 = 75.

A figura mostra o esquema básico da primeira etapa do refino do petróleo, realizada à pressão atmosférica, processo pelo qual ele é separado em misturas com menor número de componentes (fracionamento do petróleo).



(Petrobras. *O petróleo e a Petrobras em perguntas e respostas*, 1986. Adaptado.)

a) Dê o nome do processo de separação de misturas pelo qual são obtidas as frações do petróleo e o nome da propriedade específica das substâncias na qual se baseia esse processo.

b) Considere as seguintes frações do refino do petróleo e as respectivas faixas de átomos de carbono: gás liquefeito de petróleo (C_3 a C_4); gasolina (C_5 a C_{12}); óleo combustível ($>C_{20}$); óleo diesel (C_{12} a C_{20}); querosene (C_{12} a C_{16}). Identifique em qual posição (1, 2, 3, 4 ou 5) da torre de fracionamento é obtida cada uma dessas frações.

Resolução

a) **O nome do processo de separação do petróleo em frações é a DESTILAÇÃO FRACIONADA. O processo se baseia na diferença da <u>temperatura de ebulição</u> das substâncias constituintes do petróleo.**

b) **gás liquefeito: posição 1**
gasolina: posição 2
óleo combustível: posição 5
óleo diesel: posição 4
querosene: posição 3

7

Uma das aplicações do tricloreto de fósforo, PCl_3, é a obtenção de cloretos de alquila por meio da reação com álcoois, de acordo com a seguinte equação genérica, em que R representa um radical alquila:

$$PCl_3 + 3ROH \longrightarrow 3RCl + H_3PO_3$$

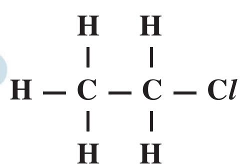
a) Escreva a fórmula estrutural do haleto de alquila formado na reação quando o álcool empregado na reação é o etanol.

b) Escreva as distribuições eletrônicas em camadas dos átomos de fósforo e de cloro.

Resolução

$$\mathbf{PCl_3 + 3\,H_3CCH_2OH \rightarrow 3\,H_3CCH_2Cl + H_3PO_3}$$

fórmula estrutural do
haleto de alquila (cloreto de etila)



b) P (Z = 15) K = 2, L = 8, M = 5
C*l* (Z = 17) K = 2, L = 8, M = 7

O cloreto de alumínio anidro, $Al\ Cl_3$ (s), tem grande importância para a indústria química, pois é empregado como catalisador em diversas reações orgânicas. Esse composto pode ser obtido pela reação química entre cloro gasoso, Cl_2 (g), e alumínio metálico, Al(s).

a) Indique como variam os números de oxidação do cloro e do alumínio nessa reação e qual desses reagentes atua como agente redutor.

b) Escreva a equação balanceada dessa reação química e calcule a massa de cloreto de alumínio anidro que é obtida pela reação completa de 540 g de alumínio com cloro em excesso. Apresente os cálculos.

Resolução

a) $\overset{0}{Cl_2}(g) + \overset{0}{Al}(s) \longrightarrow \overset{+3}{Al}\,\overset{-1}{Cl_3}(s)$

variação do Nox do cloro → de 0 para –1
variação do Nox do alumínio → de 0 para +3

Al sofre oxidação e, portanto, atua como <u>agente redutor</u>.

b) $3Cl_2 + 2Al \longrightarrow 2Al\,Cl_3$

2 mol de Al $\xrightarrow{\text{produzem}}$ 2 mol de $Al\,Cl_3$

$\downarrow$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\downarrow$

2 . 27g ——— 2 . (27 + 3 . 35,5)g
540g ——— x

x = 2670g de $AlCl_3$

Certo produto utilizado como “tira-ferrugem” contém solução aquosa de ácido oxálico, $H_2C_2O_4$, a 2% (m/V). O ácido oxálico é um ácido diprótico e em suas soluções aquosas ocorrem duas reações de dissociação simultâneas, representadas pelas seguintes equações químicas:

Primeira dissociação:

$H_2C_2O_4\,(aq) \rightleftarrows HC_2O_4^-\,(aq) + H^+\,(aq);\ K_{a_1} = 5{,}9 \times 10^{-2}$

Segunda dissociação:

$HC_2O_4^-\,(aq) \rightleftarrows C_2O_4^{2-}\,(aq) + H^+\,(aq);\ K_{a_2} = 6{,}4 \times 10^{-2}$

Equilíbrio global:

$H_2C_2O_4\,(aq) \rightleftarrows C_2O_4^{2-}\,(aq) + 2H^+\,(aq);\ K_a = ?$

a) Expresse a concentração de ácido oxálico no produto em g/L e em mol/L.

b) Escreva a expressão da constante K_a do equilíbrio global e calcule seu valor numérico a partir das constantes K_{a_1} e K_{a_2}

Resolução

a) **Dizer que a concentração do ácido oxálico é 2% (m/V), significa dizer que a solução apresenta 2g do ácido em 100ml de solução (admite-se a densidade da solução igual a 1 g/ml).**

Em um litro, teremos:

2g —— 100 mL

x —— 1000 mL (1L)

x = 20g de ácido oxálico

Massa molar do $H_2C_2O_4$ = (2 x 1 + 2 x 12 + 4 x 16) g/mol = 90g/mol

1 mol de $H_2C_2O_4$ —— 90g

y —— 20g

y = 0,22 mol de $H_2C_2O_4$

concentração em g/L = 20g/L

concentração em mol/L = 0,22mol/L

b) **Primeira dissociação:**

$H_2C_2O_4(aq) \rightleftarrows HC_2O_4^-(aq) + H^+(aq)$

$$K_{a_1} = \frac{[HC_2O_4^-] \, . \, [H^+]}{[H_2C_2O_4]} = 5{,}9 \, . \, 10^{-2}$$

