

FIS

PRÉ-VESTIBULAR
FÍSICA

3



Avenida Dr Nelson D'Ávila, 811
Jardim São Dimas – CEP 12245-030
São José dos Campos – SP
Telefone: (12) 3924-1616
www.sistemapoliedro.com.br

Coleção PV

Copyright © Editora Poliedro, 2021.

Todos os direitos de edição reservados à Editora Poliedro.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal, Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ISBN 978-65-5613-101-6

Autoria: Nicolau Arbex Sarkis, Marcílio Alberto de Faria Pires e André Oliveira de Guadalupe

Direção-geral: Nicolau Arbex Sarkis

Direção editorial: Alysson Ribeiro

Gerência editorial: Emilia Noriko Ohno

Coordenação de projeto editorial: Brunna Mayra Vieira da Conceição

Edição de conteúdo: Adriano Rosa Lopes, Aline Moojen Pedreira e João Messias Junior

Analista editorial: Débora Cristina Guedes

Assistente editorial: Gabriel Henrique Siqueira Neves, Grazielle Baltar Ferreira Antonio e Julia Ostapczuk Pereira

Gerência de *design* e produção editorial: Ricardo de Gan Braga

Coordenação de revisão: Rogério Salles

Revisão: Amanda Andrade Santos, Ana Rosa Barbosa Ancosqui, Ellen Barros de Souza, Mait Paredes Antunes, Rafaella de A. Vasconcellos e Sônia Galindo Melo

Coordenação de arte: Fabricio dos Santos Reis

Diagramação: Daniela Capezzuti, Gilbert Julian, Leonel N. Maneskul e Walter Tierno

Projeto gráfico e capa: Aurélio Camilo

Coordenação de licenciamento e iconografia: Leticia Palaria de Castro Rocha

Auxiliar de licenciamento: Jacqueline Ferreira Figueiredo

Pesquisa iconográfica: Jéssica Clifton Riley

Planejamento editorial: Maria Carolina das Neves Ramos

Coordenação de multimídia: Kleber S. Portela

Gerência de produção gráfica: Guilherme Brito Silva

Coordenação de produção gráfica: Rodolfo da Silva Alves

Produção gráfica: Fernando Antônio Oliveira Arruda, Matheus Luiz Quinhonhes Godoy Soares, Rafael Machado Fernandes e Vandrê Luis Soares

Colaboradores externos: Carolina Rezende Moreira de Oliveira e Diogo Broch Canola (Edição), Madrigais Produção Editorial, Flávio Marcelo Vianna de Oliveira ME (Revisão) e Casa de Tipos (Diagramação)

Impressão e acabamento: PifferPrint

Foto de capa: Dima Zel/Shutterstock com

A Editora Poliedro pesquisou junto às fontes apropriadas a existência de eventuais detentores dos direitos de todos os textos e de todas as imagens presentes nesta obra didática. Em caso de omissão, involuntária, de quaisquer créditos, colocamo-nos à disposição para avaliação e consequente correção e inserção nas futuras edições, estando, ainda, reservados os direitos referidos no Art. 28 da lei 9.610/98.

Sumário

Frente 1

9 Força de atrito e dinâmica do movimento circular	5
Força de atrito, 6	Textos complementares, 34
Dinâmica do movimentos circular, 9	Resumindo, 36
Revisando, 14	Quer saber mais?, 36
Exercícios propostos, 22	Exercícios complementares, 37
10 Trabalho, potência e energia	53
Trabalho, 54	Texto complementar, 101
Potência, 58	Resumindo, 102
Energia, 59	Quer saber mais?, 103
Revisando, 70	Exercícios complementares, 103
Exercícios propostos, 82	

Frente 2

9 Forças magnéticas e indução magnética	127
Conceitos iniciais, 128	Exercícios propostos, 143
Força magnética em um fio retilíneo percorrido por corrente, 128	Texto complementar, 156
Lei de Lenz, 134	Resumindo, 157
Lei de Faraday-Neumann, 135	Quer saber mais?, 157
Revisando, 141	Exercícios complementares, 158
10 Gravitação	167
Sistema Solar, 168	Sistema binário, 186
Movimento da Terra, 169	Fases da Lua, 187
Leis de Kepler, 170	Eclipses, 188
Força gravitacional, 173	Revisando, 188
Campo gravitacional, 175	Exercícios propostos, 192
Rotação da Terra e peso aparente, 178	Texto complementar, 208
Movimento de satélites, 179	Resumindo, 211
Energia potencial gravitacional e conservação de energia mecânica, 183	Quer saber mais?, 212
	Exercícios complementares, 213

Frente 3

10 Instrumentos ópticos	229
Instrumentos ópticos, 230	Textos complementares, 243
Óptica da visão, 233	Resumindo, 245
Revisando, 237	Quer saber mais?, 246
Exercícios propostos, 238	Exercícios complementares, 246
11 Movimentos periódicos oscilatórios	251
Movimentos periódicos, 252	Resumindo, 273
Revisando, 263	Quer saber mais?, 274
Exercícios propostos, 265	Exercícios complementares, 274
Textos complementares, 271	
12 Ondulatória	281
Ondas, 282	Resumindo, 290
Revisando, 286	Quer saber mais?, 291
Exercícios propostos, 287	Exercícios complementares, 291
Texto complementar, 290	

Gabarito	295
-----------------------	------------



© DREAMSTIME.COM

FRENTE 1

CAPÍTULO

9

Força de atrito e dinâmica do movimento circular

Em um movimento circular, a resultante centrípeta é responsável pela variação da direção da velocidade. Uma motocicleta, ao fazer uma curva em um circuito de moto-velocidade, mantém-se em movimento circular devido ao atrito estático entre os pneus e a pista. A força de atrito, atuando como resultante centrípeta, permite que a motocicleta permaneça em sua trajetória em movimento acelerado sem deslizar ou derrapar. A grande dependência do coeficiente de atrito na trajetória circular descrita pela moto pode ser minimizada em uma pista inclinada.

Força de atrito

Introdução

Estudamos, até o momento, situações em que as superfícies de contato entre dois corpos são perfeitamente lisas e situações em que desprezamos a resistência do ar. Isso facilitou o entendimento das leis de Newton, porém são casos ideais, em que as forças de atrito são desconsideradas.

Na realidade, por mais lisa ou polida que uma superfície possa ser, ela apresenta irregularidades quando observada microscopicamente.

Para um corpo apoiado em um plano, analisando as superfícies de contato com uma lupa, as asperezas podem ser observadas como na figura a seguir.

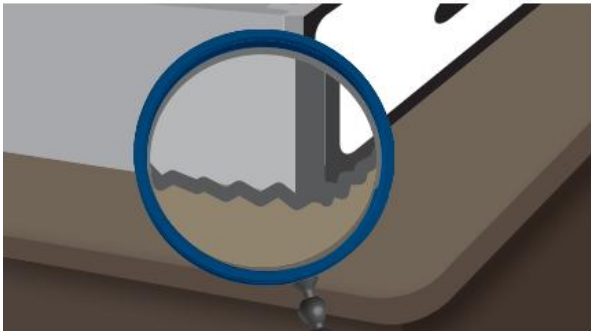


Fig. 1 Superfícies são rugosas quando vistas microscopicamente.

Devido às saliências das duas superfícies, elas se interpenetram, o que dificulta o movimento de uma em relação à outra.

Às forças de oposição ao movimento, trocadas entre as superfícies, damos o nome de **força de atrito**.

O atrito é chamado **estático** quando não há movimento relativo entre os corpos.

O atrito é chamado **dinâmico** (ou cinético) quando há movimento relativo entre os corpos.

O atrito nem sempre é desfavorável ao movimento do corpo. Nós só andamos devido ao atrito. Nossos pés exercem força sobre o solo e este, pelo princípio da ação e reação, exerce uma força que nos impulsiona.

O atrito, nesse caso, é estático, pois não há movimento relativo entre o solo e a superfície de nossos pés que o toca.

Atrito estático

Para estudarmos a força de atrito estático, tomemos um corpo em repouso sobre um plano horizontal.

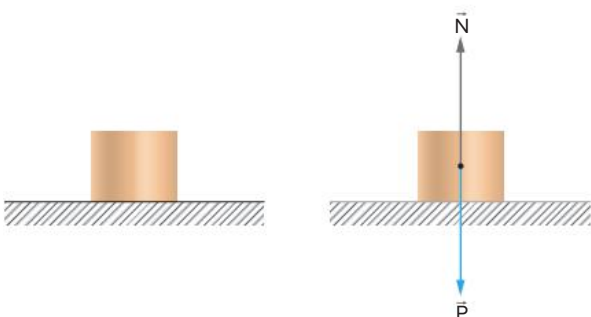


Fig. 2 Corpo em equilíbrio sobre uma superfície horizontal.

As únicas forças que atuam sobre o corpo são o peso (\vec{P}) e a normal (\vec{N}). Do equilíbrio, concluímos que $N = P$.

Se aplicarmos uma força \vec{F}_1 horizontal sobre o corpo e este não se mover, então haverá equilíbrio das três forças que atuam no corpo: peso (\vec{P}), força horizontal (\vec{F}_1) e força de contato com o plano (\vec{R}_1):

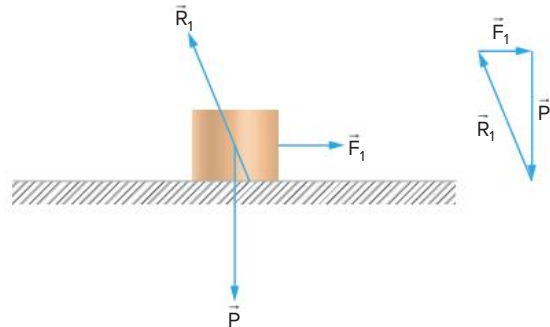


Fig. 3 Corpo em equilíbrio com aplicação de uma força \vec{F}_1 .

onde:

$$\vec{R}_1 + \vec{F}_1 + \vec{P} = \vec{0}$$

Podemos decompor a força \vec{R}_1 em duas componentes:

- uma componente perpendicular à superfície de contato, à qual damos o nome de **força normal**.
- uma componente paralela à superfície de contato, à qual damos o nome de **força de atrito**.

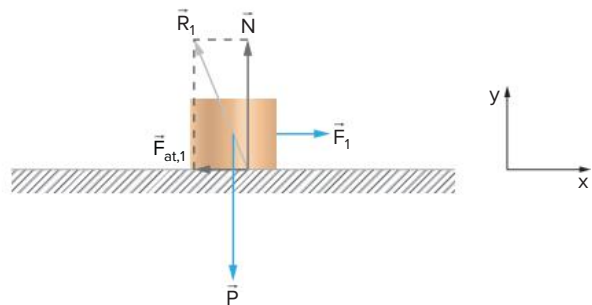


Fig. 4 Decomposição da força de contato em normal e força de atrito.

Em x, há equilíbrio:

$$F_{at,1} = F_1$$

Em y, há equilíbrio:

$$N = P$$

Se aplicarmos uma força \vec{F}_2 no lugar de \vec{F}_1 ($F_2 > F_1$) e o corpo continuar parado:

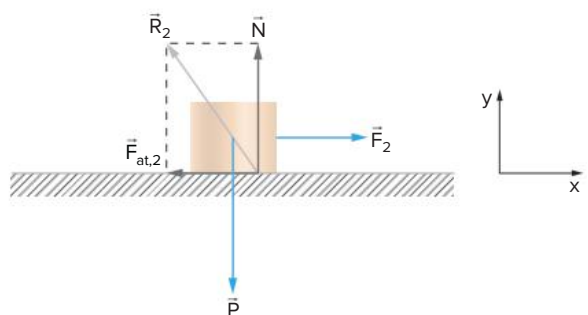


Fig. 5 Corpo em equilíbrio com aplicação de uma força \vec{F}_2 .

Em x, há equilíbrio:

$$F_{at,2} = F_2$$

Em y, há equilíbrio:

$$N = P$$

Quanto mais aumentarmos o valor da força horizontal sobre o corpo, maior será a força de atrito estático, e a normal permanecerá com seu valor inalterado

Assim, a força de atrito estático é variável, porém só aumenta até certo limite

Haverá um momento em que ela atingirá um valor máximo e, com o aumento da força horizontal, o corpo iniciará o movimento

Dizemos que o corpo está na **iminência do movimento** quando estiver prestes a se mover, e isso ocorrerá quando aplicarmos uma força $\vec{F}_{m\acute{a}x}$, de tal modo que $F_{m\acute{a}x} = F_{at,e,m\acute{a}x}$, onde $\vec{F}_{at,e,m\acute{a}x}$ é a força de atrito estático máxima

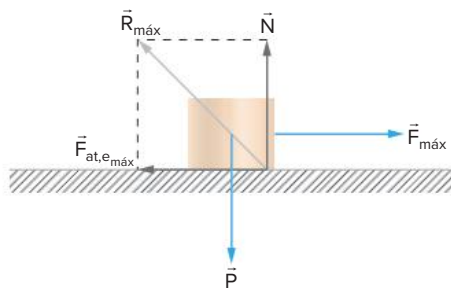


Fig. 6 Corpo ainda em equilíbrio, mas na iminência de se mover.

Se repetirmos a mesma experiência com uma massa maior, mas mantendo as mesmas superfícies de contato, a força necessária ($\vec{F}'_{m\acute{a}x}$) para colocar o corpo na iminência do movimento será maior. Haverá também uma nova normal (\vec{N}').

No entanto, o quociente $\frac{F_{at,e,m\acute{a}x}}{N}$ será igual ao quociente $\frac{F'_{at,e,m\acute{a}x}}{N'}$. Esse quociente é chamado de **coeficiente de atrito estático** (μ_e) entre as superfícies:

$$\frac{F_{at,e,m\acute{a}x}}{N} = \frac{F'_{at,e,m\acute{a}x}}{N'} = \mu_e$$

Assim:

$$F_{at,e,m\acute{a}x} = \mu_e \cdot N$$

Atenção

- Por ser o quociente entre duas grandezas de mesma dimensão, o coeficiente de atrito é uma grandeza adimensional e não possui unidade.
- $F_{at,e,m\acute{a}x}$ e N são apenas a decomposição da mesma força de contato entre as superfícies.

A força de atrito estático tem seu valor situado entre zero e seu valor máximo, $F_{at,e,m\acute{a}x}$:

$$0 \leq F_{at,e} \leq F_{at,e,m\acute{a}x}$$

Logo:

$$0 \leq F_{at,e} \leq \mu_e \cdot N$$

Assim, é impossível a força de atrito estático assumir um valor maior do que $\mu_e \cdot N$.

O coeficiente de atrito estático (μ_e) depende dos materiais das superfícies de contato e do polimento de cada uma, porém independe da área de contato entre as superfícies. Os valores da força aplicada e da massa também não alteram o coeficiente de atrito, apenas a força de atrito

Como vimos na primeira situação (Fig. 2), a existência do coeficiente de atrito não é condição suficiente para a existência da força de atrito, mas apenas condição necessária. Podemos não ter $F_{at,e}$ apesar de existir μ_e .

Pela lei da ação e reação, se o plano exerce uma força de atrito sobre o corpo, este exerce uma força de atrito sobre o plano.

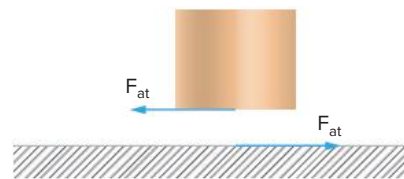


Fig. 7 Força de atrito e a lei da ação e reação.

Uma maneira interessante de determinar o coeficiente de atrito estático entre um corpo e um plano é inclinar o plano até que o corpo fique na iminência de escorregar.

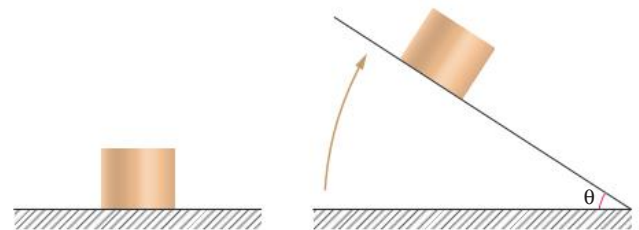


Fig. 8 Plano horizontal inclinado para a determinação de μ_e .

Neste momento, estarão atuando duas forças sobre o corpo: o peso (\vec{P}) e a força de contato do plano inclinado (\vec{R}).

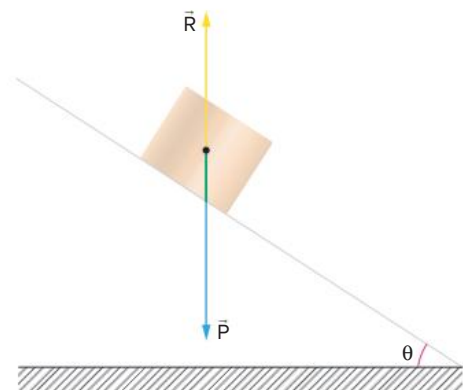


Fig. 9 Equilíbrio estático em plano inclinado.

Podemos decompor as duas forças em suas componentes perpendiculares e paralelas ao plano inclinado:

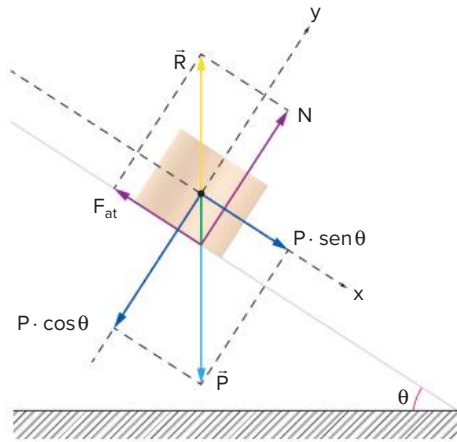


Fig. 10 Decomposição de forças em um plano inclinado.

Em x, há equilíbrio:

$$F_{at} = P \cdot \text{sen} \theta \quad (I)$$

Em y, há equilíbrio:

$$N = P \cdot \text{cos} \theta \quad (II)$$

Como o corpo está na iminência do movimento, então a força de atrito é máxima e igual a $\mu_e \cdot N$.

Em (I):

$$\mu_e \cdot N = P \cdot \text{sen} \theta \quad (III)$$

Dividindo (III) por (II):

$$\frac{\mu_e \cdot N}{N} = \frac{P \cdot \text{sen} \theta}{P \cdot \text{cos} \theta} \Rightarrow \mu_e = \text{tg} \theta$$

Assim, conhecendo o ângulo θ e, conseqüentemente, $\text{tg} \theta$, conheceremos o coeficiente de atrito estático.

No plano, $\text{tg} \theta$ é dada por $\frac{y}{x}$.

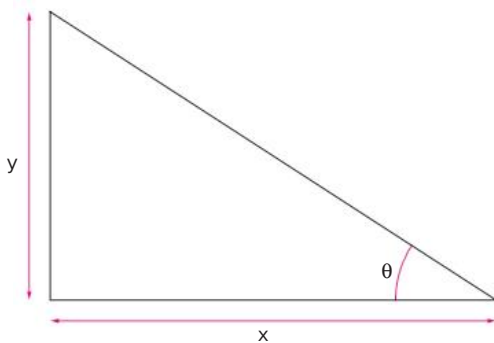


Fig. 11 Determinação do ângulo θ por meio de um triângulo retângulo.

Atrito dinâmico

Um corpo sobre um plano permanecerá em repouso enquanto a força horizontal não superar a força de atrito estático máxima. Logo, o movimento se dará quando $F > \mu_e \cdot N$. Nesse caso, o corpo iniciará seu movimento e o atrito deixará de ser estático para se tornar dinâmico.

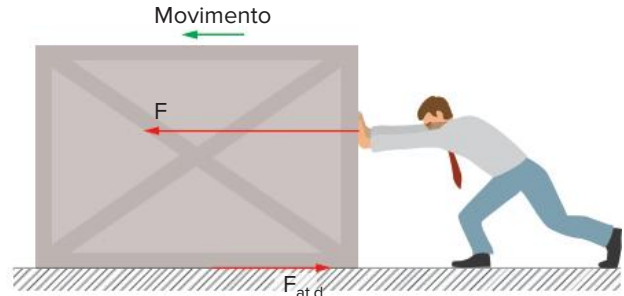


Fig. 12 Corpo em movimento sujeito a atrito dinâmico.

A força de atrito dinâmico, ao contrário da força de atrito estático, não varia, e seu módulo é dado por:

$$F_{at,d} = \mu_d \cdot N$$

onde μ_d é o coeficiente de atrito dinâmico e N é a força normal exercida pelo plano sobre o corpo.

O **coeficiente de atrito dinâmico** (μ_d), a exemplo do coeficiente de atrito estático, depende dos materiais das superfícies de contato e do polimento de cada uma, porém independe da área de contato entre as superfícies.

A experiência nos mostra que, na grande maioria dos casos, $\mu_d < \mu_e$, o que significa que $F_{at,d} < F_{at,e,máx}$, pois, iniciado o movimento, é reduzido o acoplamento existente entre as saliências das superfícies. Em nosso dia a dia, vemos que é mais fácil manter um corpo em movimento do que tirá-lo do repouso.

Por exemplo, sabemos que é difícil mover um carro a partir do repouso em um plano horizontal, mas, uma vez em movimento, é mais fácil empurrá-lo. Para retirar o carro do repouso, tem de ser vencido o atrito estático entre as peças móveis internas do carro.

No sistema representado na figura 12, ao aumentarmos o valor de F, a força de atrito varia conforme o gráfico:

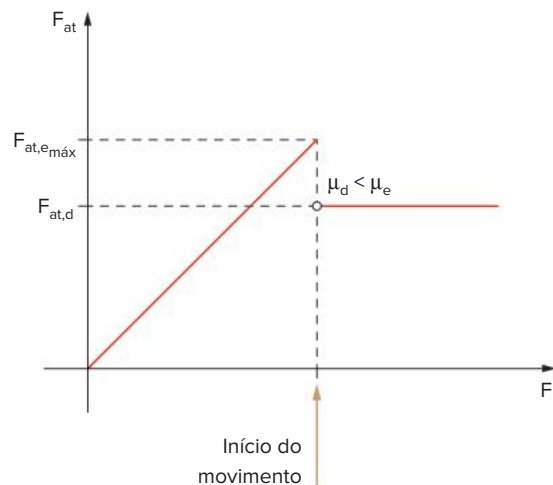


Fig. 13 Gráfico da força de atrito em função da força sobre o corpo.

À medida que a velocidade aumenta, há uma redução muito pequena em μ_d , que por vezes é desprezada.

Podemos resumir as características das forças de atrito estático e dinâmico na tabela a seguir.

Força	Direção	Sentido	Módulo
Atrito estático	Paralela à superfície de contato entre os corpos	Contrário à tendência do movimento	$0 \leq F_{at,e} \leq \mu_e \cdot N$
Atrito dinâmico	Paralela à superfície de contato entre os corpos	Contrário ao movimento	$F_{at,d} = \mu_d \cdot N$

Tab. 1 Direção, sentido e módulo das forças de atrito estático e dinâmico.

Resistência dos fluidos

O movimento de um corpo em um fluido (líquido ou gás) recebe a resistência desse fluido por meio de uma força.

Essa força de oposição ao movimento é dada, experimentalmente, pela seguinte expressão:

$$F = k \cdot v^n$$

onde:

- k é a constante que depende da densidade do fluido, da área da superfície do corpo e da sua geometria.
- v é a velocidade do corpo.
- n é uma constante que depende do fluido e do corpo.

Para o movimento de um corpo no ar, chamamos esta força de arrasto (D), do inglês *drag*, dada por:

$$D = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_D \cdot v^2$$

com:

$$n = 2 \quad \text{e} \quad k = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot C_D$$

onde:

- ρ é a densidade do ar
- S é a área de referência do corpo
- C_D é o coeficiente de arrasto

Podemos tomar como exemplo um corpo em queda livre:



Fig. 14 Atrito devido à resistência do ar.

Se a queda for no vácuo, a única força será o peso, e o movimento será uniformemente variado. No entanto, sujeito à resistência do ar, a resultante será dada por:

$$F_R = P \quad F_{ar} = P \quad k \cdot v^2$$

Então:

$$m \cdot a = mg - k \cdot v^2 \Rightarrow a = g - \frac{kv^2}{m}$$

O gráfico seguinte mostra a variação da aceleração durante a queda.

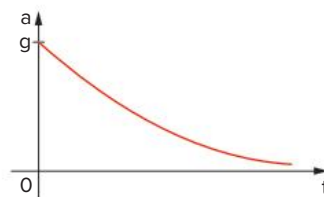


Fig. 15 Gráfico da aceleração em função do tempo de um corpo em queda com resistência do ar.

No início do movimento, $v = 0$ e $a = g$. Com a aceleração, a velocidade vai aumentando e a aceleração diminuindo, até que a força de resistência se iguale ao peso. Nesse ponto, o corpo atingirá uma velocidade limite e a aceleração será nula.

$$F_{ar} = P \Rightarrow k \cdot v_{lim}^2 = mg$$

Logo:

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

Ao atingir a velocidade limite, o corpo adquire movimento uniforme. O gráfico seguinte mostra a variação da velocidade durante a queda.

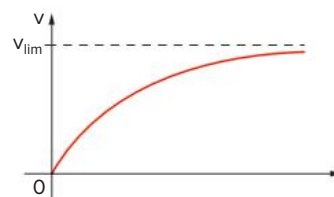


Fig. 16 Gráfico da velocidade em função do tempo de um corpo em queda com resistência do ar.

Para $F_{ar} = k \cdot v^2$, a unidade de k é dada por:

$$\text{unid}(k) = \frac{\text{unid}(F_{ar})}{\text{unid}(v^2)} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2}{\text{m}^2/\text{s}^2} \Rightarrow \text{unid}(k) = \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Dinâmica do movimento circular

Tomemos um corpo que se move em uma trajetória curva. Já estudamos a geometria desse movimento e vimos que é útil decompor a aceleração vetorial instantânea em duas direções: tangencial e normal à trajetória.

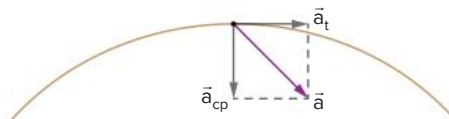


Fig. 17 Aceleração de um corpo em um movimento curvilíneo.

onde:

- \vec{a}_t é chamada de aceleração tangencial e está relacionada com a variação do módulo de \vec{v} . Ela é tangente à trajetória no instante considerado, com o mesmo sentido de \vec{v} quando o movimento é acelerado e oposto ao de \vec{v} quando retardado. Seu módulo é igual ao módulo da aceleração escalar.

- \vec{a}_{cp} é chamada de aceleração centrípeta e está relacionada com a variação da direção de \vec{v} . Ela é perpendicular à trajetória no instante considerado, com sentido orientado para o centro da trajetória. Seu módulo é dado por $\frac{v^2}{R}$, onde v é o módulo de \vec{v} e R é o raio de curvatura da trajetória. Quando a trajetória é circular, R é o próprio raio da circunferência.

Da segunda lei de Newton, sabemos que:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

Para estudar a dinâmica do movimento de um corpo, vemos que é necessário que a aceleração desse corpo e as forças sobre ele aplicadas estejam todas decompostas em duas direções definidas. Porém, como a aceleração de um corpo em movimento curvilíneo já costuma ser decomposta nas direções tangencial e normal à trajetória, então nos vemos forçados a decompor todas as forças nessas duas direções.

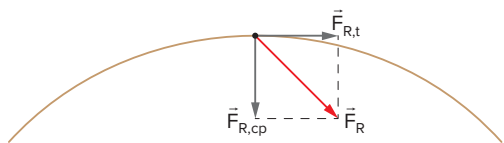


Fig. 18 Força resultante em um movimento curvilíneo.

onde:

$$\vec{F}_{R,t} = m \cdot \vec{a}_t \quad \text{e} \quad \vec{F}_{R,cp} = m \cdot \vec{a}_{cp}$$

Atenção

A resultante tangencial é tangente à trajetória, com mesmo sentido de \vec{v} no movimento acelerado e sentido contrário ao de \vec{v} no movimento retardado.

A resultante centrípeta é perpendicular à trajetória, com sentido orientado para o centro da trajetória.

Exercícios resolvidos

- 1 Um bloco de massa 5 kg repousa sobre uma mesa. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o bloco e a mesa valem, respectivamente, 0,4 e 0,3. Ao aplicar uma força F horizontal sobre o bloco, determine a intensidade da força de atrito e o valor da aceleração do bloco para:

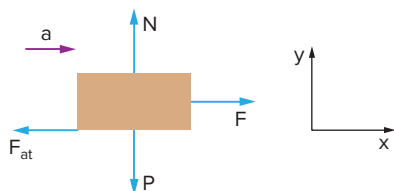
Adote: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) $F = 18 \text{ N}$

b) $F = 25 \text{ N}$

Resolução:

Isolando o bloco, temos:



Em y , há equilíbrio:

$$N = P \Rightarrow N = 50 \text{ N}$$

Precisamos calcular a máxima $F_{at,e}$ e a $F_{at,d}$:

$$F_{at,e,máx} = \mu_e \cdot N = 0,4 \cdot 50 = 20 \text{ N}$$

$$F_{at,d} = \mu_d \cdot N = 0,3 \cdot 50 = 15 \text{ N}$$

- a) Se $F = 18 \text{ N} < F_{at,e,máx}$, então o bloco estará em repouso: $a = 0$ e $F - F_{at} = 0 \Rightarrow F_{at} = F \Rightarrow F_{at} = 18 \text{ N}$

- b) Se $F = 25 \text{ N} > F_{at,e,máx}$, então o bloco estará em movimento:

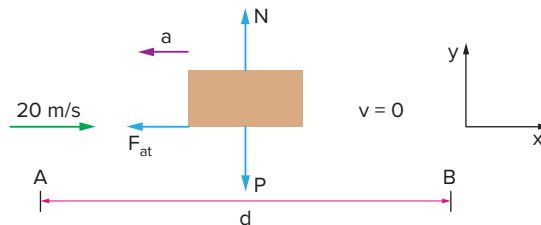
$$F_{at} = F_{at,d} \Rightarrow F_{at} = 15 \text{ N} \quad \text{e}$$

$$F - F_{at} = m \cdot a \Rightarrow 25 - 15 = 5 \cdot a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

- 2 Um corpo desliza sobre uma superfície áspera, com coeficiente de atrito dinâmico igual a 0,4, sujeito apenas à força peso e à força de contato da superfície. Ao passar por um ponto A, sua velocidade vale 20 m/s. Determine o espaço percorrido pelo corpo até parar, a partir de A, sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Resolução:

Isolando o corpo em qualquer ponto entre A e B (posição em que o corpo para):



Em y , há equilíbrio:

$$N = P \Rightarrow N = mg$$

Em x :

$$F_{at} = m \cdot a \Rightarrow \mu \cdot N = m \cdot a \Rightarrow \mu \cdot mg = m \cdot a \Rightarrow a = \mu \cdot g = 0,4 \cdot 10 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

Logo, o corpo sofrerá uma desaceleração de 4 m/s^2 .

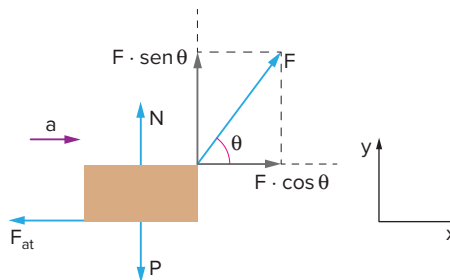
Aplicando a equação de Torricelli entre A e B:

$$0^2 = 20^2 - 2 \cdot 4 \cdot d \Rightarrow d = 50 \text{ m}$$

- 3 Um corpo de massa 2 kg está sobre uma superfície horizontal, com a qual tem coeficiente de atrito dinâmico de 0,5. O corpo é puxado por uma força F , que forma um ângulo θ com a horizontal, sentido para cima, em que $\cos \theta = 0,6$. Se $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a aceleração do corpo vale 3 m/s^2 , determine o valor de F .

Resolução:

Isolando o sistema:



Em y, há equilíbrio:

$$N + F \cdot \sin\theta = P \Rightarrow N = mg - F \cdot \sin\theta = 20 - F \cdot 0,8$$

Em x:

$$F \cdot \cos\theta - F_{at} = m \cdot a \quad (I)$$

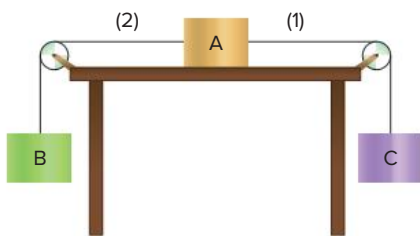
Mas:

$$F_{at} = \mu \cdot N = 0,5 \cdot (20 - F \cdot 0,8) = 10 - 0,4F$$

Em (I):

$$F \cdot 0,6 - (10 - 0,4F) = 2 \cdot 3 \Rightarrow 0,6F + 0,4F - 10 = 6 \Rightarrow \Rightarrow F = 16 \text{ N}$$

- 4 No sistema a seguir, as massas de A e B valem 5 kg e 4 kg, respectivamente. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre A e a mesa valem 0,4. Os fios e as polias são ideais.



Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- o máximo valor da massa de C para que o sistema fique em repouso.
- o mínimo valor da massa de C para que o sistema fique em repouso.
- os módulos da aceleração do sistema e das trações nos fios quando a massa de C for igual a 11 kg.

