1

Uma pessoa resolve caminhar todos os finais de tarde. No 1.º dia de caminhada, ela percorre uma distância de x metros. No 2.º dia, ela caminha o dobro do que caminhou no 1.º dia; no 3.º dia, caminha o triplo do que caminhou no 1.º dia, e assim por diante. Considerando o período do 1.º ao 25.º dia, ininterruptos, ela caminhou um total de 243 750 metros.

a) Encontre a distância x percorrida no 1.º dia.

b) Verifique quanto ela terá percorrido no 30.º dia.

Resolução

As distâncias percorridas a cada dia são os termos da progressão aritmética

(x; 2x; 3x; …; 25x; …; 30x; …)

Nos vinte e cinco primeiros dias, a pessoa caminhou

$$S_{25} = \frac{(x + 25x) \cdot 25}{2} = 325\,x = 243\,750 \text{ m} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 750 \text{ m}$$

a) No primeiro dia, a pessoa percorreu 750 m

b) No trigésimo dia, ela percorreu 30 x = 22 500 m

Respostas: *a) 750 m   b) 22 500 m*

2

Uma parede de 350 cm de altura e 500 cm de comprimento será revestida de azulejos quadrados iguais. Desprezando-se a necessidade de deixar espaço entre os azulejos e supondo-se que não haverá perdas provenientes do corte deles,

a) determine o número de azulejos de 20 cm de lado necessários para revestir a parede;

b) encontre a maior dimensão de cada peça de azulejo para que não haja necessidade de cortar nenhum deles.

Resolução

a) O número de azulejos quadrados de 20 cm de lado necessários para revestir uma parede de 350 cm de altura e 500 cm de comprimento é

$$\frac{350 \cdot 500}{20 \cdot 20} = 437{,}5$$

b) Seja ℓ a medida em centímetros de cada lado do maior azulejo quadrado que possa ser utilizado no revestimento dessa parede retangular, sem a necessidade de cortar nenhum deles. Nestas condições, pode-se afirmar que ℓ é o máximo divisor comum entre 350 e 500, ou seja, $\ell = 50$.

Respostas: *a) 438 azulejos*

b) 50 cm de lado

3

A temperatura T de um forno, após o mesmo ser desligado, varia com o tempo t, de acordo com a expressão $T = 1\,000 - 15t^2$, no qual T é dado em graus Celsius e t, em minutos, até atingir a temperatura ambiente.

a) Obtenha a taxa de variação média de T, considerando o período entre 3 e 5 minutos após o desligamento do forno.

b) Verifique o valor do tempo em que a temperatura atinge 50% de seu valor inicial.

Resolução

a) *A temperatura T em graus Celsius em função do tempo t em minutos é dada por*

$T = 1000 - 15t^2$

Assim sendo, a taxa de variação média, V_m, considerando o período entre 3 e 5 minutos após o desligamento do forno, é

$$V_m = \frac{T(5) - T(3)}{5 - 3} =$$

$$= \frac{(1000 - 15 \,.\, 5^2) - (1000 - 15 \,.\, 3^2)}{5 - 3} =$$

$$= \frac{-375 + 135}{2} = -120$$

b) *O tempo necessário e suficiente para que a temperatura atinja 50% da inicial, que é 1000°C, é:*

$$50\% \,.\, 1000 = 1000 - 15t^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 15t^2 = 500 \Leftrightarrow t^2 = \frac{500}{15} \Leftrightarrow t = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

Respostas: *a) – 120 °C/min*

b) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ *min*

4

Dado o sistema de equações em $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} (4^x)^y = 16 & (1) \\ 4^x 4^y = 64 & (2) \end{cases}$$

a) Encontre o conjunto verdade.

b) Faça o quociente da equação (2) pela equação (1) e resolva a equação resultante para encontrar uma solução numérica para y, supondo $x \neq 1$.

Resolução

a) $$\begin{cases} (4^x)^y = 16 \\ 4^x \,.\, 4^y = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{xy} = 4^2 \\ 4^{x+y} = 4^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 2 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow$ *(x = 1 e y = 2) ou (x = 2 e y = 1)*

Assim: V = {(1;2), (2;1)}

b) $$\frac{4^x \,.\, 4^y}{(4^x)^y} = \frac{64}{16} \Leftrightarrow \frac{4^{x+y}}{4^{xy}} = \frac{4^3}{4^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4^{x+y-xy} = 4^1 \Leftrightarrow x + y - xy = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - xy + y - 1 = 0 \Leftrightarrow (1 - y).(x - 1) = 0 \text{ e } x \neq 1$$

Logo: y = 1

Respostas: *a) V = {(1;2), (2;1)}* *b) y = 1*

5

Um industrial produziu 1 000 peças de um produto manufaturado ao custo unitário de 200 reais. Vendeu 200 dessas peças com um lucro de 30%. O industrial deseja obter um lucro de 40% com a venda das 1 000 peças produzidas.

Nestas condições,

a) determine quanto lucrou o industrial, em reais, com a venda das 200 peças;

b) encontre o preço que deve ser vendida cada uma das 800 peças restantes para que o industrial obtenha o lucro desejado.

Resolução

Para produzir as 1000 peças, o industrial teve um custo de 1000 . R\$ 200,00 = R\$ 200 000,00.