Segunda dissociação:

$$HC_2O_4^-(aq) \rightleftarrows C_2O_4^{2-}(aq) + H^+$$

$$K_{a_2} = \frac{[C_2O_4^{2-}] \, . \, [H^+]}{[HC_2O_4^-]} = 6{,}4 \, . \, 10^{-2}$$

Equilíbrio global:

$$H_2C_2O_4(aq) \rightleftarrows C_2O_4^{2-}(aq) + 2H^+$$

$$K_a = \frac{[C_2O_4^{2-}] \, . \, [H^+]^2}{[H_2C_2O_4]}$$

A constante da equação global pode ser calculada multiplicando-se as constantes de cada etapa.

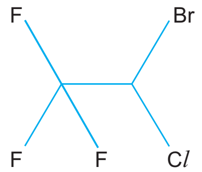
$$K_a = K_{a_1} . K_{a_2} = \frac{[\cancel{HC_2O_4^-}] \, . \, [H^+]}{[H_2C_2O_4]} \, . \, \frac{[C_2O_4^{2-}] \, . \, [H^+]}{[\cancel{HC_2O_4^-}]} =$$

$$= \frac{[C_2O_4^{2-}] \, . \, [H^+]^2}{[H_2C_2O_4]}$$

$$K_a = K_{a_1} . K_{a_2} = 5{,}9 \, . \, 10^{-2} \, . \, 6{,}4 \, . \, 10^{-2}$$

$$K_a = 3{,}776 \, . \, 10^{-3}$$

Considere a fórmula estrutural do anestésico geral halotano (massa molar aproximada 200 g/mol).



halotano

a) Escreva a fórmula molecular do halotano e calcule a porcentagem em massa de flúor nesse anestésico. Apresente os cálculos.

b) O halotano deve apresentar isomeria geométrica (cis-trans)? E isomeria óptica? Justifique suas respostas.

Resolução

a) Fórmula molecular: $C_2HF_3Cl\,Br$
Considerando que 1 mol de halotano apresenta 3 mol do elemento flúor, temos:
1 mol de halotano 200g ———— 100%
3 mols de flúor 3 x 19g ———— x
x = 28,5% em massa de flúor

b) O halotano não apresenta isomeria cis-trans, pois não possui dupla ligação entre átomos de carbono. Apresenta isomeria óptica, pois apresenta carbono assimétrico (quiral). Admite isômeros dextrogiro e levogiro.

$$\begin{array}{ccccccc} & & \mathbf{F} & & \mathbf{Br} & & \\ & & | & & | & & \\ \mathbf{F} & - & \mathbf{C} & - & \mathbf{C}^{*} & - & \mathbf{H} \\ & & | & & | & & \\ & & \mathbf{F} & & \mathbf{Cl} & & \end{array}$$

Obs.: carbono assimétrico (C*) se prende a quatro ligantes diferentes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 H 1,01																	2 He 4,00
3 Li 6,94	4 Be 9,01											5 B 10,8	6 C 12,0	7 N 14,0	8 O 16,0	9 F 19,0	10 Ne 20,2
11 Na 23,0	12 Mg 24,3											13 A*l* 27,0	14 Si 28,1	15 P 31,0	16 S 32,1	17 C*l* 35,5	18 Ar 39,9
19 K 39,1	20 Ca 40,1	21 Sc 45,0	22 Ti 47,9	23 V 50,9	24 Cr 52,0	25 Mn 54,9	26 Fe 55,8	27 Co 58,9	28 Ni 58,7	29 Cu 63,5	30 Zn 65,4	31 Ga 69,7	32 Ge 72,6	33 As 74,9	34 Se 79,0	35 Br 79,9	36 Kr 83,8
37 Rb 85,5	38 Sr 87,6	39 Y 88,9	40 Zr 91,2	41 Nb 92,9	42 Mo 95,9	43 Tc (98)	44 Ru 101	45 Rh 103	46 Pd 106	47 Ag 108	48 Cd 112	49 In 115	50 Sn 119	51 Sb 122	52 Te 128	53 I 127	54 Xe 131
55 Cs 133	56 Ba 137	57-71 Série dos Lantanídios	72 Hf 178	73 Ta 181	74 W 184	75 Re 186	76 Os 190	77 Ir 192	78 Pt 195	79 Au 197	80 Hg 201	81 T*l* 204	82 Pb 207	83 Bi 209	84 Po (209)	85 At (210)	86 Rn (222)
87 Fr (223)	88 Ra (226)	89-103 Série dos Actinídios	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg (266)	107 Bh (264)	108 Hs (277)	109 Mt (268)	110 Ds (271)	111 Rg (272)							

Número Atômico **Símbolo** Massa Atômica ( ) = n.º de massa do isótopo mais estável

Série dos Lantanídios

57 La 139	58 Ce 140	59 Pr 141	60 Nd 144	61 Pm (145)	62 Sm 150	63 Eu 152	64 Gd 157	65 Tb 159	66 Dy 163	67 Ho 165	68 Er 167	69 Tm 169	70 Yb 173	71 Lu 175

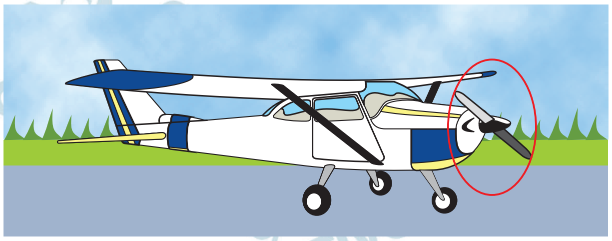
Série dos Actinídios

89 Ac (227)	90 Th 232	91 Pa 231	92 U 238	93 Np (237)	94 Pu (244)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (251)	99 Es (252)	100 Fm (257)	101 Md (258)	102 No (259)	103 Lr (262)

(IUPAC, 22.06.2007.)