Resolução:

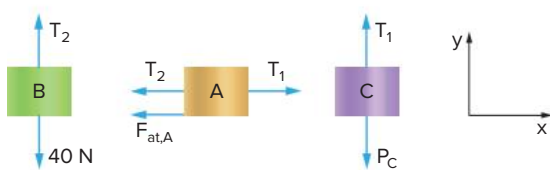
Como, em qualquer uma das situações, A estará em equilíbrio na vertical, então:

$$N_A = P_A = 50 \text{ N}$$

- a) Quando m_C for máximo, A tenderá a se mover para a direita. Logo, o atrito sobre A é estático, máximo e para a esquerda:

$$F_{at,A} = F_{ate,máx} = \mu_e \cdot N_A = 0,4 \cdot 50 = 20 \text{ N}$$

Isolando os corpos:



Equilíbrio de B em y:

$$T_2 = 40 \text{ N}$$

Equilíbrio de A em x:

$$T_1 = T_2 + F_{at,A} = 40 + 20 \Rightarrow T_1 = 60 \text{ N}$$

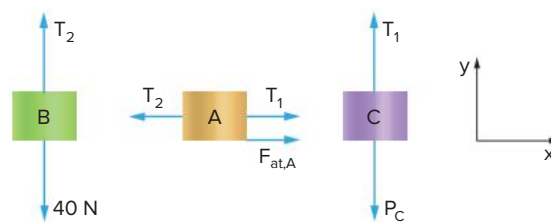
Equilíbrio de C em y:

$$P_C = T_1 = 60 \text{ N} \Rightarrow m_C = 6 \text{ kg}$$

- b) Quando m_C for mínimo, A tenderá a se mover para a esquerda. Logo, o atrito sobre A é estático, máximo e para a direita:

$$F_{at,A} = F_{ate,máx} = 20 \text{ N}$$

Isolando os corpos:



Equilíbrio de B em y:

$$T_2 = 40 \text{ N}$$

Equilíbrio de A em x:

$$T_2 = T_1 + F_{at,A} \Rightarrow 40 = T_1 + 20 \Rightarrow T_1 = 20 \text{ N}$$

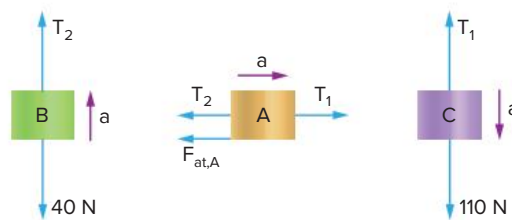
Equilíbrio de C em y:

$$P_C = T_1 = 20 \text{ N} \Rightarrow m_C = 2 \text{ kg}$$

- c) Quando $m_C = 11 \text{ kg}$, C descerá, pois o valor de sua massa é maior que o valor máximo de 6 kg. A se moverá para a direita, B subirá, o atrito sobre A será dinâmico e para a esquerda.

$$F_{at,A} = F_{at,d} = \mu_d \cdot N_A = 0,4 \cdot 50 = 20 \text{ N}$$

Isolando os corpos:



$$B: T_2 - 40 = 4a \quad (I)$$

$$A: T_1 - T_2 - 20 = 5a \quad (II)$$

$$C: 110 - T_1 = 11a \quad (III)$$

$$50 = 20a \Rightarrow a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

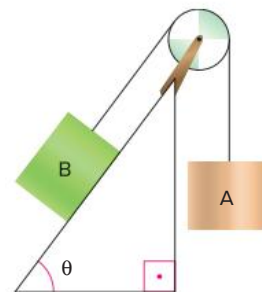
Em (I):

$$T_2 - 40 = 4 \cdot 2,5 \Rightarrow T_2 = 50 \text{ N}$$

Em (III):

$$110 - T_1 = 11 \cdot 2,5 \Rightarrow T_1 = 82,5 \text{ N}$$

- 5 No sistema a seguir, as massas de A e B valem 4 kg e 3 kg, respectivamente. O coeficiente de atrito dinâmico entre B e o plano vale 0,5. Os fios e as polias são ideais.



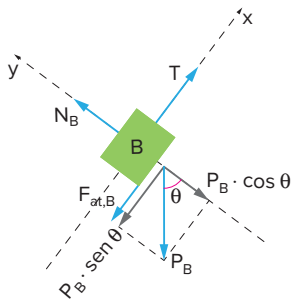
Sabendo que $\sin\theta = 0,8$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a aceleração do sistema.
- a tração no fio.

Resolução:

Como a massa de A é maior do que a de B, então a tendência de A é descer e a de B subir.

a) e b) Isolando o corpo B:



Em y, há equilíbrio:

$$N_B = P_B \cdot \cos \theta = 30 \cdot 0,6 \Rightarrow N_B = 18 \text{ N}$$

Em x:

$$T - F_{at,B} - P_B \cdot \sin \theta = m_B \cdot a \quad (I)$$

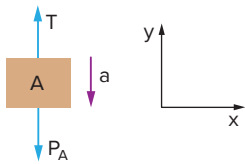
Mas:

$$F_{at,B} = \mu \cdot N_B = 0,5 \cdot 18 \Rightarrow F_{at,B} = 9 \text{ N}$$

Em (I):

$$T - 9 - 30 \cdot 0,8 = 3 \cdot a \Rightarrow T - 33 = 3a \quad (II)$$

Isolando o corpo A:



Em y:

$$P_A - T = m_A \cdot a \Rightarrow 40 - T = 4 \cdot a \quad (III)$$

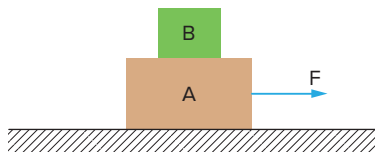
De (II) e (III):

$$\begin{array}{r} T - 33 = 3a \\ 40 - T = 4a \\ \hline 7 = 7a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2 \end{array}$$

Em (II):

$$T - 33 = 3 \cdot 1 \Rightarrow T = 36 \text{ N}$$

- 6 No sistema a seguir, as massas de A e B valem 6 kg e 4 kg, respectivamente. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre os blocos valem 0,5 e 0,4. Não há atrito entre A e o plano. Aplica-se sobre A uma força horizontal F.



Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a força máxima aplicada em A para que não haja movimento relativo entre os blocos.
- a aceleração de cada bloco e a força de atrito entre eles para $F = 30 \text{ N}$.
- a aceleração de cada bloco e a força de atrito entre eles para $F = 60 \text{ N}$.

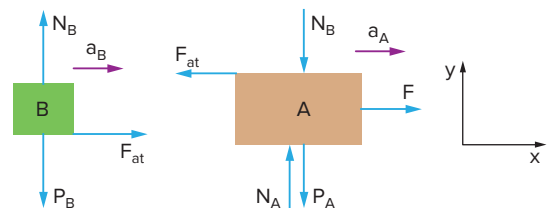
Resolução:

Se não houvesse atrito entre A e B, o corpo B não poderia receber nenhuma força horizontal. Logo, sua aceleração nessa direção seria nula. A existência de coeficiente de atrito permite que, se necessário, A e B exerçam, um sobre o outro, força de atrito que tem direção paralela à superfície de contato, ou seja, horizontal. É preciso muita atenção em um problema como este para determinar o sentido da força.

Em nosso problema, o corpo A é puxado para a direita por F, logo, ele se movimentará ou tenderá a se mover nesse sentido, tendo, portanto, a força de atrito de B atuando sobre ele em sentido contrário, para a esquerda. Pelo princípio da ação e reação, se B realiza sobre A uma força para a esquerda, então, A realiza sobre B uma força de mesmo módulo para a direita.

Outra forma de raciocinar sobre o sentido da força de atrito é pensar que ela atua no sentido de impedir ou de tentar impedir o movimento relativo entre os corpos, para mantê-los juntos. Assim, como o corpo A tende a se mover para a direita, a força de atrito atua sobre B de modo que este acompanhe o corpo A, ou seja, com uma força de atrito para a direita. Pelo princípio da ação e reação, se A realiza sobre B uma força para a direita, então, B realiza sobre A uma força de mesmo módulo para a esquerda.

Isolando os blocos:



- a) Para não haver movimento relativo entre os blocos, o atrito deve ser estático, com $a_A = a_B = a$. No caso de F ser máxima, teremos $F_{at,e\text{máx}}$:

Em B:

$$F_{at} = F_{at,e\text{máx}} = \mu_e \cdot N_B = \mu_e \cdot P_B = 0,5 \cdot 40 = 20 \text{ N}$$

Mas:

$$F_{at} = m_B \cdot a \Rightarrow 20 = 4 \cdot a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

Como todo o sistema se move com a mesma aceleração, podemos isolar o conjunto:

$$F = (m_A + m_B) \cdot a = (6 + 4) \cdot 5 \Rightarrow F = 50 \text{ N}$$

- b) Quando $F = 30 \text{ N} < 50 \text{ N}$, o atrito é estático e todo o conjunto se move com a mesma aceleração: $a_A = a_B = a$.

Para o conjunto:

$$F = (m_A + m_B) \cdot a \Rightarrow 30 = 10 \cdot a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

Para B:

$$F_{at} = m_B \cdot a = 4 \cdot 3 \Rightarrow F_{at} = 12 \text{ N}$$

- c) Quando $F = 60 \text{ N} > 50 \text{ N}$, os blocos possuem acelerações diferentes e o atrito é dinâmico. Portanto, não podemos isolar A e B juntos.

Para o atrito:

$$F_{\text{at}} = F_{\text{at,d}} = \mu_d \cdot N_B = 0,4 \cdot 40 = 16 \text{ N}$$

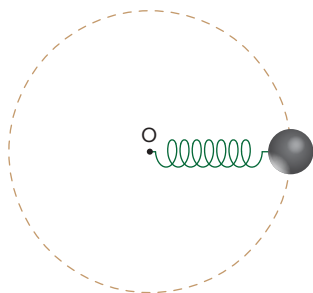
Para B:

$$F_{\text{at}} = m_B \cdot a_B \Rightarrow 16 = 4 \cdot a_B \Rightarrow a_B = 4 \text{ m/s}^2$$

Para A:

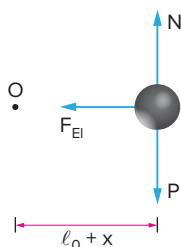
$$F_{\text{at}} = m_A \cdot a_A \Rightarrow 16 = 5 \cdot a_A \Rightarrow a_A = 3,2 \text{ m/s}^2$$

- 7** Uma partícula de 20 g de massa está presa a uma mola de constante elástica 10 N/m, descrevendo um movimento circular uniforme em um plano horizontal, com velocidade de 5 m/s, em torno do ponto O. Se o comprimento natural da mola vale 40 cm, determine a sua deformação.



Resolução:

Isolando a partícula e tomando sua vista lateral:



O corpo descreve um movimento circular, e a resultante centrípeta é a força elástica:

$$F_{R,cp} = F_{El} \Rightarrow m \cdot a_{cp} = k \cdot x \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = k \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{\ell_0 + x} = k \cdot x \Rightarrow \frac{0,02 \cdot 5^2}{0,4 + x} = 10x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10x(0,4 + x) = 0,5 \Rightarrow 10x^2 + 4x - 0,5 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-0,5)}}{20} = \frac{-4 \pm 6}{20}$$

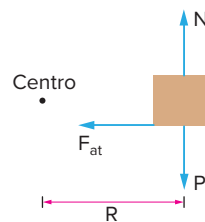
Como $x > 0$:

$$x = \frac{4 - 6}{20} \Rightarrow x = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

- 8** Um disco gira em torno de seu eixo, em um plano horizontal. Um pequeno corpo é colocado a uma distância de 10 cm do centro do disco. Sabendo que o coeficiente de atrito estático entre o corpo e o disco vale 0,25 e que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a maior velocidade angular do disco para que o corpo não deslize sobre ele.

Resolução:

Isolando o corpo:



A força de atrito é a responsável pela manutenção do corpo em movimento circular:

$$F_{R,cp} = F_{\text{at}}$$

A maior velocidade angular é obtida quando o corpo estiver na iminência de escorregar:

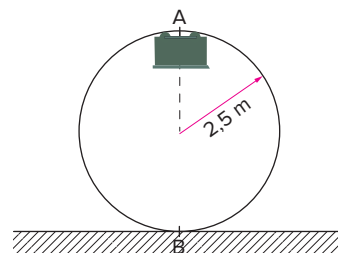
$$F_{\text{at}} = F_{\text{at,e máx}} = \mu_e \cdot N = \mu_e \cdot mg$$

Logo:

$$m \cdot a_{cp} = F_{\text{at}} \Rightarrow m \cdot \omega^2 R = \mu_e \cdot mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{\mu_e \cdot g}{R} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{0,25 \cdot 10}{0,1}} \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

- 9** Um carrinho de massa 100 kg descreve um percurso circular de uma montanha-russa, de raio 2,5 m, com velocidade constante, como na figura a seguir.



Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a mínima velocidade que o carrinho deve ter em A para não perder contato com os trilhos.
- a força que o trilho exerce no carrinho no ponto B, supondo que o movimento se dê com velocidade constante e igual à do item a.

Resolução:

- a) Isolando o carrinho em A:



Quando o carrinho estiver na iminência de cair: $N_A = 0$.

Como o carrinho descreve um movimento circular:

$$F_{R,cp} = N_A + P = 0 + P \Rightarrow m \cdot a_{cp} = mg \Rightarrow \frac{v^2}{R} = g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{R \cdot g} = \sqrt{2,5 \cdot 10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

b) Isolando o carrinho em B:



Como o carrinho descreve um movimento circular:

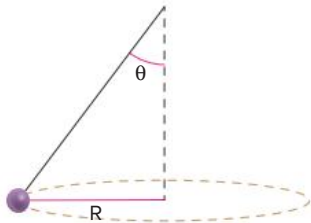
$$F_{R,cp} = N_B - P \Rightarrow m \cdot a_{cp} = N_B - mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = N_B - mg \Rightarrow N_B = \frac{m \cdot v^2}{R} + mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_B = \frac{100 \cdot 5^2}{2,5} + 100 \cdot 10 \Rightarrow$$

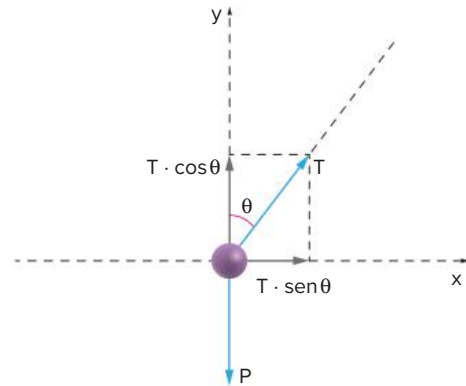
$$\Rightarrow N_B = 2000 \text{ N}$$

- 10 Um pequeno corpo de massa 3 kg, preso à extremidade de um fio, descreve um movimento circular horizontal, de raio 1,2 m, conforme a figura a seguir. Sabendo que $\sin \theta = 0,6$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a velocidade angular do movimento.



Resolução:

Isolando o corpo:



Em y, há equilíbrio:

$$T \cdot \cos \theta = P \Rightarrow T \cdot \cos \theta = mg \quad (I)$$

Em x, o corpo descreve movimento circular de raio R:

$$F_{R,cp} = T \cdot \sin \theta \Rightarrow m \cdot \omega^2 \cdot R = T \cdot \sin \theta \quad (II)$$

Dividindo (II) por (I):

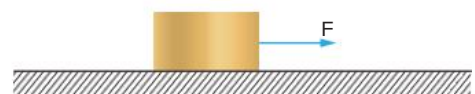
$$\frac{T \cdot \sin \theta}{T \cdot \cos \theta} = \frac{m \omega^2 R}{mg} \Rightarrow \text{tg} \theta = \frac{\omega^2 R}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R} \cdot \text{tg} \theta} = \sqrt{\frac{10}{1,2} \cdot \frac{0,6}{0,8}} \Rightarrow \omega = 2,5 \text{ rad/s}$$

Revisando

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

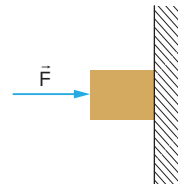
- 1 Na figura ao lado, um bloco de massa 5 kg repousa sobre uma superfície plana horizontal. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre as superfícies do plano e do corpo são iguais, respectivamente, a 0,50 e 0,30. Aplica-se ao bloco uma força F horizontal.



Determine o módulo da força de atrito entre o bloco e a superfície e o valor da aceleração do bloco nos seguintes casos:

- $F = 20 \text{ N}$
- $F = 25 \text{ N}$
- $F = 30 \text{ N}$

2 Na figura ao lado, está representado um bloco de 4 kg sendo pressionado contra a parede por uma força F . O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a parede vale 0,40 e o cinético vale 0,25.



- a) Determine a mínima força F que pode ser aplicada ao bloco para que ele não deslize na parede.
Determine o módulo da força de atrito entre o bloco e a superfície e o valor da aceleração do bloco nos seguintes casos:
- b) $F = 80 \text{ N}$
c) $F = 200 \text{ N}$

3 Dois blocos, A e B, de massas 5 kg e 10 kg, respectivamente, unidos por um fio ideal, são puxados por uma força F sobre um plano horizontal, conforme a figura.



	Coeficiente de atrito estático	Coeficiente de atrito dinâmico
Entre A e o piso	0,6	0,4
Entre B e o piso	0,5	0,3

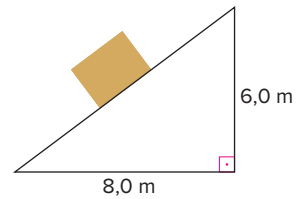
De acordo com a tabela de coeficientes de atrito estático e dinâmico de A e B com o piso, determine:

- a) a máxima força F que pode ser aplicada ao sistema para que ele não deslize.
b) a aceleração do sistema e a tração no fio quando $F = 140 \text{ N}$.

4 Uma força F , constante e paralela ao plano inclinado da figura, atua sobre um bloco de massa $5,0 \text{ kg}$.

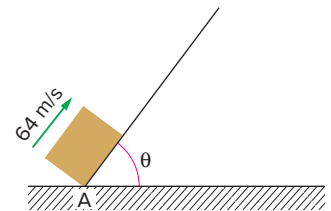
O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano vale $0,8$. Determine:

- o módulo e o sentido de F para que o bloco fique na iminência de se mover para cima.
- o módulo e o sentido de F para que o bloco fique na iminência de se mover para baixo.

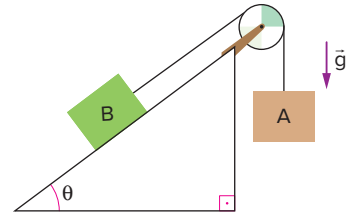


5 Um corpo é lançado com velocidade inicial de 64 m/s de um ponto A de uma rampa que forma um ângulo θ com a horizontal, como mostra a figura ao lado. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o corpo e a rampa valem $0,8$. Sabendo que $\sin \theta = 0,8$, determine:

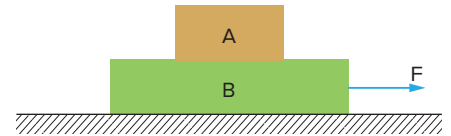
- o módulo e o sentido da aceleração do corpo durante a subida.
- o intervalo de tempo decorrido até que a velocidade do corpo se anule.
- a distância percorrida pelo corpo sobre a rampa até parar.
- a altura máxima atingida pelo corpo em relação ao solo.
- o módulo e o sentido da aceleração do corpo durante a descida.
- o intervalo de tempo decorrido durante a descida.
- a velocidade com que o corpo chega ao ponto de partida.



- 6 Na situação esquematizada na figura ao lado, o fio e a polia são ideais. Despreza-se o efeito da resistência do ar. As massas dos blocos A e B valem, respectivamente, 6 kg e 4 kg. Sabendo que $\sin \theta = 0,60$ e que o coeficiente de atrito cinético entre B e o plano de apoio vale 0,50, determine:
- o módulo e o sentido da aceleração de A.
 - o módulo da tração no fio.



- 7 Um bloco B de 6 kg de massa repousa sobre um assoalho sem atrito. Sobre B, existe um bloco A de 4 kg de massa. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre os blocos valem, respectivamente, 0,25 e 0,20. Aplica-se sobre B uma força horizontal F.



Determine:

- a força horizontal máxima aplicada a B, de modo que não exista movimento relativo entre os blocos.
- a aceleração de cada bloco e a força de atrito entre eles quando $F = 10$ N.
- a aceleração de cada bloco e a força de atrito entre eles quando $F = 50$ N.

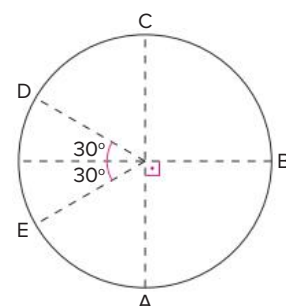
- 8 Um homem salta de um balão estacionário a uma grande altitude. O conjunto homem-páraquedas possui massa igual a 90 kg e estará sujeito à resistência do ar, que tem módulo dado por $F_{\text{ar}} = k \cdot v^2$. Com o páraquedas fechado, $k = 0,25 \text{ kg/m}$; com ele aberto, $k = 25 \text{ kg/m}$. Sabendo que a densidade do ar pode ser considerada constante durante todo o percurso, determine:
- o módulo e o sentido da aceleração do sistema imediatamente após o salto.
 - o módulo e o sentido da aceleração do sistema quando sua velocidade for igual a 30 m/s, com o páraquedas fechado.
 - a maior velocidade que o sistema atingirá com o páraquedas fechado, em km/h.
 - o módulo e o sentido da aceleração do sistema com o páraquedas aberto, imaginando que, quando ele estiver completamente aberto, a velocidade do sistema já tenha sido reduzida para 12 m/s.
 - a velocidade aproximada com que o homem atinge o solo, em m/s.

- 9 **UFPR (Adapt.)** Convidado para substituir Felipe Massa, acidentado nos treinos para o grande prêmio da Hungria, o piloto alemão Michael Schumacher desistiu após a realização de alguns treinos, alegando que seu pescoço doía, como consequência de um acidente sofrido alguns meses antes, e que a dor estava sendo intensificada pelos treinos. A razão disso é que, ao realizar uma curva, o piloto deve exercer uma força sobre a sua cabeça, procurando mantê-la alinhada com a vertical.

Considerando que a massa da cabeça de um piloto mais o capacete seja de 6,0 kg e que o carro esteja fazendo uma curva de raio igual a 72 m a uma velocidade de 216 km/h, calcule a massa que, sujeita à aceleração da gravidade, tem um peso de mesmo módulo.

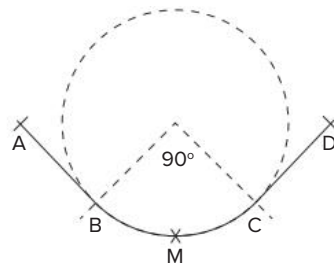
- 10** Um corpo de massa 200 g, preso a uma mola de constante elástica 100 N/m, descreve uma circunferência em um plano horizontal sem atrito, com velocidade igual a 10 m/s. Sabendo que a deformação da mola é de 20 cm, determine seu comprimento natural.

- 11** Um motociclista descreve uma circunferência vertical em um “globo da morte” de raio 4 m. Sabendo que a velocidade do motociclista é constante e igual a 12 m/s e que a massa total do conjunto motociclista-moto é de 200 kg, determine a força normal exercida sobre o conjunto nos pontos:
- a) A c) C e) E
 b) B d) D
- No mesmo “globo da morte”, determine:
- f) a mínima velocidade que o motociclista deve ter no ponto C para que consiga dar a volta completa.



12 Unicamp A figura ao lado descreve a trajetória ABMCD de um avião em um voo em um plano vertical. Os trechos AB e CD são retas. O trecho BMC é um arco de 90° de uma circunferência de 2,5 km de raio. O avião mantém velocidade de módulo constante igual a 900 km/h. O piloto tem massa de 80 kg e está sentado sobre uma balança (de mola) nesse voo experimental. Pergunta-se:

- Quanto tempo o avião leva para percorrer o arco BMC?
- Qual a marcação da balança no ponto M (ponto mais baixo da trajetória)?



13 Na figura 1, um corpo de 8 kg está preso a um fio de comprimento 3 m e é solto a partir do repouso na posição A. Na figura 2, um corpo de 5 kg está preso a um fio de comprimento 2 m e passa com velocidade de 4 m/s pelo ponto B, o mais baixo da trajetória. Determine o módulo da:

- aceleração tangencial na posição A, na figura 1.
- aceleração centrípeta na posição A, na figura 1.
- tração no fio na posição A, na figura 1.
- aceleração tangencial na posição B, na figura 2.
- aceleração centrípeta na posição B, na figura 2.
- tração no fio na posição B, na figura 2.

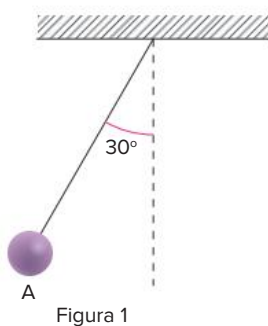


Figura 1

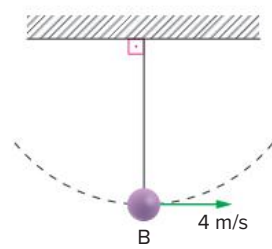
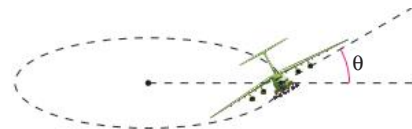


Figura 2

- 14 Mackenzie (Adapt.)** Um avião descreve uma trajetória circular horizontal com velocidade escalar constante v . As asas formam um ângulo θ com a horizontal. Devem ser levados em conta apenas o peso do avião e a força de sustentação, que é perpendicular à asa, pois estamos considerando que o módulo da resistência do ar é igual ao módulo da força do motor do avião, com sentidos opostos. Sendo g a aceleração da gravidade, determine o raio da trajetória descrita pelo avião.

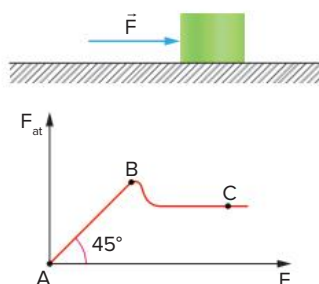


- 15** Um corpo descreve uma circunferência de raio 8 cm em um plano horizontal com velocidade angular de 5 rad/s. Determine o mínimo coeficiente de atrito estático entre o corpo e o plano para que não haja escorregamento.
- 16** Um cilindro oco de raio r gira com velocidade angular ω em torno de seu eixo, que é vertical. Uma pessoa de massa m , encostada na superfície interna do cilindro, gira junto com ele, sem escorregar, apesar de não se apoiar em nenhum outro corpo. Calcule o mínimo valor de ω para que isso aconteça, sendo g a intensidade do campo gravitacional e μ_e o coeficiente de atrito estático entre as superfícies em contato.

Exercícios propostos

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 1 Unama** Um corpo inicialmente em repouso recebe a ação de uma força externa F crescente, conforme a figura. Representamos graficamente a força de atrito entre o corpo e a superfície em função de F .



Acerca dessa situação, podemos dizer:

- I. no trecho AB, o corpo move-se com aceleração constante, já que o atrito varia proporcionalmente à ação F .
- II. no trecho AB, o corpo encontra-se em repouso.
- III. no ponto B, o corpo está na iminência do deslizamento.
- IV. no trecho BC, o corpo se movimenta, mas a força de atrito independe da velocidade do corpo, pelo menos para valores pequenos desta.

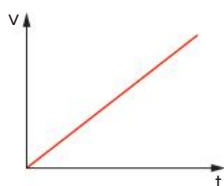
Estão corretas as afirmativas:

- A I, II e IV. D II e IV.
 B II, III e IV. E apenas a II.
 C I e IV.

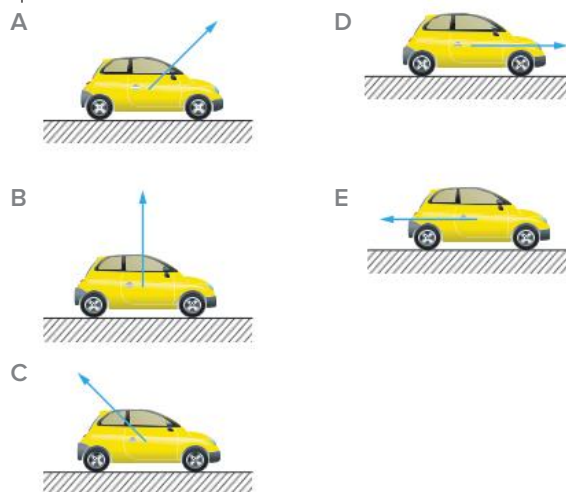
- 2 Uece 2017** O caminhar humano, de modo simplificado, acontece pela ação de três forças sobre o corpo: peso, normal e atrito com o solo. De modo simplificado, as forças peso e atrito sobre o corpo são, respectivamente,

- A vertical para cima e horizontal com sentido contrário ao deslocamento.
- B vertical para cima e horizontal com mesmo sentido do deslocamento.
- C vertical para baixo e horizontal com mesmo sentido do deslocamento.
- D vertical para baixo e horizontal com sentido contrário ao deslocamento.

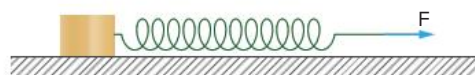
- 3 UFF** Um carro desloca-se para frente em linha reta sobre uma estrada horizontal e plana, com uma velocidade que varia em função do tempo, de acordo com o gráfico mostrado na figura.



Escolha a opção que representa a força resultante que o solo faz sobre o carro.



- 4 UFF** Professores do Instituto de Física da UFF estudam a dinâmica do movimento de placas geológicas que compõem a crosta terrestre, com o objetivo de melhor compreender a física dos terremotos. Um sistema simples, que exhibe os elementos determinantes dessa dinâmica, é composto de um bloco apoiado sobre uma mesa horizontal rugosa e puxado por uma mola, como mostrado a seguir. A mola é esticada continuamente por uma força F de módulo crescente, mas o bloco permanece em repouso até que o atrito não seja mais suficiente para impedir seu deslocamento.

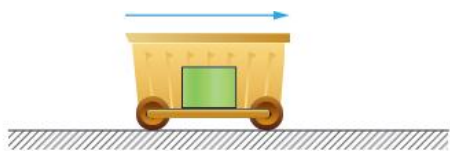


Enquanto não houver deslizamento, é correto afirmar que:

- A o módulo da força que o bloco faz sobre a mola é igual ao módulo da força de atrito sobre o bloco.
- B o módulo da força de atrito sobre o bloco é maior que o módulo da força que a mola faz sobre o bloco.
- C o módulo da força de atrito depende da força normal sobre o bloco, já que a normal é a reação ao peso.
- D o módulo da força que a mola faz sobre o bloco é maior que o módulo da força que o bloco faz sobre a mola.
- E o módulo da força de atrito sobre o bloco não muda enquanto a mola é esticada.

- 5 UFRJ** Um trem está se movendo sobre trilhos planos, retilíneos e horizontais com movimento uniforme em relação à estrada. Sobre o piso horizontal de um dos vagões, há um bloco em repouso em relação ao vagão, como mostra a figura.

Nesse caso, o piso exerce sobre o bloco uma força \vec{f} .



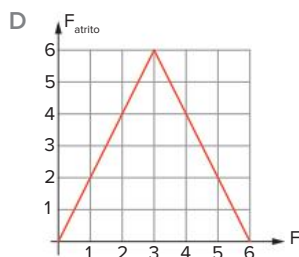
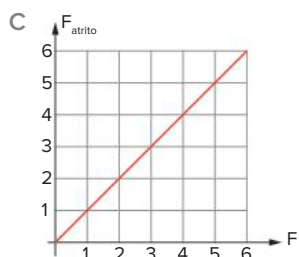
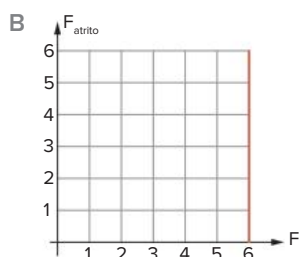
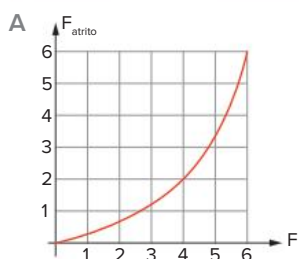
A partir de um determinado instante, o trem é uniformemente retardado até parar. Apesar disso, durante o retardamento, o bloco permanece em repouso em relação ao vagão. Nesse caso, durante o retardamento, o piso exerce sobre o bloco uma força \vec{f} .

Verifique se $|\vec{f}| < |\vec{f}'|$, $|\vec{f}|$ ou se $|\vec{f}| > |\vec{f}'|$.

- 6 PUC-SP 2018** Um objeto cúbico, maciço e homogêneo, de massa igual a 1500 g, está em repouso sobre uma superfície plana e horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o objeto e a superfície é igual a 0,40. Uma força F , horizontal à superfície, é aplicada sobre o centro de massa desse objeto

Que gráfico melhor representa a intensidade da força de atrito estático F_{atrito} em função da intensidade F da força aplicada? Considere as forças envolvidas em unidades do SI

Dado: módulo da aceleração da gravidade: $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.



- 7 UFPE** Um físico, atendendo à sua esposa, tenta mudar a localização da sua geladeira, empurrando-a horizontalmente sobre o chão, mas não consegue movê-la. Pensando sobre o assunto, ele imagina como sua vida seria mais fácil num planeta de gravidade menor que a da Terra. Considerando que a força que o físico faz sobre a geladeira vale 1200 N, a massa da geladeira é 300 kg e o coeficiente de atrito estático entre a geladeira e o chão é $\frac{1}{2}$, indique, dentre os planetas a seguir, aquele com maior aceleração da gravidade, g , no qual ele ainda conseguiria mover a geladeira.
- A Plutão, $g = 0,3 \text{ m/s}^2$
 B Marte, $g = 3,7 \text{ m/s}^2$
 C Urano, $g = 7,8 \text{ m/s}^2$
 D Vênus, $g = 8,6 \text{ m/s}^2$
 E Saturno, $g = 9,0 \text{ m/s}^2$

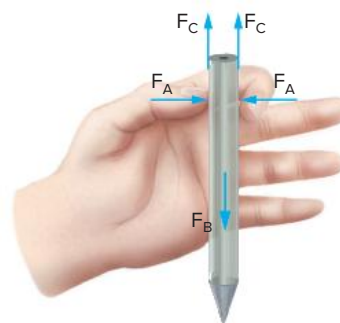
- 8 UFC** O bloco mostrado na figura está em repouso sob a ação da força horizontal F_1 , de módulo igual a 10 N, e da força de atrito entre o bloco e a superfície.



Se uma outra força horizontal F_2 , de módulo igual a 2 N e sentido contrário, for aplicada ao bloco, a força resultante sobre ele será:

- A nula. D 10 N
 B 2 N E 12 N
 C 8 N

- 9 PUC-PR** Você segura um lápis verticalmente, como indica a figura a seguir.



Sobre as três forças, F_A , F_B e F_C , que atuam sobre o lápis, assinale a alternativa **incorreta**.

- A O valor máximo de F_C não depende do módulo de F_A .
 B F_C pode ser identificada como uma força de atrito estático.
 C Uma das condições de equilíbrio estático do lápis é $F_C = \frac{F_B}{2}$.
 D Caso o coeficiente de atrito estático entre os dedos e o lápis fosse nulo, este não poderia permanecer em equilíbrio, qualquer que fosse o módulo de F_A .
 E F_B pode ser identificada com a força peso do lápis.

10 Enem PPL 2018 Com um dedo, um garoto pressiona contra a parede duas moedas, de R\$ 0,10 e R\$ 1,00, uma sobre a outra, mantendo-as paradas. Em contato com o dedo está a moeda de R\$ 0,10 e contra a parede está a de R\$ 1,00. O peso da moeda de R\$ 0,10 é 0,05 N e o da de R\$ 1,00 é 0,09 N. A força de atrito exercida pela parede é suficiente para impedir que as moedas caiam. Qual é a força de atrito entre a parede e a moeda de R\$ 1,00?

- A 0,04 N D 0,09 N
 B 0,05 N E 0,14 N
 C 0,07 N

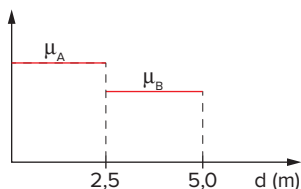
11 Uma caixa cai de uma pequena altura sobre uma esteira transportadora, cujos pontos se movem com velocidade escalar $v = 2,0$ m/s. A aceleração da gravidade tem módulo $g = 10$ m/s² e o coeficiente de atrito dinâmico entre a caixa e a esteira é $\mu = 0,50$.