Pela venda das mil peças, o industrial deverá ter um lucro de 40% de R\$ 200 000,00, portanto, R\$ 80 000,00.

a) *Pela venda das 200 peças iniciais, o industrial lucrou 30% . 200 . R\$ 200,00 = R\$ 12 000,00.*

b) *Para obter a lucratividade desejada, o lucro obtido pela venda das 800 peças restantes deverá ser, em reais, de 80 000 – 12 000 = 68 000 e cada peça deverá ser vendida por*

$$200 + \frac{68\,000}{800} = 285 \text{ reais}$$

Respostas: *a) R\$ 12 000,00* *b) R\$ 285,00*

6

A turma de uma sala de n alunos resolve formar uma comissão de três pessoas para tratar de um assunto delicado com um professor.

a) Explicite, em termos de n, o número de comissões possíveis de serem formadas com estes alunos.

b) Determine o número de comissões possíveis, se o professor exigir a participação na comissão de um determinado aluno da sala, por esse ser o representante da classe.

Resolução

a) *O número de comissões, com três pessoas em cada uma, que podem ser formadas com os n alunos da sala é*

$$C_{n,3} = \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1).(n-2)}{6}$$

b) *Se uma das pessoas é o representante da sala, então o número de comissões possíveis é*

$$C_{n-1,2} = \frac{(n-1)!}{2!(n-3)!} = \frac{(n-1).(n-2)}{2}$$

Respostas: *a)* $\frac{n(n-1).(n-2)}{6}$

b) $\frac{(n-1).(n-2)}{2}$

7

Um capital de R$ 1.000,00 é aplicado durante 4 meses.

a) Encontre o rendimento da aplicação, no período, considerando a taxa de juros simples de 10% ao mês.

b) Determine o rendimento da aplicação, no período, considerando a taxa de juros compostos de 10% ao mês.

Resolução

a) *O rendimento (R_s) da aplicação, durante os 4 meses considerados, em reais e a juros simples, foi de*

$$R_s = \frac{1\,000 \;.\; 10 \;.\; 4}{100} = 400$$

b) *A juros compostos, a aplicação renderá, em reais,*

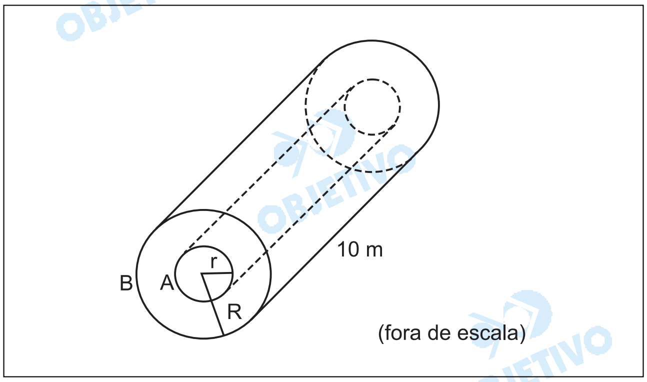
$R_c = 1000 \;.\; (1 + 10\%)^4 - 1000 =$

$= 1000 \;.\; 1{,}1^4 - 1000 = 464{,}1$

Respostas: *a) R$ 400,00*

b) R$ 464,10

Considere dois canos, A e B, de PVC, cada um com 10 metros de comprimento, A possuindo r = 5 cm de raio, e B, R = 15 cm. O cano A é colocado no interior de B de forma que os centros coincidam, conforme a figura, e o espaço entre ambos é preenchido com concreto.



Considerando $\pi = 3,14$,

a) calcule a área de uma das superfícies de concreto expostas, em cm^2, quando um corte perpendicular ao comprimento do cano for feito;

b) encontre o volume de concreto, em m^3, para preencher toda a extensão de 10 metros entre os dois canos.

Resolução

a) Cada uma das superfícies de concreto, que ficam expostas quando um corte perpendicular ao comprimento do cano é executado, tem a forma de uma coroa circular de raios R = 15 cm e r = 5 cm.

Assim, a área S, em centímetros quadrados, de uma dessas superfícies é dada por

$S = \pi(R^2 - r^2) = \pi(15^2 - 5^2) = 200\pi = 628$

b) Desprezando a espessura dos canos, o volume V, em metros cúbicos, para preencher toda a extensão de 10 metros entre os dois canos é dado por V = $0,0628\ m^2 \cdot 10\ m = 0,628\ m^3$

Respostas: *a) $628\ cm^2$*

b) $0,628\ m^3$

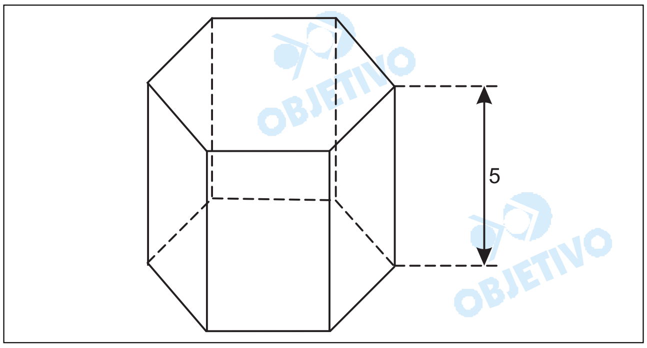
9

Considere um prisma hexagonal regular, sendo a altura igual a 5 cm e a área lateral igual a 60 cm^2.

a) Encontre o comprimento de cada um de seus lados.

b) Calcule o volume do prisma.