11

Um avião, logo após a aterrissagem, está em movimento retilíneo sobre a pista horizontal, com sua hélice girando com uma frequência constante de 4 Hz.



Considere que em um determinado intervalo de tempo a velocidade escalar desse avião em relação ao solo é constante e igual a 2m/s, que cada pá da hélice tem 1m de comprimento e que $\pi = 3$. Calcule:

a) a distância, em metros, percorrida pelo avião enquanto sua hélice dá 12 voltas completas.

b) o módulo da velocidade vetorial instantânea, em m/s, de um ponto da extremidade de uma das pás da hélice do avião, em relação ao solo, em determinado instante desse intervalo.

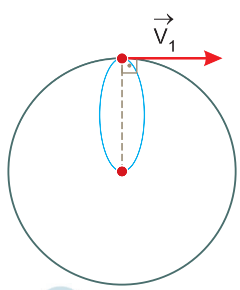
Resolução

a) 1) $f = \dfrac{n}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \dfrac{12}{T} \Rightarrow \boxed{T = 3s}$

2) $\Delta s = V\,t$ (MU)

$d = 2\,.\,3\ (m) \Rightarrow \boxed{d = 6m}$

b)

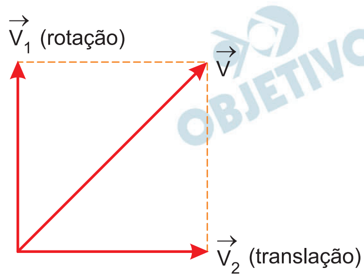


1) $V_1 = 2\pi f R$

$V_1 = 6\,.\,4\,.\,1\ (m/s)$

$\boxed{V_1 = 24m/s}$

2) **A velocidade vetorial, em relação ao solo, é a soma vetorial da velocidade devida à rotação com a velocidade de translação do avião.**



$V^2 = V_1^2 + V_2^2$

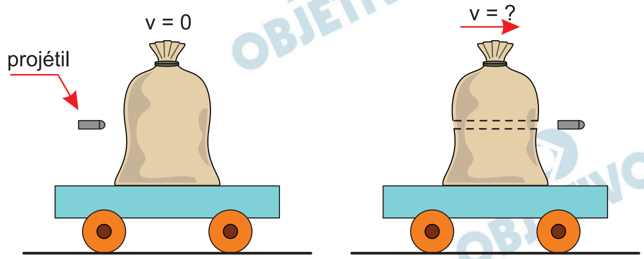
$V^2 = (24)^2 + (2)^2$ (SI)

$V^2 = 576 + 4 = 580$ (SI)

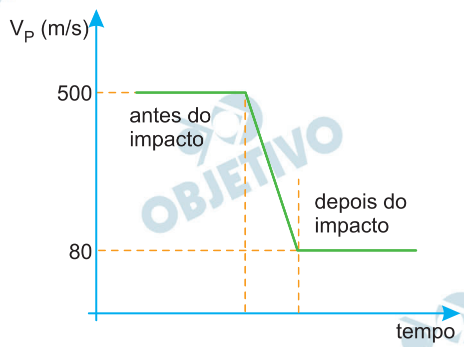
$\boxed{V \cong 24{,}1 m/s}$

Respostas: a) $d = 6m$
b) $V \cong 24{,}1 m/s$

Em um teste realizado na investigação de um crime, um projétil de massa 20g é disparado horizontalmente contra um saco de areia apoiado, em repouso, sobre um carrinho que, também em repouso, está apoiado sobre uma superfície horizontal na qual pode mover-se livre de atrito. O projétil atravessa o saco perpendicularmente aos eixos das rodas do carrinho, e sai com velocidade menor que a inicial, enquanto o sistema formado pelo saco de areia e pelo carrinho, que totaliza 100 kg, sai do repouso com velocidade de módulo v.



O gráfico representa a variação da velocidade escalar do projétil, v_P, em função do tempo, nesse teste.



Calcule:

a) o módulo da velocidade v, em m/s, adquirida pelo sistema formado pelo saco de areia e pelo carrinho imediatamente após o saco ter sido atravessado pelo projétil.

b) o trabalho, em joules, realizado pela resultante das forças que atuaram sobre o projétil no intervalo de tempo em que ele atravessou o saco de areia.