Calcule o intervalo de tempo decorrido desde o instante da queda até o momento em que a caixa para de escorregar sobre a esteira.

12 UFPB A superfície de uma mesa é constituída de dois materiais distintos, A e B. Um bloco de metal com massa igual a 2,0 kg é lançado sobre essa mesa com velocidade inicial de 5,0 m/s.

Inicialmente, o bloco desliza sobre o material A e, a seguir, passa a deslizar sobre o material B. Os coeficientes de atrito cinético entre o bloco e os dois materiais são, respectivamente, $\mu_A = 0,35$ e $\mu_B = 0,25$ e estão representados no gráfico a seguir em função da posição d .



Nesse contexto, a distância percorrida pelo bloco até atingir o repouso é:

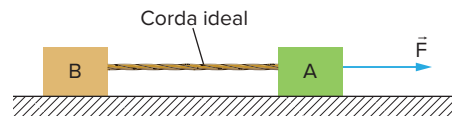
- A 2,0 m C 1,0 m E 3,0 m
 B 4,0 m D 5,0 m

13 EEM Um motorista está dirigindo numa estrada horizontal, com neblina densa, a 120 km/h, quando vê à sua frente um caminhão que trafega no mesmo sentido, a 36 km/h. Percebe imediatamente que deveria ter obedecido à sinalização e aos limites de segurança, pois a estrada está em obras e, no trecho afunilado, não é possível a ultrapassagem. Freia seu carro até travarem-se as rodas, mas o pavimento está úmido e o coeficiente de atrito é apenas $\mu = 0,10$.

Quando as rodas são travadas, a velocidade do carro é de 108 km/h e a distância dele ao caminhão é de apenas 72 metros. Adote $g = 10$ m/s².

- a) É possível evitar a colisão?
 b) Em caso negativo, qual a velocidade do carro no instante da colisão?

14 Mackenzie Dois blocos, A e B, de pesos, respectivamente, iguais a 30 N e 70 N apoiam-se sobre uma mesa horizontal. O coeficiente de atrito entre os blocos e a mesa vale 0,40.



Aplicando-se ao primeiro bloco uma força horizontal constante, de intensidade $F = 50$ N, e supondo $g = 10$ m/s², pede-se:

- a) o módulo da aceleração comunicada ao sistema.
 b) a intensidade da força tensora na corda.

15 PUC-RS 2016 Sobre uma caixa de massa 120 kg, atua uma força horizontal constante F de intensidade 600 N. A caixa encontra-se sobre uma superfície horizontal em um local no qual a aceleração gravitacional é 10 m/s². Para que a aceleração da caixa seja constante, com módulo igual a 2 m/s², e tenha a mesma orientação da força F , o coeficiente de atrito cinético entre a superfície e a caixa deve ser de

- A 0,1
 B 0,2
 C 0,3
 D 0,4
 E 0,5

16 Fuvest Uma caixa vazia, pesando 10 N, é colocada sobre uma superfície horizontal. Ao ser solicitada por uma força horizontal, começa a se movimentar quando a intensidade da força atinge 5 N; cheia d'água, isso acontece quando a intensidade da força atinge 50 N.

Adote $g = 10$ m/s².

- a) Qual a força de atrito em cada caso?
 b) Qual a quantidade de água?

17 UFG (Adapt.) Aplica-se, horizontalmente, uma força \vec{F} de intensidade variável num bloco homogêneo de massa $m = 0,50$ kg, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal, conforme a figura 1. Com o bloco em repouso, atuam nele também as forças \vec{P} (peso), \vec{N} (normal) e \vec{f}_e (atrito estático). Ao iniciar-se o movimento, passa a atuar a força de atrito cinético \vec{f}_c .

Figura 1

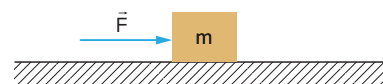
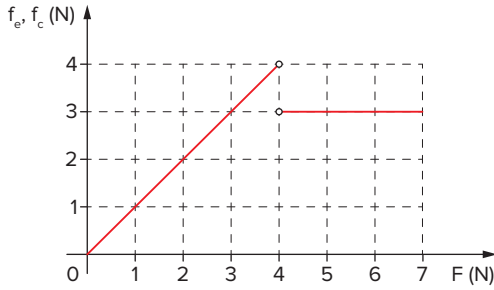


Figura 2

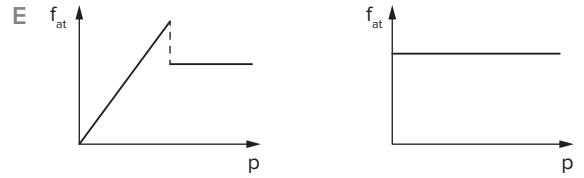
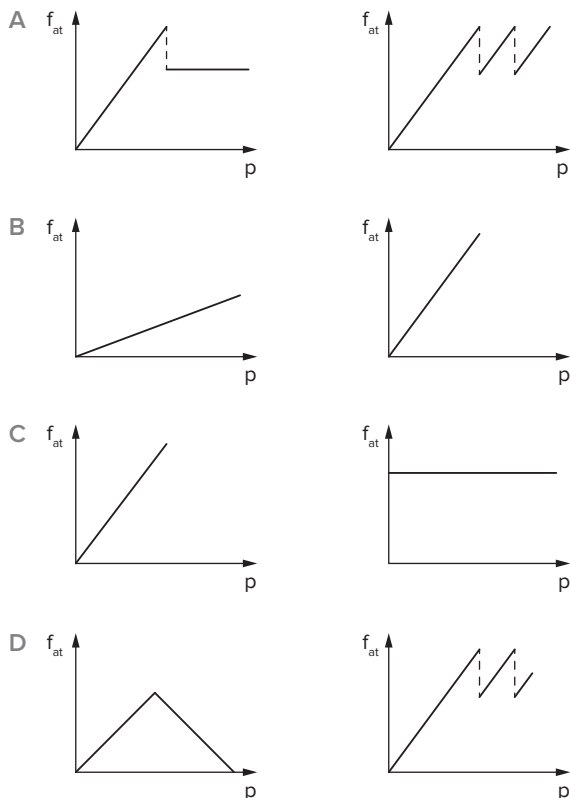


Analisando o gráfico das forças de atrito \vec{f}_e e \vec{f}_c , em função de \vec{F} , para intensidades que variam de 0,0 a 7,0 N, conforme a figura 2, e dado $g = 10 \text{ m/s}^2$, pode-se afirmar que:

- o coeficiente de atrito estático μ_e é igual a 0,80.
- para $F > 4,0 \text{ N}$, a força de atrito é 3,0 N e a aceleração é crescente.
- para $F = 7,0 \text{ N}$, a aceleração é $8,0 \text{ m/s}^2$.
- o coeficiente de atrito cinético μ_c é igual a 0,60.

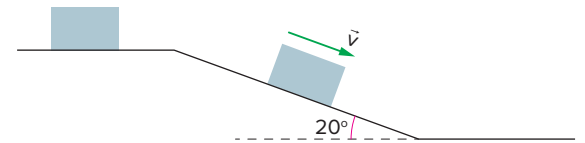
18 Enem 2012 Os freios ABS são uma importante medida de segurança no trânsito, os quais funcionam para impedir o travamento das rodas do carro quando o sistema de freios é acionado, liberando as rodas quando estão no limiar do deslizamento. Quando as rodas travam, a força de frenagem é governada pelo atrito cinético.

As representações esquemáticas da força de atrito f_{at} entre os pneus e a pista, em função da pressão p aplicada no pedal de freio, para carros sem ABS e com ABS, respectivamente, são:



19 UFG Blocos de gelo de 10 kg são armazenados em uma câmara frigorífica. Os blocos são empurrados para a câmara através de uma rampa que forma um ângulo de 20° com a horizontal, conforme a figura a seguir. Suponha que a presença do atrito entre o gelo e a rampa faça com que os blocos desçam com velocidade constante de 3 m/s. Ao final da rampa, os blocos passam a se movimentar num trecho horizontal, iniciando o movimento com a mesma velocidade de 3 m/s.

Dados: Aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\text{sen} 20^\circ = 0,34$ e $\text{cos} 20^\circ = 0,94$.



- Calcule o coeficiente de atrito cinético entre a rampa e o bloco de gelo.
- Considerando que o coeficiente de atrito cinético entre o gelo e o trecho horizontal seja o mesmo do item anterior, determine a distância que o bloco de gelo percorre até parar.

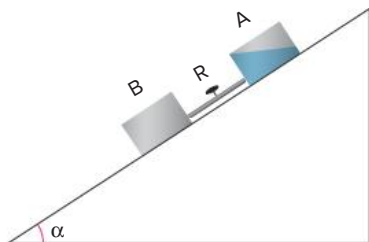
20 UFG Um catador de recicláveis de massa m sobe uma ladeira puxando seu carrinho. O coeficiente de atrito estático entre o piso e os seus sapatos é μ_e e o ângulo que a ladeira forma com a horizontal é θ . O carrinho, por estar sobre rodas, pode ser considerado livre de atrito. A maior massa do carrinho com os recicláveis que ele pode suportar, sem escorregar, é de:

- A $m \left(\mu_e \frac{\text{sen} \theta}{\text{cos} \theta} - 1 \right)$ D $m (\mu_e \text{sen} \theta - \text{cos} \theta)$
 B $m (\mu_e \text{cos} \theta - \text{sen} \theta)$ E $m \left(\mu_e \frac{\text{cos} \theta}{\text{sen} \theta} - 1 \right)$
 C $m \left(\mu_e - \frac{\text{cos} \theta}{\text{sen} \theta} \right)$

21 Vunesp Um bloco de massa $m = 5,0 \text{ kg}$ está apoiado sobre um plano, inclinado 30° em relação à horizontal. Se uma força F , paralela ao plano inclinado, é aplicada ao bloco com sentido para cima, o bloco desliza para baixo com velocidade $v = (2t) \text{ m/s}$. Se a mesma força F é aplicada para baixo, o corpo desliza com velocidade $v' = (3t) \text{ m/s}$.

- Calcule F .
- Calcule o coeficiente de atrito de deslizamento entre o corpo e o plano inclinado.

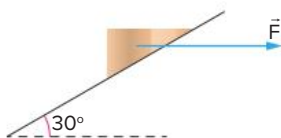
- 22 PUC-Minas (Adapt.)** A figura a seguir mostra dois recipientes de massas desprezíveis e interligados. Com o recipiente A contendo 4,0 kg de água e o recipiente B vazio, o conjunto permanece em repouso sobre o plano inclinado. Abrindo-se o registro, permite-se que parte da água passe, lentamente, para o recipiente B até que o conjunto fique na iminência de deslizar.



Nessa situação, determine a massa de água no vaso A.

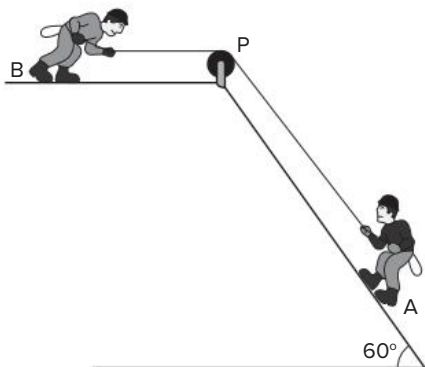
▶ **Dados:** $\text{sen } \alpha = 0,6$; coeficientes de atrito estático entre os recipientes e o plano: $A = 0,80$; $B = 0,50$.

- 23 UFC** Uma cunha de massa $m = 2 \text{ kg}$ é empurrada sobre um plano inclinado por uma força horizontal F , de intensidade igual a 20 N, conforme figura a seguir.



Sabendo que a velocidade com que a cunha sobe o plano é constante, determine:

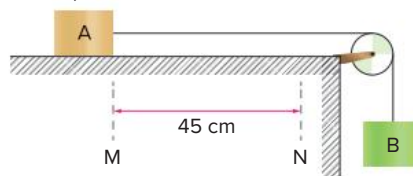
- a intensidade da força exercida pelo plano inclinado sobre a cunha.
 - o coeficiente de atrito cinético entre a cunha e o plano inclinado.
- 24 FGV-SP 2013** A figura representa dois alpinistas A e B, em que B, tendo atingido o cume da montanha, puxa A por uma corda, ajudando-o a terminar a escalada. O alpinista A pesa 1000 N e está em equilíbrio na encosta da montanha, com tendência de deslizar em um ponto de inclinação de 60° com a horizontal ($\text{sen } 60^\circ = 0,87$ e $\text{cos } 60^\circ = 0,50$); há atrito de coeficiente 0,1 entre os pés de A e a rocha. No ponto P, o alpinista fixa uma roldana que tem a função exclusiva de desviar a direção da corda.



A componente horizontal da força que B exerce sobre o solo horizontal na situação descrita, tem intensidade, em N:

- A 380 C 500 E 920
B 430 D 820

- 25 Mackenzie** No sistema a seguir, o fio e a polia são ideais. Ao abandonarem os blocos, A vai do ponto M para o N em 1,5 s.

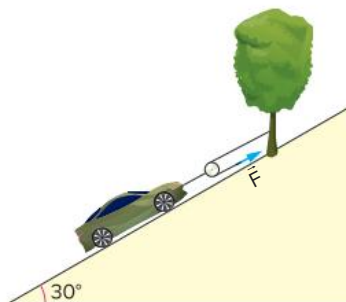


O coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície de apoio é:

▶ **Dados:** $g = 10 \text{ m/s}^2$, massa do bloco $A = 8 \text{ kg}$ e massa do bloco $B = 2 \text{ kg}$.

- A 0,1 C 0,3 E 0,5
B 0,2 D 0,4

- 26 FEI** Um professor, que possui um automóvel ano 1961, mora numa ladeira que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Infelizmente seu carro já não consegue subir essa ladeira. Para guardá-lo na garagem, ele se vale de um sistema (roldana e cordas), com massa desprezível, como indicado na figura a seguir, e conta com a ajuda de alunos.

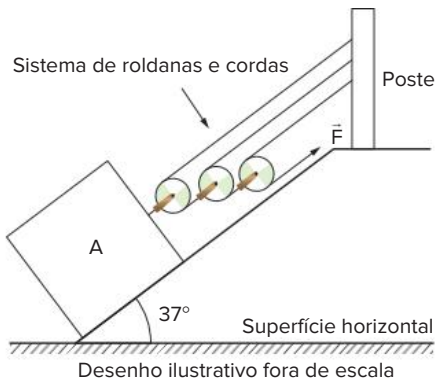


Sabendo que a massa do carro é 800 kg, que a força de atrito resistente entre a superfície e os pneus corresponde a 5% do peso do carro, e adotando $\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$,

$\text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, a força F total que o grupo de alunos deve realizar para que o carro suba em MRU vale:

- A 5000 N C 3600 N E 2200 N
B 4800 N D 3000 N

- 27 EsPCEX 2017** Um bloco A de massa 100 kg sobe, em movimento retilíneo uniforme, um plano inclinado que forma um ângulo de 37° com a superfície horizontal. O bloco é puxado por um sistema de roldanas móveis e cordas, todas ideais, e coplanares. O sistema mantém as cordas paralelas ao plano inclinado enquanto é aplicada a força de intensidade F na extremidade livre da corda, conforme o desenho a seguir.



Todas as cordas possuem uma de suas extremidades fixadas em um poste que permanece imóvel quando as cordas são traçadas.

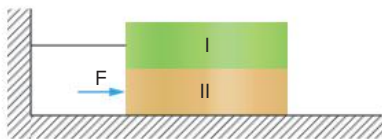
Sabendo que o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco A e o plano inclinado é de 0,50, a intensidade da força \vec{F} é:

▶ **Dados:** $\sin 37^\circ = 0,60$ e $\cos 37^\circ = 0,80$.

Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 .

- A 125 N. C 225 N. E 400 N.
B 200 N. D 300 N.

- 28 Vunesp** Na figura, o bloco I repousa sobre o bloco II, sendo que I está preso por uma corda a uma parede. Sabe-se que $m_I = 3,0 \text{ kg}$ e $m_{II} = 6,0 \text{ kg}$. O coeficiente de atrito cinético entre I e II é 0,10 e entre II e o plano é 0,20.

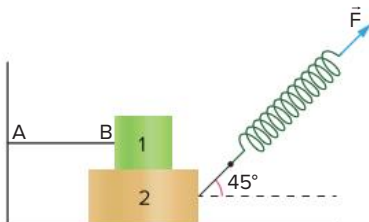


Qual deve ser a força F que, aplicada em II, desloca esse bloco com aceleração de $2,0 \text{ m/s}^2$?

▶ **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$

- A 40 N C 15 N E 33 N
B 30 N D 27 N

- 29 FEI** Na figura, temos: o fio AB é inextensível e horizontal, a massa do corpo 1 é $m_1 = 5 \text{ kg}$, a massa do corpo 2 é $m_2 = 10 \text{ kg}$, a mola tem constante elástica $k = 1000 \text{ N/m}$, o coeficiente de atrito entre os corpos 1 e 2 e entre o corpo 2 e a pista horizontal é $\mu = 0,1$.



Se a mola é deformada de 10 cm, a aceleração adquirida pelo corpo 2 é, em m/s^2 :

Adotar a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A 5,7 C 5,0 E nula.
B 8,0 D 4,5

- 30** Um caixote de massa 20 kg está em repouso sobre a carroceria de um caminhão que percorre uma estrada plana, horizontal, com velocidade constante de 72 km/h. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico, entre o caixote e o piso da carroceria, são, aproximadamente, iguais e valem $\mu = 0,25$.

- a) Qual o módulo da força de atrito que está atuando no caixote?
b) Determine o menor tempo possível para que esse caminhão possa frear sem que o caixote escorregue.
c) Se $a = 2 \text{ m/s}^2$, qual o módulo da força de atrito que a carroceria aplica sobre o caixote?
d) Se $a = 3 \text{ m/s}^2$, qual o módulo da força que a carroceria aplica sobre o caixote?

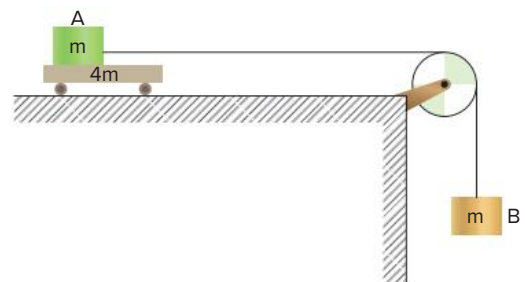
- 31** Na figura seguinte, a superfície S é horizontal, a intensidade de F é 40 N, o coeficiente de atrito de arrastamento entre o bloco A e a superfície S vale 0,50 e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Sob a ação da força F, o sistema é acelerado horizontalmente e, nessas condições, o bloco B apresenta-se na iminência de escorregar em relação ao bloco A.

- a) Determine o módulo da aceleração do sistema.
b) Calcule o coeficiente de atrito estático entre os blocos A e B.

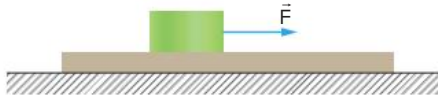
- 32 Vunesp** Dois blocos, A e B, ambos de massa m , estão ligados por um fio leve e flexível, que passa por uma polia de massa desprezível, que gira sem atrito. O bloco A está apoiado sobre um carrinho de massa $4m$, que pode se deslocar sobre a superfície horizontal sem encontrar qualquer resistência. A figura a seguir mostra a situação descrita.



Quando o conjunto é liberado, B desce e A se desloca com atrito constante sobre o carrinho, acelerando-o. Sabendo que a força de atrito entre A e o carrinho, durante o deslocamento, equivale a 0,2 do peso de A (ou seja, força de atrito = $0,2mg$) e fazendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a) a aceleração do carrinho.
b) a aceleração do sistema constituído por A e B.

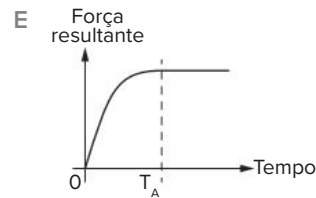
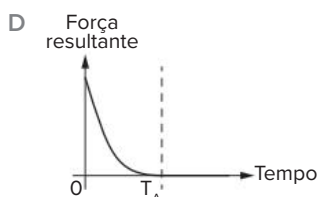
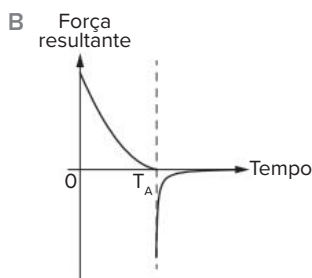
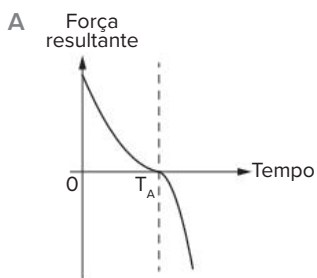
- 33 UFPB** Um bloco de 1 kg está apoiado sobre uma prancha de 4 kg, como mostra a figura. O bloco é puxado por uma força \vec{F} horizontal. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o bloco e a prancha são 0,8 e 0,6, respectivamente.



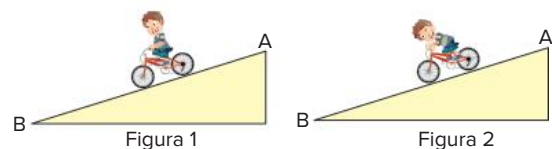
Considerando-se que o atrito entre a prancha e o solo é desprezível, então é correto afirmar que a maior aceleração da prancha será:

- A 1,0 m/s² D 1,6 m/s²
 B 1,2 m/s² E 2,0 m/s²
 C 1,5 m/s²

- 34 Enem 2013** Em um dia sem vento, ao saltar de um avião, um paraquedista cai verticalmente até atingir a velocidade limite. No instante em que o paraquedas é aberto (instante T_A), ocorre a diminuição de sua velocidade de queda. Algum tempo após a abertura do paraquedas, ele passa a ter velocidade de queda constante, que possibilita sua aterrissagem em segurança. Que gráfico representa a força resultante sobre o paraquedista, durante o seu movimento de queda?



- 35 UFMS (Adapt.)** O triatlo é uma modalidade esportiva que combina, de forma sequencial e sem interrupção, natação, ciclismo e corrida. Com relação à parte do ciclismo, uma das preocupações dos treinadores e dos atletas é a resistência do ar que aplica força de arrasto \vec{F}_a contrária ao movimento. Essa força depende da seção transversal à direção do movimento, e aumenta com a velocidade \vec{v} . Um dos modelos teóricos para expressar essa força é dado pela expressão vetorial $\vec{F}_a = -b\vec{v}$, onde b é uma constante de proporcionalidade. Um dos recursos utilizados pelo ciclista para diminuir essa força, durante o movimento, é curvar o seu corpo para a frente, diminuindo a seção transversal. Um treinador, na tentativa de analisar a dependência entre essa força e a maneira como o ciclista curva o corpo, faz um experimento com um ciclista. Na primeira parte do experimento, o ciclista desce ao longo de um declive, numa trajetória retilínea, a partir do repouso no ponto A, com a bicicleta livre e sem pedalar, e sem curvar o corpo, veja a figura 1. Na segunda parte do experimento, repete todo o procedimento da primeira parte e nas mesmas condições, no mesmo declive. A única diferença é que o ciclista curva o corpo para a frente, diminuindo a seção transversal, veja a figura 2. Para análise, o treinador escolhe o modelo teórico da força proporcional à velocidade, como citada anteriormente, e verifica que a bicicleta atinge uma velocidade constante antes de chegar ao final do plano nas duas partes do experimento, só que, no segundo caso, o tempo de descida do ponto A ao B é menor que na primeira parte do experimento. Considere que a massa de todo o sistema é invariável e que a única força contrária ao movimento é a força de arrasto causada pelo ar.



Com fundamentos nas leis de Newton e nos conceitos de forças de arrasto, assinale a alternativa correta.

- A As forças de arrasto aplicadas no sistema ciclista-bicicleta no final do plano são iguais nos dois casos.
 B A constante de proporcionalidade b , na equação $\vec{F}_a = -b\vec{v}$, é menor na primeira parte do experimento do que na segunda parte.
 C As acelerações médias do ciclista são iguais nos dois casos.
 D A constante de proporcionalidade b não possui unidades, uma vez que é uma constante.

E A componente do módulo da força peso na direção da velocidade é sempre maior que o módulo da força de arrasto desde A até B nas duas partes do experimento.

36 Enem 2014 Um professor utiliza essa história em quadrinhos para discutir com os estudantes o movimento de satélites. Nesse sentido, pede a eles que analisem o movimento do coelho, considerando o módulo da velocidade constante.

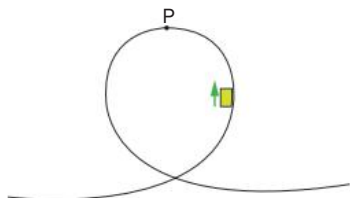


SOUSA, M. *Cebolinha*, n. 240, jun. 2006.

Desprezando a existência de forças dissipativas, o vetor aceleração tangencial do coelho, no terceiro quadrinho, é:

- A nulo.
- B paralelo à sua velocidade linear e no mesmo sentido.
- C paralelo à sua velocidade linear e no sentido oposto.
- D perpendicular à sua velocidade linear e dirigido para o centro da Terra.

37 UFMG Observe o desenho:

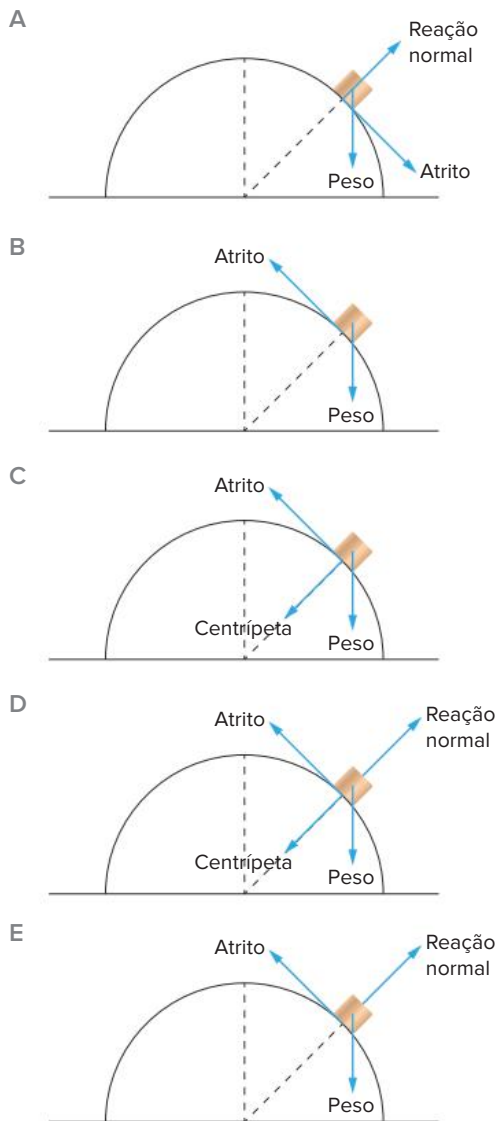


Esse desenho representa um trecho de uma montanha-russa. Um carrinho passa pelo ponto P e não cai. Pode-se afirmar que, no ponto P:

- A a força centrífuga que atua no carrinho o empurra sempre para a frente.

- B a força centrípeta que atua no carrinho equilibra seu peso.
- C a força centrípeta que atua no carrinho mantém sua trajetória circular.
- D a soma das forças que o trilho faz sobre o carrinho equilibra seu peso.
- E o peso do carrinho é nulo nesse ponto.

38 UFPE Um bloco desliza, com atrito, sobre um hemisfério e para baixo. Qual das opções a seguir melhor representa todas as forças que atuam sobre o bloco?



39 EEAR 2019 Uma criança gira no plano horizontal, uma pedra com massa igual a 40 g presa em uma corda, produzindo um Movimento Circular Uniforme. A pedra descreve uma trajetória circular, de raio igual a 72 cm, sob a ação de uma força resultante centrípeta de módulo igual a 2 N. Se a corda se romper, qual será a velocidade, em m/s, com que a pedra se afastará da criança?

Obs.: desprezar a resistência do ar e admitir que a pedra se afastará da criança com uma velocidade constante.

- A 6
- B 12
- C 18
- D 36

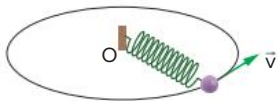
40 Enem O Brasil pode se transformar no primeiro país das Américas a entrar no seleto grupo das nações que dispõem de trem-bala. O Ministério dos Transportes prevê o lançamento do edital de licitação internacional para a construção da ferrovia de alta velocidade Rio-São Paulo. A viagem ligará os 403 quilômetros entre a Central do Brasil, no Rio, e a Estação da Luz, no centro da capital paulista, em uma hora e 25 minutos.

Disponível em: <http://oglobo.globo.com>.

Devido à alta velocidade, um dos problemas a ser enfrentado na escolha do trajeto que será percorrido pelo trem é o dimensionamento das curvas. Considerando-se que uma aceleração lateral confortável para os passageiros e segura para o trem seja de $0,1g$, em que g é a aceleração da gravidade (considerada igual a 10 m/s^2), e que a velocidade do trem se mantenha constante em todo o percurso, seria correto prever que as curvas existentes no trajeto deveriam ter raio de curvatura mínimo de, aproximadamente:

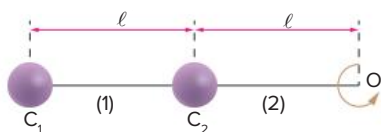
- A 80 m
- B 430 m
- C 800 m
- D 1600 m
- E 6400 m

41 Unicamp Uma bola de massa $1,0 \text{ kg}$, presa à extremidade livre de uma mola esticada de constante elástica $k = 2000 \text{ N/m}$, descreve um movimento circular e uniforme de raio $r = 0,50 \text{ m}$, com velocidade $v = 10 \text{ m/s}$ sobre uma mesa horizontal e sem atrito. A outra extremidade da mola está presa a um pino em O, segundo a figura a seguir.



- a) Determine o valor da força que a mola aplica na bola para que esta realize o movimento descrito.
- b) Qual era o comprimento original da mola antes de ter sido esticada?

42 PUC-SP A figura mostra um sistema de dois corpos de massas iguais, ligados por fios inextensíveis e de massas desprezíveis, girando num plano horizontal, sem atrito, com velocidade angular ω constante, em torno do ponto fixo O.



A razão $\frac{T_2}{T_1}$ entre as tensões T_2 e T_1 , que atuam, respectivamente, nos fios (2) e (1), tem valor:

- A 2
- B $\frac{3}{2}$
- C 1
- D $\frac{2}{3}$
- E $\frac{1}{2}$

43 EsPCEx 2017 Uma partícula com carga elétrica negativa igual a -10^{-8} C encontra-se fixa num ponto do espaço. Uma segunda partícula de massa igual a $0,1 \text{ g}$ e carga elétrica positiva igual a $+10^{-8} \text{ C}$ descreve um movimento circular uniforme de raio 10 cm em torno da primeira partícula. Considerando que elas estejam isoladas no vácuo e desprezando todas as interações gravitacionais, o módulo da velocidade linear da partícula positiva em torno da partícula negativa é igual a

▶ **Dado:** considere a constante eletrostática do vácuo igual a $9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

- A 0,3 m/s
- B 0,6 m/s
- C 0,8 m/s
- D 1,0 m/s
- E 1,5 m/s

44 Osec Um avião descreve um *loop* num plano vertical, com velocidade de 720 km/h . Para que no ponto mais baixo da trajetória a intensidade da força que o piloto exerce no banco seja o triplo de seu peso, é necessário que o raio do *loop* seja de:

▶ **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A 0,5 km
- B 1,0 km
- C 1,5 km
- D 2,0 km
- E 2,5 km

45 Mackenzie O eixo de um trecho de rodovia está contido num plano vertical e apresenta-se em perfil, conforme indica a figura. O raio de curvatura dos pontos A e B são iguais e o trecho que contém o ponto C é horizontal. Um automóvel percorre a rodovia com velocidade escalar constante.

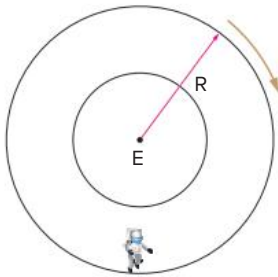


Sendo N_A , N_B e N_C a reação normal da rodovia sobre o carro nos pontos A, B e C, respectivamente, podemos dizer que:

- A $N_B > N_A > N_C$
- B $N_B > N_C > N_A$
- C $N_C > N_B > N_A$
- D $N_A > N_B > N_C$
- E $N_A > N_C > N_B$

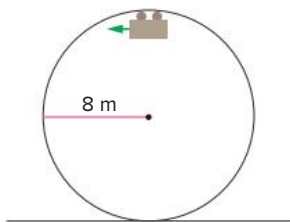
46 Unicamp Algo muito comum nos filmes de ficção científica é o fato de os personagens não flutuarem no interior das naves espaciais. Mesmo estando no espaço sideral, na ausência de campos gravitacionais externos, eles se movem como se existisse uma força que os prendesse ao chão das espaçonaves. Um filme que se preocupa com essa questão é *2001, uma Odisseia no espaço*, de Stanley Kubrick. Nesse filme, a gravidade é simulada pela rotação da estação espacial, que cria um peso efetivo agindo sobre o astronauta.

A estação espacial, em forma de cilindro oco, mostrada a seguir, gira com velocidade angular constante de $0,2 \text{ rad/s}$ em torno de um eixo horizontal E perpendicular à página. O raio R da espaçonave é 40 m .



- Calcule a velocidade tangencial do astronauta representado na figura.
- Determine a força de reação que o chão da espaçonave aplica no astronauta, que tem massa $m = 80 \text{ kg}$.

47 Fuvest A figura a seguir mostra, num plano vertical, parte dos trilhos do percurso circular de uma montanha-russa de um parque de diversões. A velocidade mínima que o carrinho deve ter, ao passar pelo ponto mais alto da trajetória, para não desgrudar dos trilhos vale, em metros por segundo:

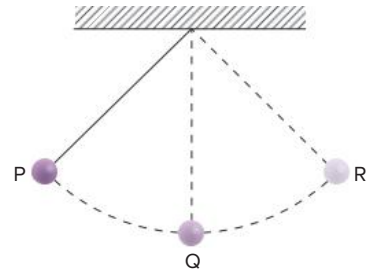


- $\sqrt{20}$
- $\sqrt{40}$
- $\sqrt{80}$
- $\sqrt{160}$
- $\sqrt{320}$

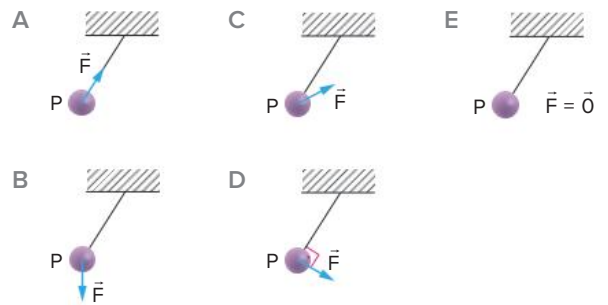
48 UFJF 2020 Um malabarista de circo faz uma pequena bola incandescente girar em uma trajetória circular em um plano vertical. A bola está presa à mão do malabarista por um fio inextensível. Sejam P o módulo da força peso da bola e T o módulo da tração no fio que atuam na bola. Considere três posições diferentes na trajetória: (i) o ponto mais alto da trajetória, (ii) o ponto mais baixo e (iii) um dos pontos à mesma altura do centro do círculo descrito pela bola. Qual é o módulo da força centrípeta F_C em cada uma dessas posições, respectivamente?