Resolução



*Se **a** for o comprimento de cada um dos lados da base do prisma hexagonal regular de altura 5 cm, então:*

a) $6 \cdot a \cdot (5\ cm) = 60\ cm^2 \Leftrightarrow a = 2\ cm$

b) O volume do prisma é

$$6 \cdot \frac{(2\ cm)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 5\ cm = 30\sqrt{3}\ cm^3$$

Respostas: *a) 2 cm*

b) $30\sqrt{3}\ cm^3$

Dada a equação $\cos(4x) = \dfrac{-1}{2}$,

a) verifique se o ângulo x pertencente ao 1.º quadrante, tal que $\text{sen}(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ satisfaz a equação acima;

b) encontre as soluções da equação dada, em toda a reta.

Resolução

$$\cos(4x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 4x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2K\pi, \text{ com } K \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + \frac{K\pi}{2}, \text{ com } K \in \mathbb{Z}$$

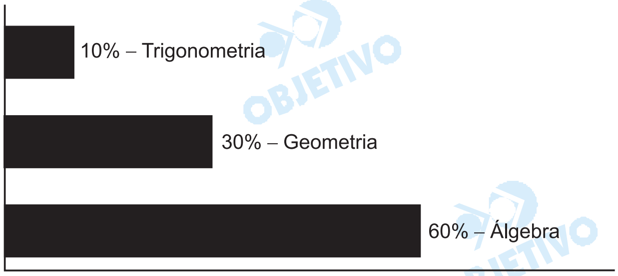
a) *Se o ângulo* ***x*** *pertence ao 1º quadrante e é tal que* $\text{sen } x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, *então* $x = \dfrac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{1 \cdot \pi}{2}$, *o que significa que o ângulo x satisfaz a equação acima.*

Respostas: *a) sim*

b) $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{K\pi}{2}$, *com* $K \in \mathbb{Z}$

Comentário de Matemática

Com seis questões de álgebra, três de geometria, uma de trigonometria e nenhuma de geometria analítica, todas com dois itens, a UNESP elaborou uma prova de Matemática bem adequada à seleção dos candidatos que pleiteiam conquistar as vagas disponíveis nos cursos de Ciências Exatas.



Em um determinado instante, um carro que corre a 100 km/h em uma estrada horizontal e plana começa a diminuir sua velocidade, com o módulo da aceleração constante. Percorrido 1 km, a redução da velocidade é interrompida ao mesmo tempo em que o carro é detectado por um radar fotográfico. O radar mostra que o carro está na velocidade limite permitida de 80km/h. Assim, pede-se:

a) o módulo da aceleração, em m/s^2, durante o intervalo de tempo em que a velocidade do carro diminuiu de 100 km/h para 80 km/h.

b) a velocidade detectada pelo radar para um segundo carro que segue o primeiro com velocidade de aproximação de 40 km/h, considerando-se que o primeiro carro mantém a velocidade de 80 km/h.

Resolução

1) a) *Usando-se a Equação de Torricelli, vem:*

$$V_f^2 = V_0^2 + 2\,\gamma\,\Delta s$$

$$V_0 = 100\ \frac{km}{h} = \frac{100}{3,6}\ \frac{m}{s}$$

$$V_f = 80\ \frac{km}{h} = \frac{80}{3,6}\ (m/s)$$

$$\Delta s = 1km = 1000m$$

$$\left(\frac{80}{3,6}\right)^2 = \left(\frac{100}{3,6}\right)^2 + 2\,\gamma\,1000$$

$$\frac{6400}{(3,6)^2} = \frac{10\,000}{(3,6)^2} + 2000\gamma$$

$$\frac{64}{12,96} = \frac{100}{12,96} + 20\gamma$$

$$20\gamma = \frac{64}{12,96} - \frac{100}{12,96} = \frac{-36}{12,96}$$

$$\gamma = \frac{-36}{12,96}\ (m/s^2) \Rightarrow \gamma \cong -0,14m/s^2$$

$$\boxed{|\,\gamma\,| = 0,14m/s^2}$$

b) *Se o segundo carro tem, em relação ao primeiro, uma velocidade relativa de 40km/h, temos:*

$V_{rel} = V_2 - V_1$

$40km/h = V_2 - 80km/h$

$$\boxed{V_2 = 120km/h}$$

Respostas: *a) $0,14m/s^2$*
b) 120km/h

12

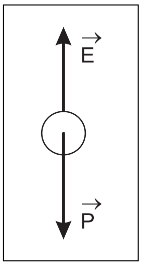
Uma partícula, de volume V e de massa m, está em queda em um meio líquido. Considerando-se desprezíveis os efeitos de viscosidade do líquido no movimento da partícula,

a) represente o diagrama de forças que atuam sobre a partícula nessa situação.

b) determine o módulo da aceleração da partícula em função da densidade da partícula, ρ_P, da densidade do líquido, ρ_L, e da aceleração gravitacional, g.