Resolução

a) **No ato da colisão o projétil e o saco de areia formam um sistema isolado e haverá conservação da quantidade de movimento total do sistema**

$$Q_f = Q_i$$

$$MV + m_P \cdot V'_P = m_P \, V_P$$

$$100V + 0{,}020 \cdot 80 = 0{,}020 \cdot 500$$

$$100V + 1{,}6 = 10$$

$100V = 8{,}4 \Rightarrow \boxed{V = 8{,}4 \cdot 10^{-2}\text{m/s}}$

b) **Aplicação do teorema da energia cinética**

$$\tau_R = \Delta E_{cin}$$

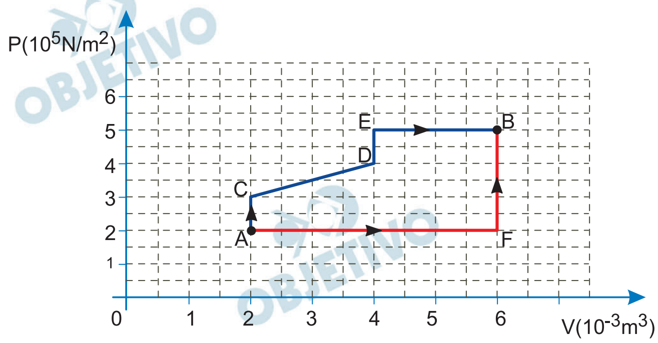
$$\tau_R = \frac{m}{2}[(V'_P)^2 - (V_P)^2]$$

$$\tau_R = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{2}[(80)^2 - (500)^2]$$

$$\boxed{\tau_R = -2436J}$$

Respostas: a) $V = 8{,}4 \cdot 10^{-2}\text{m/s}$
b) $\tau_R = -2436J$

Uma massa constante de gás ideal pode ser levada de um estado inicial A a um estado final B por dois processos diferentes, indicados no diagrama P × V.



Para ocorrer, a transformação ACDEB exige uma quantidade Q_1 de calor e a transformação AFB exige uma quantidade Q_2 de calor. Sendo T_A e T_B as temperaturas absolutas do gás nos estados A e B, respectivamente, calcule:

a) o valor da razão $\dfrac{T_B}{T_A}$.

b) o valor da diferença $Q_1 - Q_2$, em joules.

Resolução

a) **Equação de Clapeyron: $pV = n\,R\,T$**

Em A: $(pV)_A = n\,R\,T_A$

$$2 \,.\, 10^5 \,.\, 2 \,.\, 10^{-3} = n\,R\,T_A \Rightarrow T_A = \frac{4 \,.\, 10^2}{nR} \quad ①$$

Em B: $(pV)_B = n\,R\,T_B$

$$5 \,.\, 10^5 \,.\, 6 \,.\, 10^{-3} = n\,R\,T_B \Rightarrow T_B = \frac{30 \,.\, 10^2}{nR} \quad ②$$

Dividindo-se ② por ①, vem:

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{\dfrac{30 \,.\, 10^2}{nR}}{\dfrac{4 \,.\, 10^2}{nR}} \Rightarrow \boxed{\frac{T_B}{T_A} = 7{,}5}$$

b) **1.º Princípio da Termodinâmica:**

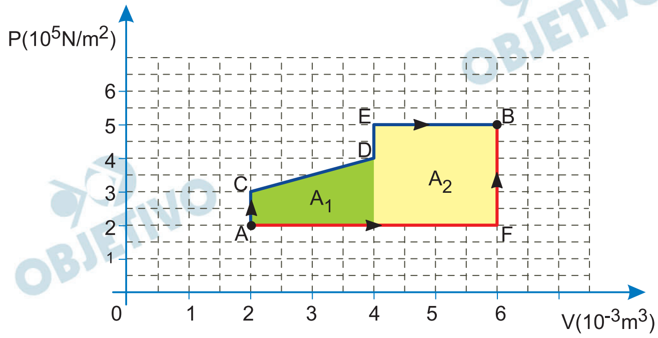
$Q = \tau + \Delta U$

Pelos dois caminhos, o gás sofre a mesma variação de energia interna. Assim:

$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U$

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = \tau_1 + \Delta U \\ Q_2 = \tau_2 + \Delta U \end{array}\right\} Q_1 - Q_2 = \tau_1 - \tau_2$$

$$\tau_1 - \tau_2 = (\text{área})\ (p \times V) = A_1 + A_2$$



$$\tau_1 - \tau_2 = \frac{(2 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^5)\ 2 \cdot 10^{-3}}{2} + 3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ (J)$$

$$\tau_1 - \tau_2 = 3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^2\ (J)$$

$$\boxed{\tau_1 - \tau_2 = 9 \cdot 10^2\ J}$$

Portanto:

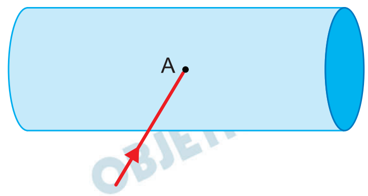
$$\boxed{Q_1 - Q_2 = 9 \cdot 10^2\ J}$$

Respostas: a) $\dfrac{T_B}{T_A} = 7{,}5$

b) $Q_1 - Q_2 = 9 \cdot 10^2\ J$

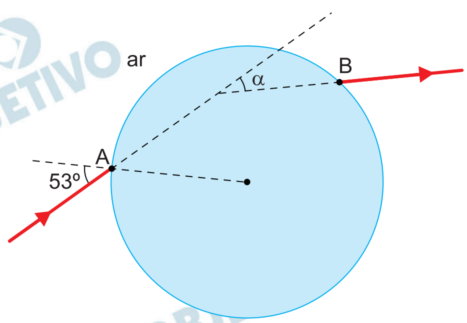
Para demonstrar o fenômeno da refração luminosa, um professor faz incidir um feixe monocromático de luz no ponto A da superfície lateral de um cilindro reto constituído de um material homogêneo e transparente, de índice de refração absoluto igual a 1,6 (figura 1).

