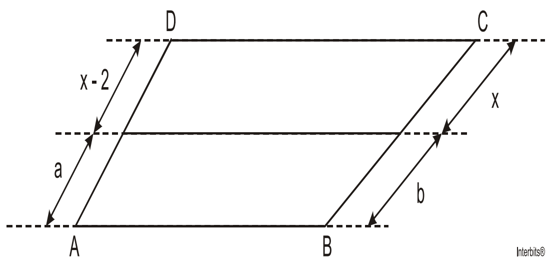
TEOREMA DE TALES
SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS
RELAÇÕES MÉTRICAS

PEGANDO PESADO

QUESTÃO 01

(G1 – CFTMG_2010)

A figura representa um perfil de um reservatório d´água com lado **AB** paralelo a **CD**.



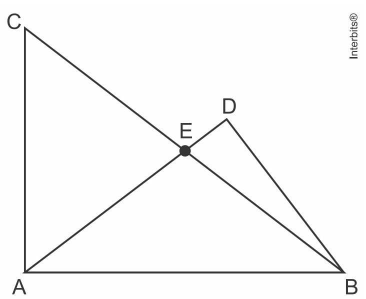
Se **a** é o menor primo e **b** é 50% maior que **a**, então, o valor de **x** é

A) 4
B) 6
C) 8
D) 10

QUESTÃO 02

(G1 - CP2_2017)

Na figura a seguir, os triângulos ABC e ABD são retângulos em A e D, respectivamente. Sabe-se que $AC = 15\text{ cm}$, $AD = 16\text{ cm}$ e $BD = 12\text{ cm}$.



A área do triângulo ABE é de

A) $100cm^2$
B) $96cm^2$
C) $75cm^2$
D) $60cm^2$

QUESTÃO 03

(Ime_2017)

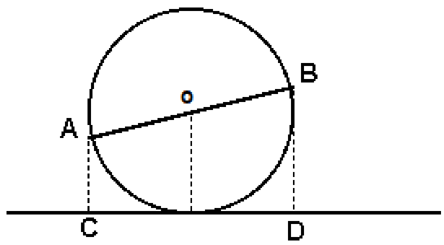
Dado um quadrado ABCD, de lado a, marcam-se os pontos E sobre o lado AB, F sobre o lado BC, G sobre o lado CD e H sobre o lado AD, de modo que os segmentos formados AE, BF, CG, e DH tenham comprimento igual a $\frac{3a}{4}$.

A área do novo quadrilátero formado pelas interseções dos segmentos AF, BG, CH, e DE mede:

A) $\frac{a^2}{25}$
B) $\frac{a^2}{18}$
C) $\frac{a^2}{9}$
D) $\frac{a^2}{16}$
E) $\frac{2a^2}{9}$

QUESTÃO 04

Um arquiteto projetou uma pequena ponte sobre um lago circular. Sua projeção coincide com um diâmetro cujos extremos distam8m e 12m de um caminho reto tangente ao lago. O diâmetro (em metro) do lago mede:

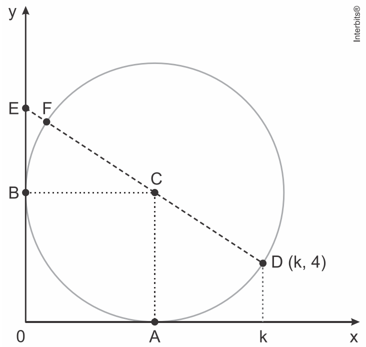


A) 22
B) 4
C) 12
D) 8
E) 20

QUESTÃO 05

(PUCSP 2017)

Considere uma circunferência tangente aos eixos ortogonais cartesianos nos pontos A e B, com 10 cm de raio, conforme mostra a figura.



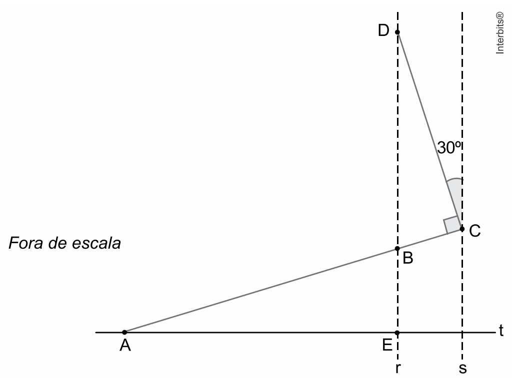
Sabendo que os pontos $E, F, C, D\,(k, 4)$ estão alinhados, a medida do segmento $\overline{EF}$ é

A 1,0cm
B 1,5cm
C 2,0cm
D 2,5cm

QUESTÃO 06

(FGV_2016)

Na figura seguinte, as retas r e s são paralelas entre si, e perpendiculares à reta t. Sabe-se, ainda, que $AB = 6 \text{ cm}$, $CD = 3 \text{ cm}$, $\overline{AC}$ é perpendicular a $\overline{CD}$, e a medida do ângulo entre $\overline{CD}$, e a reta s é $30°$.