Resolução

a)



$\vec{P}$ = *peso da partícula*

$\vec{E}$: *empuxo que o líquido exerce na partícula*

b) *2ª Lei de Newton:*

$P - E = ma$

$\rho_P \, V g - \rho_L \, Vg = \rho_P \, V a$

$$\boxed{a = \frac{g\,(\rho_P - \rho_L)}{\rho_P}}$$

Respostas: *a) ver esquema*

$$b) \; a = \frac{g\,(\rho_P - \rho_L)}{\rho_P}$$

13

Um elástico de massa desprezível, inicialmente estendido, mas não alongado, está preso a uma parede por uma de suas extremidades e tem a outra ponta sendo enrolada em um eixo cilíndrico de raio R = 2mm, mantido sempre à mesma distância da parede. A deformação do elástico permanece dentro do regime linear, com constante elástica 100 N/m, e não há deslizamento entre o eixo e o elástico. Após uma volta completa do eixo, a partir da posição inicial, calcule:

(Considere $\pi = 3$)

a) o módulo da força exercida pelo elástico na parede.

b) a energia de rotação, em joules, a ser adquirida pelo eixo quando é posto a girar devido exclusivamente à ação da força do elástico sobre ele, admitindo que toda a energia potencial elástica armazenada será transferida para a rotação.

Resolução

a) *De acordo com a Lei de Hooke, temos:*

$F = kx$

Para uma volta completa do cilindro, temos:

$x = 2\pi R$

$F = k \,.\, 2\pi R$

$F = 100 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, 10^{-3}$ (N)

$\boxed{F = 1{,}2N}$

Nota: A força que o elástico aplica na parede tem a mesma intensidade da força que o estica, de acordo com a lei da ação e reação.

b) $E_c = E_E = \dfrac{kx^2}{2}$

$$E_c = \frac{100}{2}\,(2 \,.\, 3 \,.\, 2 \,.\, 10^{-3})^2 \text{ (J)}$$

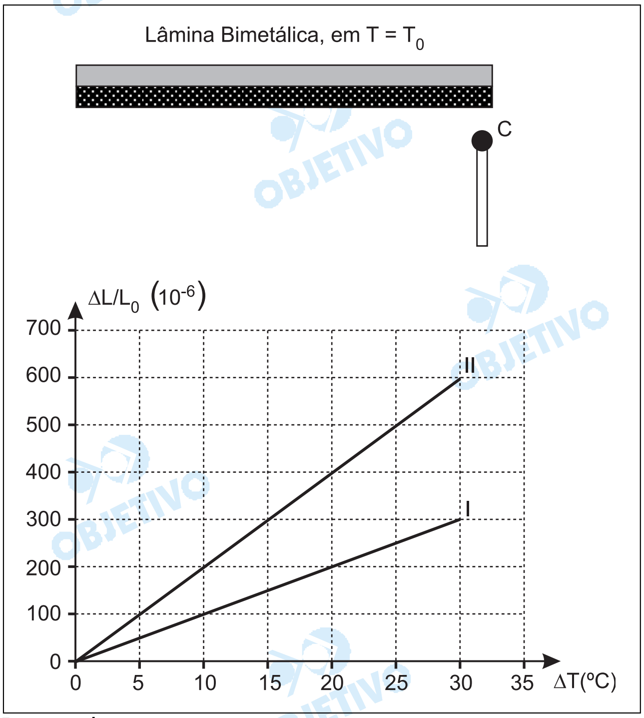
$E_c = 72 \,.\, 10^{-4}$ (J)

$\boxed{E_c = 7{,}2 \,.\, 10^{-3} J}$

Respostas: *a) 1,2N*

b) $7{,}2 \,.\, 10^{-3}$J

A figura mostra uma lâmina bimetálica, de comprimento L_0 na temperatura T_0, que deve tocar o contato C quando aquecida. A lâmina é feita dos metais I e II, cujas variações relativas do comprimento $\Delta L/L_0$ em função da variação de temperatura $\Delta T = T - T_0$ encontram-se no gráfico.



Determine:

a) o coeficiente de dilatação linear dos metais I e II.

b) qual dos metais deve ser utilizado na parte superior da lâmina para que o dispositivo funcione como desejado. Justifique sua resposta.

Resolução

a) *Usando-se a equação da dilatação linear, vem:*

$$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta T$$

assim: $$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \, \Delta T$$

Para o metal I:

$$300 \cdot 10^{-6} = \alpha_I \, 30$$

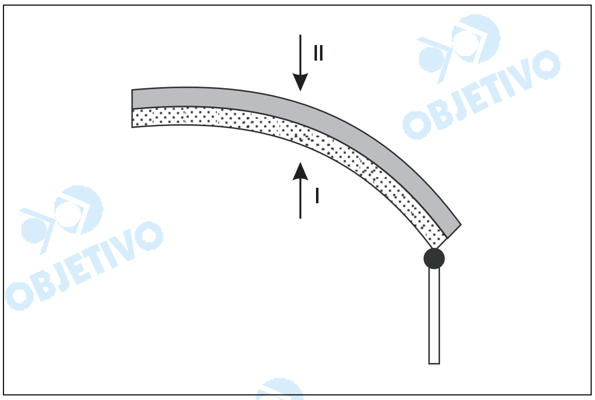
$$\boxed{\alpha_I = 1{,}0 \cdot 10^{-5} \, °C^{-1}}$$

Para o metal II:

$$600 \cdot 10^{-6} = \alpha_{II} \, 30$$

$$\boxed{\alpha_{II} = 2{,}0 \cdot 10^{-5} \, °C^{-1}}$$

b) *Na parte superior, deve ser posicionado o metal que se dilata mais (a lâmina está sendo aquecida). Assim, na parte superior, deve-se colocar o metal II.*



***Respostas**: a) 1,0 . 10^{-5} °C^{-1} e 2,0 . 10^{-5} °C^{-1}*
b) metal II

15

Um feixe de luz monocromática, de comprimento de onda λ = 600 nm no vácuo, incide sobre um material transparente de índice de refração n = 1,5, homogêneo e oticamente inativo. Sendo c = $3,0 \times 10^8$ m/s a velocidade da luz no vácuo, pede-se:

a) a velocidade e o comprimento de onda do feixe de luz enquanto atravessa o material.

b) a freqüência de onda do feixe de luz no vácuo e dentro do material.