Figura 1



A figura 2 representa a secção transversal circular desse cilindro, que contém o plano de incidência do feixe de luz. Ao incidir no ponto A, o feixe atravessa o cilindro e emerge no ponto B, sofrendo um desvio angular α.

Figura 2



fora de escala

Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é igual a $3,0 \cdot 10^8$ m/s, que o índice de refração absoluto do ar é igual a 1,0 e adotando sen 53º = 0,8, calcule:

a) a velocidade escalar do feixe luminoso, em m/s, no interior do cilindro.

b) o desvio angular α, em graus, sofrido pelo feixe luminoso ao atravessar o cilindro.

Resolução

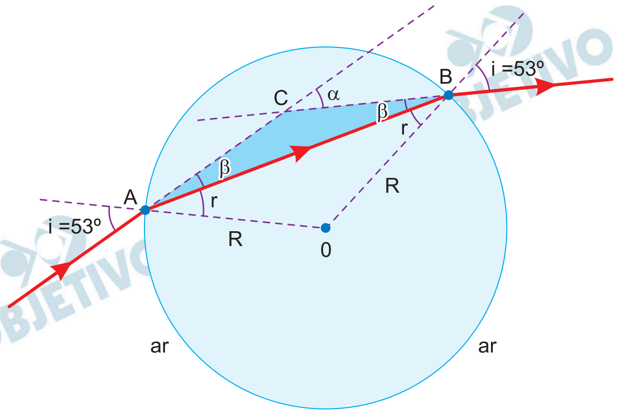
a) **O índice absoluto de refração do material do cilindro, n, é calculado por:**

$$n = \frac{c}{V}$$

em que V é a intensidade da velocidade da luz no cilindro e $c = 3,0 \cdot 10^8$m/s. Logo:

$$1,6 = \frac{3,0 \cdot 10^8}{V} \Rightarrow \boxed{V \cong 1,9 \cdot 10^8 \text{m/s}}$$

b)



(I) ***Cálculo de r:***

Lei de Snell: $n \text{ sen } r = n_{ar} \text{ sen } 1$

$1{,}6 \cdot \text{sen } r = 1{,}0 \cdot \text{sen } 53° \Rightarrow 1{,}6 \cdot \text{sen } r = 0{,}8$

$\text{sen } r = 0{,}5 \Rightarrow \boxed{r = 30°}$

(II) Cálculo de β:

$\beta = i - r \Rightarrow \beta = 53° - 30° \Rightarrow \boxed{\beta = 23°}$

(III) Cálculo de α:

No triângulo ABC, o ângulo α é externo.

Logo:

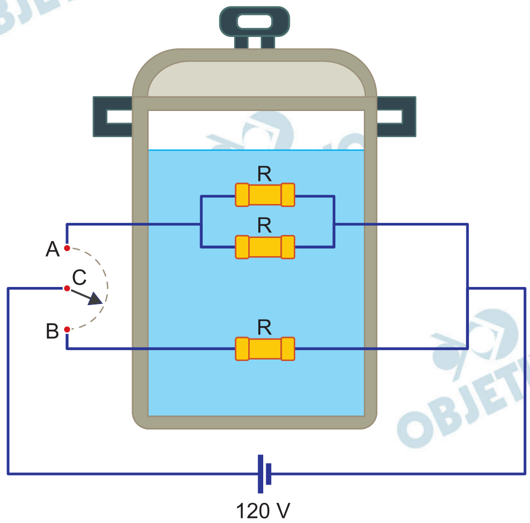
$\alpha = 2\beta \Rightarrow \alpha = 2 \cdot 23°$

Da qual: $\boxed{\alpha = 46°}$

Respostas: a) aproximadamente $1{,}9 \cdot 10^8$m/s

b) $\alpha = 46°$

A figura representa o esquema de uma panela elétrica, na qual existe uma chave seletora C que pode ser ligada em dois pontos, A e B, que definem qual circuito será utilizado para dissipar, por efeito joule, a energia térmica necessária para o funcionamento da panela.



Uma pessoa deseja utilizar essa panela para elevar a temperatura de quatro litros de água de 20ºC para 80ºC. Considerando que o calor específico da água seja 4×10^3 J/(kg · ºC), que a densidade da água seja 1 kg/L, que toda a energia térmica dissipada pelos resistores seja absorvida pela água e, ainda, que a água não perca calor durante o processo, calcule:

a) o valor da razão $\dfrac{P_A}{P_B}$, em que P_A e P_B são, respectivamente, as potências dissipadas pelos resistores quando a chave C está ligada no ponto A e no ponto B.

b) o valor da resistência elétrica R, em ohms, para que se consiga produzir o aquecimento desejado dessa massa de água, no intervalo de tempo de 10 minutos, com a chave C ligada no ponto A.