- $F_C = T + P$; (ii) $F_C = T$; (iii) $F_C = T - P$.
- $F_C = T - P$; (ii) $F_C = T + P$; (iii) $F_C = T$.
- $F_C = T$; (ii) $F_C = T + P$; (iii) $F_C = T - P$.
- $F_C = T + P$; (ii) $F_C = T - P$; (iii) $F_C = T$.
- $F_C = T - P$; (ii) $F_C = T$; (iii) $F_C = T + P$.

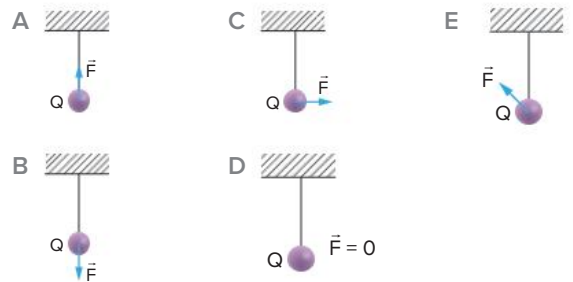
49 O pêndulo da figura oscila em condições ideais, tendo como posições de inversão do sentido do seu movimento os pontos P e R.



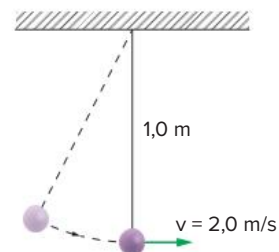
a) Assinale a opção que melhor representa a força resultante (\vec{F}) na esfera pendular, quando esta ocupa a posição P.



b) Assinale a opção que melhor representa a força resultante (\vec{F}) na esfera pendular, quando esta ocupa a posição Q (mais baixa da trajetória), proveniente da posição P.



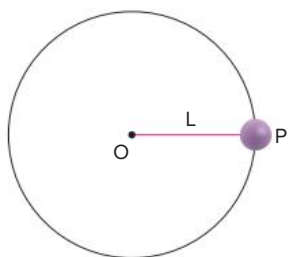
50 Unifal Uma esfera metálica de massa $0,10 \text{ kg}$, presa à extremidade de um fio leve e inextensível de $1,0 \text{ m}$ de comprimento, é abandonada de certa altura e passa pelo ponto mais baixo da trajetória com velocidade de módulo $2,0 \text{ m/s}$, como mostra a figura. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze o efeito do ar.



Determine, no ponto mais baixo da trajetória:

- a intensidade da força resultante na esfera.
- a intensidade da força que traciona o fio.

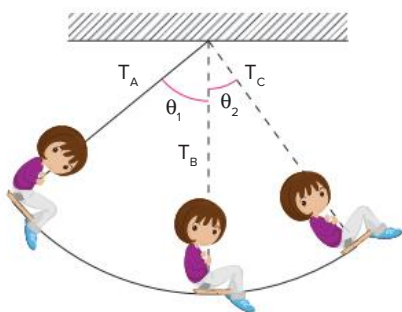
- 51 Cesgranrio** Na figura, L é uma linha de comprimento 0,5 m, fixa em O, e P é uma pedra de 5 g em movimento circular. A tensão máxima suportada pela linha é 25 N.



A velocidade máxima (em relação ao ponto O) da pedra que a linha suporta é:

- A 10 m/s
- B 20 m/s
- C 30 m/s
- D 40 m/s
- E 50 m/s

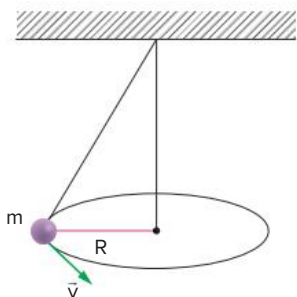
- 52 UFV** A figura a seguir ilustra uma menina em um balanço.



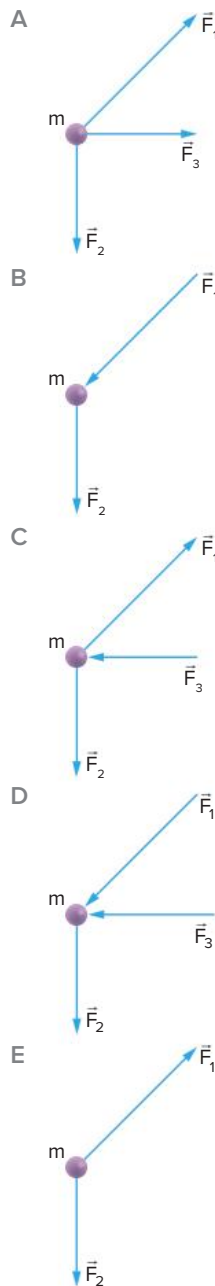
Se T_A , T_B e T_C as tensões na corda do balanço nas posições indicadas e θ_1 maior que θ_2 , a afirmativa correta é:

- A $T_A > T_B > T_C$
- B $T_C > T_B > T_A$
- C $T_B > T_C > T_A$
- D $T_A > T_C > T_B$
- E $T_A = T_B = T_C$

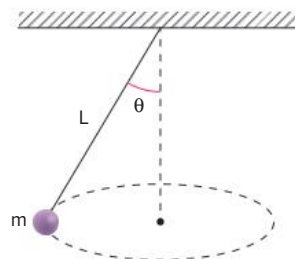
- 53 Fatec** Um pêndulo de massa m oscila em torno de um círculo de raio R , com velocidade tangencial \vec{v} . As forças que agem sobre m são \vec{F}_1 (tração no fio) e \vec{F}_2 (peso da massa pendular). \vec{F}_3 é a resultante de \vec{F}_1 e \vec{F}_2 .



O diagrama de forças aplicadas em m é:

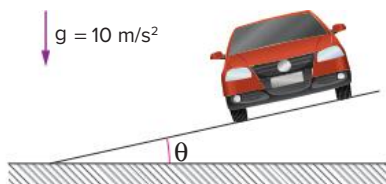


- 54 Unicamp** Um pêndulo cônico é formado por um fio de massa desprezível e comprimento $L = 1,25$ m, que suporta uma massa $m = 0,5$ kg na sua extremidade inferior. A extremidade superior do fio é presa ao teto, conforme ilustra a figura a seguir. Quando o pêndulo oscila, a massa m executa um movimento circular uniforme num plano horizontal, e o ângulo que o fio forma com a vertical é $\theta = 60^\circ$.



- a) Qual é a tensão no fio?
 b) Qual é a velocidade angular da massa?
 Se for necessário, use: $\sin 60^\circ = 0,87$; $\cos 60^\circ = 0,5$.

- 55 Fuvest** Um carro percorre uma pista curva superelevada ($\tan \theta = 0,2$) de 200 m de raio.

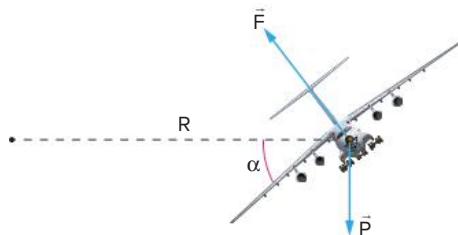


Desprezando o atrito, qual a velocidade máxima sem risco de derrapagem?

- A 40 km/h
 B 48 km/h
 C 60 km/h
 D 72 km/h
 E 80 km/h

- 56 UFSC** Um avião descreve uma curva em trajetória circular com velocidade escalar constante, num plano horizontal, conforme está representado na figura, onde \vec{F} é a força de sustentação, perpendicular às asas; \vec{P} é a força peso; α é o ângulo de inclinação das asas em relação ao plano horizontal; R é o raio de trajetória. São conhecidos os valores:

$\alpha = 45^\circ$; R = 1000 metros; massa do avião = 10000 kg.

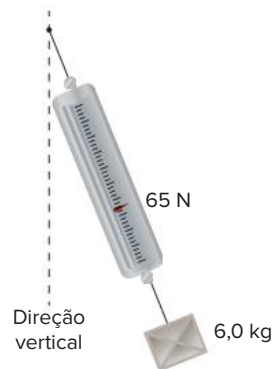


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s), considerando, para efeito de cálculos, apenas as forças indicadas na figura.

- 01 Se o avião descreve uma trajetória curvilínea, a resultante das forças externas que atuam sobre ele é, necessariamente, diferente de zero.
 02 Se o avião realiza movimento circular uniforme, a resultante das forças que atuam sobre ele é nula.
 04 A força centrípeta é, em cada ponto da trajetória, a resultante das forças externas que atuam no avião, na direção do raio da trajetória.
 08 A força centrípeta sobre o avião tem intensidade igual a 100000 N.
 16 A velocidade do avião tem valor igual a 360 km/h
 32 A força resultante que atua sobre o avião não depende do ângulo de inclinação das asas em relação ao plano horizontal.

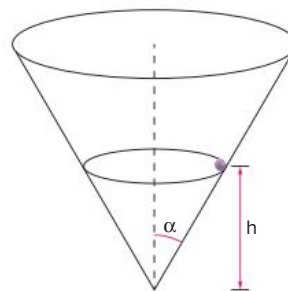
Soma:

- 57 UFRJ** Uma caixa é pendurada no teto de um ônibus por meio de fios ideais presos a um dinamômetro de massa desprezível. A figura mostra esses objetos em equilíbrio em relação ao ônibus, enquanto ele está percorrendo um trecho circular de uma estrada horizontal, com velocidade de 72 km/h. Nessa situação, o dinamômetro mostra que a tensão no fio é 65 N.



Sabendo que a massa da caixa é 6,0 kg, calcule o raio da curva da estrada.

- 58 ITA** Uma massa pontual se move, sob a influência da gravidade e sem atrito, com velocidade angular ω , em um círculo a uma altura $h \neq 0$ na superfície interna de um cone, que forma um ângulo α com seu eixo central, como mostrado na figura.



A altura h da massa em relação ao vértice do cone é:

- A $\frac{g}{\omega^2}$
 B $\frac{g}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$
 C $\frac{g}{\omega^2} \cdot \frac{\cot \alpha}{\sin \alpha}$
 D $\frac{g}{\omega^2} \cdot \cot^2 \alpha$

E inexistente, pois a única posição de equilíbrio é $h = 0$.

- 59 UnB** Um disco gira em torno de seu centro, num plano horizontal, com uma velocidade angular = 5 rad/s. Um pequeno corpo de massa m é colocado a uma distância $r = 20$ cm do centro do disco. Ache o menor coeficiente de atrito entre as superfícies para o corpo não deslizar sobre o disco.

60 Vunesp Um cubo de aço e outro de cobre, ambos de massas iguais a 20 g, estão sobre um disco de aço horizontal, que pode girar em torno de seu centro. Os coeficientes de atrito estático para aço-aço e cobre-aço são, respectivamente, $\mu_A = 0,74$ e $\mu_C = 0,53$. O cubo de cobre está inicialmente a uma distância de 10 cm do centro do disco. Aceleração da gravidade = 10 m/s^2 .

- Qual deve ser a mínima velocidade angular do disco para que o cubo de cobre comece a deslizar?
- Se o disco estiver girando com a velocidade angular mínima do item a, a que distância do centro deve estar o cubo de aço para que o seu deslizamento seja simultâneo com o de cobre?

61 Famerp 2018 Em um autódromo, cuja pista tem 5400 m de comprimento, há uma curva de raio 120 m, em superfície plana inclinada, na qual a borda externa é mais elevada que a interna, como mostra a figura. O ângulo de inclinação θ é tal que $\text{sen}\theta = 0,60$.



- Supondo que um carro de competição desenvolva uma velocidade média de 216 km/h, determine o intervalo de tempo, em segundos, em que ele completa uma volta nessa pista.
- Considere que a massa do carro seja igual a 600 kg, que sua velocidade na curva inclinada seja 30 m/s e que a componente horizontal desta velocidade seja igual à resultante centrípeta. Determine a intensidade da força normal, em newtons, aplicada pela pista sobre o carro, nessa curva.

62 Fuvest Um caminhão, com massa total de 10000 kg, está percorrendo uma curva circular plana e horizontal a 72 km/h (ou seja, 20 m/s) quando encontra uma mancha de óleo na pista e perde completamente

a aderência. O caminhão encosta, então, no muro lateral que acompanha a curva, que o mantém em trajetória circular de raio igual a 90 m. O coeficiente de atrito entre o caminhão e o muro vale 0,3. Podemos afirmar que, ao encostar no muro, o caminhão começa a perder velocidade à razão de, aproximadamente:

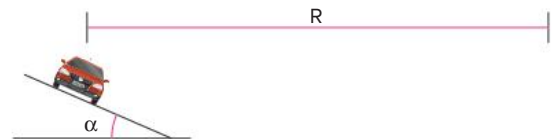
- A 0,07 m/s² C 3,0 m/s² E 67 m/s²
 B 1,3 m/s² D 10 m/s²

63 Uerj O cesto da máquina de lavar roupas da família mede 50 cm de diâmetro. Durante o ciclo de centrifugação, o coeficiente de atrito da roupa com a parede do cesto da máquina é constante e igual a 0,5 e a aceleração angular do cesto é igual a 2 rad/s^2 .

Calcule, em relação a esse ciclo de centrifugação:

- a velocidade de rotação mínima para que a roupa fique grudada à parede do cesto.
- o número de rotações feitas pelo cesto, a partir do repouso até atingir a velocidade de 3 rotações por segundo.

64 UFRJ Pistas com curvas de piso inclinado são projetadas para permitir que um automóvel possa descrever uma curva com mais segurança, reduzindo as forças de atrito da estrada sobre ele. Para simplificar, considere o automóvel como um ponto material.



- Suponha a situação mostrada na figura anterior, onde se representa um automóvel descrevendo uma curva de raio R, com velocidade V, tal que a estrada não exerça forças de atrito sobre o automóvel. Calcule o ângulo α de inclinação da curva, em função da aceleração da gravidade g e de V.
- Suponha agora que o automóvel faça a curva de raio R, com uma velocidade maior do que V. Faça um diagrama representando por setas as forças que atuam sobre o automóvel nessa situação.

Textos complementares

Como funciona a aerodinâmica

[Os carros, para se mover, têm que atravessar uma parede de ar, cuja resistência devem vencer.]. [...] Não é fácil pensar no ar ou no vento como uma parede. Em baixa velocidade, em dias com pouco vento, é difícil perceber como o ar interage com nossos veículos, mas em alta velocidade, ou sob vento excepcionalmente forte, a resistência do ar (a força que o ar exerce sobre um objeto em movimento – também chamada de arrasto) tem enorme efeito sobre a aceleração, a dirigibilidade e o consumo de um carro.

Nesta hora, entra em cena a ciência da aerodinâmica. Aerodinâmica é o estudo do ar em movimento e das forças exercidas por ele sobre objetos sólidos. Há décadas,

projetam-se carros tendo em mente a aerodinâmica, e os fabricantes de carros puseram em uso inovações que tornam mais fácil cortar o muro de ar, diminuindo seu efeito adverso.

Na essência, projetar um carro levando em consideração o fluxo de ar significa que ele vai ter menos dificuldade para acelerar e vai ter menor consumo de combustível, porque o motor não tem que trabalhar tanto para empurrar o carro através da parede de ar.

Os engenheiros desenvolveram várias maneiras de fazer isso. Por exemplo, para que o ar flua ao redor do carro com a menor resistência possível, as carrocerias são arredondadas e têm partes que canalizam o ar. Alguns carros de alto desempenho têm até partes projetadas para levar o ar a se

mover de forma suave sob sua parte inferior. Em determinados modelos, há aerofólios (também chamados de asas ou *spoilers*) para evitar que o ar “empurre” para cima o carro, o que diminui sua estabilidade, criando sustentação.

Vamos examinar a física da aerodinâmica e da resistência do ar e a história de como os carros têm sido projetados levando isso em conta, além de explicar por que a tendência de carros ecológicos dá mais importância que nunca à aerodinâmica.

A ciência da aerodinâmica

Conforme um objeto se move pela atmosfera, ele desloca o ar que o cerca. O objeto também fica sujeito ao arrasto. O arrasto é gerado quando um objeto sólido se move através de um meio fluido como a água ou o ar. [...]

Conforme um objeto acelera, sua velocidade e o arrasto aumentam. [...]

Como isso se aplica ao projeto de um carro? Bem, é útil para descobrir um número importante – o coeficiente de arrasto. Esse é um dos fatores primários a determinar quão facilmente um objeto se move cortando o ar. O coeficiente de arrasto (C_x) é descrito pela seguinte equação

$$C_x = \frac{F_a}{(A \cdot \rho \cdot 0,5 \cdot v^2)}$$

onde F_a é a força de arrasto, A a área de referência, ρ a densidade do ar e v a velocidade do objeto.

Qual o coeficiente de arrasto que os projetistas de um carro tentam conseguir?

O coeficiente de arrasto

Acabamos de ver que a força exercida sobre um objeto – por exemplo, um carro – pela resistência do ar é proporcional ao coeficiente de arrasto. Agora imagine a força do ar contrária ao carro conforme ele se move numa rodovia. A 120 km/h, a força agindo contra o carro é quatro vezes maior que a verificada quando o carro está a 60 km/h.

A capacidade aerodinâmica de um carro é medida usando o coeficiente de arrasto do veículo. Na essência, quanto mais baixo o C_x , mais aerodinâmico é o carro – e mais facilmente ele se move através da parede de ar contrária a ele. [...]

Superfícies suaves e arredondadas permitem que o ar flua ao redor do veículo, reduzindo o “empurrão” do ar contra a carroceria.

A maioria dos carros atuais tem um C_x em torno de 0,30. Utilitários esportivos, que tendem a ser mais “quadrados”, porque são maiores, levam mais gente e frequentemente precisam de grades mais amplas para ajudar a refrigerar o motor, têm C_x entre 0,30 e 0,40. Nas picapes, propositalmente quadradas, o número fica próximo a 0,40.

Muita gente contestou o visual “único” do Toyota Prius, um carro híbrido, mas ele tem uma forma extremamente aerodinâmica por uma boa razão. É uma de suas características de eficiência, com seu C_x de 0,26 ajudando na obtenção de um consumo baixíssimo. A redução do C_x de um carro em 0,01 pode diminuir o consumo em 0,09 L/km.

O túnel de vento nas medições de arrasto

Para medir a eficiência aerodinâmica de um carro, em tempo real, os engenheiros da indústria automobilística tomaram emprestada uma ferramenta da indústria aeronáutica – o túnel de vento.

Basicamente, um túnel de vento é um enorme tubo com ventiladores que dirigem um fluxo de ar a um objeto em seu interior. Pode ser um carro, um avião ou qualquer outra coisa cuja resistência ao ar os engenheiros precisam medir. Em uma sala anexa ao túnel, os engenheiros estudam como o ar interage com o objeto – a maneira como as correntes de ar fluem sobre as variadas superfícies.

O carro ou o avião dentro do túnel nunca se move, mas os ventiladores criam vento a diferentes velocidades, para simular as condições do mundo real. Algumas vezes não é usado um carro de verdade – os projetistas baseiam-se em modelos em escala de seus veículos na medição da resistência do ar. Conforme o vento se desloca sobre o carro no túnel, computadores calculam o coeficiente de arrasto. [...]

De alguns anos para cá, os gigantes túneis de vento de milhões de dólares têm sido cada vez menos usados. Simulações em computadores começam a substituir os túneis de vento para avaliar a aerodinâmica de carros e aviões. Em muitos casos, os túneis de vento quase servem apenas para checar se são precisas as simulações no computador. [...]

Dispositivos aerodinâmicos

A aerodinâmica envolve mais do que apenas o arrasto – há outros fatores, chamados sustentação e *downforce* (sustentação negativa). Sustentação é a força que se opõe ao peso de um objeto, elevando-o e mantendo-o no ar. A sustentação negativa é seu oposto – uma força que empurra o objeto em direção ao solo.

Você acha que o coeficiente de arrasto de um carro de F-1 é superbaixo? Afinal, um carro superaerodinâmico deve ser muito veloz. Bem, não é assim num F-1. Os carros dessa categoria têm C_x por volta de 0,70.

Por que um supercarro que supera 330 km/h não é lá muito aerodinâmico? Porque um F-1 é projetado para ter o máximo possível de *downforce*. Pelas altíssimas velocidades atingidas – e por seu baixíssimo peso – esses carros começam a ter sustentação e tendem a decolar, como um avião. Obviamente carros não devem voar e, se um carro perde o contato com o chão quando em alta velocidade, pode haver um sério acidente. Por isso, a sustentação negativa deve ser ampliada – e a forma de fazer isso leva a um elevado C_x .

Os carros de F-1 conseguem sustentação negativa graças a aerofólios ou defletores montados na frente e na traseira. Os aerofólios criam diferenças de pressão que literalmente empurram o carro em direção ao solo – é a sustentação negativa. Isso aumenta a velocidade em curvas, mas tem que ser cuidadosamente balanceado para que o carro tenha velocidade suficiente nas retas. [...]

Mas e os defletores e outras peças aerodinâmicas em carros do dia a dia? São realmente aerodinâmicos? Em alguns casos, os dispositivos aumentam a estabilidade em alta velocidade. Por exemplo, o Audi TT inicialmente não tinha um defletor no capô traseiro, mas a Audi instalou um quando se descobriu que a carroceria arredondada criava muita sustentação, o que pode ter provocado acidentes. Na maioria dos casos, a colocação de um grande aerofólio na traseira de um carro comum não vai melhorar muito o desempenho nem a dirigibilidade. Em alguns casos, pode haver piora no comportamento do carro – que pode, por exemplo, ter dificuldade em fazer curvas.

Patrick E. George. "HowStuffWorks – Como funciona a aerodinâmica". Publicado em 31 de março de 2009 (atualizado em 09 de abril de 2009). Disponível em: <<http://carros.hsw.uol.com.br/aerodinamica4.htm>>. (Adapt.)

Origem do atrito

Leonardo Da Vinci (1452-1519) realizou alguns dos primeiros estudos relacionados ao atrito e ao desgaste de peças, deduzindo que o atrito independe da área da superfície de um corpo e é diretamente proporcional à força normal. As propriedades do atrito foram descobertas por meio de análises experimentais nos séculos XVII e XVIII, por Amontons e Coulomb. Este chegou a uma aproximação matemática para a força de atrito estático, a força mínima necessária para dar início ao movimento de um corpo.

O estudo empírico das propriedades do atrito deve-se ao fato de as interações físicas responsáveis por essa força de resistência ao movimento serem complexas. O atrito entre duas superfícies deve-se a forças intermoleculares de natureza eletromagnética, relacionadas à interação entre as partículas carregadas das superfícies em contato

Superfícies planas, observadas microscopicamente, são, na verdade, irregulares. Ligações moleculares entre as partículas que constituem duas superfícies irregulares em contato formam-se e rompem-se durante o movimento, impondo resistência a ele. Isso faz com que seja mais difícil dar início ao movimento, rompendo as ligações já formadas entre as partículas das duas superfícies, do que mantê-lo. Por esse motivo, o coeficiente de atrito estático é maior que o coeficiente de atrito dinâmico.

Durante o movimento, as breves interações entre as partículas das superfícies em contato são variáveis e a força de atrito dinâmico não é de fato constante ao longo do movimento.

Materiais aderentes, como a borracha, em contato com outras superfícies, podem apresentar coeficientes de atrito maiores do que 1; desse modo, a força necessária para dar início ao movimento deve ser maior que a força normal à superfície

Resumindo

Neste capítulo, estudamos a **força de atrito** entre os corpos, diferenciando atrito estático de atrito dinâmico, que dependem de haver ou não, respectivamente, movimento relativo entre as superfícies de contato

O estudo da força de contato entre dois corpos é facilitado quando a decomposmos em:

- força de atrito (F_{at}) – a componente paralela à superfície de contato.
- força normal (N) – a componente perpendicular à superfície de contato.

A **força de atrito estático** ($F_{at,e}$) tem seu valor dado por:

$$0 \leq F_{at,e} \leq F_{at,e,max}$$

A força de atrito estático é máxima na iminência do movimento entre as superfícies e vale $\mu_e \cdot N$, em que μ_e é o **coeficiente de atrito estático** entre as superfícies.

Logo: $0 \leq F_{at,e} \leq \mu_e \cdot N$

A **força de atrito dinâmico** ($F_{at,d}$) tem seu valor dado por:

$$F_{at,d} = \mu_d \cdot N$$

em que μ_d é o **coeficiente de atrito dinâmico** entre as superfícies.

Os coeficientes de atrito dependem do material de que são feitas as superfícies de contato e de seus polimentos, com $\mu_d < \mu_e$.

Estudamos também a **resistência dos fluidos** ao movimento de um corpo.

A resistência do ar a um corpo pode ser escrita como:

$$F_{ar} = k \cdot v^2$$

em que v é a velocidade do corpo e k é uma constante que depende da densidade do ar, da área da superfície do corpo e da sua geometria.

Um corpo de massa m , sujeito apenas à força peso e à resistência do ar, atinge uma **velocidade limite** (v_{lim}) dada por:

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

Vimos também que o estudo da dinâmica de um corpo que descreve uma trajetória curva é facilitado quando decomposmos todas as forças e a aceleração em duas direções: perpendicular e tangente à curva no ponto em que o corpo se encontra

Escrevendo a segunda lei de Newton para as duas direções:

$$\vec{F}_{R,t} = m \cdot \vec{a}_t \quad \text{e} \quad \vec{F}_{R,cp} = m \cdot \vec{a}_{cp}$$

em que $\vec{F}_{R,t}$ é a **resultante tangencial**, \vec{a}_t é a **aceleração tangencial**, com módulo igual ao módulo da aceleração escalar, $\vec{F}_{R,cp}$ é a **resultante centrípeta** e \vec{a}_{cp} é a **aceleração centrípeta**, com módulo igual a $\frac{v^2}{R}$ (v é a velocidade do corpo e R é o raio de curvatura da trajetória no ponto considerado).

Quer saber mais?



Site

- **OLIVEIRA, Marcos de.** "Sem atrito – Película confere desgaste nulo a peças industriais e pode apresentar os óleos lubrificantes". *Revista Pesquisa Fapesp*. Edição 157. Mar. 2009. Disponível em: <<https://revistapesquisa.fapesp.br/sem-atrito/>>.



Vídeo

- "A ciência dos Jogos Olímpicos de Inverno - *Curling*" (em inglês). *National Science Foundation*. 22 fev. 2010. Disponível em: <www.youtube.com/watch?v=GTVqtGTflc8>.

Exercícios complementares

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1 Enem 2013 Uma pessoa necessita da força de atrito em seus pés para se deslocar sobre uma superfície. Logo, uma pessoa que sobe uma rampa em linha reta será auxiliada pela força de atrito exercida pelo chão em seus pés. Em relação ao movimento dessa pessoa, quais são a direção e o sentido da força de atrito mencionada no texto?

- A Perpendicular ao plano e no mesmo sentido do movimento.
- B Paralelo ao plano e no sentido contrário ao movimento.
- C Paralelo ao plano e no mesmo sentido do movimento.
- D Horizontal e no mesmo sentido do movimento.
- E Vertical e sentido para cima.

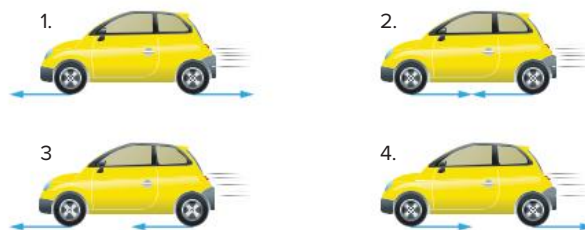
2 UFU 2017 Ao se projetar uma rodovia e seu sistema de sinalização, é preciso considerar variáveis que podem interferir na distância mínima necessária para um veículo parar, por exemplo. Considere uma situação em que um carro trafega a uma velocidade constante por uma via plana e horizontal, com determinado coeficiente de atrito estático e dinâmico e que, a partir de um determinado ponto, aciona os freios, desacelerando uniformemente até parar, sem que, para isso, tenha havido deslizamento dos pneus do veículo. Desconsidere as perdas pela resistência do ar e o atrito entre os componentes mecânicos do veículo. A respeito da distância mínima de frenagem, nas situações descritas, são feitas as seguintes afirmações:

- I. Ela aumenta proporcionalmente à massa do carro.
- II. Ela é inversamente proporcional ao coeficiente de atrito estático.
- III. Ela não se relaciona com a aceleração da gravidade local.
- IV. Ela é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade inicial do carro.

Assinale a alternativa que apresenta apenas afirmativas corretas.

- A I e II.
- B II e IV.
- C III e IV.
- D I e III.

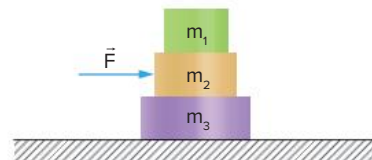
3 ITA Um automóvel se desloca sobre uma estrada, da direita para a esquerda, conforme as figuras de 1 a 4. As setas nas rodas indicam os sentidos das forças de atrito (sem relação com os módulos) exercidas sobre elas pelo chão:



Associe os esquemas apresentados com os algarismos romanos de I a IV.

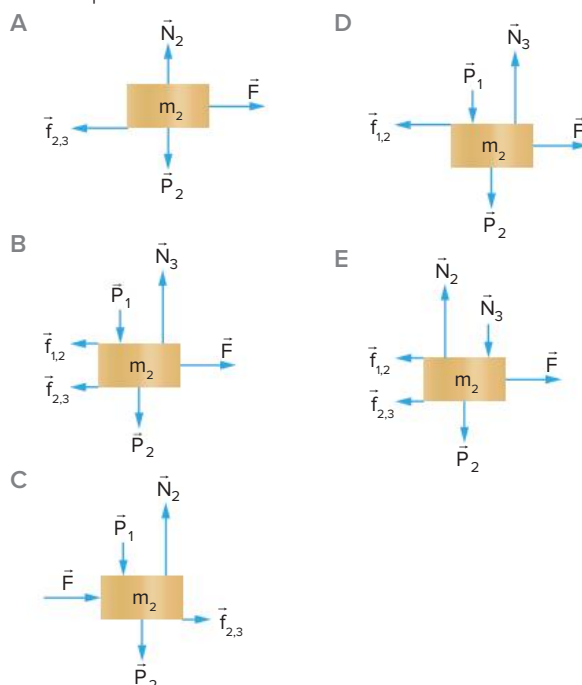
- I. Tração somente nas rodas dianteiras.
- II. Tração nas quatro rodas.
- III. Motor desligado (desacoplado).
- IV. Tração somente nas rodas traseiras.

4 UEL Considere o sistema constituído por três blocos de massas m_1 , m_2 e m_3 , apoiados um sobre o outro, em repouso sobre uma superfície horizontal, como mostra a figura a seguir.



Observe que uma força \vec{F} é aplicada ao bloco de massa m_2 , conforme a representação. Entretanto, essa força é incapaz de vencer as forças de atrito \vec{f}_{ij} entre os blocos m_i e m_j , onde i e j variam de 1 a 3.

Desprezando a resistência do ar, assinale a alternativa que representa todas as forças que atuam no bloco de massa m_2 , onde os N_i representam as normais que atuam nos blocos e os P_i correspondem aos pesos dos respectivos blocos com i variando de 1 a 3.

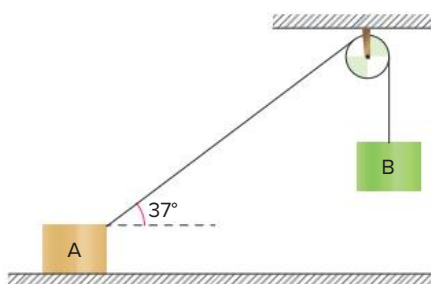


5 IFSul 2016 Uma caixa encontra-se em repouso em relação a uma superfície horizontal. Pretende-se colocar essa caixa em movimento em relação a essa superfície. Para tal, será aplicada uma força de módulo F que forma 53° acima da direção horizontal. Considerando que o coeficiente de atrito estático entre a superfície da caixa e a superfície horizontal é igual a $0,25$, que o coeficiente de atrito dinâmico entre a superfície da caixa e a superfície horizontal é igual a $0,10$, que a massa do objeto é igual 2 kg e que a aceleração da gravidade no local é igual a 10 m/s^2 , o menor módulo da força F que deverá ser aplicado para mover a caixa é um valor mais próximo de:

Utilize: $\sin 53^\circ = 0,8$ e $\cos 53^\circ = 0,6$.

- A $6,25\text{ N}$. C $12,50\text{ N}$.
 B $8,33\text{ N}$. D $20,00\text{ N}$.

6 Mackenzie No sistema a seguir, a massa do corpo A é 11 kg e o coeficiente de atrito estático entre esse corpo e a superfície de apoio é $0,5$.



Para que o sistema permaneça em equilíbrio, a maior massa que o corpo B pode ter é:

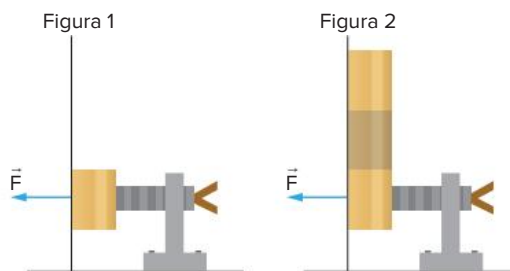
Dados: $\cos 37^\circ = 0,8$; $\sin 37^\circ = 0,6$.

- A 2 kg
 B 3 kg
 C 4 kg
 D 5 kg
 E 6 kg

7 Fuvest Uma locomotiva de massa M está ligada a um vagão de massa $\frac{2M}{3}$, ambos sobre trilhos horizontais e retilíneos. O coeficiente de atrito estático entre as rodas da locomotiva e os trilhos é μ , e todas as demais fontes de atritos podem ser desprezadas. Ao se pôr a locomotiva em movimento, sem que suas rodas patinem sobre os trilhos, a máxima aceleração que ela pode imprimir ao sistema formado por ela e pelo vagão vale:

- A $\frac{3\mu g}{5}$
 B $\frac{2\mu g}{3}$
 C μg
 D $\frac{3\mu g}{2}$
 E $\frac{5\mu g}{3}$

8 UFSC Uma prensa é utilizada para sustentar um bloco apoiado em uma parede vertical, como ilustrado na figura 1. O bloco e a parede são sólidos e indeformáveis. A prensa exerce uma força de 10^4 N sobre o bloco, na direção perpendicular às superfícies em contato. A massa do bloco é de 50 kg e o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a parede é $0,35$. Em seguida, mais blocos de mesma massa são colocados em cima do primeiro, como é mostrado na figura 2, porém a força que a prensa exerce permanece inalterada.