Resolução

a) *No material transparente fornecido, temos:*

$$n = \frac{c}{V}$$

$$1,5 = \frac{3,0 \cdot 10^8}{V_2} \Rightarrow \boxed{V_2 = 2,0 \cdot 10^8 m/s}$$

Usando-se a equação fundamental da ondulatória, vem:

$V = \lambda f$

Como a freqüência f não se altera na refração, temos:

$$\frac{V_1}{\lambda_1} = \frac{V_2}{\lambda_2}$$

$$\frac{3,0 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} = \frac{2,0 \cdot 10^8}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = 400 \cdot 10^{-9} m$$

$$\boxed{\lambda_2 = 400 \text{ nm}}$$

b) *A freqüência da onda no interior do material transparente é igual à freqüência dessa onda no vácuo. Assim, no vácuo:*

$V = \lambda f$

$$f = \frac{V}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} \ (Hz)$$

$$\boxed{f = 5,0 \cdot 10^{14} Hz}$$

Respostas: *a) $2,0 \cdot 10^8$ m/s e 400nm*

b) $5,0 \cdot 10^{14}$ Hz

O princípio físico fundamental para entender o forno de microondas baseia-se no conceito de ressonância. Na parte superior da parede, numa das laterais do forno, encontra-se o *magnetron*, que é a fonte de microondas e que determina a freqüência dessas ondas eletromagnéticas. Por sua vez, as dimensões do forno são adequadas para que se formem ondas estacionárias no seu interior. Os antinodos formados por estas ondas estacionárias podem ser visualizados por manchas mais escuras em um papel foto-sensível (como os de aparelhos de fax) deixado no forno durante período breve de funcionamento.

a) Quais grandezas físicas variam periódicamente dando origem às microondas?

b) Calcule a velocidade das microondas de um forno, sabendo que a distância entre o centro de duas manchas no papel de fax foi da ordem de 6cm, e que a freqüência, indicada pelo fabricante, é 2,45GHz.

Resolução

a) *No magnétron uma corrente alternada cuja* ***intensidade*** *varia periodicamente com o tempo dá origem a uma onda eletromagnética na qual um* ***campo elétrico*** *e um* ***campo magnético*** *têm intensidades variando periodicamente com o tempo.*

b) *A distância entre dois antinodos (ventres) consecutivos de uma onda estacionária corresponde à metade de um comprimento de onda.*

$$\frac{\lambda}{2} = 6cm \Rightarrow \lambda = 12cm = 0{,}12m$$

Usando-se a equação fundamental da ondulatória, vem:

$V = \lambda\ f$

$V = 0{,}12 \cdot 2{,}45 \cdot 10^9\ (m/s)$

$\boxed{V = 2{,}94 \cdot 10^8\ m/s}$

Respostas: *a) vide texto*

b) $2{,}94 \cdot 10^8\ m/s$

17

Em um modelo atômico simples, proposto por Bohr em 1913, um núcleo contendo prótons e nêutrons é rodeado por elétrons que giram em órbitas circulares de raio r_n, onde a força de atração elétrica do núcleo positivo sobre cada elétron segue a lei de Coulomb. Utilizando esse modelo para o caso do átomo de hidrogênio (um único elétron girando em torno de um núcleo que contém um próton),

a) determine a direção, o sentido e a expressão para o módulo da força elétrica, atuando sobre o elétron, em função da carga *e* do elétron, do raio r_n e da constante eletrostática no vácuo K.

b) determine a expressão para a velocidade v da órbita do elétron em função da carga *e* e da massa m_e do elétron, do raio r_n e da constante eletrostática no vácuo K.

Resolução

a) *A força entre o núcleo e o elétron será de natureza eletrostática e dada por:*

$$F = \frac{K\,|q_{próton}|\,|q_{elétron}|}{r_n^2}$$

Sendo $|q_{próton}| = |q_{elétron}| = e$, *vem:*

$$\boxed{F = \frac{K\,e^2}{r_n^2}}$$

Direção: radial

Sentido: para o centro da órbita (núcleo)

b) *Na situação proposta, a força de interação eletrostática atuará como resultante centrípeta, assim:*

$$F_{cp} = F$$

$$\frac{m_e\,V^2}{r_n} = \frac{K\,e^2}{r_n^2}$$

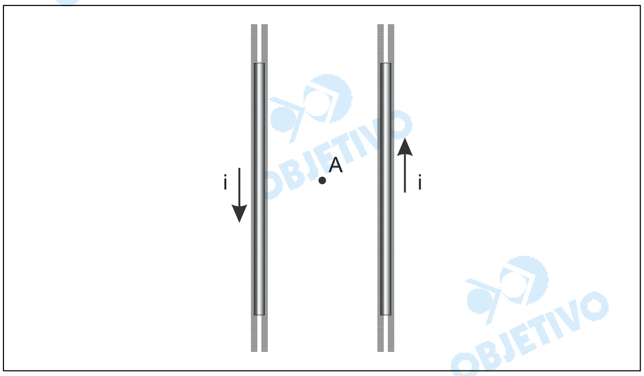
$$\boxed{V = \sqrt{\frac{K\,e^2}{m_e\,r_n}}} \Rightarrow \boxed{V = e\sqrt{\frac{K}{m_e\,r_n}}}$$