Nas condições descritas, a medida de $\overline{DE}$, em cm, é igual a

A $12 + 3\sqrt{3}$
B $12 + 2\sqrt{3}$
C $6 + 4\sqrt{3}$
D $6 + 2\sqrt{3}$
E $3 + 2\sqrt{3}$

QUESTÃO 07

(ITA 2016)

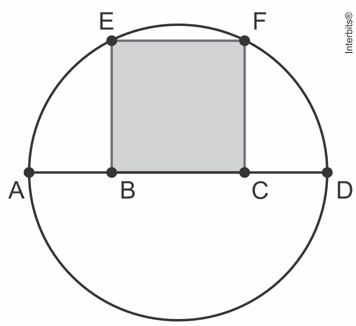
Um triângulo está inscrito numa circunferência de raio 1 cm. O seu maior lado mede 2 cm e sua área é de $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \text{ cm}^2$. Então, o menor lado do triângulo, em cm, mede

A $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$
B $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$
C $1/\sqrt{2}$
D $\frac{2}{\sqrt{6}}$
E $3/\sqrt{6}$

QUESTÃO 08

(INSPER 2015)

Na figura, $\overline{AD}$ é um diâmetro da circunferência que contém o lado $\overline{BC}$ do quadrado sombreado, cujos vértices E e F pertencem à circunferência.



Se a é a medida do segmento $\overline{AB}$ e ℓ é a medida do lado do quadrado, então $\dfrac{\ell}{a}$ é igual a

A $\sqrt{5} - 2$
B $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$
C $\frac{\sqrt{5} + 2}{2}$
D $\frac{\sqrt{5}}{2}$
E $\sqrt{5} + 2$

Soluções

Resposta da questão 1: [B]

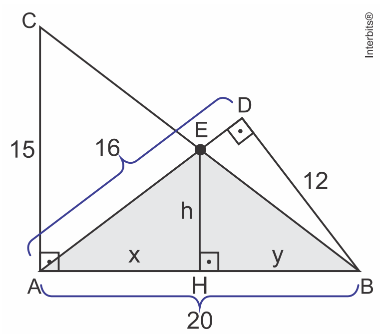
a = 2 (menor primo)

b = 1,5.2 = 3 (50% maior que **a)**
Aplicando o teorema de Tales na figura, temos:

$$\frac{x-2}{2}=\frac{x}{9} \Leftrightarrow 2x=3x-6 \Leftrightarrow x=6$$

Resposta da questão 2: [C]

$$AB^2=12^2+16^2 \Rightarrow AB^2=144+256 \Rightarrow AB=20$$



$$\Delta AEH \sim \Delta ABD$$

$$\frac{h}{12}=\frac{x}{16} \Rightarrow x=\frac{4h}{3}$$

$$\Delta EHB \sim \Delta CAB$$

$$\frac{h}{15}=\frac{y}{20} \Rightarrow y=\frac{4h}{3}$$

Como $x+y=20,$ podemos escrever:

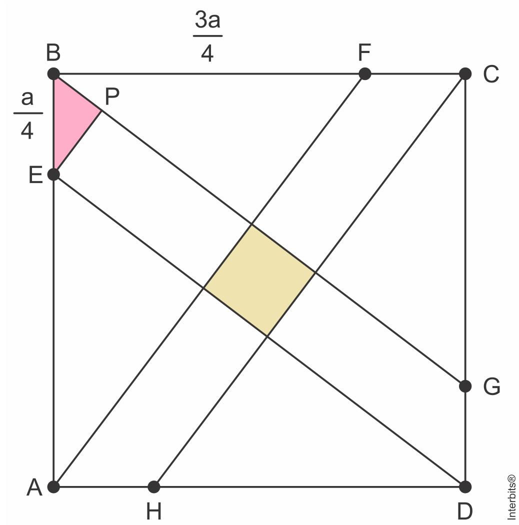
$$\frac{4h}{3}+\frac{4h}{3}=20 \Rightarrow h=7{,}5\text{ cm}$$

Portanto, a área do triângulo ABE será dada por:

$$A=\frac{20\cdot 7{,}5}{2}=75\text{ cm}^2$$

Resposta da questão 3: [A]