Em relação à situação descrita, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 A força necessária para sustentar apenas um bloco é igual a 175 N .
 02 A força que a parede exerce sobre o primeiro bloco é igual a 10^4 N e a força de atrito estático entre a parede e o bloco é igual a 3500 N .
 04 Com a força aplicada, é possível sustentar um total de sete blocos iguais ao primeiro.
 08 A força de atrito estático entre a parede e os blocos acima do primeiro é nula.
 16 Se o coeficiente de atrito estático entre a parede e o bloco for nulo, a prensa não sustentará o primeiro bloco contra a parede por maior que seja a força aplicada \vec{F} .
 32 Como o peso de cada bloco é de 500 N , a força \vec{F} aplicada pela prensa poderá sustentar 20 blocos.
 64 Quanto mais polidas forem as superfícies em contato da parede e do bloco, menor será o coeficiente de atrito e, portanto, menor será o número de blocos que a força aplicada poderá sustentar.

Soma:

9 Mackenzie 2016

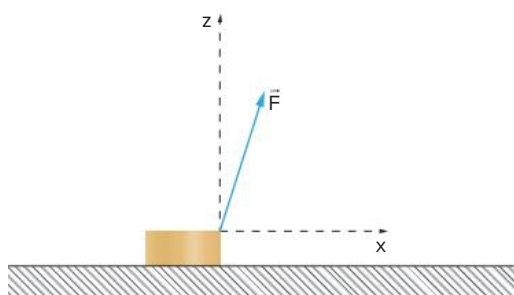


Um corpo de massa m está apoiado sobre a superfície vertical de um carro de massa M , como mostra a figura anterior. O coeficiente de atrito estático entre a superfície do carro e a do corpo é μ .

Sendo g o módulo da aceleração da gravidade, a menor aceleração (a) que o carro deve ter para que o corpo de massa m não escorregue é:

- A $a \geq \frac{m}{M} \cdot \frac{g}{\mu}$
 B $a \geq \frac{M}{m} \cdot \frac{g}{\mu}$
 C $a \geq \frac{g}{\mu}$
 D $a \geq \frac{m+M}{m} \cdot \frac{g}{\mu}$
 E $a \geq \frac{m}{m+M} \cdot \frac{g}{\mu}$

- 10 UFPB** Sobre um bloco com massa 1,0 kg, apoiado sobre uma mesa horizontal (figura a seguir), existe uma força dada por $\vec{F} = 1\hat{i} + 3\hat{k}$, expressa no Sistema Internacional de Unidades (SI).



Considerando que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa é 0,2 e admitindo que, inicialmente, foi fornecida ao bloco uma velocidade de 4,0 m/s ao longo do eixo x , é correto afirmar que o bloco, até parar, percorreu uma distância de:

- A 16 m
 B 20 m
 C 32 m
 D 40 m
 E 80 m

- 11 UEM 2015** Um bloco de massa 8 kg está em repouso sobre um piso horizontal. Quando este bloco é empurrado horizontalmente, é necessária uma força de 20 N para ele começar a se mover. Sobre isso, assinale a(s) alternativa(s) correta(s). Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

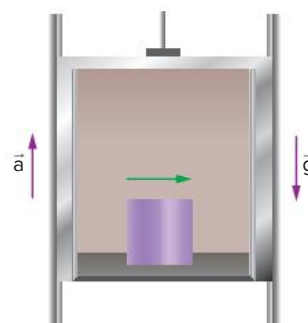
- 01 O coeficiente de atrito estático entre o bloco e o piso é de 0,25.
 02 Quando o bloco é empurrado com uma força horizontal de 10 N, a força de atrito estático é de 15 N.
 04 Um bloco de massa 10 kg é empilhado em cima do bloco de massa 8 kg. Nesta situação, a magnitude da força horizontal aplicada no bloco de 8 kg, necessária para o sistema de dois blocos começar a se mover, é de 45 N.

- 08 Quando uma força horizontal de 50 N é aplicada ao bloco, este fica sujeito a uma aceleração de 5 m/s^2 . Considere o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o piso como 0,125.

- 16 Se o bloco é colocado em uma superfície inclinada de 10° em relação à horizontal, o bloco terá uma velocidade constante de 2 m/s. Considere $\arctg(0,25) = 14^\circ$.

Soma:

- 12** Um elevador é acelerado verticalmente para cima com $6,0 \text{ m/s}^2$, em um local em que $g = 10 \text{ m/s}^2$. Sobre o seu piso horizontal, é lançado um bloco, sendo-lhe comunicada uma velocidade inicial de 2,0 m/s em relação ao elevador.

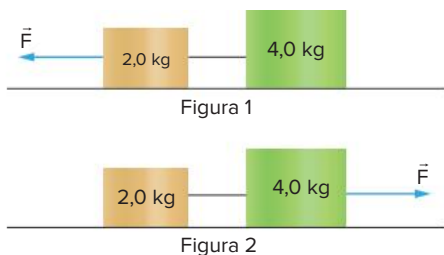


O bloco é freado pela força de atrito exercida pelo piso até parar em relação ao elevador. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre as superfícies atritantes vale 0,25, calcule, em relação ao elevador, a distância percorrida pelo bloco até parar.

- 13 UFU 2015** A partir de janeiro de 2014, todo veículo produzido no Brasil passa a contar com freios ABS, que é um sistema antibloqueio de frenagem, ou seja, regula a pressão que o condutor imprime nos pedais do freio de modo que as rodas não travem durante a frenagem. Isso porque, quando um carro está em movimento e suas rodas rolam sem deslizar, é o atrito estático que atua entre elas e o pavimento, ao passo que, se as rodas travarem na frenagem, algo que o ABS evita, será o atrito dinâmico que atuará entre os pneus e o solo. Considere um veículo de massa m , que trafega à velocidade V , sobre uma superfície, cujo coeficiente de atrito estático é μ_e e o dinâmico é μ_d .

- a) Expresse a relação que representa a distância percorrida (d) por um carro até parar completamente, em uma situação em que esteja equipado com freios ABS.
 b) Se considerarmos dois carros idênticos, trafegando à mesma velocidade sobre um mesmo tipo de solo, por que a distância de frenagem será menor naquele equipado com os freios ABS em relação àquele em que as rodas travam ao serem freadas?

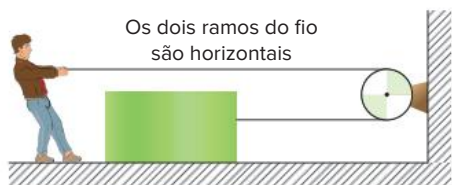
- 14 UFPR** Dois blocos de massas iguais a 2,0 kg e 4,0 kg estão presos entre si por um fio inextensível e de massa desprezível. Como representado a seguir, o conjunto pode ser puxado de duas formas distintas sobre uma mesa, por uma força \vec{F} paralela à mesa. O coeficiente de atrito estático entre os blocos e a mesa é igual a 0,20. O fio entre os blocos pode suportar uma tração de até 10 N sem se romper.



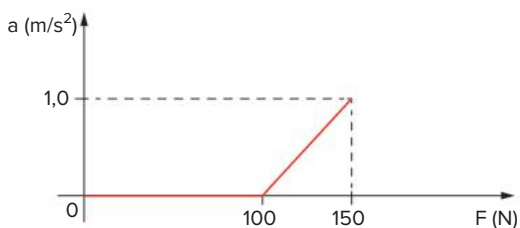
Com base nesses dados, é correto afirmar:

- se o conjunto for puxado pelo bloco de maior massa, como na figura 2, o fio que une os blocos arrebentará.
- se o conjunto for puxado pelo bloco de menor massa, como na figura 1, o fio que une os blocos arrebentará.
- o conjunto da figura 1 será acelerado se a força \vec{F} tiver módulo maior que 12 N.
- no conjunto da figura 2, as forças de atrito que atuam em cada um dos blocos têm o mesmo módulo.
- a tração no fio que une os blocos é a mesma, quer o conjunto seja puxado como na figura 1, quer como na figura 2.

- 15** No arranjo experimental da figura, o homem puxa a corda para a esquerda e, com isso, consegue acelerar horizontalmente a caixa para a direita.



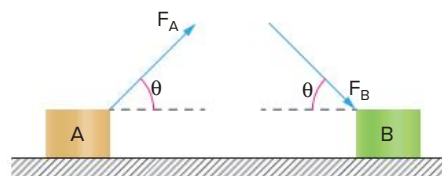
O módulo da aceleração da caixa varia com a intensidade da força que o homem aplica na corda, conforme o gráfico seguinte.



Desprezando a resistência do ar, adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, admitindo que o fio e a polia sejam ideais e que os coeficientes de atrito estático e dinâmico sejam iguais:

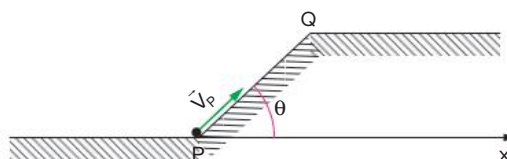
- a) esboce o gráfico da intensidade da força de atrito recebida pelo bloco em função da intensidade da força exercida pelo homem na corda.
- b) calcule a massa do bloco e o coeficiente de atrito entre ele e o plano de apoio.

- 16** Dois blocos iguais, A e B, de peso P estão sujeitos às forças F_A e F_B , respectivamente, como na figura, sendo que A é puxado e B empurrado. Os corpos se deslocam com velocidade constante.



- a) Se os coeficientes de atrito entre os corpos e a superfície são iguais a μ , qual o valor de F_A e de F_B ?
- b) Se $F_A = F_B = F$, quais os valores dos coeficientes de atrito μ_A e μ_B ?

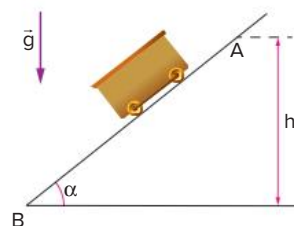
- 17 ITA** A partir do nível P, com velocidade inicial de 5 m/s, um corpo sobe a superfície de um plano inclinado PQ de 0,8 m de comprimento. Sabe-se que o coeficiente de atrito cinético entre o plano e o corpo é igual a $\frac{1}{3}$. Considere a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\text{sen } \theta = 0,8$, $\text{cos } \theta = 0,6$ e que o ar não oferece resistência.



O tempo mínimo de percurso do corpo para que se torne nulo o componente vertical de sua velocidade é:

- A 0,20 s C 0,40 s E 0,48 s
B 0,24 s D 0,44 s

- 18 Fuvest** Um bloco de massa m, montado sobre rodas (para tornar o atrito desprezível), parte do repouso em A e leva o tempo t_0 para atingir B. A massa das rodas é desprezível. Retirando-se as rodas, verifica-se que o bloco, partindo do repouso em A, leva um tempo $2t_0$ para atingir B.



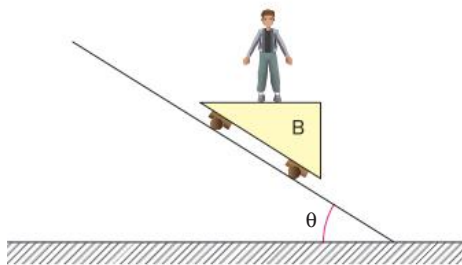
- a) Determinar o valor de t_0 .
- b) Determinar o valor do coeficiente de atrito entre o plano e o bloco (sem rodas), em função de α .

- 19 ITA** Dois blocos de massas $m_1 = 3,0 \text{ kg}$ e $m_2 = 5,0 \text{ kg}$ deslizam sobre um plano, inclinado 60° com relação à horizontal, encostados um no outro, com o bloco 1 acima do bloco 2. Os coeficientes de atrito cinético entre o plano inclinado e os blocos são $\mu_{1C} = 0,4$ e $\mu_{2C} = 0,6$, respectivamente, para os blocos 1 e 2.

Considerando a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, a aceleração a_1 do bloco 1 e a força F_{12} que o bloco 1 exerce sobre o bloco 2 são, respectivamente:

- A $6,0 \text{ m/s}^2$; $2,0 \text{ N}$
- B $0,46 \text{ m/s}^2$; $3,2 \text{ N}$
- C $1,1 \text{ m/s}^2$; 17 N
- D $8,5 \text{ m/s}^2$; 26 N
- E $8,5 \text{ m/s}^2$; 42 N

- 20** Um indivíduo de massa $m = 50 \text{ kg}$ está sobre uma balança de molas, a qual está fixa em um carrinho B que desce por uma rampa sem atrito, como mostra a figura. São dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\sin \theta = 0,20$.



Determine a marcação da balança, supondo que seu mostrador esteja calibrado em newtons.

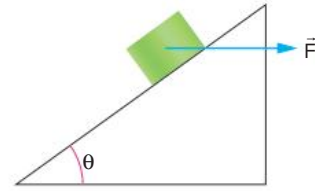
- 21 Famerp 2018** Um caminhão transporta em sua carroceria um bloco de peso 5000 N . Após estacionar, o motorista aciona o mecanismo que inclina a carroceria.



Sabendo que o ângulo máximo em relação à horizontal que a carroceria pode atingir sem que o bloco deslize é θ , tal que $\sin \theta = 0,60$ e $\cos \theta = 0,80$, o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície da carroceria do caminhão vale:

- A 0,55
- B 0,15
- C 0,30
- D 0,40
- E 0,75

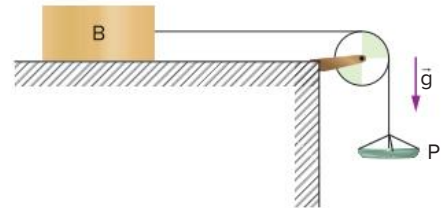
- 22 UFG** Aplica-se uma força horizontal \vec{F} sobre um bloco de peso \vec{P} que está em repouso sobre um plano que faz um ângulo $\theta \leq 90^\circ$ com a horizontal, conforme figura a seguir.



O coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é μ . Nessa situação, pode-se afirmar que:

- A a força de atrito será nula quando $F \cdot \sin \theta = P \cdot \cos \theta$.
- B o bloco não se move para cima a partir de um determinado $\theta < 90^\circ$.
- C a força normal será nula para $\theta = 90^\circ$.
- D a força de atrito será igual a $F \cdot \cos \theta + P \cdot \sin \theta$ na iminência de deslizamento.
- E o bloco poderá deslizar para baixo desde que $\mu > \tan \theta$.

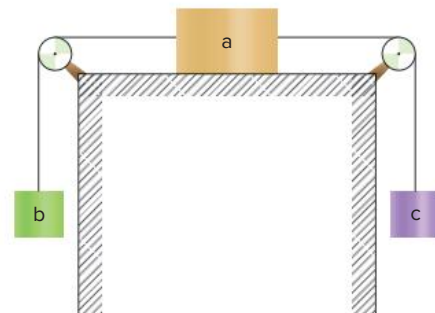
- 23** Na situação da figura, o bloco B e o prato P pesam, respectivamente, 80 N e $1,0 \text{ N}$. O coeficiente de atrito estático entre B e o plano horizontal de apoio vale $0,10$ e desprezam-se os pesos dos fios e o atrito no eixo da polia. No local, $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Dispõem-se de 20 bloquinhos iguais, de 100 g de massa cada um, que podem ser colocados sobre o prato P.

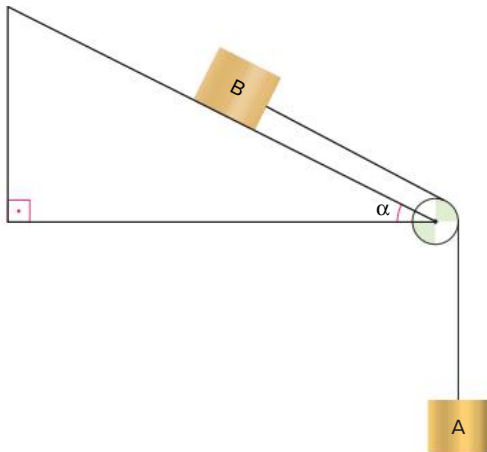
- a) Colocando dois bloquinhos sobre P, qual a intensidade da força de atrito exercida em B?
- b) Qual o número de bloquinhos que deve ser colocado sobre P para que B fique na iminência de se movimentar?

- 24 FEI** No sistema a seguir, sabe-se que a massa do corpo "b" é $m_b = 20 \text{ kg}$, a massa do corpo "a" é $m_a = 25 \text{ kg}$ e o coeficiente de atrito entre o corpo "a" e a mesa é $0,20$. Os fios são inextensíveis e o atrito e a inércia das roldanas desprezíveis.



- a) Qual deve ser o valor mínimo da massa do corpo "c" (m_c) para que o sistema se mantenha em equilíbrio?
- b) E qual o valor máximo?
- c) Se $m_c = 30 \text{ kg}$, qual a aceleração do sistema?

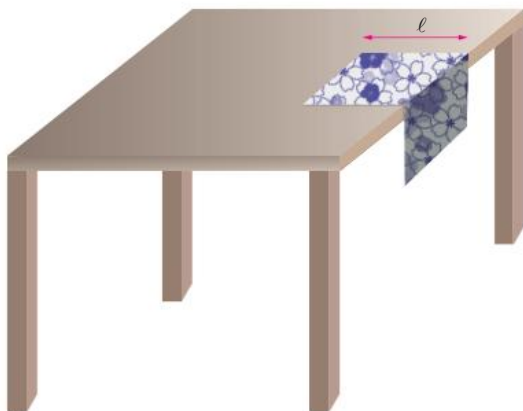
- 25 Mackenzie** A ilustração a seguir refere-se a uma certa tarefa na qual o bloco B, dez vezes mais pesado que o bloco A, deverá descer pelo plano inclinado com velocidade constante.



Considerando que o fio e a polia são ideais, o coeficiente de atrito cinético entre o bloco B e o plano deverá ser:

► **Dados:** $\sin \alpha = 0,6$; $\cos \alpha = 0,8$.

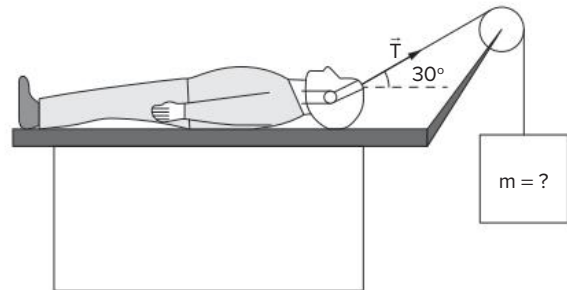
- 26 UFF** Um pano de prato retangular, com 60 cm de comprimento e constituição homogênea, está em repouso sobre uma mesa, parte sobre sua superfície, horizontal e fina, e parte pendente, como mostra a figura a seguir.



Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre a superfície da mesa e o pano é igual a 0,5 e que o pano está na iminência de deslizar, pode-se afirmar que o comprimento ℓ da parte sobre a mesa é:

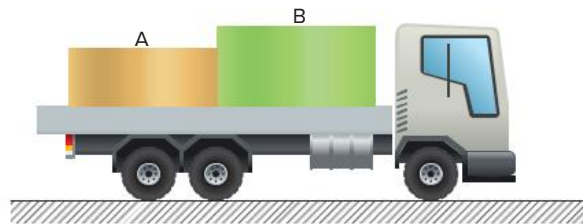
- A 40 cm
B 20 cm
C 15 cm
D 60 cm
E 30 cm

- 27 Acafe 2014** O tratamento de tração é a aplicação de uma força de tração sobre uma parte do corpo. A tração ainda é usada principalmente como uma prescrição em curto prazo até que outras modalidades, como a fixação externa ou interna, sejam possíveis. Isso reduz o risco da síndrome do desuso. Seja um paciente de massa 50 kg submetido a um tratamento de tração como na figura abaixo, que está deitado em uma cama onde o coeficiente de atrito entre ela e o paciente é $\mu = 0,26$.



Sabendo-se que o ângulo entre a força de tração e a horizontal é 30° , a alternativa correta que apresenta a máxima massa, em kg, que deve ser utilizada para produzir tal força de tração sem que o paciente se desloque em cima da cama é:

- A 25
B 13
C 10
D 50
- 28 UFSC** Um caminhão trafega num trecho reto de uma rodovia, transportando sobre a carroceria duas caixas, A e B, de massas $m_A = 600$ kg e $m_B = 1000$ kg, dispostas conforme a figura. Os coeficientes de atrito estático e de atrito dinâmico entre as superfícies da carroceria e das caixas são, respectivamente, 0,80 e 0,50. O velocímetro indica 90 km/h quando o motorista, observando perigo na pista, pisa no freio. O caminhão se imobiliza após percorrer 62,5 metros.



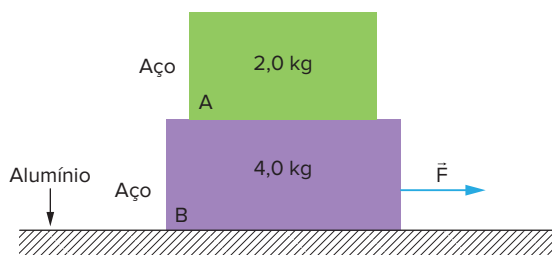
Assinale a(s) proposição(ões) correta(s):

- 01 O caminhão é submetido a uma desaceleração de módulo igual a $5,0 \text{ m/s}^2$.
02 O caminhão para, mas a inércia das caixas faz com que elas continuem em movimento, colidindo com a cabina do motorista.
04 Somente a caixa B escorrega sobre a carroceria, porque, além da desaceleração do caminhão, a caixa A exerce uma força sobre ela igual a 3000 N.

- 08 A caixa A não escorrega e, assim, a força que ela exerce sobre a caixa B é nula.
- 16 As duas caixas não escorregam, permanecendo em repouso com relação à carroceria do caminhão.
- 32 As caixas escorregariam sobre a superfície da carroceria se o módulo da desaceleração do caminhão fosse maior do que $8,0 \text{ m/s}^2$.
- 64 A caixa A não escorrega, porque a inércia da caixa B a impede.

Soma:

- 29 Na figura seguinte, os blocos A e B são de aço e a superfície horizontal sobre a qual se apoia o bloco B é de alumínio:

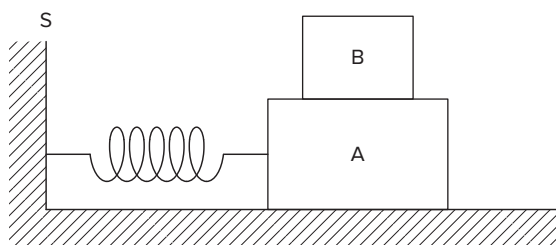


Recorrendo-se a uma tabela, foram encontrados os seguintes dados:

Materiais atritantes	Coeficiente de atrito estático	Coeficiente de atrito dinâmico
Aço com aço	0,74	0,57
Aço com alumínio	0,61	0,47

Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine qual a máxima intensidade de F (horizontal), tal que o bloco A não escorregue em relação a B.

- 30 **AFA 2017** Na situação da figura a seguir, os blocos A e B têm massas $m_A = 3,0 \text{ kg}$ e $m_B = 1,0 \text{ kg}$. O atrito entre o bloco A e o plano horizontal de apoio é desprezível, e o coeficiente de atrito estático entre B e A vale $\mu_e = 0,4$. O bloco A está preso numa mola ideal, inicialmente não deformada, de constante elástica $K = 160 \text{ N/m}$ que, por sua vez, está presa ao suporte S.

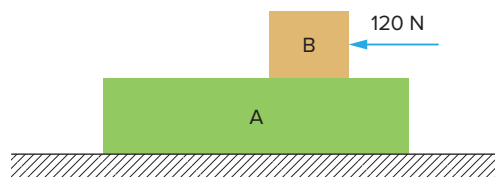


O conjunto formado pelos dois blocos pode ser movimentado produzindo uma deformação na mola e, quando solto, a mola produzirá certa aceleração

nesse conjunto. Desconsiderando a resistência do ar, para que B não escorregue sobre A, a deformação máxima que a mola pode experimentar, em cm, vale

- A 3,0
B 4,0
C 10
D 16

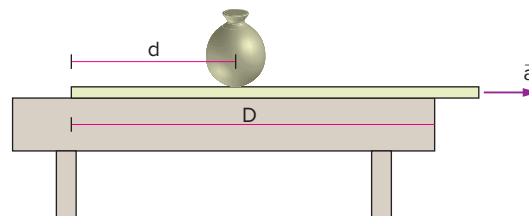
- 31 **UFPR** Um bloco B, com massa de 20 kg , está apoiado sobre uma placa A, de massa igual a 60 kg , que repousa sobre uma superfície lisa, sem atrito. Os valores dos coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco e a placa são, respectivamente, $0,4$ e $0,3$.



Calcule, em m/s^2 , a aceleração do bloco, ao ser aplicada a ele uma força horizontal de 120 N .

▶ Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

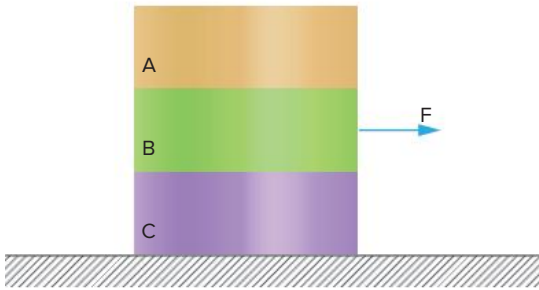
- 32 **ITA** Um antigo vaso chinês está a uma distância d da extremidade de um forro sobre uma mesa. Essa extremidade, por sua vez, encontra-se a uma distância D de uma das bordas da mesa, como mostrado na figura. Inicialmente, tudo está em repouso. Você apostou que consegue puxar o forro com uma aceleração constante a (veja a figura), de tal forma que o vaso não caia da mesa. Considere que ambos os coeficientes de atrito, estático e cinético, entre o vaso e o forro tenham o valor μ e que o vaso pare no momento em que toca na mesa.



Você ganhará a aposta se a magnitude da aceleração estiver dentro da faixa:

- A $a < \left(\frac{d}{D}\right) \cdot \mu g$
B $a > \left(\frac{d}{D}\right) \cdot \mu g$
C $a > \mu g$
D $a > \left(\frac{D}{d}\right) \cdot \mu g$
E $a > \left(\frac{D}{D-d}\right) \cdot \mu g$

- 33 Cesgranrio** Três blocos, A, B e C, de mesmo peso P , estão empilhados sobre um plano horizontal. O coeficiente de atrito entre esses blocos e entre o bloco C e o plano vale 0,5. Uma força horizontal F é aplicada ao bloco B, conforme indica a figura.

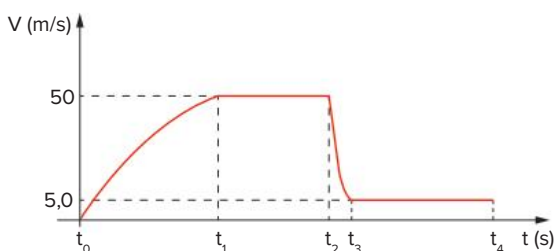


O maior valor que F pode adquirir, sem que o sistema ou parte dele se mova, é:

- A $\frac{P}{2}$
 B P
 C $\frac{3P}{2}$
 D $2P$
 E $3P$

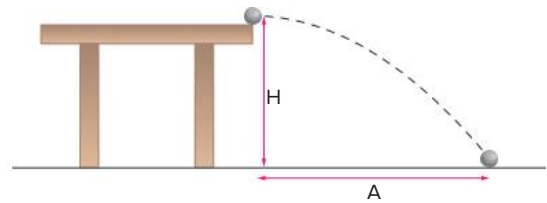
- 34 UFF (Adapt.)** O paraquedas é um aparelho que se destina a diminuir a velocidade de queda de um corpo. Sua utilização data de fins do século XVIII, passando a servir para suavizar a queda de cargas e homens em locais estratégicos.

O gráfico a seguir representa a componente vertical da velocidade, em função do tempo, de uma carga acoplada a um paraquedas e abandonada, no instante $t_0 = 0$, de um avião em pleno ar.



Sabendo que o conjunto cai submetido apenas à força peso e à de resistência do ar e que t_2 é o instante em que o paraquedas se abre, relacione a intensidade da força de resistência do ar (F_r) à da força peso (P), nos trechos do percurso compreendidos entre os instantes t_0 e t_1 , t_1 e t_2 , t_2 e t_3 , t_3 e t_4 , utilizando os sinais de maior (>), menor (<) e igual (=).

- 35 UFMS** Uma bola de bilhar de massa m é lançada horizontalmente com velocidade V_0 da borda de uma mesa que está a uma altura H do solo também horizontal. A aceleração da gravidade no local é g e uniforme, veja a figura.



Considerando que o ar exerce uma força \vec{F}_a de arrasto na bola dada pelo formalismo vetorial $\vec{F}_a = -b\vec{V}$, onde b é uma constante de proporcionalidade e \vec{V} é o vetor velocidade da bola vista de um referencial inercial, as sinais a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 A trajetória da bola não será uma parábola
 02 A componente da velocidade da bola na direção horizontal permanece constante durante a queda
 04 A força de arrasto é sempre vertical para cima.
 08 O alcance A na horizontal é igual a $V_0 \left(\frac{2H}{g} \right)^{\frac{1}{2}}$.
 16 A intensidade do vetor aceleração da bola vai diminuindo durante a queda.

Soma:

- 36 UEL 2020** No Museu de Ciência e Tecnologia da UEL, existem experimentos que possibilitam ao público visitante entender a Física de maneira divertida. Um deles é a base giratória usada para explicar situações nas quais as grandezas físicas se relacionam no movimento circular.



Sobre movimento circular em mecânica, considere as afirmativas a seguir.

- I. No movimento circular, a resultante das forças que agem sobre o visitante é orientada para a direção tangencial.
- II. No movimento circular e uniforme, a aceleração linear média será maior quando o intervalo de tempo para percorrer o ângulo descrito for menor.
- III. No movimento circular retardado, a força tangencial deverá ter sentido contrário ao da velocidade vetorial.
- IV. No movimento circular e uniforme, a aceleração centrípeta terá um valor maior quando o raio da trajetória for menor.

Assinale a alternativa correta.

- A Somente as afirmativas I e II são corretas.
- B Somente as afirmativas I e IV são corretas.
- C Somente as afirmativas III e IV são corretas.
- D Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
- E Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

- 37 UnB** Uma esfera de ferro é fixada por uma mola em uma plataforma giratória, como mostra a figura adiante. Dois observadores, um na plataforma e outro fixo ao solo, em repouso, observam o movimento da esfera, que, quando está a meio caminho entre o eixo de rotação e a borda da plataforma circular, causa uma distensão de 5 cm na mola.



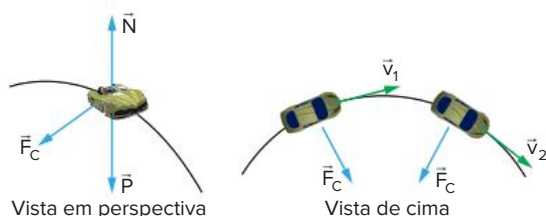
Julgue os itens que se seguem, relativos à situação apresentada.

- 0. Para o observador situado sobre a plataforma girante, é a força centrífuga que distende a mola
- 1. Para o observador em repouso, no solo, é a força centrípeta aplicada pela mola distendida que mantém a esfera em movimento circular, junto com a plataforma girante.
- 2. A esfera terá a sua velocidade linear reduzida pela metade, quando a distensão da mola for de 10 cm.
- 3. Se for liberada da mola, a esfera escapará da plataforma e o observador em repouso, no solo, verá que ela descreve um movimento circular, até atingir o repouso.

- 38 UFSC** Ao fazermos uma curva, sentimos o efeito da força centrífuga, a força que nos “joga” para fora da curva e exige um certo esforço para não deixar o veículo sair da trajetória. Quanto maior a velocidade, mais sentimos essa força. Ela pode chegar ao ponto de tirar o veículo de controle, provocando um capotamento ou a travessia na pista, com colisão com outros veículos ou atropelamento de pedestres e ciclistas.

Denatran. Direção defensiva. [Apostila], maio, 2005. p. 31. Disponível em: <www.denatran.sc.gov.br>.

A citação apresenta um erro conceitual bastante frequente. Suponha o movimento descrito analisado em relação a um referencial inercial, conforme a figura a seguir.

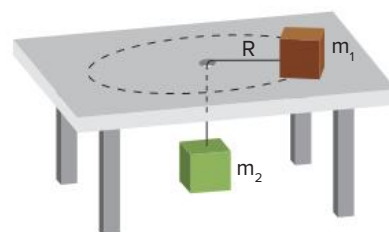


Em relação ao exposto, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

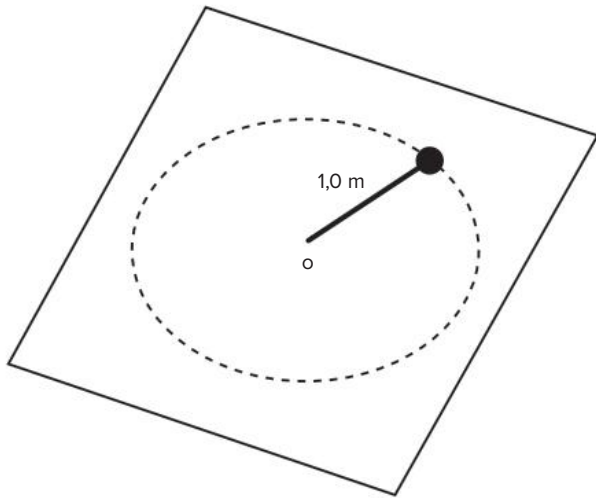
- 01 Um veículo de massa m percorre uma determinada curva de raio R sem derrapar, com velocidade máxima de módulo constante v . Um segundo veículo com pneus idênticos ao primeiro, com massa quatro vezes maior ($4m$), deverá percorrer a mesma curva sem derrapar, com uma velocidade máxima constante de módulo duas vezes menor $\left(\frac{v}{2}\right)$.
- 02 Um veículo descrevendo uma curva em uma estrada plana certamente estará sob ação de uma força centrífuga, se opoendo à força de atrito entre os pneus e o chão. Se o atrito deixar de atuar, o veículo será lançado radialmente para fora da curva em virtude dessa força centrífuga.
- 04 Como o veículo está em equilíbrio, atuam a força centrípeta (para “dentro” da trajetória) e a força centrífuga (para “fora” da trajetória), com o mesmo módulo, a mesma direção e sentidos contrários. Essas forças constituem um par ação e reação, segundo a 3ª lei de Newton.
- 08 Se o veículo percorrer uma curva, executando uma trajetória circular, com o módulo da velocidade constante, estará sujeito a uma aceleração. Pela 2ª lei de Newton, essa aceleração é provocada pela resultante das forças que atuam sobre o veículo. Como a força normal e o peso se anulam, a força resultante é a força centrípeta que se origina do atrito entre os pneus e o chão.
- 16 Força é o resultado da interação entre dois ou mais corpos. Pela 3ª lei de Newton: “se dois corpos A e B interagem, a força que A faz sobre B tem o mesmo módulo, a mesma direção e sentido contrário à força que B faz sobre A”. Logo, não há força centrífuga atuando sobre o veículo, pois se o veículo (corpo A) é jogado para fora da curva, ele deveria ser atraído por outro corpo, que naturalmente não existe.