Respostas: *a)* $F = \dfrac{K\,e^2}{r_n^2}$ *; direção radial e sentido para o centro da órbita.*

b) $V = e\sqrt{\dfrac{K}{m_e\,r_n}}$

18

A figura mostra um experimento com dois fios suspensos, de raios e massas desprezíveis, extensos, paralelos e flexíveis, no instante em que começam a ser percorridos por correntes de mesma intensidade i = 1 A, contudo em sentidos opostos. O ponto A encontra-se à mesma distância, d = 10 cm, dos dois fios.

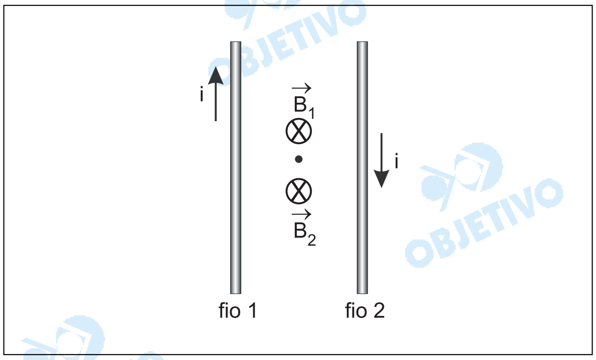


a) Determine o módulo, a direção e o sentido do campo magnético no ponto A, para a situação representada na figura. Considere $\mu_{ar} = 4\pi \times 10^{-7}$ T.m/A.

b) Devido à ação das forças magnéticas entre os fios, a distância d se alterou. Ela aumentou ou diminuiu? Justifique.

Resolução

a)



Usando-se a regra da mão direita em cada um dos fios, determinamos a direção e o sentido dos respectivos campos magnéticos $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$, conforme a figura. Eles têm o mesmo sentido. Logo:

$$\vec{B}_{res} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \rightarrow |\vec{B}_{res}| = |\vec{B}_1| + |\vec{B}_2|$$

Estando A à meia distância dos fios:

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu \cdot i}{2\pi\, d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^{-1}} \ (T)$$

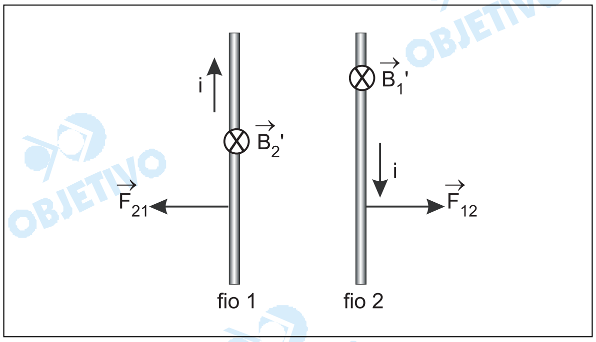
$$B_1 = B_2 = 2 \cdot 10^{-6}\ T$$

$$B_{res_A} = 2B_1 \Rightarrow \boxed{B_{res_A} = 4 \cdot 10^{-6}\ T}$$

Sua direção é perpendicular ao plano dos fios e o sentido é do leitor para o papel.

b) *Usando-se a regra da mão direita em cada um dos fios, obtemos o respectivo campo magnético,*

$\vec{B}'_1$ e $\vec{B}'_2$, *atuando sobre a corrente elétrica (cargas em movimento) do outro fio.*



A seguir, usando-se a regra da mão esquerda em cada fio, obtemos as respectivas forças magnéticas $\vec{F}_{12}$ *e* $\vec{F}_{21}$*. As forças são repulsivas e os fios se afastam.*

Respostas: *a)* $4 \,.\, 10^{-6}$ *T ; direção perpendicular ao plano do papel; sentido: do leitor para o papel (entrando na folha).*

b) A distância aumentou.

Instituído pela Organização das Nações Unidas, 2005 é o Ano Mundial da Física, em que se comemora o centenário dos trabalhos revolucionários publicados por Albert Einstein, o mais importante cientista do século XX (segundo a revista norte-americana *Time*). Na teoria da relatividade especial de Einstein, objetos que se movem com velocidade v em relação a um referencial inercial têm o tempo dilatado por um fator γ, para um observador em repouso nesse referencial. A tabela mostra valores de γ para diversos módulos da velocidade v, representados em múltiplos da velocidade da luz, c (ou 3 x 10^8 m/s).

v	γ
0,000c	1,000
0,100c	1,005
0,200c	1,021
0,400c	1,091
0,600c	1,250
0,800c	1,667
0,900c	2,294
0,998c	15,82
0,999c	22,37
c	∞

Segundo este modelo, pede-se:

a) qual a velocidade, em m/s, que deve ser atingida pelo objeto para que a dilatação do tempo seja de apenas 0,5%? Comente como este resultado explica por que as pessoas não percebem os efeitos da dilatação do tempo no seu dia-a-dia.

b) Se para o objeto passaram-se 10 minutos, quantos minutos se passaram para um observador no referencial inercial que vê o objeto se movimentando à velocidade de 0,600c?