Resolução

a) Quando a chave está ligada em A, temos:

$$P_A = \frac{U^2}{R_{eq_A}}$$

$$P_A = \frac{U^2}{\frac{R}{2}} \Rightarrow P_A = \frac{2U^2}{R}$$

Em B:

$$P_B = \frac{U^2}{R_{eq_B}}$$

$$P_B = \frac{U^2}{R}$$

Assim, $\dfrac{P_A}{P_B} = \dfrac{\dfrac{2U^2}{R}}{\dfrac{U^2}{R}} \Rightarrow \boxed{\dfrac{P_A}{P_B} = 2}$

b) A energia elétrica dissipada pelos resistores será absorvida pela água na forma de calor, assim:

$\varepsilon_{e\ell} = Q$

$P_A \,.\, \Delta t = m\, c\, \Delta\theta$

$$\frac{2U^2}{R} \,.\, \Delta t = m\, c\, \Delta\theta$$

$$\frac{2 \,.\, (120)^2}{R} \,.\, 10\ (60) = 4 \,.\, 4 \,.\, 10^3 \,.\, 60$$

$\boxed{R = 18\Omega}$

Respostas: a) 2
b) 18Ω

O gasto calórico no exercício da atividade física de corrida é uma função de diversas variáveis, porém, a fórmula simplificada pode dar uma estimativa desse gasto.

Gasto calórico (em calorias por hora) = velocidade da corrida (em km/h) x massa do indivíduo (em kg)

Considere que, no exercício da corrida, o consumo de oxigênio, que em repouso é de 3,5 mL por quilograma de massa corporal por minuto, seja multiplicado pela velocidade (em km/h) do corredor.

a) Turíbio tem massa de 72 kg e pratica 25 minutos de corrida por dia com velocidade constante de 8 km/h. Calcule o gasto calórico diário de Turíbio com a prática dessa atividade.

b) Seja c o consumo de litros de oxigênio em uma hora de corrida de um indivíduo de massa m (em kg) em velocidade constante v (em km/h). Calcule o valor da constante $\frac{c}{m.v}$ na prática de uma hora de corrida desse indivíduo.

Resolução

a) $\boxed{\begin{matrix}\text{Gasto calórico}\\ \text{(em calorias}\\ \text{por horas)}\end{matrix}} = \boxed{\begin{matrix}\text{Velocidade}\\ \text{da corrida}\\ \text{(em km/h)}\end{matrix}} \times \boxed{\begin{matrix}\text{Massa do}\\ \text{indivíduo}\\ \text{(em kg)}\end{matrix}}$

$\text{Pot} = v \,.\, m$

$\text{Pot} = 8 \,.\, 72 \text{ (cal/h)}$

$\boxed{\text{Pot} = 576 \text{ cal/h}}$

Em 25 minutos de corrida, a energia, em calorias, é dada por:

$Q = \text{Pot} \,.\, \Delta t$

$Q = 576 \frac{\text{cal}}{\text{h}} \,.\, \frac{25}{60} \text{h}$

$\boxed{Q = 240 \text{cal}}$

b) **Cálculo do consumo de oxigênio em uma hora de corrida, considerando** $c_{repouso} = 3{,}5 \frac{m\ell}{kg \,.\, min}$**:**

$$c = \frac{3{,}5 \, m\ell}{kg \,.\, min} \,.\, 72kg \,.\, \frac{8 \, m\ell}{h} \,.\, 60 \text{ min} = 120960 \frac{m\ell}{h}$$

$$\boxed{c = 120{,}96\ \frac{\ell}{h}}$$

Cálculo da constante $\frac{c}{mv}$:

$$\frac{c}{mv} = \frac{120{,}96\ \ell/h}{72kg \,.\, 8km/h}$$

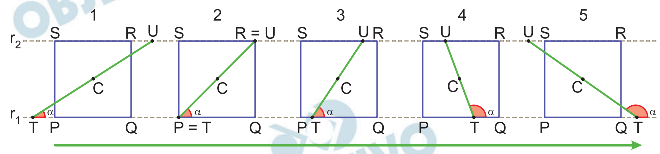
$$\boxed{\frac{c}{mv} = 0{,}21\ \frac{\ell}{kg \,.\, km}}$$

Respostas: a) 240 cal

b) $0{,}21\ \frac{\ell}{kg \,.\, km}$

17

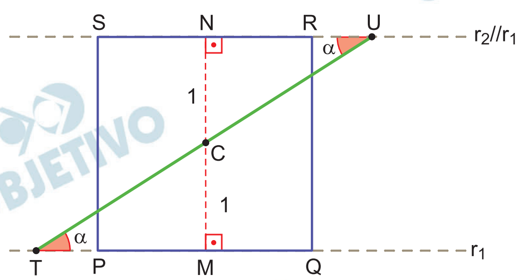
Os pontos T e U deslocam-se sobre retas paralelas r_1 e r_2 de tal forma que $\overline{TU}$ passe sempre pelo centro C de um quadrado PQRS, de lado 2, e forme um ângulo de medida α com r_1, conforme indica, como exemplo, a sequência de cinco figuras.



a) Calcule as medidas de $\overline{TU}$ nas situações em que $\alpha = 45°$ e $\alpha = 90°$.

b) Denotando TU por y, determine y em função de α e o respectivo domínio dessa função no intervalo de α em que a posição de T varia de P até Q.