Soma:

- 39** Um pequeno bloco de massa m_1 gira sobre uma mesa horizontal sem atrito. Esse bloco está ligado a outro, de massa m_2 , através de um fio que passa por um orifício existente na mesa. O bloco de massa m_1 descreve um movimento circular uniforme de raio $R = 0,50$ m e velocidade $v = 5,0$ m/s, e o bloco de massa m_2 permanece em repouso. Determine a relação $\frac{m_2}{m_1}$.



40 Mackenzie 2018



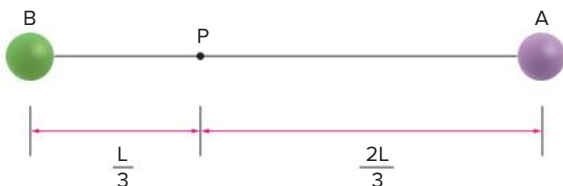
Uma esfera de massa 2,00 kg que está presa na extremidade de uma corda de 1,00 m de comprimento, de massa desprezível, descreve um movimento circular uniforme sobre uma mesa horizontal, sem atrito. A força de tração na corda é de 18,0 N, constante. A velocidade de escape ao romper a corda é

- A 0,30 m/s.
- B 1,00 m/s.
- C 3,00 m/s.
- D 6,00 m/s.
- E 9,00 m/s.

41 UEMG 2018 Em uma viagem a Júpiter, deseja-se construir uma nave espacial com uma seção rotacional para simular, por efeitos centrífugos, a gravidade. A seção terá um raio de 90 metros. Quantas rotações por minuto (RPM) deverá ter essa seção para simular a gravidade terrestre? (considere $g = 10 \text{ m/s}^2$).

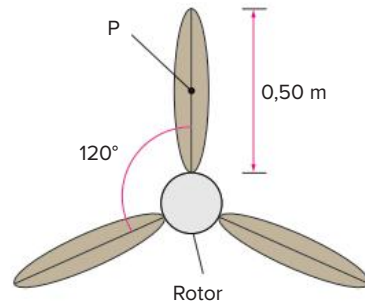
- A $10/\pi$
- B $2/\pi$
- C $20/\pi$
- D $15/\pi$

42 Fuvest Dois pequenos corpos, A e B, de massas iguais a M estão presos às extremidades de uma barra rígida, de massa desprezível e de comprimento L. O sistema gira livremente sobre um plano horizontal em torno de um pino P fixo no plano, como mostra a figura a seguir. Despreze qualquer atrito. O sistema é posto em rotação, sendo V_A o módulo da velocidade do corpo A.



- a) Qual o módulo V_B da velocidade do corpo B?
- b) Qual o valor da razão entre os módulos das forças resultantes que agem nos corpos A e B, respectivamente?
- c) Determine, em função dos dados do problema, o valor do módulo F_P da força que o pino P exerce sobre a barra.

43 Fuvest Um ventilador de teto, com eixo vertical, é constituído por três pás iguais e rígidas, encaixadas em um rotor de raio $R = 0,10 \text{ m}$, formando ângulos de 120° entre si. Cada pá tem massa $M = 0,20 \text{ kg}$ e comprimento $L = 0,50 \text{ m}$. No centro de uma das pás foi fixado um prego P, com massa $m_p = 0,020 \text{ kg}$, que desequilibra o ventilador, principalmente quando este se movimenta.



Suponha, então, o ventilador girando com uma velocidade de 60 rotações por minuto e determine: Se necessário, utilize $\pi \approx 3$.

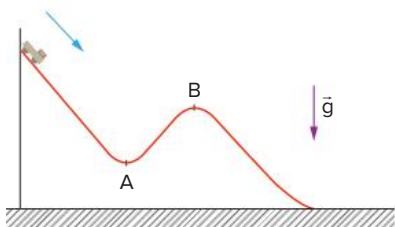
- a) a intensidade da força radial horizontal F, em newtons, exercida pelo prego sobre o rotor.
- b) a massa M_0 , em kg, de um pequeno contrapeso que deve ser colocado em um ponto D_0 , sobre a borda do rotor, para que a resultante das forças horizontais, agindo sobre o rotor, seja nula
- c) a posição do ponto D_0 , localizando-a na figura apresentada.

44 Fuvest 2012 Nina e José estão sentados em cadeiras, diametralmente opostas, de uma roda-gigante que gira com velocidade angular constante. Em um certo momento, Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo; após 15 s, antes de a roda completar uma volta, suas posições estão invertidas. A roda-gigante tem raio $R = 20 \text{ m}$ e as massas de Nina e José são, respectivamente, $M_N = 60 \text{ kg}$ e $M_J = 70 \text{ kg}$. Calcule:

Note e adote: $\pi = 3$; aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) o módulo v da velocidade linear das cadeiras da roda-gigante.
- b) o módulo a_R da aceleração radial de Nina e de José.
- c) os módulos N_N e N_J das forças normais que as cadeiras exercem, respectivamente, sobre Nina e sobre José no instante em que Nina se encontra no ponto mais alto do percurso, e José no mais baixo.

- 45 Fuvest** Um carrinho é largado do alto de uma montanha-russa, conforme a figura. Ele se movimenta, sem atrito e sem soltar-se dos trilhos, até atingir o plano horizontal.



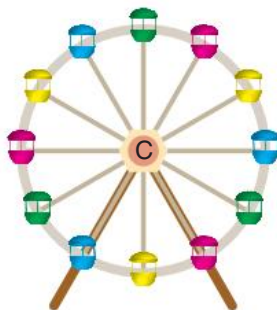
Sabe-se que os raios de curvatura da pista em A e B são iguais. Considere as seguintes afirmações.

- I. No ponto A, a resultante das forças que agem sobre o carrinho é dirigida para baixo.
- II. A intensidade da força centrípeta que age sobre o carrinho é maior em A do que em B.
- III. No ponto B, o peso do carrinho é maior do que a intensidade da força normal que o trilho exerce sobre ele.

Está correto apenas o que se afirma em:

- A I.
- B II.
- C III.
- D I e II.
- E II e III.

- 46 UFRJ** A figura representa uma roda gigante que gira com velocidade angular constante em torno do eixo horizontal fixo que passa por seu centro C.



Numa das cadeiras, há um passageiro de 60 kg de massa sentado sobre uma balança de mola (dinamômetro), cuja indicação varia de acordo com a posição do passageiro. No ponto mais alto da trajetória, o dinamômetro indica 234 N e, no ponto mais baixo, indica 954 N. Considere a variação do comprimento da mola desprezível quando comparada ao raio da roda. Calcule o valor da aceleração local da gravidade.

- 47 UFSC** Um piloto executa um *looping* com seu avião – manobra acrobática em que a aeronave descreve um arco de circunferência no plano vertical –, que atinge, no ponto mais baixo da trajetória, ao completar a manobra, a velocidade máxima de 540 km/h. O raio da trajetória é igual a 450 m e a massa do piloto é 70 kg.

Nessas manobras acrobáticas, deve-se considerar que a maior aceleração que o organismo humano pode suportar é 9g (g = aceleração da gravidade).

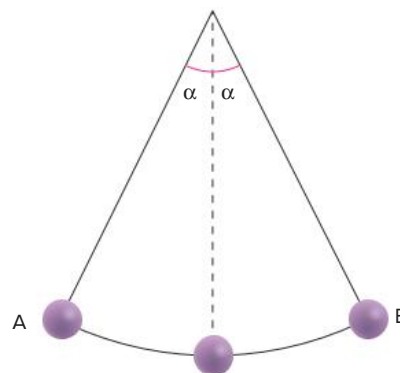


Com base nos dados fornecidos, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Se o raio de trajetória fosse menor do que 250 m, o piloto seria submetido a uma aceleração centrípeta máxima maior do que 9g (nove vezes a aceleração da gravidade)
- 02 A força centrípeta sobre o piloto, na parte mais baixa da trajetória, é cinco vezes maior do que o seu peso.
- 04 O piloto é submetido a uma aceleração centrípeta máxima igual a 5g (cinco vezes a aceleração da gravidade).
- 08 A velocidade mínima para que o avião complete a volta, no topo da trajetória, é igual a 270 km/h.
- 16 A força que o avião faz sobre o piloto, na parte mais baixa da trajetória, é igual a 4200 N.
- 32 A força que o piloto faz sobre o avião é igual ao seu peso, em toda a trajetória.
- 64 O piloto é submetido a uma aceleração centrípeta máxima no topo da trajetória, quando a força de sustentação do avião é mínima.

Soma:

- 48 Cesgranrio** Um pêndulo, constituído por um fio ideal e uma esfera de peso P , oscila entre duas posições extremas A e B, conforme ilustra a figura.



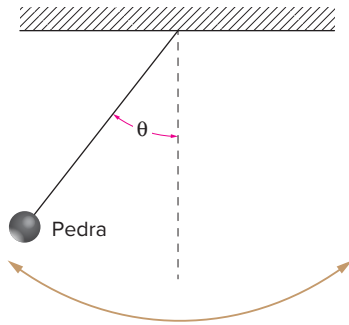
Nessas extremidades, a relação correta entre os módulos do peso e da tração (T) no fio é:

- A $T = P \cdot \text{sen } \alpha$
- B $T = P \cdot \text{cos } \alpha$
- C $T = P \cdot \text{tg } \alpha$
- D $P = T \cdot \text{cos } \alpha$
- E $P = T \cdot \text{tg } \alpha$

- 49 UFMG** Uma pedra é amarrada em um cordão de 40 cm de comprimento e posta a girar em um plano vertical. Qual o módulo da velocidade mínima da pedra, no ponto mais alto da trajetória, para que ela possa descrever uma trajetória circular?

▶ Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 50 IME 2011** Uma pedra está presa a um fio e oscila da maneira mostrada na figura a seguir.



Chamando T a tração no fio e θ o ângulo entre o fio e a vertical, considere as seguintes afirmativas.

- O módulo da força resultante que atua na pedra é igual a $T \cdot \sin\theta$.
- O módulo da componente, na direção do movimento, da força resultante que atua na pedra é máximo quando a pedra atinge a altura máxima.
- A componente, na direção do fio, da força resultante que atua na pedra é nula no ponto em que a pedra atinge a altura máxima.

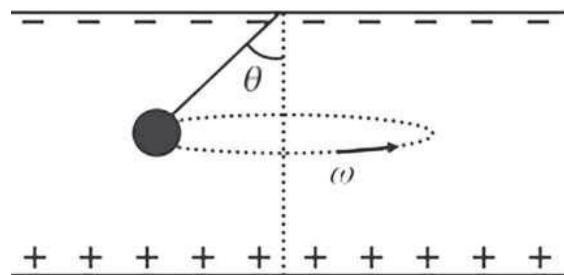
Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):

- I e II, apenas.
- I e III, apenas.
- II e III, apenas.
- I, II e III.
- II, apenas.

- 51 IME** Um vagão de trem desloca-se horizontalmente com aceleração a , sendo g a aceleração da gravidade de no local. Em seu interior, preso no teto, encontra-se um fio ideal de comprimento L , que sustenta uma massa m puntiforme. Em um determinado instante, o vagão passa a se deslocar com velocidade constante, mantendo a direção e o sentido anteriores. Nesse momento, a aceleração angular α da massa m em relação ao ponto do vagão em que o fio foi preso é:

- $\alpha = \frac{g}{L} \sin \left[\arctg \frac{a}{g} \right]$
- $\alpha = \frac{g}{L} \cos \left[\arctg \frac{a}{g} \right]$
- $\alpha = \frac{L}{g} \cos \left[\arctg \frac{a}{g} \right]$
- $\alpha = \frac{a}{L}$
- $\alpha = 0$

- 52 Fuvest 2019** Duas placas metálicas planas e circulares, de raio R , separadas por uma distância $d \ll R$, estão dispostas na direção horizontal. Entre elas, é aplicada uma diferença de potencial V , de modo que a placa de cima fica com carga negativa e a de baixo, positiva. No centro da placa superior, está afixado um fio isolante de comprimento $L < d$ com uma pequena esfera metálica presa em sua extremidade, como mostra a figura. Essa esfera tem massa m e está carregada com carga negativa $-q$. O fio é afastado da posição de equilíbrio de um ângulo θ , e a esfera é posta em movimento circular uniforme com o fio mantendo o ângulo com a vertical.



Determine:

- o módulo E do campo elétrico entre as placas;
- os módulos T e F , respectivamente, da tração no fio e da força resultante na esfera;
- a velocidade angular ω da esfera

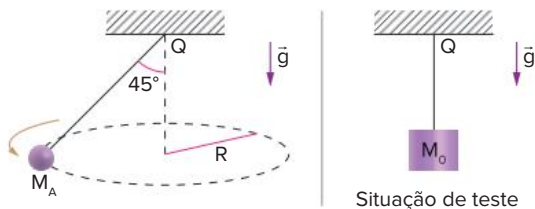
Note e adote: A aceleração da gravidade é g . Forças dissipativas devem ser ignoradas.

- 53 PUC-Campinas** O raio de curva ferroviária é de 400 metros e um trem deve percorrê-la com a velocidade de 72 km/h. De quanto deve estar elevado o trilho externo para reduzir a um mínimo a força para fora sobre ele? A distância entre os trilhos é de 1,2 metros.

▶ Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

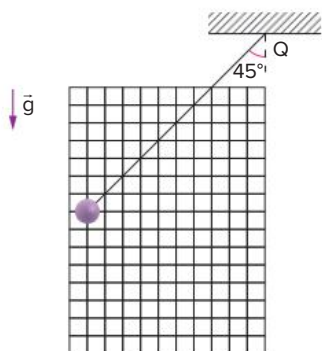
- 0,20 m
- 0,12 m
- 0,15 m
- 0,18 m
- 0,10 m

- 54 Fuvest** Um acrobata, de massa $M_A = 60 \text{ kg}$, quer realizar uma apresentação em que, segurando uma corda suspensa em um ponto Q fixo, pretende descrever um círculo de raio $R = 4,9 \text{ m}$, de tal forma que a corda mantenha um ângulo de 45° com a vertical. Visando garantir sua total segurança, há uma recomendação de que essa corda deve ser capaz de suportar uma tensão de, no mínimo, três vezes o valor da tensão a que é submetida durante a apresentação. Para testar a corda, com ela parada e na vertical, é pendurado em sua extremidade um bloco de massa M_0 , calculada de tal forma que a tensão na corda atenda às condições mínimas estabelecidas pela recomendação de segurança.



Nessa situação:

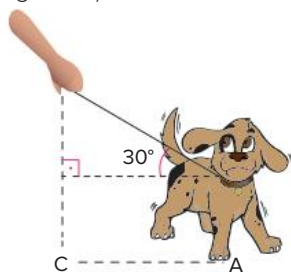
- a) represente, no esquema a seguir, a direção e o sentido das forças que agem sobre o acrobata, durante sua apresentação, identificando-as, por meio de um desenho em escala.



- b) estime o tempo t_A , em segundos, que o acrobata leva para dar uma volta completa em sua órbita circular.
- c) estime o valor da massa M_0 , em kg, que deve ser utilizada para realizar o teste de segurança.

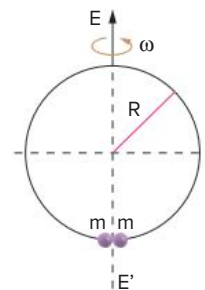
Adote: $\pi \cong 3$

- 55 ITA O cachorrinho da figura tem massa 10 kg e move-se num terreno horizontal numa trajetória de raio de curvatura 1,0 m. Num dado instante, sua velocidade é de 0,36 km/h e ele exerce contra o solo forças de 0,10 N (dirigida de A para o centro de curvatura C) e de 0,05 N (tangencial).



Sabendo-se que a mão do dono está na vertical erguida do centro de curvatura, calcule a tensão na guia e a aceleração tangencial do cachorrinho.

- 56 ITA Um aro metálico circular e duas esferas são acoplados conforme ilustra a figura a seguir. As esferas dispõem de um furo diametral que lhes permite circular pelo aro sem atrito. O aro começa a girar, a partir do repouso, em torno do diâmetro vertical EE' , que passa entre as esferas, até atingir uma velocidade angular constante ω .



Sendo R o raio do aro, m a massa de cada esfera e desprezando-se os atritos, pode-se confirmar que:

- A as esferas permanecem na parte inferior do aro, porque esta é a posição de mínima energia potencial.
- B as esferas permanecem a distâncias r de EE' , tal que, se 2θ for o ângulo central cujo vértice é o centro do aro e cujos lados passam pelo centro das esferas na posição de equilíbrio estável, então $\text{tg } \theta = \frac{\omega^2 r}{g}$, estando as esferas abaixo do diâmetro horizontal do aro.
- C as esferas permanecem a distâncias r de EE' , tal que, se 2θ for o ângulo central cujo vértice é o centro do aro e cujos lados passam pelos centros das esferas na posição de equilíbrio estável, então $\text{tg } \theta = \frac{\omega^2 r}{g}$, estando as esferas acima do diâmetro horizontal do aro.
- D as alternativas b e c anteriores estão corretas.
- E a posição de maior estabilidade ocorre quando as esferas estão nos extremos de um mesmo diâmetro.

- 57 UFMS Dois trapezistas, que são crianças, possuem massas iguais a M , e cada um deles segura em cordas que estão presas a um ponto comum da extremidade esquerda de outra corda que passa por duas roldanas presas no teto. Na extremidade direita dessa outra corda, um outro trapezista, adulto, de massa $2M$, está também pendurado e mantém o sistema em equilíbrio, veja a figura 01. Inicialmente, os trapezistas estão em repouso, mas, quando quiserem, podem girar com relação a um eixo vertical independentemente, como mostram as figuras 02, 03 e 04.

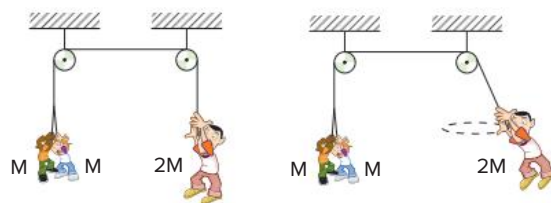


Fig. 01

Fig. 02

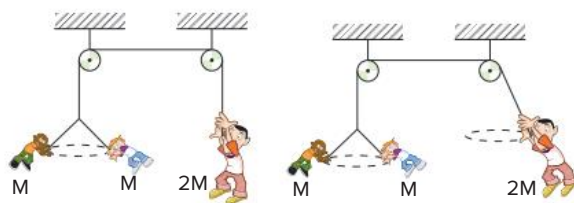


Fig. 03

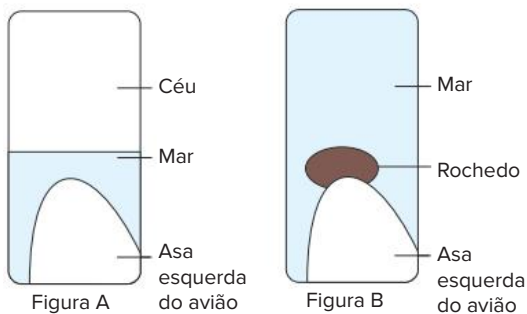
Fig. 04

Desprezando a massa da corda e outras forças dissipativas, é correto afirmar:

- 01 na situação correspondente à figura 02, as duas crianças trapezistas estão em equilíbrio.
- 02 na situação correspondente à figura 03, o trapezista adulto está em equilíbrio.
- 04 na situação correspondente à figura 04, todos os trapezistas estão em equilíbrio na direção vertical.
- 08 todos os trapezistas permanecem em equilíbrio vertical somente na situação da figura 01.
- 16 quando todos os trapezistas estão em equilíbrio vertical, a força tensora, na corda que passa pelas roldanas, é igual a $2Mg$.

Soma:

58 Fuvest Um avião voa horizontalmente sobre o mar com velocidade V constante (a ser determinada). Um passageiro, sentado próximo ao centro de massa do avião, observa que a superfície do suco de laranja, que está em um copo sobre a bandeja fixa ao seu assento, permanece paralela ao plano da bandeja. Estando junto à janela e olhando numa direção perpendicular à da trajetória do avião, o passageiro nota que a ponta da asa esquerda do avião tangencia a linha do horizonte, como mostra a figura A. O piloto anuncia que, devido a um problema técnico, o avião fará uma curva de 180° para retornar ao ponto de partida. Durante a curva, o avião se inclina para a esquerda, de um ângulo $\theta = 30^\circ$, sem que haja alterações no módulo de sua velocidade e na sua altura. O passageiro, olhando sempre na direção perpendicular à da velocidade do avião, observa que a ponta da asa esquerda permanece durante toda a curva apontando para um pequeno rochedo que aflora do mar, como representado na figura B. O passageiro também nota que a superfície do suco permaneceu paralela à bandeja e que o avião percorreu a trajetória semicircular de raio R (a ser determinado), em 90 s. Percebe, então, que com suas observações, e alguns conhecimentos de Física que adquiriu no Ensino Médio, pode estimar a altura e a velocidade do avião.

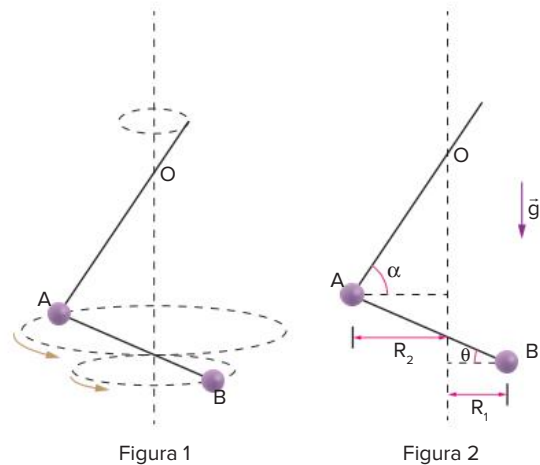


- a) Encontre uma relação entre V , R , g e θ para a situação descrita.
- b) Estime o valor da velocidade V do avião, em km/h ou m/s.

- c) Estime o valor da altura H , acima do nível do mar, em metros, em que o avião estava voando.

► **Note e adote:** $\pi = 3$; $\sin 30^\circ = 0,5$; $\cos 30^\circ = 0,86$; $\tan 30^\circ = 0,6 = \frac{1}{1,7}$.
 Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
 As distâncias envolvidas no problema são grandes em relação às dimensões do avião.

59 Fuvest Um brinquedo consiste em duas pequenas bolas, A e B, de mesma massa M e um fio flexível: a bola B está presa na extremidade do fio e a bola A possui um orifício pelo qual o fio passa livremente. Para o jogo, um operador (com treino!) deve segurar o fio e girá-lo, de tal forma que as bolas descrevam trajetórias circulares, com o mesmo período T e raios diferentes. Nessa situação, como indicado na figura 1, as bolas permanecem em lados opostos em relação ao eixo vertical fixo que passa pelo ponto O. A figura 2 representa o plano que contém as bolas e que gira em torno do eixo vertical, indicando os raios e os ângulos que o fio faz com a horizontal.



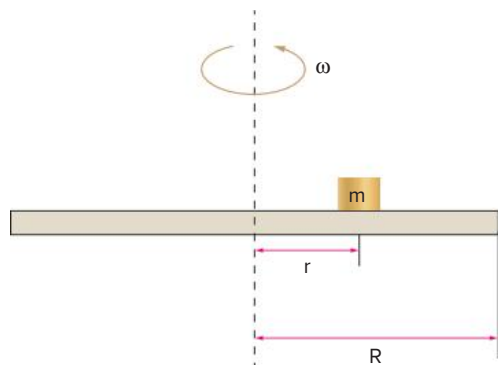
Assim, determine:

- a) o módulo da força de tensão F , que permanece constante ao longo de todo o fio, em função de M e g .
- b) a razão $K = \frac{\sin \alpha}{\sin \theta}$, entre os senos dos ângulos que o fio faz com a horizontal.
- c) o número N de voltas por segundo que o conjunto realiza quando o raio R_1 da trajetória descrita pela bolinha B for igual a 0,10 m

Note e adote: Não há atrito entre as bolas e o fio. Considere $\sin \theta \approx 0,4$ e $\cos \theta \approx 0,9$; $\pi \approx 3$.

60 UFPR Um disco de raio R está em movimento circular uniforme com velocidade angular ω . Sobre esse disco, está posicionado um pequeno bloco de madeira de massa m , a uma distância r do eixo de rotação, conforme mostra, em perfil, a figura a seguir. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e o disco é μ .

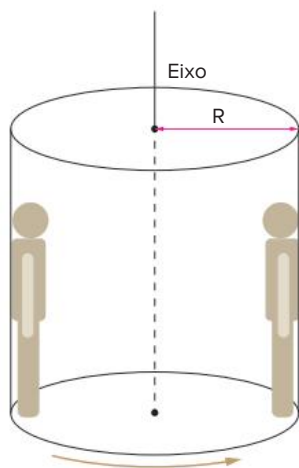
Sabe-se que existe uma velocidade angular máxima ω_M a partir da qual o bloco desliza para fora do disco. A aceleração da gravidade é representada por g .



Com base nesses dados, responda aos itens a seguir.

1. Represente na figura as forças que atuam sobre o bloco durante o movimento e indique os seus nomes.
2. Obtenha uma equação para a velocidade angular máxima ω_M em função dos dados fornecidos.
3. O que acontecerá com a velocidade angular máxima ω_M quando a distância r do bloco ao eixo de rotação for duplicada?

- 61 UFSC** Rotor é um brinquedo que pode ser visto em parques de diversões. Consiste em um grande cilindro de raio R que pode girar em torno de seu eixo vertical central. Após a entrada das pessoas no rotor, elas se encostam nas suas paredes e este começa a girar. O rotor aumenta sua velocidade de rotação até que as pessoas atinjam uma velocidade v , quando, então, o piso é retirado. As pessoas ficam suspensas, como se estivessem “ligadas” à parede interna do cilindro enquanto ele está girando, sem nenhum apoio debaixo dos pés e vendo um buraco abaixo delas.



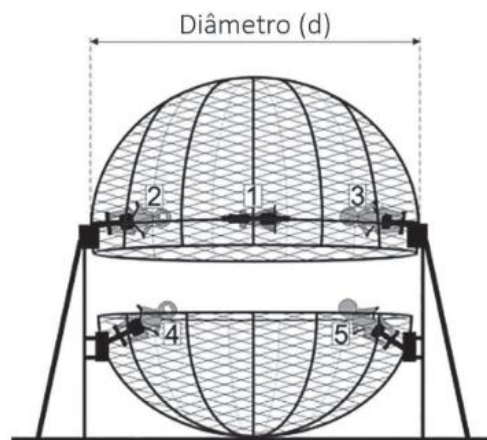
Em relação à situação descrita, é correto afirmar que:

- 01 a força normal, ou seja, a força que a parede faz sobre uma pessoa encostada na parede do rotor em movimento, é uma força centrípeta.

- 02 se duas pessoas dentro do rotor tiverem massas diferentes, aquela que tiver maior massa será a que terá maior chance de deslizar e cair no buraco abaixo de seus pés.
- 04 o coeficiente de atrito estático entre a superfície do rotor e as roupas de cada pessoa dentro dele deve ser maior ou igual a $\frac{gR}{v^2}$.
- 08 o coeficiente de atrito estático entre a superfície do rotor e as roupas de cada pessoa dentro dele é proporcional ao raio do rotor.
- 16 o coeficiente de atrito estático entre a superfície do rotor e as roupas de cada pessoa dentro dele é proporcional à velocidade v do rotor.

Soma:

- 62 UFSC 2019** Finalmente, o momento mais aguardado pela plateia do Circo da Física: o Globo. Em uma esfera de aço com 4,84 m de diâmetro cujo coeficiente de atrito entre o pneu e o aço é 0,2, cinco destemidos pilotos fazem manobras radicais com suas motos. No ponto alto da apresentação, o Globo se abre, deixando a plateia apreensiva e extasiada, e três pilotos parecem flutuar no ar com suas motos, como mostrado na figura a seguir.

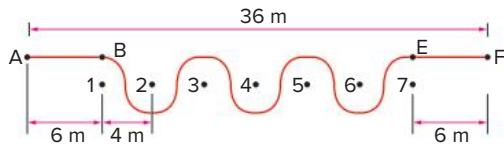


Com base no exposto e na figura, é correto afirmar que:

- 01 o período da rotação do piloto 1, quando está com a velocidade mínima para realizar a manobra, é de 2,0 s.
- 02 a velocidade angular mínima do piloto 1 é de aproximadamente 4,54 rad/s.
- 04 a velocidade mínima para o piloto 1 realizar a manobra é de 11,0 m/s.
- 08 a velocidade mínima para o piloto 1 realizar a manobra aumenta se o raio do Globo aumentar.
- 16 a força centrífuga sobre o sistema piloto-moto tem o sentido para o centro da trajetória.
- 32 um piloto com massa menor do que o piloto 1 poderia realizar a manobra com menor velocidade.

Soma:

- 63 ITA** A figura representa o percurso de um ciclista, num plano horizontal, composto de dois trechos retilíneos (AB e EF), cada um com 6,0 m de comprimento, e de um trecho sinuoso intermediário formado por arcos de circunferências de mesmo diâmetro, igual a 4,0 m, cujos centros se encontram numerados de 1 a 7. Considere pontual o sistema ciclista-bicicleta e que o percurso é completado no menor tempo, com velocidade escalar constante.



Se o coeficiente de atrito estático com o solo é $\mu = 0,80$, assinale a opção correta que indica, respectivamente, a velocidade do ciclista, o tempo despendido no percurso e a frequência de zigue-zague no trecho BE.

- A 6,0 m/s 6,0 s $0,17 \text{ s}^{-1}$
 B 4,0 m/s 12 s $0,32 \text{ s}^{-1}$
 C 9,4 m/s 3,0 s $0,22 \text{ s}^{-1}$
 D 6,0 m/s 3,1 s $0,17 \text{ s}^{-1}$
 E 4,0 m/s 12 s $6,0 \text{ s}^{-1}$

- 64 Efofm 2020** Um bloco de massa m é colocado sobre um disco que começa girar a partir do repouso em torno de seu centro geométrico com aceleração angular constante igual a α . Se o bloco está a uma distância d do centro, e o coeficiente de atrito estático entre o objeto e a superfície vale μ , considerando a aceleração da gravidade igual a g , quanto tempo levará até que o bloco comece a deslizar sobre o disco?

- A $\frac{\mu g}{\alpha^2 d}$
 B $\sqrt{\frac{\mu g}{\alpha^2 d}}$
 C $\sqrt{\frac{\mu g}{\alpha d}}$
 D $\left[\left(\frac{\mu g}{\alpha^2 d} \right)^2 + \frac{1}{\alpha^2} \right]^{1/4}$
 E $\left[\frac{1}{\alpha^2} + \left(\frac{\mu g}{\alpha^2 d} \right) \right]^{1/4}$



Mykola Gomenuk/Shutterstock.com

Visão aérea da barragem de Itaipu, no Paraná.

FRENTE 1

CAPÍTULO

10

Trabalho, potência e energia

Uma usina hidrelétrica aproveita o potencial hidráulico de um rio para produzir energia elétrica. Ao ser represada, a água do rio adquire energia potencial em relação à parte baixa; quando as barreiras que contêm a água são abertas, a energia potencial gravitacional é transformada em energia cinética e a água é dirigida por dutos às turbinas hidráulicas, fazendo suas pás girarem e, conseqüentemente, movimentando o gerador, que converte energia cinética em energia elétrica.

Trabalho

Trabalho de uma força constante

Vamos tomar uma partícula que, submetida a várias forças, sofre um deslocamento de um ponto A a outro ponto B. Seja \vec{F} uma das forças que atuam sobre a partícula, formando um ângulo θ com o vetor deslocamento \vec{d} . Se \vec{F} for constante (módulo, direção e sentido constantes), então o trabalho da força \vec{F} , ao longo do deslocamento \vec{d} , é uma grandeza escalar dada por:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos \theta \quad \text{ou} \quad W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

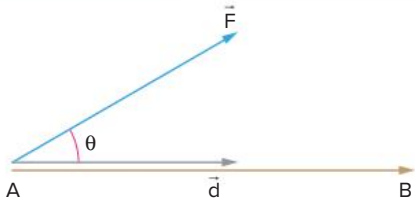


Fig. 1 Decomposição da força na direção do deslocamento.

- I. Como $|\vec{F}| \cdot \cos \theta$ é o módulo da projeção de \vec{F} na direção de \vec{d} , então podemos dizer que o trabalho da força é o produto do deslocamento pela projeção da força na direção do deslocamento.

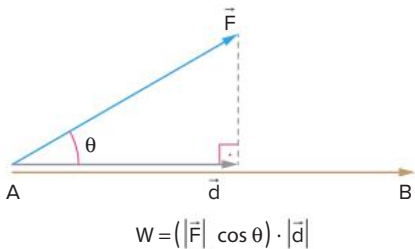


Fig. 2 Força aplicada sobre um corpo que sofre um deslocamento qualquer.

- II. Como $|\vec{d}| \cdot \cos \theta$ é o módulo da projeção de \vec{d} na direção de \vec{F} , então podemos dizer que o trabalho da força é o produto da força pela projeção do deslocamento na direção da força.

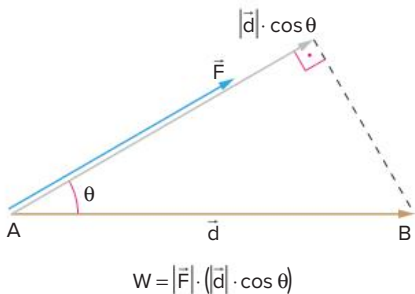


Fig. 3 Decomposição do deslocamento na direção da força.

Atenção

Como θ é definido como o menor ângulo entre dois vetores quando eles são colocados com origem comum, então θ está compreendido de 0° a 180° .

A partir de $W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos \theta$, temos:

- Se $|\vec{F}| = 0$ ou se $|\vec{d}| = 0$, então $W = 0$.
- Se $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$, então $\cos \theta > 0 \Rightarrow W > 0$. Nesse caso, dizemos que a força \vec{F} realiza trabalho motor, pois ela favorece o deslocamento.

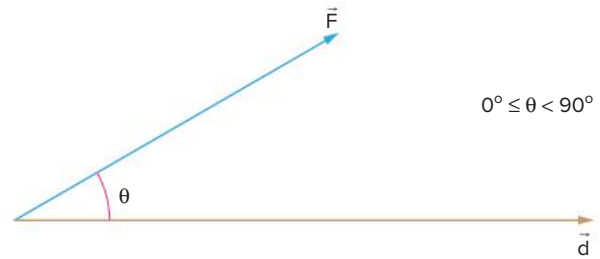


Fig. 4 Força e deslocamento formam ângulo menor que 90° .