Resolução

a) De acordo com o exposto no texto

$$\boxed{\Delta t = \Delta t_0 \cdot \gamma}$$

$\gamma = 1{,}005$ *(aumento de 0,5%)*

De acordo com a tabela dada:

$V = 0{,}100C$

$V = 0{,}100 \cdot 3 \cdot 10^8 m/s \Rightarrow \boxed{V = 3 \cdot 10^7 m/s}$

Em nosso dia a dia, as velocidades envolvidas são extremamente menores que 3 . 10^7m/s e por isso os efeitos relativísticos não são percebidos.

b) Para $V = 0,600C$, temos $\gamma = 1,250$ (tabela dada)

$\Delta t = \Delta t_0 \,.\, \gamma$

$\Delta t = 10min \,.\, 1,250$

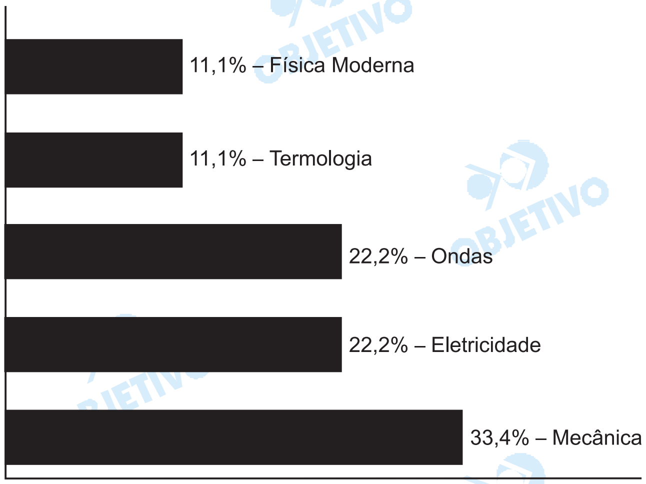
$$\boxed{\Delta t = 12,5min}$$

Respostas: a) $3 \,.\, 10^7 m/s$
b) 12,5min

Física

Uma prova de bom nível, com questões clássicas e bem formuladas.

Louve-se a homenagem a Einstein com uma questão sobre relatividade na forma de uma interpretação de texto, sem necessidade de nenhum conhecimento prévio sobre o assunto.



20

No modelo cinético dos gases ideais, a pressão é o resultado da força exercida nas paredes do recipiente pelo choque das moléculas. As moléculas são consideradas como pontos infinitesimalmente pequenos.

a) Explique a lei de Dalton das pressões parciais em termos do modelo cinético dos gases.

b) Usando o modelo cinético, explique por que a pressão de um gás é diretamente proporcional à temperatura.

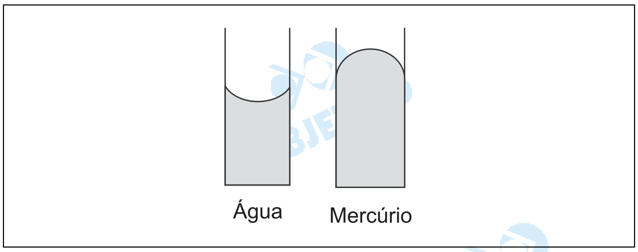
Resolução

a) *Se as moléculas não se atraem nem se repelem, então a pressão exercida pelas moléculas de um gás não é afetada pela presença de outro gás. Conseqüentemente, a pressão total é dada pela soma das pressões parciais dos gases, isto é, a pressão total é o resultado da força exercida nas paredes pelo choque das moléculas de todos os gases.*

b) *Um aumento da temperatura implica o aumento da energia cinética média das moléculas. Então, se o gás for aquecido, as moléculas irão colidir com as paredes do recipiente mais freqüentemente e com mais força e a pressão aumenta.*

21

A ação capilar, a elevação de líquidos em tubos estreitos, ocorre quando existem atrações entre as moléculas do líquido e a superfície interior do tubo. O menisco de um líquido é a superfície curvada que se forma em um tubo estreito. Para a água em um tubo capilar de vidro, o menisco é curvado para cima nas bordas, forma côncava, enquanto que para o mercúrio as bordas do menisco possuem uma forma convexa.



Levando em consideração as informações do texto e da figura,

a) descreva as forças envolvidas na formação de meniscos;

b) explique, com justificativas, a diferença na forma dos meniscos da água e do mercúrio quando em tubos de vidro estreitos.

Resolução

a) ***Água***: *ponte de hidrogênio entre as moléculas de água e ponte de hidrogênio entre as moléculas de água e os átomos constituintes do vidro.*

Mercúrio: *ligação metálica entre os átomos de mercúrio e forças de van der Waals entre os átomos de mercúrio e os constitutes do vidro.*

b) *A adesão (atração entre moléculas diferentes, isto é, moléculas de água e os constituintes do vidro) é maior do que a coesão (atração entre moléculas de água), portanto o líquido sobe no tubo capilar.*

A coesão (atração entre átomos de mercúrio) é maior do que a adesão (atração entre mercúrio e o constituinte do vidro). Surge uma depressão do líquido no tubo capilar.