Resolução



Sejam M e N, os pontos médios de $\overline{PQ}$ e $\overline{RS}$, respectivamente.

a) No triângulo retângulo TMC, temos:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{CM}{TC} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \frac{1}{TC} \Leftrightarrow TC = \frac{1}{\text{sen}\,\alpha}$$

Da congruência dos triângulos TMC e UNC resulta $UC = TC = \dfrac{1}{\text{sen}\,\alpha}$ e, consequentemente

$$TU = TC + UC = 2TC = \frac{2}{\text{sen}\,\alpha}$$

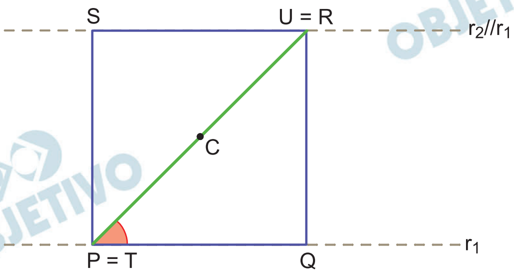
Para $\alpha = 45°$ obtém-se $TU = \dfrac{2}{\text{sen}\,45°} =$

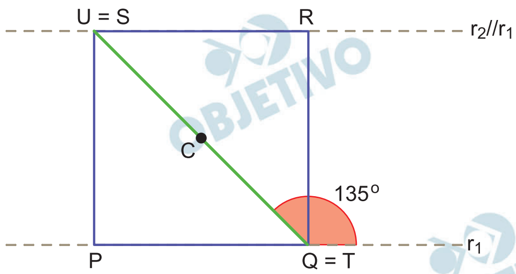
$$= \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2}$$

Para $\alpha = 90°$ obtém-se $TU = \dfrac{2}{\text{sen}\,90°} = \dfrac{2}{1} = 2$

b) $y = TU = \dfrac{2}{\text{sen}\,\alpha}$

Para P = T, α = 45° e para Q = T, α = 135°, como se vê na figura.





Respostas: a) Para α = 45°, tem-se TU = $2\sqrt{2}$ e para α = 90°, tem-se TU = 2

b) $y = \dfrac{2}{\text{sen } \alpha}$ e D(y) = [45°; 135°]

Sofia deveria ter estudado 10 temas de biologia para fazer uma avaliação, porém só estudou 2. Nessa avaliação, ela poderá ser reprovada (R), aprovada com ressalvas (AR) ou aprovada (A). Antes de iniciar a avaliação, a professora de Sofia dá a ela o direito de escolher uma das seguintes estruturas de avaliação:

Avaliação 1 – composta por apenas 2 questões, cada uma tratando de um dos 10 temas (sem repetir os temas), sendo que errar duas implica R, acertar apenas uma implica AR, e acertar as duas implica A.

Avaliação 2 – composta por apenas 3 questões, cada uma tratando de um dos 10 temas (sem repetir os temas), sendo que errar duas ou mais questões implica R, acertar apenas duas implica AR, e acertar as três implica A.

Considere que Sofia sempre acerta questões dos temas que estudou, e que sempre erra questões dos temas que não estudou.

a) Calcule as probabilidades de R, AR e A para o caso de Sofia ter escolhido a avaliação 1.

b) Se Sofia pretende ser aprovada, independentemente de ser com ressalvas (AR) ou diretamente (A), em qual das avaliações ela terá maior chance? Justifique matematicamente sua conclusão por meio de cálculos de probabilidade.

Resolução

a) No caso de Sofia escolher a avaliação 1 temos:

$$P_1(R) = P(\text{errar as duas}) = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{56}{90} = \frac{28}{45}$$

$P_1(AR)$ = P(acertar uma e errar outra) =
= P(acertar a 1.ª e errar a 2.ª) +
+ P(errar a 1.ª e acertar a 2.ª) =

$$= \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$$

$P_1(A)$ = P(acertar as duas) =

$$= \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$$

b) b1) No caso de Sofia escolher a avaliação 2, temos:

$P_2(R)$ = P(errar as três) +
+ P(errar duas e acertar uma) =

$$= \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} + 3 \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{8} =$$

$$= \frac{672}{720} = \frac{14}{15}$$

$P_2(AR)$ = P(acertar as duas e errar uma) =

$= 3 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{8}{8} = \frac{48}{720} = \frac{1}{15}$

$P_2(A)$ = P(acertar as três) = 0, pois no máximo Sofia acerta duas.

2) A probabilidade de Sofia ser aprovada (com ressalva ou diretamente) na primeira avaliação é

$P_1(AR) + P_1(A) = \frac{16}{45} + \frac{1}{45} = \frac{17}{45}$

A probabilidade de Sofia ser aprovada (com ressalva ou diretamente) na segunda avaliação é

$P_2(AR) + P_2(A) = \frac{1}{15} + 0 = \frac{1}{15}$

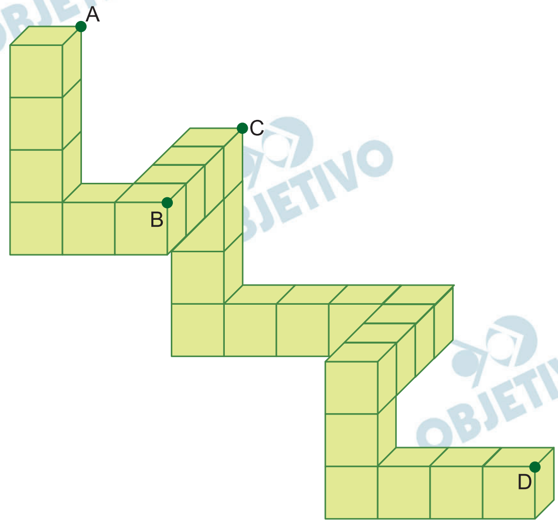
Como $\frac{17}{45} > \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$ na primeira avaliação a chance é maior.