- Se $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$, então $\cos \theta < 0 \Rightarrow W < 0$. Nesse caso, dizemos que a força \vec{F} realiza trabalho resistente, pois ela desfavorece o deslocamento.

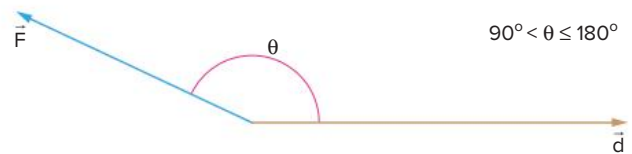


Fig. 5 Força e deslocamento formam ângulo maior que 90° .

- Se $\theta = 0^\circ$, então $\cos \theta = 1 \Rightarrow W = F \cdot d$. Isso acontece quando \vec{F} e \vec{d} têm o mesmo sentido.



Fig. 6 Força e deslocamento têm mesmo sentido.

- Se $\theta = 180^\circ$, então $\cos \theta = -1 \Rightarrow W = -F \cdot d$. Isso acontece quando \vec{F} e \vec{d} têm sentidos contrários.



Fig. 7 Força e deslocamento têm sentidos contrários.

- Se $\theta = 90^\circ$, então $\cos \theta = 0 \Rightarrow W = 0$. Isso acontece quando \vec{F} e \vec{d} são perpendiculares entre si.

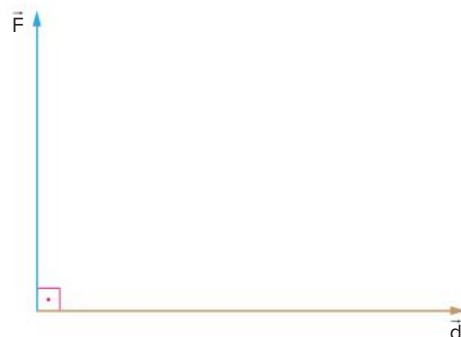


Fig. 8 Força e deslocamento formam ângulo reto.

Como exemplo de trabalho nulo, temos o trabalho do peso e o trabalho da normal de um corpo que se desloca em um plano horizontal.

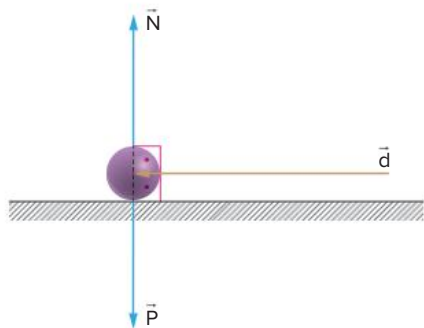


Fig. 9 Peso e normal perpendiculares ao deslocamento.

Tanto o peso quanto a normal são perpendiculares ao deslocamento e, portanto, não realizam trabalho. No entanto, não é sempre que a força normal não realiza trabalho. Um corpo dentro de um elevador ascendente tem atuando sobre ele uma normal que realiza trabalho positivo, pois força e deslocamento têm o mesmo sentido.

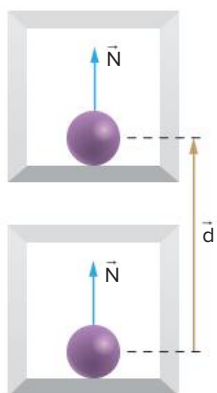


Fig. 10 Normal na mesma direção do deslocamento.

Outro exemplo de trabalho nulo é o da resultante centrípeta, que é, por definição, a decomposição da resultante das forças na direção perpendicular à trajetória.

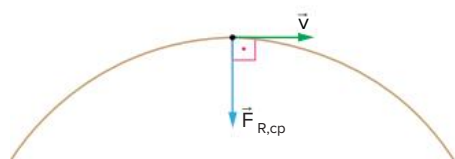


Fig. 11 Resultante centrípeta perpendicular ao deslocamento.

Como, a cada instante, a resultante centrípeta é sempre perpendicular à trajetória, então o seu trabalho é nulo.

A unidade do trabalho é o produto da unidade da força pela unidade do deslocamento:

$$\text{unid}(W) = \text{unid}(F) \cdot \text{unid}(d)$$

No SI, a unidade do trabalho é chamada de joule (J):

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

Trabalho de uma força variável

Se uma força de módulo, direção ou sentido variável atuar sobre um corpo ao longo de seu deslocamento, o trabalho dessa força deve ser calculado de outra forma.

Inicialmente, vamos tomar trechos infinitesimais de deslocamento e decompor a força atuante na direção do deslocamento. Já sabemos que a decomposição da força na direção perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.

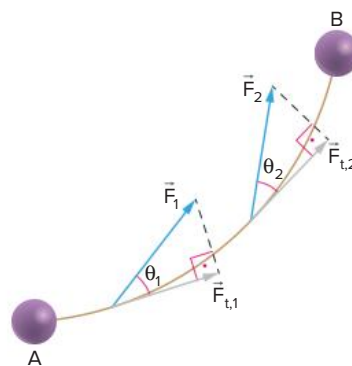


Fig. 12 Força decomposta na direção do deslocamento em cada instante.

Em um gráfico $F \times s$, onde F é o módulo do vetor \vec{F} projetado na direção do deslocamento e s é a posição escalar ao longo da trajetória, teremos todos os valores da componente tangencial da força:

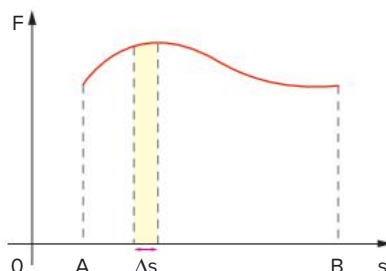


Fig. 13 Trabalho de uma força em um deslocamento infinitesimal.

Se dividirmos o gráfico em pequenos retângulos de base Δs , o trabalho total da força será igual à soma das áreas dos pequenos retângulos. Portanto, o trabalho de uma força variável é numericamente igual à área do gráfico $F \times s$:

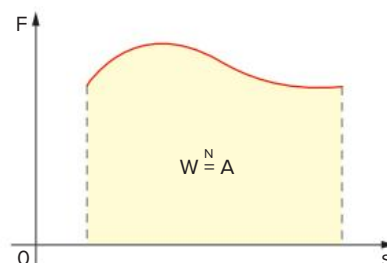


Fig. 14 Trabalho de uma força variável em um gráfico $F \times s$.

Se a área estiver abaixo do eixo das abscissas, o trabalho será numericamente igual à área, tomada com sinal negativo.

Se a força for constante, o trabalho será a área de um retângulo:

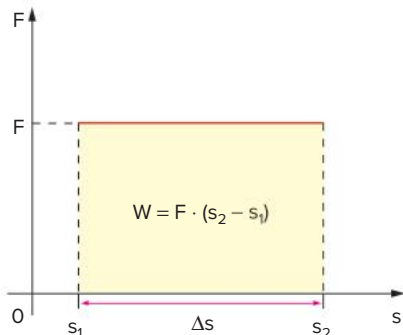


Fig. 15 Trabalho de uma força constante em um gráfico $F \times s$.

Trabalho da força peso

Se um corpo de massa m vai de um ponto A a outro ponto B, com desnível igual a h , então, como consideramos o peso uma força constante, o trabalho da força peso pode ser calculado como o produto da força pela projeção do deslocamento na direção da força, que tem módulo igual a h .

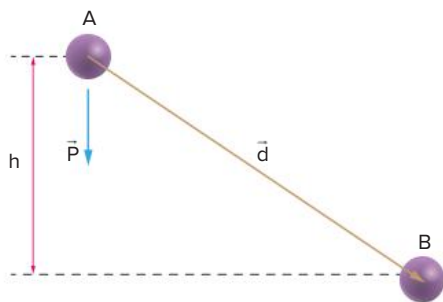


Fig. 16 Força peso atuando na descida de um corpo.

Como a força tem o mesmo sentido do deslocamento, então o trabalho é positivo:

$$W_p = P \cdot h = mgh$$

Quando o corpo vai do ponto B ao ponto A, temos:

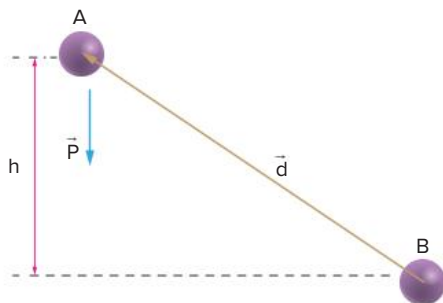


Fig. 17 Força peso atuando na subida de um corpo.

Como a força tem sentido contrário ao do deslocamento, então o trabalho é negativo:

$$W_p = P \cdot h = -mgh$$

Vamos tomar agora o mesmo movimento de A até B, porém passando pelo ponto C.

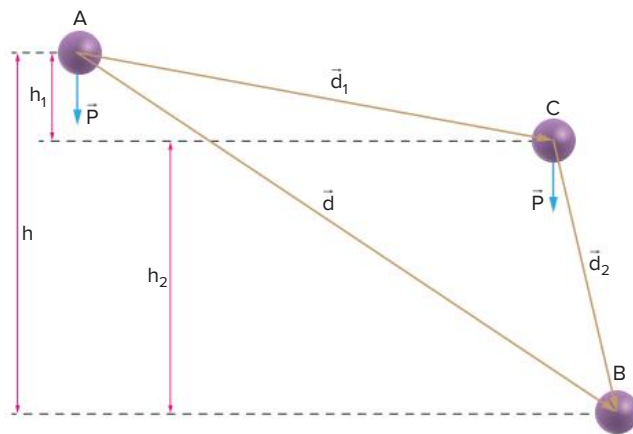


Fig. 18 Força peso atuando na descida de um corpo por trechos sucessivos.

O trabalho do peso de A até B será igual ao trabalho de A até C somado ao trabalho de C até B:

$$W_{P,A \rightarrow B} = W_{P,A \rightarrow C} + W_{P,C \rightarrow B}$$

Mas:

$$W_{P,A \rightarrow C} = P \cdot h_1 = mg \cdot h_1$$

$$W_{P,C \rightarrow B} = P \cdot h_2 = mg \cdot h_2$$

Logo:

$$W_{P,A \rightarrow B} = mg \cdot h_1 + mg \cdot h_2 = mg(h_1 + h_2) = mgh$$

Podemos tomar quantas trajetórias quisermos, que o trabalho do peso entre os pontos A e B será sempre o mesmo: mgh .

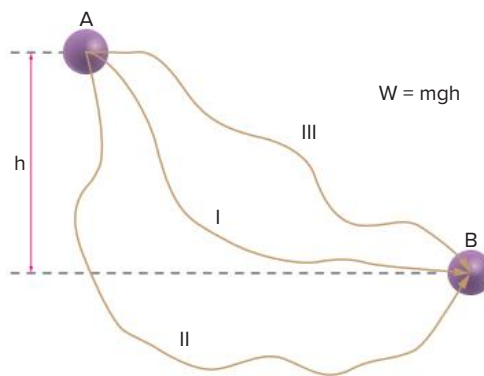


Fig. 19 Várias trajetórias para o mesmo deslocamento.

De modo geral, se um corpo de massa m vai de um ponto A, a uma altura h_1 em relação a um dado referencial, a outro ponto B, a uma altura h_2 , o trabalho, conforme já estudamos, é dado por:

$$W_p = P(h_1 - h_2) = mg(h_1 - h_2)$$

Então:

$$W_p = -mg(h_2 - h_1)$$

que é uma fórmula geral para o cálculo do trabalho realizado pela força peso, onde h_2 é a altura final e h_1 é a altura inicial.

Assim:

- se $h_2 > h_1$ (corpo sobe): $W_p < 0$
- se $h_2 < h_1$ (corpo desce): $W_p > 0$

Trabalho da força elástica

Consideremos um sistema composto de uma mola presa a uma parede em uma de suas extremidades e a uma massa em outra.

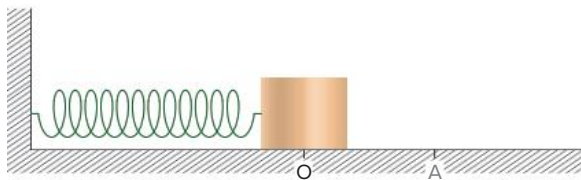


Fig. 20 Sistema massa-mola.

Se a massa for puxada até o ponto A, distendendo a mola de uma deformação x :

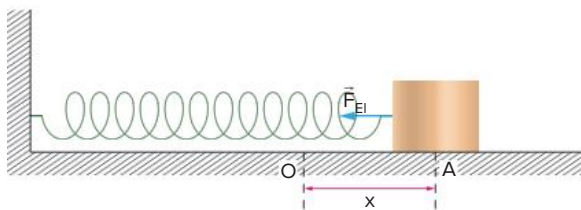


Fig. 21 Deformação x na mola após deslocamento.

A mola exerce uma força elástica (F_{EI}) sobre o corpo, tentando trazê-lo à posição de equilíbrio da mola. Já sabemos que a força elástica exercida pela mola é dada por:

$$F_{EI} = -kx$$

onde k é a constante elástica da mola.

Para calcularmos o valor do trabalho da força elástica, devemos utilizar o gráfico $F \times s$, pois a força elástica é variável

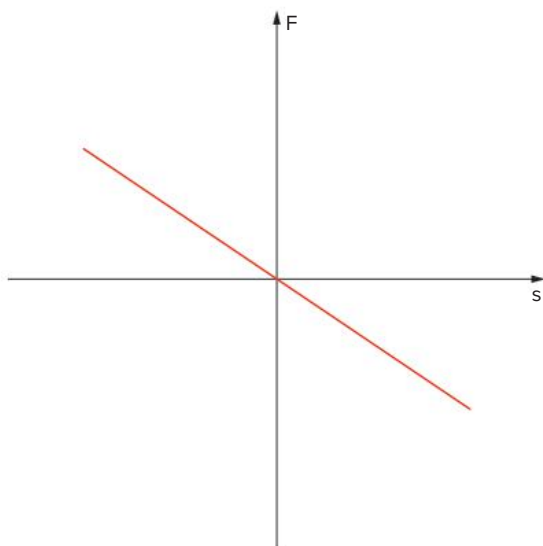


Fig. 22 Gráfico $F \times s$ para a força elástica.

O módulo do trabalho realizado pela força elástica exercida pela mola sobre o corpo, enquanto o corpo desloca-se de uma posição inicial, em que a deformação vale x_1 , até uma posição final, em que a deformação vale x_2 , é calculado pela área do gráfico $F \times s$:

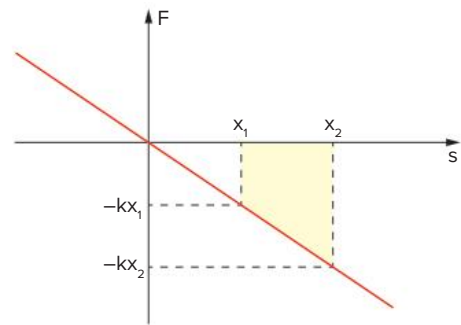


Fig. 23 Trabalho da força elástica calculado pela área do gráfico $F \times s$.

Da figura 23, temos:

$$\begin{aligned} |W_{EI}| &= \frac{1}{2} \cdot (\text{base maior} + \text{base menor}) \cdot \text{altura} \\ &= \frac{1}{2} (kx_2 + kx_1) \cdot (x_2 - x_1) = \frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2) \end{aligned}$$

O sinal do trabalho é obtido pela multiplicação de dois sinais:

Sinal 1: positivo se a área está acima do eixo das abscissas e negativo se a área está abaixo do eixo das abscissas.

Sinal 2: positivo se $x_{\text{final}} > x_{\text{inicial}}$ (o movimento se dá em sentido a favor do eixo s) e negativo se $x_{\text{final}} < x_{\text{inicial}}$ (o movimento se dá em sentido contrário ao do eixo s).

Assim, no exemplo da figura 23, se o corpo vai de x_1 a x_2 :

Sinal 1: (-), pois a área está abaixo do eixo das abscissas

Sinal 2: (+), pois $x_{\text{final}} > x_{\text{inicial}}$ ($x_2 > x_1$)

Logo:

$$\text{Sinal} = (-) \cdot (+) = (-)$$

E o trabalho é dado por:

$$W_{EI} = -\frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2)$$

que é uma fórmula geral para o cálculo do trabalho realizado pela força elástica, onde x_2 é a posição final e x_1 é a posição inicial.

Assim:

- se $x_2 > x_1$ (mola aumentando sua deformação): $W_{EI} < 0$
- se $x_2 < x_1$ (mola reduzindo sua deformação): $W_{EI} > 0$

Um outro modo de obter o sinal do trabalho é fazer uma análise mais simples. Enquanto a mola vai da deformação x_1 à x_2 , a força elástica é contrária ao deslocamento.

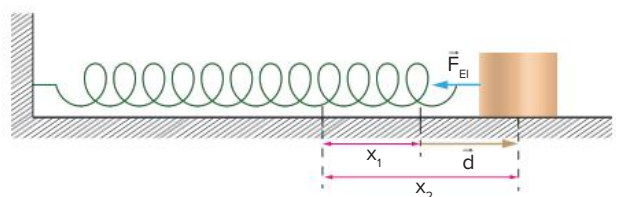


Fig. 24 Força elástica contrária ao vetor deslocamento.

Portanto, o sinal do trabalho é negativo.

Tomemos uma mola, presa a um corpo, que oscila passando pelos pontos A, B, C e D:

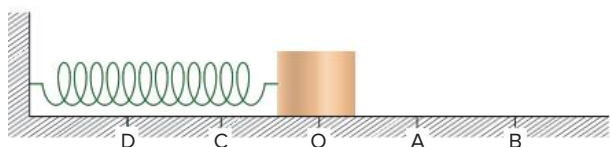


Fig. 25 Posições ocupadas pelo corpo que oscila sob a ação da força elástica.

Quer pela análise gráfica, multiplicando os dois sinais (sinal 1 e sinal 2), quer pela análise de sentido de força e de deslocamento, podemos concluir que:

$$A \rightarrow B: W_{F_{Ei}} < 0$$

$$B \rightarrow A: W_{F_{Ei}} > 0$$

$$C \rightarrow D: W_{F_{Ei}} < 0$$

$$D \rightarrow C: W_{F_{Ei}} > 0$$

Esse resultado também pode ser obtido a partir da fórmula geral:

$$W_{F_{Ei}} = -\frac{1}{2}k(x_{\text{final}}^2 - x_{\text{inicial}}^2)$$

Já se quisermos saber o sinal do trabalho quando o corpo vai de A até C, o melhor é utilizar diretamente a fórmula acima.

Assim:

- se $x_{\text{final}} > x_{\text{inicial}}$ ($x_C > x_A$): $W_{F_{Ei}} < 0$
- se $x_{\text{final}} < x_{\text{inicial}}$ ($x_C < x_A$): $W_{F_{Ei}} > 0$

É fácil demonstrar que o trabalho da força elástica em uma trajetória ACB é igual ao seu trabalho na trajetória AB. Isso acontece pois o trabalho da força elástica, a exemplo do trabalho da força peso, também independe da trajetória.

Potência

É importante conhecermos não só o trabalho realizado por uma força como também o tempo em que o trabalho é realizado. Quanto menor o tempo, maior a potência do dispositivo que realiza o trabalho.

Potência média

Se uma força \vec{F} realiza um determinado trabalho W em um intervalo de tempo Δt , então a potência média é definida como:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t}$$

No caso particular de a força ser constante, sabemos que:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta$$

onde $|\vec{F}|$ e $|\vec{d}|$ são, respectivamente, módulo da força e módulo do deslocamento a que está submetido o corpo.

Então:

$$P_m = \frac{|\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta}{\Delta t}$$

Mas $\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$ é o módulo da velocidade vetorial média (\vec{v}_m) do corpo no intervalo de tempo Δt .

Logo:

$$P_m = |\vec{F}| \cdot |\vec{v}_m| \cdot \cos\theta$$

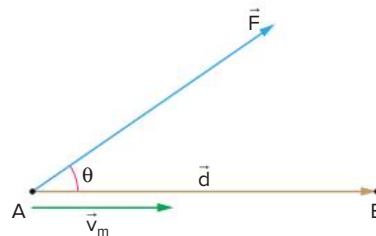


Fig. 26 Força aplicada sobre um corpo que sofre um deslocamento qualquer

Como $\vec{v}_m = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$, então \vec{v}_m e \vec{d} têm a mesma direção e o mesmo sentido. Logo, θ também será o ângulo entre a força (\vec{F}) e o vetor velocidade média (\vec{v}_m).

Potência instantânea

A potência instantânea pode ser definida como a potência média quando o intervalo de tempo se torna extremamente pequeno, ou seja, tendendo a zero ($\Delta t \rightarrow 0$).

Nesse caso, W também tende a zero, porém o quociente $\frac{W}{\Delta t}$ tende a um valor limite, que é a potência instantânea:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P_m$$

Logo:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t}$$

No caso particular de a força ser constante, sabemos que:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta$$

Então:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta}{\Delta t}$$

Como $|\vec{F}|$ e $\cos\theta$ são constantes:

$$P = (|\vec{F}| \cdot \cos\theta) \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = (|\vec{F}| \cdot \cos\theta) \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} |\vec{v}_m|$$

Mas sabemos que:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_m \Rightarrow |\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} |\vec{v}_m|$$

onde \vec{v} é a velocidade instantânea.

Logo, quando \vec{F} é constante:

$$P = |\vec{F}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\theta$$

Aqui também teremos θ como o ângulo entre \vec{F} e \vec{v} .

Quando $\theta = 90^\circ$, então $\cos\theta = 0 \Rightarrow P = 0$. Isso ocorre quando \vec{F} e \vec{v} são perpendiculares entre si.

A potência é uma grandeza escalar e sua unidade é o quociente entre a unidade do trabalho e a unidade do tempo:

$$\text{unid}(P) = \frac{\text{unid}(W)}{\text{unid}(t)}$$

No SI, a unidade de potência recebe o nome de watt (W):

$$1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$$

Outras duas unidades de potência muito utilizadas são:

- cavalo-vapor (cv): $1 \text{ cv} = 735,49875 \text{ W} \cong 735 \text{ W}$
- horse-power (hp): $1 \text{ hp} = 745,69987 \text{ W} \cong 746 \text{ W}$

Há uma unidade de trabalho muito importante, expressa pelo produto da unidade de potência (kW) pela unidade de tempo (h):

$$1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h}$$

Do mesmo modo que $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ e Δs é numericamente igual à área do gráfico $v \times t$, então, se $P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t}$,

podemos demonstrar que o trabalho é numericamente igual à área do gráfico $P \times t$.

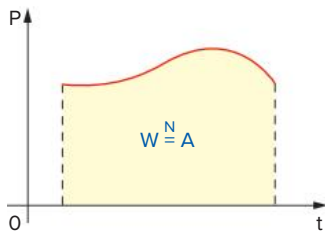


Fig. 27 Trabalho para potência variável em um gráfico $P \times t$.

No caso particular de potência instantânea constante:

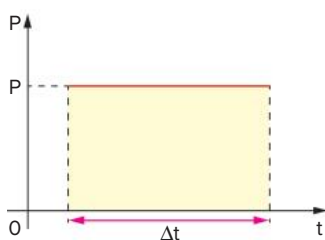


Fig. 28 Trabalho para potência constante em um gráfico $P \times t$.

$$W = P \cdot \Delta t \Rightarrow P = \frac{W}{\Delta t}$$

ou seja, quando a potência instantânea é constante, ela é igual à potência média.

Rendimento

A definição de rendimento pode ser utilizada tanto para potência quanto para trabalho. Se uma máquina recebe uma potência total P_T , utiliza uma potência útil P_U e perde uma potência P_p , então definimos o rendimento da máquina como:

$$\eta = \frac{P_U}{P_T}$$

O rendimento também pode ser definido como a razão entre o trabalho útil W_U e trabalho total W_T :

$$\eta = \frac{W_U}{W_T}$$

Por ser o quociente entre duas grandezas de mesma dimensão, o rendimento é uma grandeza adimensional e não possui unidade.

Como $0 \leq P_U \leq P_T$, então:

$$0 \leq \eta \leq 1$$

Energia

Energia cinética

Um corpo de massa m e velocidade v tem sua energia cinética definida como:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

A energia cinética de um corpo está associada a seu movimento e claramente depende do referencial. Quando nada for dito, assumiremos que a velocidade será tomada em relação à superfície da Terra, que é considerada, para os exercícios da Frente 1, como referencial inercial.

Como a velocidade está elevada ao quadrado, mesmo que ela seja negativa, a energia cinética será sempre positiva. A mínima energia cinética será igual a zero, quando a velocidade for nula.

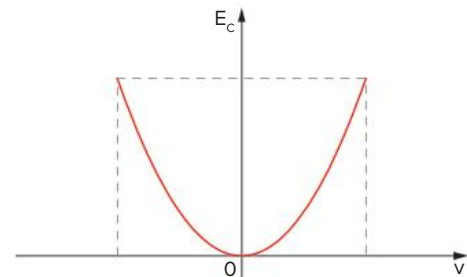


Fig. 29 Energia cinética em função da velocidade de um corpo.

Teorema da energia cinética

Vamos considerar um corpo de massa m , que, ao passar pelo ponto A com velocidade \vec{v}_A , passa a receber a ação de uma força resultante constante \vec{F}_R , que atua por um deslocamento \vec{d} , quando, então, o corpo chega ao ponto B com velocidade \vec{v}_B .

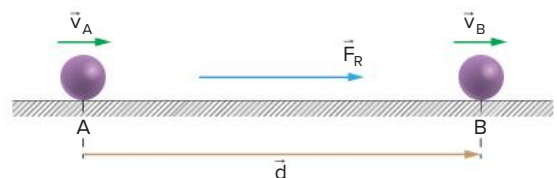


Fig. 30 Resultante altera a velocidade de um corpo.

Como \vec{F}_R é constante, seu trabalho é calculado como:

$$W_{F_R} = F_R \cdot d$$

com $F_R = |\vec{F}_R|$ e $d = |\vec{d}|$.

Pela segunda lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow W_{F_R} = m \cdot a \cdot d$$

Como F_R é constante, então a é constante, e o movimento é uniformemente variado. Pela equação de Torricelli:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow a \cdot d = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2}$$

Substituindo no cálculo do trabalho:

$$W_{F_R} = m \left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2} \right) = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

Podemos ver que:

- $\frac{mv_B^2}{2} = E_{C,B}$: energia cinética em B
- $\frac{mv_A^2}{2} = E_{C,A}$: energia cinética em A

Então:

$$W_{F_R} = E_{C,B} - E_{C,A} = E_{C,final} - E_{C,inicial}$$

Logo:

$$W_{F_R} = \Delta E_C$$

Essa expressão é conhecida como teorema da energia cinética e nos diz que o trabalho da resultante das forças sobre um sistema é igual à variação da energia cinética deste sistema.

Apesar de termos feito a demonstração para uma resultante constante, esse teorema é válido para uma resultante qualquer.

Da relação $W_{F_R} = \Delta E_C$, vemos que:

- se $W_{F_R} > 0$ (trabalho motor): há aumento da energia cinética.
- se $W_{F_R} < 0$ (trabalho resistente): há diminuição da energia cinética.

Verificamos que, como trabalho e energia se relacionam, ambos têm a mesma dimensão e ambos são grandezas escalares. A unidade da energia é, portanto, também o joule (J)

Assim, o trabalho de uma força fornece, retira ou transforma a energia de um sistema.

! Atenção

Quando um sistema é composto por mais de uma partícula, a energia cinética total desse sistema é a soma das energias cinéticas de cada partícula.

Energia potencial gravitacional

Tem-se um corpo de massa m situado no ponto A, com uma altura h em relação ao solo.

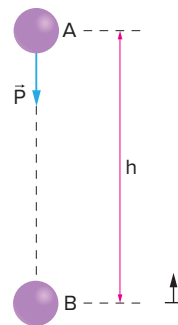


Fig. 31 Corpo solto do repouso de altura h .

Ao ser solto do repouso em A, o corpo não possui velocidade e, portanto, sua energia cinética é nula. No entanto, se o peso for a única força a atuar sobre o corpo, então, pelo teorema da energia cinética, o seu trabalho ($mg \cdot h$), realizado quando o corpo é levado ao ponto B, é igual à variação de sua energia cinética. Embora o corpo não possuísse energia cinética em A, ele possuía uma energia, chamada de energia potencial gravitacional, que seria transformada, através do trabalho realizado pelo peso, em energia cinética no ponto B.

Portanto, a energia potencial gravitacional necessita, para a sua definição, de um plano horizontal de referência. Se o corpo de massa m se encontra a uma altura h desse plano de referência, então sua energia potencial gravitacional é dada por:

$$E_{PG} = mgh$$

Essa expressão corresponde ao trabalho do peso quando o corpo vai de sua posição até o plano de referência.

Desse modo, quando o corpo estiver abaixo do plano de referência, o trabalho do peso será negativo, e teremos:

$$E_{PG} = mgh$$

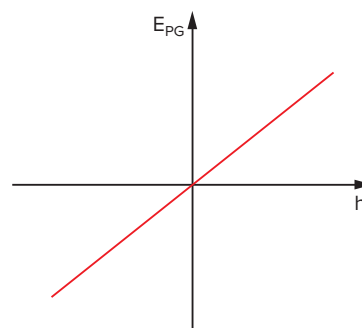


Fig. 32 Gráfico de energia potencial gravitacional.

! Atenção

- O plano horizontal de referência é arbitrário, pois o importante é a variação de energia potencial. A energia potencial gravitacional é nula quando o corpo estiver no plano de referência.
- Apesar de o plano horizontal de referência poder ser arbitrário, o sentido do eixo para a determinação da altura do corpo é obrigatoriamente para cima.

Seja um corpo que vai de um ponto A de altura h_A a outro ponto B de altura h_B :

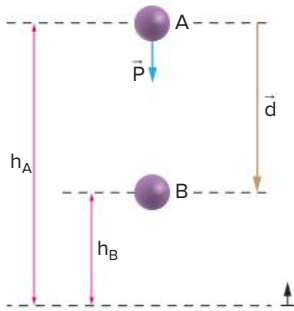


Fig. 33 Força peso atuando na descida de um corpo entre duas posições.

Então, conforme já vimos, o trabalho do peso é dado por:

$$W_P = -mg(h_B - h_A) = mgh_A - mgh_B$$

Podemos ver que:

- $mgh_A = E_{PG,A}$: energia potencial gravitacional em A
- $mgh_B = E_{PG,B}$: energia potencial gravitacional em B

Então:

$$W_P = E_{PG,A} - E_{PG,B} = -(E_{PG,B} - E_{PG,A})$$

$$W_P = -(E_{PG,final} - E_{PG,inicial})$$

Logo:

$$W_P = -\Delta E_{PG}$$

ou seja, o trabalho do peso é igual a menos a variação da energia potencial gravitacional.

Energia potencial elástica

Empurramos um corpo de massa m , preso a uma mola de constante elástica k , de uma distância x , a partir da posição de equilíbrio do sistema, em O, até a posição A.

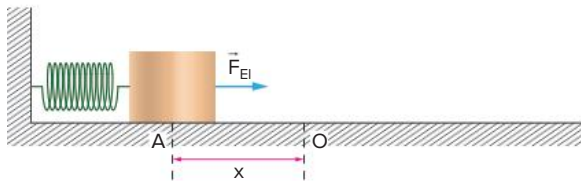


Fig. 34 Força elástica atuando em corpo, com mola comprimida de x .

Ao ser solto do repouso em A, o corpo não possui velocidade e, portanto, sua energia cinética é nula. No entanto, se a força elástica for a única força a atuar sobre o corpo, além do peso e da normal, que se anulam, então, pelo teorema da energia cinética, o seu trabalho $\left(\frac{kx^2}{2}\right)$, realizado quando o corpo é devolvido à posição O, é igual à variação de sua energia cinética. Embora o corpo não possuísse energia cinética em A, o sistema possuía uma energia, chamada de energia potencial elástica, acumulada na mola, que seria transformada, através do trabalho realizado pela força elástica, em energia cinética no ponto O.

Definimos, então, a energia potencial elástica de uma mola de constante elástica k , deformada de x , como:

$$E_{PEI} = \frac{1}{2}kx^2$$

Como a deformação da mola está elevada ao quadrado, mesmo que ela seja negativa, a energia potencial elástica será sempre positiva. A mínima energia potencial elástica será igual a zero, quando a deformação for nula.

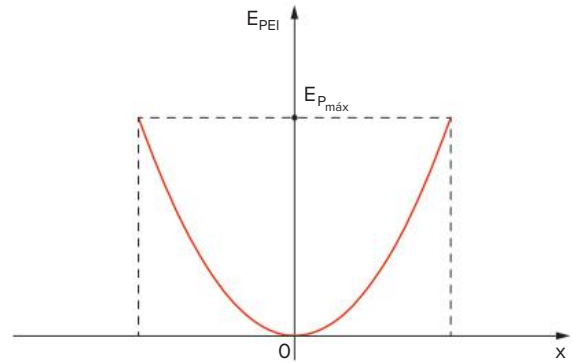


Fig. 35 Gráfico de energia potencial elástica.

Seja um corpo, preso a uma mola de constante elástica k , que vai de uma posição A, em que a mola está deformada de x_A , a uma posição B, em que a mola está deformada de x_B .

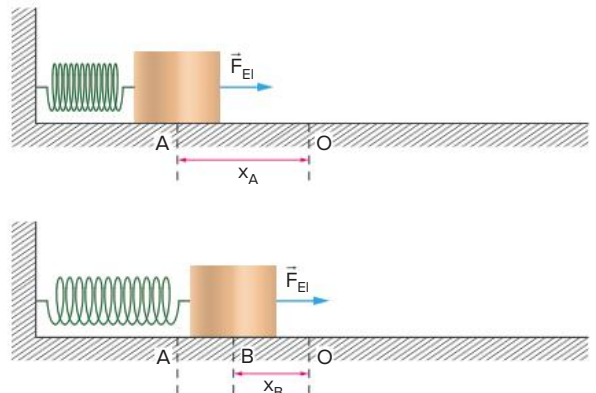


Fig. 36 Força elástica atuando entre duas posições.

Então, conforme já vimos, o trabalho da força elástica é dado por:

$$W_{F_{El}} = \frac{1}{2}k(x_B^2 - x_A^2) = \frac{kx_A^2}{2} - \frac{kx_B^2}{2}$$

Podemos ver que:

- $\frac{kx_A^2}{2} = E_{PEI,A}$: energia potencial elástica em A
- $\frac{kx_B^2}{2} = E_{PEI,B}$: energia potencial elástica em B

Então:

$$W_{F_{El}} = E_{PEI,A} - E_{PEI,B} = (E_{PEI,A} - E_{PEI,B})$$

$$W_{F_{El}} = (E_{PEI,final} - E_{PEI,inicial})$$

Logo:

$$W_{F_{EI}} = -\Delta E_{PEI}$$

ou seja, o trabalho da força elástica é igual a menos a variação da energia potencial elástica.