Pode-se desenhar, segundo o enunciado:



$$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=\frac{3a}{4}$$

$$\overline{EB}=\overline{FC}=\overline{GD}=\overline{AH}=\frac{a}{4}$$

$$\Delta AED \equiv \Delta BFA \equiv \Delta CGB \equiv \Delta DHC$$

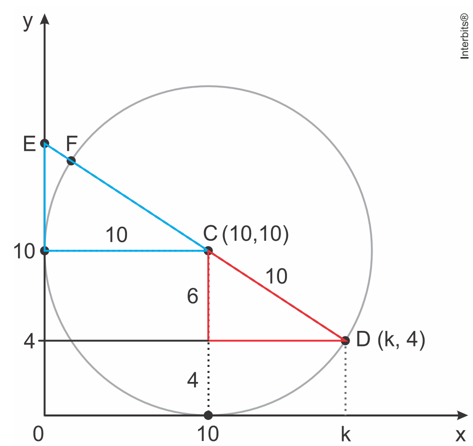
$$\text{Quadrilátero amarelo} \rightarrow \text{quadrado de lado } x$$

$$\frac{\overline{PE}}{\overline{DG}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{DE}} \rightarrow \frac{x}{a/4}=\frac{a}{\sqrt{a^2+\left(\frac{3a}{4}\right)^2}} \rightarrow x=\frac{a}{5} \rightarrow \text{Área}=x^2=\frac{a^2}{25}$$

Resposta da questão 4: [D]

Resposta da questão 5: [D]

Como a circunferência é tangente aos eixos coordenados e está no primeiro quadrante, as coordenadas do seu centro são $C(10,10).$ Logo:



Analisando o triângulo destacado em vermelho, percebe-se que ele tem catetos 6 e 8 (por Pitágoras). Assim, a coordenada do ponto D será $(18, 4)$. Ainda: o triângulo em vermelho é semelhante ao triângulo EBC (em azul). Logo, pode-se escrever:

$$\frac{\overline{EC}}{10} = \frac{10}{8} \rightarrow \overline{EC} = 12{,}5$$
$$\overline{EF} = \overline{EC} - 10 \rightarrow \overline{EF} = 2{,}5$$

Resposta da questão 6: [E]

Os triângulos AEB e BDC são semelhantes e do tipo $30, 60$ e 90 (o ângulo em C é igual ao ângulo em B e em A). Assim, pode-se calcular:

$$\Delta 30/60/90 \Rightarrow \begin{cases} x = \text{cateto menor} \\ x\sqrt{3} = \text{cateto maior} \\ 2x = \text{hipotenusa} \end{cases}$$

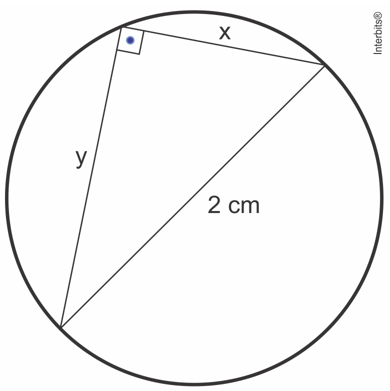
Em ΔBCD:
$$\Delta BCD \Rightarrow \Delta 30/60/90$$
$$\overline{CD} = 3 = x\sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$
$$2x = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$$

Em ΔAEB:
$$\Delta AEB \Rightarrow \Delta 30/60/90$$
$$2x = \overline{AB} = 6 \Rightarrow x = 3$$
$$x = \overline{BE} = 3$$

$$\overline{DE} = 3 + 2\sqrt{3}$$

Resposta da questão 7: [B]

Como a medida do lado maior é igual a medida do diâmetro (2cm), podemos afirmar que este triângulo é retângulo de catetos x e y.



Temos, então o seguinte sistema.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ \dfrac{x \cdot y}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Da segunda equação escrevemos que: $y = \dfrac{\sqrt{2}}{x}$

Substituindo o resultado acima na primeira equação, encontramos:
$$x^4 - 4x^2 + 2 = 0$$

Resolvendo a equação e determinando o valor de y, encontramos:
$$x = \sqrt{2+\sqrt{2}} \Rightarrow y = \sqrt{2-\sqrt{2}}$$

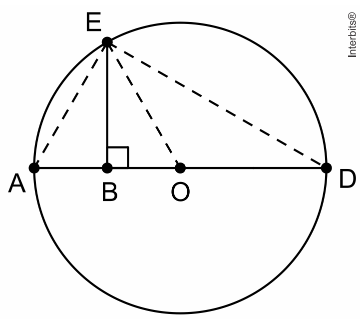
ou

$$x = \sqrt{2-\sqrt{2}} \Rightarrow y = \sqrt{2+\sqrt{2}}$$

Portanto, o menor cateto do triângulo é $\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

Resposta da questão 8: [C]

Considere a figura, em que O é o centro da circunferência.



Tem-se que o triângulo ADE é retângulo em E e $\overline{OB} = \dfrac{\ell}{2}$. Daí, segue que $\overline{OE} = a + \dfrac{\ell}{2}$ e, portanto, pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$\overline{OE}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{BO}^2 \Rightarrow \left(a + \frac{\ell}{2}\right)^2 = \ell^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$
$$\Rightarrow \frac{\ell}{a} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$