22

Considere o seguinte mecanismo proposto em duas etapas:

Etapa 1: $ICl + H_2 \rightarrow HI + HCl$

Etapa 2: $HI + ICl \rightarrow HCl + I_2$

a) Escreva a reação química global.

b) Identifique os intermediários da reação.

Resolução

a) *A equação global é dada pela soma das etapas I e II*

$$ICl + H_2 \rightarrow \cancel{HI} + HCl$$
$$\cancel{HI} + ICl \rightarrow HCl + I_2$$
$$\overline{2ICl + H_2 \rightarrow 2HCl + I_2}$$

b) *O intermediário da reação é o HI, pois ele é formado na etapa 1 e é consumido na etapa 2.*

23

Os íons permanganato, MnO_4^-, reagem com o ácido oxálico, $H_2C_2O_4$, em solução ácida, produzindo íons manganês (II) e dióxido de carbono. Considerando as informações fornecidas, escreva

a) as equações das semi-reações de oxidação e de redução;

b) a equação balanceada da reação total.

Resolução

a) *As equações das semi-reações são:*

Oxidação: $H_2C_2O_4 \rightarrow 2H^+ + 2CO_2 + 2e^-$

Redução: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$

b) *A equação global é obtida pela soma das equações das semi-reações, igualando-se o número de elétrons perdidos e ganhos:*

$(x5)\quad 5H_2C_2O_4 \rightarrow \cancel{10H^+} + 10CO_2 + \cancel{10e^-}$

$(x2)\quad 2MnO_4^- + \cancel{16H^+} + \cancel{10e^-} \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O$

$2MnO_4^- + 5H_2C_2O_4 + 6H^+ \rightarrow 2Mn^{2+} + 10CO_2 + 8H_2O$

24

Dois isômeros estruturais são produzidos quando brometo de hidrogênio reage com 2-penteno.

a) Dê o nome e as fórmulas estruturais dos dois isômeros.

b) Qual é o nome dado a este tipo de reação? Se fosse 2-buteno no lugar de 2-penteno, o número de isômeros seria o mesmo? Justifique.

Resolução

a) *A reação de brometo de hidrogênio com 2-penteno produz dois isômeros estruturais (isomeria plana):*

$2CH_3 - CH = CH - CH_2 - CH_3 + 2HBr \rightarrow$

$\rightarrow CH_3 - \underset{\displaystyle Br}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_2 - CH_3 +$

2-bromopentano

$+ CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle Br}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_3$

3-bromopentano

b) *É uma reação de* ***adição****.*

Se a reação fosse com 2-buteno, formaria apenas o 2-bromobutano (o 2-buteno é simétrico com relação à dupla-ligação).

$CH_3 - CH = CH - CH_3 + HBr \rightarrow$

$\rightarrow CH_3 - \underset{\displaystyle Br}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_3$

2-bromobutano

25

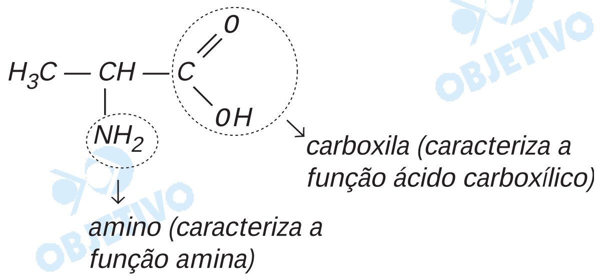
Se às soluções de aminoácidos forem adicionados ácidos ou bases fortes, forma-se o ácido ou a base conjugada correspondente. Assim, os aminoácidos servem de tampões, isto é, mantêm relativamente constante o pH de suas soluções. Utilizando o aminoácido alanina [CH_3 — $CH(NH_2)$ — COOH],

a) escreva a fórmula estrutural desse composto e indique os grupos funcionais;

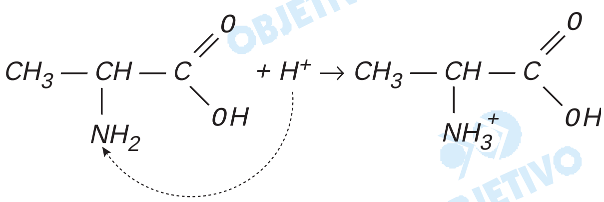
b) mostre as formas iônicas predominantes da alanina quando em solução de um ácido forte e quando em solução de uma base forte.

Resolução

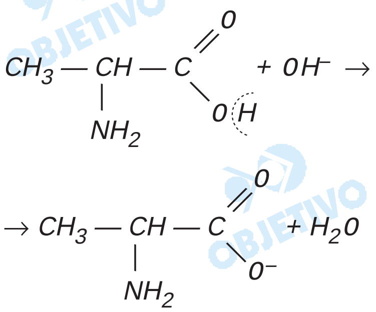
a) A alanina, de fórmula estrutural abaixo, possui os seguintes grupos funcionais:



b) A alanina, em solução de ácido forte, forma seu ácido conjugado:



A alanina, em solução de base forte, forma sua base conjugada:



Comentário de Química

A prova da área de Exatas foi um pouco mais difícil que a da área de Biológicas. As questões apresentaram mais criatividade e originalidade e foram bem elaboradas. A prova teve um grau mediano de dificuldade.