Respostas: a) $P_1(R) = \frac{28}{45}$, $P_1(AR) = \frac{16}{45}$ e

$P_1(A) = \frac{1}{45}$

b) Na 1ª avaliação (conforme resolução)

Um sólido é formado por 24 cubos idênticos, conforme a figura. O contato entre dois cubos contíguos sempre se dá por meio da sobreposição perfeita entre as faces desses cubos. Na mesma figura também estão marcados A, B, C e D, vértices de quatro cubos que compõem o sólido.

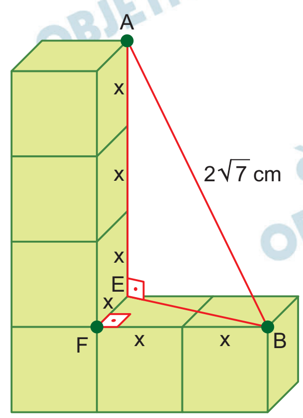


a) Admitindo-se que a medida de $\overline{AB}$ seja $2\sqrt{7}$ cm, calcule o volume do sólido.

b) Calcule a medida de $\overline{CD}$ admitindo-se que a medida da aresta de cada cubo que compõe o sólido seja igual a 2 cm.

Resolução

a)



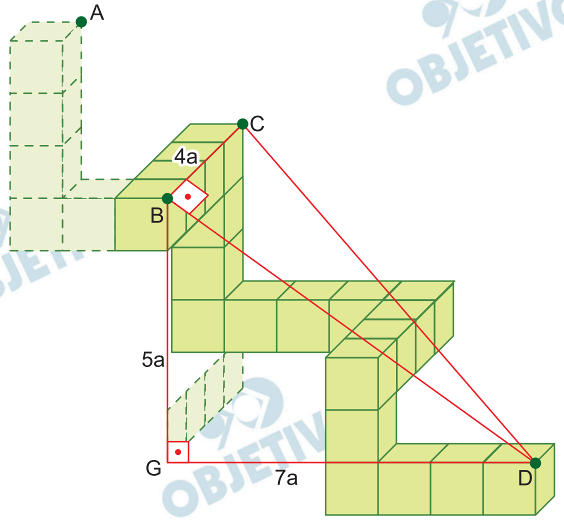
Sendo x a medida, em centímetros, da aresta de cada cubo que compõe o sólido, de acordo com o Teorema de Pitágoras nos triângulos BEF e ABE, temos:

$$\begin{cases} (EB)^2 = x^2 + (2x)^2 \\ (AB)^2 = (3x)^2 + (EB)^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (EB)^2 = 5x^2 \\ (2\sqrt{7})^2 = (3x)^2 + (EB)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$$

Logo, o volume do sólido em centímetros cúbicos, será: $V = 24 \,.\, x^3 = 24 \,.\, (\sqrt{2})^3 = 48 \,.\, \sqrt{2}$

b)



Sendo *a* a medida da aresta de cada cubo que compõe o sólido, de acordo com o Teorema de Pitágoras nos triângulo BDG e BCD, temos:

$$\begin{cases} (BD)^2 = (5a)^2 + (7a)^2 \\ (CD)^2 = (4a)^2 + (BD)^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (BD)^2 = 74 \,.\, a^2 \\ (CD)^2 = 16 \,.\, a^2 + 74 \,.\, a^2 \end{cases} \Leftrightarrow CD = 3 \,.\, a \,.\, \sqrt{10}$$

Para a = 2 cm, temos:

$CD = 3 \,.\, 2 \,.\, \sqrt{10} = 6 \,.\, \sqrt{10}$ cm

Respostas: a) $48 \,.\, \sqrt{2}$ cm^3

b) $6 \,.\, \sqrt{10}$ cm

Em um experimento, uma população inicial de 100 bactérias dobra a cada 3 horas. Sendo y o número de bactérias

após x horas, segue que $y = 100 \,.\, 2^{\frac{x}{3}}$.

a) Depois de um certo número de horas a partir do início do experimento, a população de bactérias atingiu 1 677 721 600. Calcule esse número de horas.

(dado: $1\,677\,721\,600 = 256^3$)

b) Sabendo-se que da 45ª para a 48ª hora o número de bactérias aumentou de $100 \,.\, 2^k$, calcule o valor de k.

Resolução

a) $\mathbf{y = 100 \,.\, 2^{\frac{x}{3}} = 1\,677\,721\,600 \Leftrightarrow}$

$\mathbf{\Leftrightarrow 100 \,.\, 2^{\frac{x}{3}} = 16\,777\,216 \,.\, 100 \Leftrightarrow}$

$\mathbf{\Leftrightarrow 2^{\frac{x}{3}} = 16\,777\,216 \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{3}} = 256^3 \Leftrightarrow}$

$\mathbf{\Leftrightarrow 2^{\frac{x}{3}} = 2^{24} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = 24 \Leftrightarrow x = 72}$

Obs.: **A informação $\mathbf{1\,677\,721\,600 = 256^3}$ *está errada*. Isso prejudicou o aluno. O correto é $\mathbf{16\,777\,216 = 256^3}$.**

b) $\mathbf{100 \,.\, 2^{\frac{48}{3}} - 100 \,.\, 2^{\frac{45}{3}} = 100 \,.\, 2^k \Leftrightarrow}$

$\mathbf{\Leftrightarrow 100 \,.\, 2^{16} - 100 \,.\, 2^{15} = 100 \,.\, 2^k \Leftrightarrow}$

$\mathbf{\Leftrightarrow 2^{16} - 2^{15} = 2^k \Leftrightarrow 2^k = 2^{15} \Leftrightarrow k = 15}$

Respostas: a) 72h b) 15