Enquanto a energia cinética é função da velocidade, a energia potencial (gravitacional ou elástica) é função da posição (altura em relação a um referencial ou deformação)

Energia mecânica

Já estudamos algumas formas de energia, entre elas:

- energia cinética : $E_C = \frac{1}{2}mv^2$
m: massa da partícula
v: velocidade da partícula
- energia potencial gravitacional: $E_{PG} = mgh$
m: massa da partícula
g: módulo da aceleração da gravidade
h: altura da partícula em relação a um referencial
- energia potencial elástica: $E_{PEI} = \frac{1}{2}kx^2$
k: constante elástica da mola
x: deformação da mola

A energia mecânica de um sistema é definida como a soma de suas energias cinética e potencial:

$$E_M = E_C + E_P$$

onde a energia potencial do sistema é a soma de todas as energias que dependem da posição desse sistema, por exemplo, energia potencial gravitacional, energia potencial elástica e energia potencial elétrica.

Observação: No nosso estudo da Frente 1, não resolveremos problemas que envolvam energia potencial elétrica.

Forças conservativas

São chamadas de forças conservativas aquelas cujos trabalhos entre dois pontos dados independem da trajetória.

São exemplos de forças conservativas a força gravitacional, a força elástica e a força elétrica.

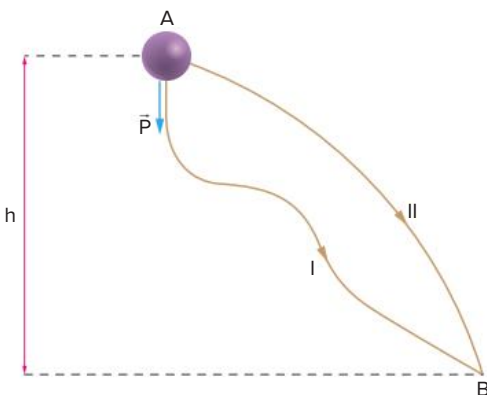


Fig. 37 O trabalho do peso no deslocamento da partícula de A a B em duas trajetórias distintas é o mesmo.

Dessa forma, o trabalho da força peso entre os pontos A e B da figura é o mesmo para as trajetórias I e II:

$$W_{P,A \rightarrow B}^I = W_{P,A \rightarrow B}^{II}$$

Mas sabemos que o trabalho do peso para ir de A a B tem sinal contrário ao trabalho do peso para ir de B a A:

$$W_{P,A \rightarrow B}^{II} = W_{P,B \rightarrow A}^{II} \Rightarrow W_{P,A \rightarrow B}^I = -W_{P,B \rightarrow A}^{II}$$

Então:

$$W_{P,A \rightarrow B}^I + W_{P,B \rightarrow A}^{II} = 0$$

Portanto, outra maneira de definir forças conservativas é dizer que são aquelas cujos trabalhos fechados, isto é, para sair de um ponto e retornar ao mesmo ponto, são nulos.

Conservação de energia mecânica

A atuação de forças conservativas sobre um sistema não altera a sua energia mecânica total. Portanto, quando um sistema recebe a ação somente de forças conservativas, a sua energia mecânica se conserva:

$$E_M = \text{constante}$$

Forças dissipativas e variação da energia mecânica

As forças cujos trabalhos dependem da trajetória entre dois pontos dados são chamadas de forças não conservativas ou dissipativas.

São exemplos de forças dissipativas o atrito e a resistência do ar.

Quando as forças dissipativas realizam trabalho, a energia mecânica não se conserva, podendo aumentar ou diminuir.

Uma forma mais ampla de estudar a variação da energia mecânica é dada por:

$$W_{F_d} = \Delta E_M$$

ou seja, o trabalho das forças dissipativas é igual à variação da energia mecânica do sistema.

- Se não existirem forças dissipativas ou se elas existirem, mas o trabalho for nulo, então:

$$W_{F_d} = 0 \Rightarrow \Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M = \text{constante}$$

- Se $W_{F_d} > 0 \Rightarrow \Delta E_M > 0 \Rightarrow E_{M,final} > E_{M,initial}$
Logo, a energia mecânica aumenta.
- Se $W_{F_d} < 0 \Rightarrow \Delta E_M < 0 \Rightarrow E_{M,final} < E_{M,initial}$
Logo, a energia mecânica diminui.

Transformação de energia

Um corpo é solto do repouso em um ponto A, de altura h_A em relação a um referencial:

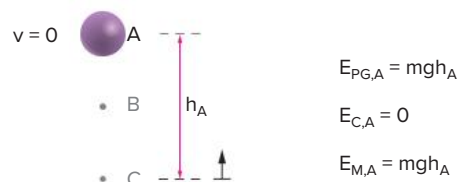


Fig. 38 Corpo solto do repouso de altura h_A .

Ao passar pelo ponto B, de altura h_B , o corpo possui velocidade v_B :



Fig. 39 Corpo passa pela altura h_B com velocidade v_B .

Ao passar pelo plano de referência em C, o corpo possui velocidade v_C :



Fig. 40 Corpo passa pelo ponto de referência com velocidade v_C .

Constatamos, então, que, à medida que o corpo cai, ele perde energia potencial e ganha energia cinética.

Na ausência de forças não conservativas, como a resistência do ar, a energia mecânica do sistema se conserva:

$$E_{M,A} = E_{M,B} = E_{M,C}$$

Graficamente:

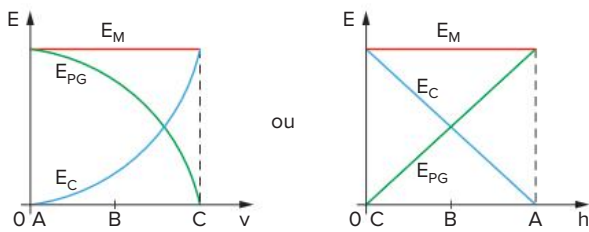


Fig. 41 Gráficos de energia de um corpo em queda livre.

Um corpo preso a uma mola é solto de uma posição A, em que a deformação da mola vale x_A :

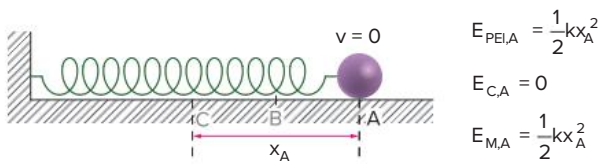


Fig. 42 Corpo solto do repouso com mola deformada de x_A .

Ao passar pelo ponto B, a deformação da mola vale x_B e o corpo possui velocidade v_B :

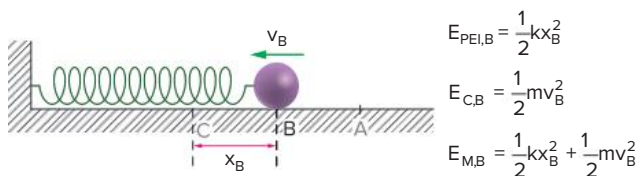


Fig. 43 Corpo passa pela posição em que a mola está deformada de x_B com velocidade v_B .

Ao passar pelo ponto C, a deformação da mola é nula e o corpo possui velocidade v_C :

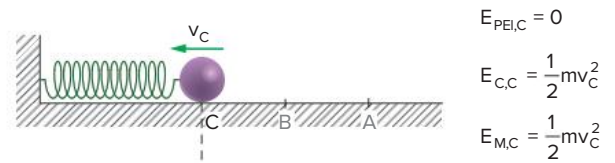


Fig. 44 Corpo passa pela posição de não deformação da mola com velocidade v_C .

Constatamos, então, que, à medida que o corpo se aproxima da posição de equilíbrio do sistema massa-mola, o sistema perde energia potencial elástica e ganha energia cinética.

Na ausência de forças não conservativas, como o atrito, a energia mecânica do sistema se conserva:

$$E_{M,A} = E_{M,B} = E_{M,C}$$

Graficamente:

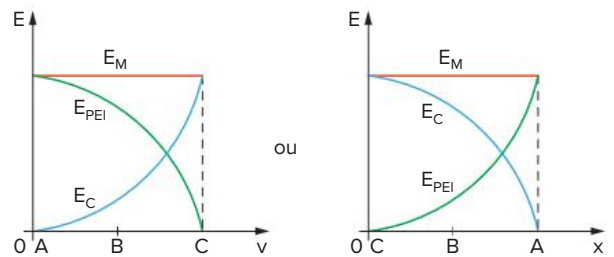


Fig. 45 Gráficos de energia de um corpo em movimento preso a uma mola.

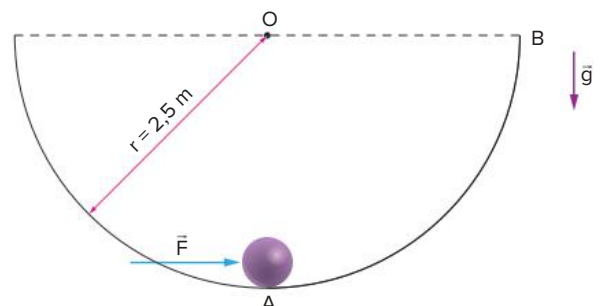
Atenção

Na verdade, a não conservação de energia mecânica não implica não conservação de energia, pois quando se perde energia mecânica, ela se transforma em outras formas de energia, como a térmica e a química.

Sendo assim, podemos afirmar que a energia não se cria ou se destrói, apenas se transforma.

Exercícios resolvidos

- Uma partícula de massa 4 kg, inicialmente em repouso no ponto A, é levada ao ponto B de uma calha vertical de raio igual a 2,5 m, devido à ação da força \vec{F} , sempre horizontal, orientada para a direita, de módulo constante e igual a 60 N.

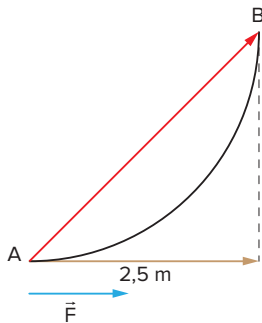


Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- o trabalho de \vec{F} ao longo do deslocamento AB.
- o trabalho do peso ao longo do deslocamento AB.
- o trabalho da normal ao longo do deslocamento AB.
- a velocidade com que o corpo atinge o ponto B.

Resolução:

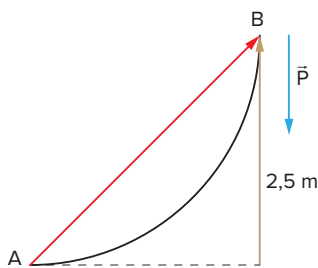
- a) A força \vec{F} tem módulo, direção e sentido constantes. Logo, o trabalho de \vec{F} pode ser calculado como o produto do módulo de \vec{F} pela projeção de \overline{AB} na direção de \vec{F} , que é o raio.



Como o deslocamento e a força têm o mesmo sentido, então:

$$W_F = +F \cdot r = 60 \cdot 2,5 \Rightarrow W_F = 150 \text{ J}$$

- b) A força \vec{P} tem módulo, direção e sentido constantes. Logo, o trabalho de \vec{P} pode ser calculado como o produto do módulo de \vec{P} pela projeção de \overline{AB} na direção de \vec{P} , que é o raio.



Como o deslocamento e o peso têm sentidos contrários, então:

$$W_P = -P \cdot r = -40 \cdot 2,5 \Rightarrow W_P = -100 \text{ J}$$

- c) Como a normal, durante todo o deslocamento, é perpendicular à trajetória, então:

$$W_N = 0$$

- d) O teorema da energia cinética nos diz:

$$W_{FR} = \Delta E_C$$

Mas a resultante, nesse caso, é a soma das forças peso, normal e F:

$$W_{FR} = W_P + W_N + W_F = -100 + 0 + 150 = 50 \text{ J}$$

$$\Delta E_C = E_{C,final} - E_{C,inicial} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0^2 = 2v_B^2$$

Então:

$$W_R = \Delta E_C \Rightarrow 50 = 2v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 25 \Rightarrow v_B = 5 \text{ m/s}$$

- 2 Um tambor de massa 40 kg está cheio com 160 L de água. O tambor é içado por uma força F a 10 m de altura. A água escoa uniformemente através de um orifício, de modo que o tambor chegue à parte superior no instante em que fica completamente vazio. Sabendo que a velocidade de subida é constante e a densidade da água é de 1 kg/L, determine o trabalho da força F do solo até a altura de 10 m. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Resolução:

Como a velocidade é constante, então a aceleração é nula e a resultante das forças que atuam no sistema é nula durante todo o tempo. Como só atuam F e o peso, então:

$$F = P \Rightarrow F = mg$$

Para $h = 0$:

$$m = m_{\text{tambor}} + m_{\text{água}} = 40 \text{ kg} + 160 \text{ kg} = 200 \text{ kg}$$

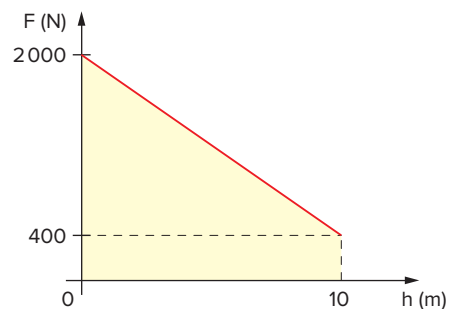
$$F = 200 \cdot 10 = 2000 \text{ N}$$

Para $h = 10 \text{ m}$:

$$m = m_{\text{tambor}} + m_{\text{água}} = 40 \text{ kg} + 0 = 40 \text{ kg}$$

$$F = 40 \cdot 10 = 400 \text{ N}$$

Como a água escoa uniformemente, o gráfico $F \times h$ é linear:



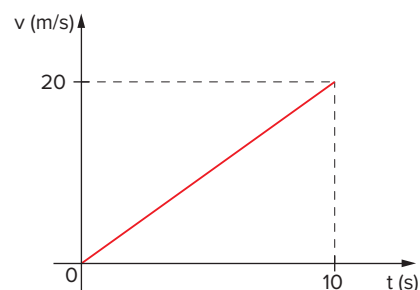
No gráfico, o trabalho de F é numericamente igual à área destacada:

$$W_F = \frac{1}{2} \cdot (\text{base maior} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}$$

$$W_F = \frac{1}{2} \cdot (2000 + 400) \cdot 10 = \frac{1}{2} \cdot 2400 \cdot 10$$

$$W_F = 12000 \text{ J}$$

- 3 Um corpo de massa 5 kg desloca-se ao longo de uma trajetória retilínea, sujeito à força resultante F. Sua velocidade varia com o tempo, conforme o gráfico a seguir.



Determine:

- a potência desenvolvida por F entre 0 e 10 s.
- a potência de F para o instante $t = 8$ s.

Resolução:

- A potência desenvolvida entre 0 e 10 s é a potência média nesse intervalo. Do gráfico, vemos que a aceleração é constante. Logo, F é constante e a sua potência média pode ser escrita como:

$$P_m = F \cdot v_m$$

Mas:

$$F = m \cdot a \text{ e } v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Do gráfico, temos:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{10 - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta s = \frac{N}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{altura} \Rightarrow \Delta s = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 20 = 100 \text{ m}$$

Logo:

$$F = m \cdot a = 5 \cdot 2 = 10 \text{ N}$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s}$$

Assim:

$$P_m = 10 \cdot 10 \Rightarrow P_m = 100 \text{ W}$$

- Como a força é constante, então a potência instantânea em 8 s pode ser escrita como:

$$P(8) = F \cdot v(8)$$

Como a aceleração é constante, temos:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v(8) = 0 + 2 \cdot 8 = 16 \text{ m/s}$$

Como $F = 10$ N:

$$P(8) = 10 \cdot 16 \Rightarrow P(8) = 160 \text{ W}$$

- Uma bomba hidráulica deve retirar água de um poço à razão de 3 L/s e levá-la até a caixa-d'água de um prédio, localizada a 30 m de altura em relação ao poço. Sabendo que o rendimento da bomba é de 60%, a densidade da água é de 1 kg/L, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $1 \text{ hp} \approx 750 \text{ W}$, determine a potência da bomba em hp.

Resolução:

A potência média útil é dada por:

$$P_U = \frac{W_U}{\Delta t} \text{ e } W_U = \Delta E_{PG} = mgh$$

Logo:

$$P_U = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t} gh$$

Sabemos que:

$$\frac{V}{\Delta t} = 3 \text{ L/s} \Rightarrow \frac{m}{\Delta t} = 3 \text{ kg/s}$$

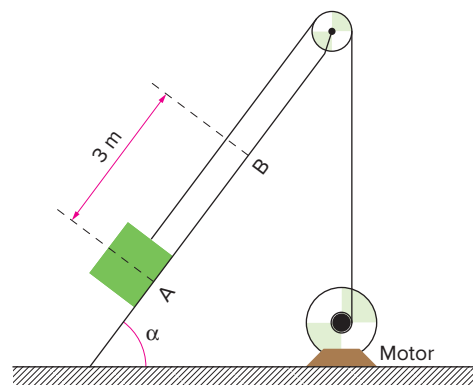
Logo, como $h = 30$ m:

$$P_U = 3 \cdot 10 \cdot 30 \Rightarrow P_U = 900 \text{ W}$$

Mas:

$$\eta = \frac{P_U}{P_T} \Rightarrow P_T = \frac{P_U}{\eta} = \frac{900}{0,6} = 1500 \text{ W} \Rightarrow P_T = 2 \text{ hp}$$

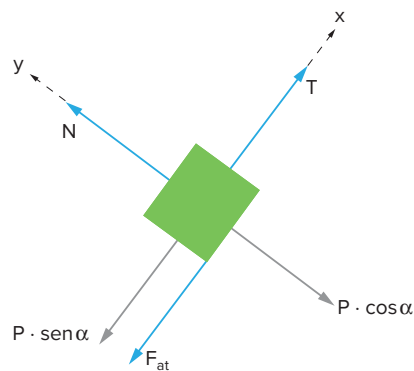
- O motor da figura a seguir leva o bloco de 2 kg da posição A para a posição B, com velocidade constante, em 6 s. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano inclinado vale 0,5. Sabendo que $\cos \alpha = 0,6$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a potência do motor.



Resolução:

A potência do motor é a potência da força de tração no fio. Como a velocidade é constante, então a aceleração é nula e a resultante é nula.

Para o cálculo de T, vamos isolar o bloco:



Em y, há equilíbrio de forças:

$$N = P \cdot \cos \alpha$$

Em x, há equilíbrio de forças:

$$T = P \cdot \sin \alpha + F_{at} = P \cdot \sin \alpha + \mu \cdot N = P \cdot \sin \alpha + \mu \cdot P \cdot \cos \alpha$$

$$T = mg(\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) = 2 \cdot 10 \cdot (0,8 + 0,5 \cdot 0,6) = 22 \text{ N}$$

Como a tração é constante, sua potência pode ser escrita como:

$$P = T \cdot v$$

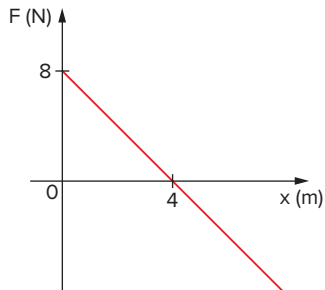
Como v é constante:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3}{6} = 0,5 \text{ m/s}$$

Logo:

$$P = 22 \cdot 0,5 \Rightarrow P = 11 \text{ W}$$

- 6 O gráfico a seguir representa a força resultante que atua sobre um corpo de massa 2 kg, em função de sua posição.



Sabendo que, para $x = 0$, a velocidade do corpo vale 3 m/s, determine:

- a posição em que a velocidade é máxima.
- a velocidade máxima.
- a velocidade para $x = 7$ m.

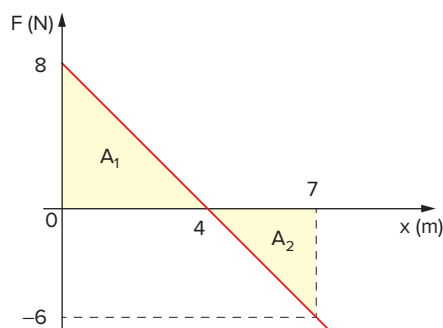
Resolução:

- a) Se F é a resultante das forças, então:

$$W_F = \Delta E_C = E_{C,final} - E_{C,inicial}$$

A velocidade será máxima quando a energia cinética final for máxima. Isso acontece para o máximo trabalho de F , contado a partir de $x = 0$, que é o ponto para o qual conhecemos a energia cinética inicial. A partir de $x = 0$, a área do gráfico, que representa o trabalho de F , vai aumentando à medida que x aumenta, até o limite em que $x = 4$ m, pois, a partir daí, começa a diminuir. Então, v é máxima para $x = 4$ m.

O gráfico de $x = 0$ a $x = 7$ m é dado por:



- b) De $x = 0$ a $x = 4$ m:

$$W_F = A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 16 \text{ J}$$

$$E_{C,inicial} = \frac{1}{2} m \cdot v_{inicial}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 = 9 \text{ J}$$

$$E_{C,final} = \frac{1}{2} m \cdot v_{final}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_{final}^2 = v_{final}^2$$

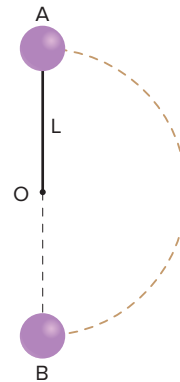
$$W_F = E_{C,final} - E_{C,inicial} \Rightarrow 16 = v_{final}^2 - 9 \Rightarrow v_{final} = 5 \text{ m/s}$$

- c) De $x = 0$ a $x = 7$ m:

$$W_F = A_1 - A_2 = 16 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \Rightarrow W_F = 7 \text{ J}$$

$$W_F = E_{C,final} - E_{C,inicial} \Rightarrow 7 = v_{final}^2 - 9 \Rightarrow v_{final} = 4 \text{ m/s}$$

- 7 A figura a seguir mostra um corpo de massa m , preso por uma haste de comprimento L a um ponto O . O sistema é abandonado do ponto A .



Determine a tração na haste quando o corpo passa pelo ponto B, nos seguintes casos:

- ausência de atritos.
- quando, devido ao atrito, o sistema perde 50% de sua energia mecânica inicial, de A até B , adotando o referencial em B .

Resolução:

- a) Na ausência de atritos, temos:

$$E_{M,A} = E_{M,B}$$

Com o referencial em B :

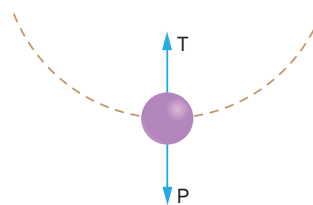
$$E_{M,A} = E_{PG,A} + E_{C,A} = mgh_A + 0 = mg \cdot 2L = 2 \text{ mgL}$$

$$E_{M,B} = E_{PG,B} + E_{C,B} = 0 + \frac{1}{2} mv_B^2 = \frac{1}{2} mv_B^2$$

Assim:

$$2 \text{ mgL} = \frac{1}{2} mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 4 \text{ gL}$$

Isolando o corpo em B :



Como o corpo descreve um movimento circular:

$$F_{R,cp} = T \Rightarrow \frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow P \Rightarrow \frac{mv_B^2}{L} - T = mg$$

$$T = \frac{m \cdot 4 \text{ gL}}{L} + mg \Rightarrow T = 5 \text{ mg}$$

- b) Com atrito:

$$W_{F_{nc}} = \Delta E_M \Rightarrow W_{F_{at}} = E_{M,B} - E_{M,A}$$

Mas:

$$W_{F_{at}} = -50\% \cdot E_{M,A} = -0,5 \cdot 2 \text{ mgL} = -\text{mgL}$$

Assim:

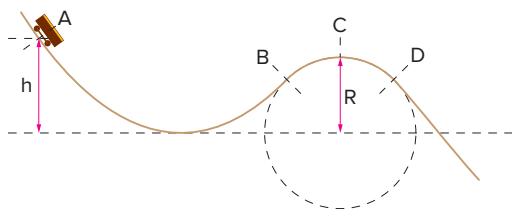
$$-\text{mgL} = \frac{1}{2} mv_B^2 - 2 \text{ mgL} \Rightarrow \text{mgL} = \frac{1}{2} mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 2 \text{ gL}$$

Isolando o corpo em B, do mesmo modo como no item a):

$$F_{R,cp} = T \Rightarrow \frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow P \quad \frac{mv_B^2}{L} \quad T \quad mg =$$

$$\Rightarrow T = \frac{m \cdot 2 \cdot gL}{L} + mg \Rightarrow T = 3 \text{ mg}$$

- 8 Um carrinho de massa m percorre uma montanha-russa cujo trecho BCD é um arco de circunferência de raio R , conforme a figura. Se o carrinho é solto do repouso em A, de uma altura $h = 1,25R$, determine, desprezando o atrito, a força feita pelos trilhos sobre o carrinho no ponto C.



Resolução:

Entre A e C, não existe atrito:

$$E_{M,A} = E_{M,C}$$

Tomando o referencial na linha tracejada horizontal:

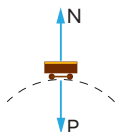
$$E_{M,A} = E_{PG,A} + E_{C,A} = mgh_A + 0 = mg \cdot 1,25R = 1,25 \text{ mgR}$$

$$E_{M,C} = E_{PG,C} + E_{C,C} = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 = mgR + \frac{1}{2}mv_C^2$$

Assim:

$$1,25 \text{ mgR} = mgR + \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow \frac{v_C^2}{2} = 0,25 \text{ gR} \Rightarrow v_C^2 = 0,5 \text{ gR}$$

Isolando o corpo em C:



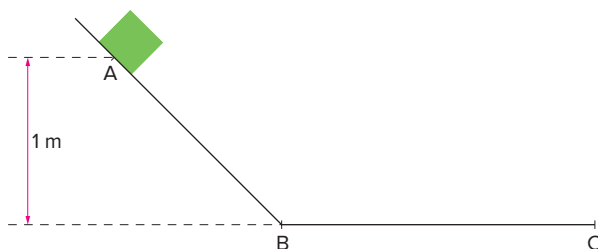
Como o corpo descreve um movimento circular:

$$F_{R,cp} = P - N \Rightarrow \frac{mv_C^2}{R} = mg - N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = mg - \frac{m \cdot 0,5 \text{ gR}}{R} \Rightarrow N = 0,5 \text{ mg}$$

- 9 Um corpo de massa 3 kg possui velocidade de 4 m/s no ponto A. Sabe-se que o corpo percorre a trajetória ABC, parando em C. O trecho AB é perfeitamente liso, mas, a partir do ponto B, existe atrito, com $\mu = 0,5$.

► Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$



Determine:

- a velocidade do corpo ao atingir o ponto B.
- o trabalho realizado pela força de atrito no trecho BC.
- a distância BC.

Resolução:

- a) Entre A e B, não existe atrito:

$$E_{M,A} = E_{M,B}$$

Tomando o referencial em B:

$$E_{M,A} = E_{PG,A} + E_{C,A} = mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{M,A} = 3 \cdot 10 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4^2 = 54 \text{ J}$$

$$E_{M,B} = E_{PG,B} + E_{C,B} = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{3v_B^2}{2}$$

Assim:

$$\frac{3v_B^2}{2} = 54 \Rightarrow v_B^2 = 36 \Rightarrow v_B = 6 \text{ m/s}$$

- b) Entre B e C, existe atrito:

$$W_{F_{nc}} = \Delta E_M \Rightarrow W_{F_{at}} = E_{M,C} - E_{M,B}$$

Como $E_{M,C} = 0$ e $E_{M,B} = E_{M,A} = 54 \text{ J}$, então:

$$W_{F_{at}} = 0 - 54 \Rightarrow W_{F_{at}} = -54 \text{ J}$$

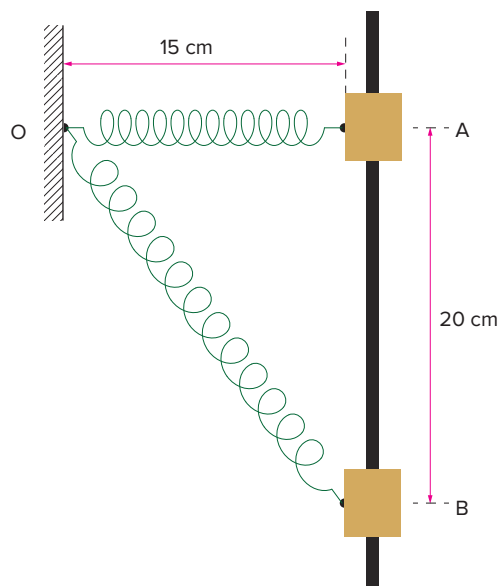
- c) Como a força de atrito é constante:

$$W_{F_{at}} = -F_{at} \cdot BC = -\mu \cdot N \cdot BC = -m \cdot g \cdot BC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{F_{at}} = -54 \text{ J} \Rightarrow -0,5 \cdot 3 \cdot 10 \cdot BC = -54 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = 3,6 \text{ m}$$

- 10 Na figura a seguir, o cilindro de 4 kg de massa, acoplado a uma barra, desliza sem atrito sobre ela. O cilindro está ligado ao ponto O através de uma mola de constante elástica igual a 600 N/m e comprimento natural de 10 cm . Sabendo que o sistema foi solto do repouso e que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a velocidade do cilindro ao passar pelo ponto B, 20 cm abaixo de A.



Resolução:

Entre A e B, não existe atrito:

$$E_{M,A} = E_{M,B}$$

Tomando o referencial em B:

$$E_{M,A} = E_{PG,A} + E_{C,A} + E_{PEI,A} = mgh_A + 0 + \frac{1}{2}kx$$

$$E_{M,B} = E_{PG,B} + E_{C,B} + E_{PEI,B} = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}kx_B^2$$

Como $OA = 15 \text{ cm}$ e $h_A = AB = 20 \text{ cm}$, então $OB = 25 \text{ cm}$.

Se o comprimento natural da mola (ℓ_0) é 10 cm :

$$x_A = OA - \ell_0 = 15 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$x_B = OB - \ell_0 = 25 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

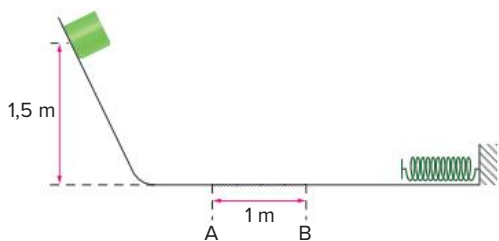
Assim:

$$mgh_A + \frac{1}{2}kx_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}kx_B^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 10 \cdot 0,2 + \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 0,05^2 = \frac{1}{2} \cdot 4v_B^2 + \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 0,15^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 + 0,75 = 2v_B^2 + 6,75 \Rightarrow 2v_B^2 = 2 \Rightarrow v_B = 1 \text{ m/s}$$

- 11** Um corpo de 1 kg de massa é solto do repouso de uma altura de $1,5 \text{ m}$ e desce uma rampa até atingir a mola de constante elástica 500 N/m . Sabe-se que o atrito só atua no trecho AB e que o seu coeficiente vale $0,5$. Determine a deformação máxima da mola, assumindo $g = 10 \text{ m/s}^2$



Resolução:

Ao longo do percurso existe atrito:

$$W_{F_{Nc}} = \Delta E_M \Rightarrow W_{F_{at}} = E_{M,final} - E_{M,initial}$$

Mas:

$$W_{F_{at}} = -F_{at} \cdot d = -\mu \cdot N \cdot d = -\mu \cdot mg \cdot d = 0,5 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 1 = 5 \text{ J}$$

Tomando o referencial em A:

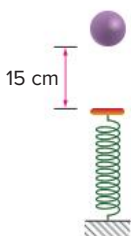
$$E_{M,initial} = mgh = 1 \cdot 10 \cdot 1,5 = 15 \text{ J}$$

$$E_{M,final} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 500x^2 = 250x^2$$

Assim:

$$-5 = 250x^2 - 15 \Rightarrow 10 = 250x^2 \Rightarrow x^2 = 0,04 \Rightarrow x = 20 \text{ cm}$$

- 12** Um corpo de massa 2 kg é solto do repouso de uma altura de 15 cm em relação a uma mola não deformada, de constante elástica igual a 200 N/m .



Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a deformação da mola quando a velocidade do corpo for máxima.
- a velocidade máxima do corpo.

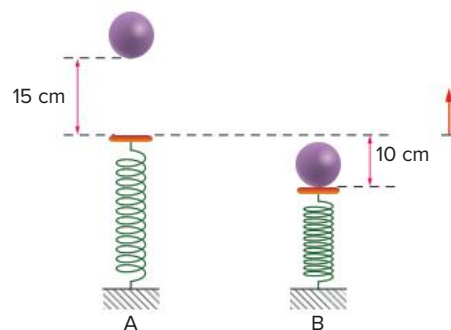
Resolução:

- a) O corpo terá velocidade máxima na posição em que a força elástica for igual ao peso, pois, a partir deste ponto, com o aumento da deformação, a força elástica, dirigida para cima, será maior que o peso, o que começará a desacelerar o corpo. Chegamos à mesma conclusão se soubermos que a velocidade é máxima (ou mínima) quando a aceleração (que é a derivada da velocidade em relação ao tempo) for nula, o que implica em resultante nula.

Logo:

$$v_{m\acute{a}x} \Rightarrow F_R = 0 \Rightarrow kx = mg \Rightarrow x = \frac{mg}{k} = \frac{2 \cdot 10}{200} \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

- b) Analisando a posição inicial e a posição de máxima velocidade:



Entre as situações A e B, há conservação de energia mecânica:

$$E_{M,A} = E_{M,B}$$

Com o referencial da figura:

$$E_{M,A} = E_{PG,A} + E_{C,A} + E_{PEI,A} = mgh_A + 0 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{M,A} = 2 \cdot 10 \cdot 0,15 = 3 \text{ J}$$

$$E_{M,B} = E_{PG,B} + E_{C,B} + E_{PEI,B} = -mgx + \frac{1}{2}mv_{m\acute{a}x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow$$

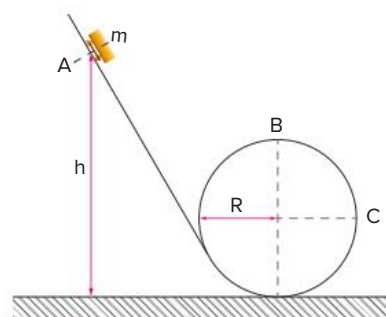
$$\Rightarrow E_{M,B} = -2 \cdot 10 \cdot 0,10 + \frac{1}{2} \cdot 2v_{m\acute{a}x}^2 + \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,10^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{M,B} = -2 + v_{m\acute{a}x}^2 + 1 = v_{m\acute{a}x}^2 - 1$$

Assim:

$$3 = v_{m\acute{a}x}^2 - 1 \Rightarrow v_{m\acute{a}x} = 2 \text{ m/s}$$

- 13** A figura a seguir ilustra um carrinho de massa m percorrendo um trecho de montanha-russa, cujo trecho circular tem raio R .



Desprezando todos os atritos e supondo que o carrinho seja abandonado em A, determine:

- o menor valor de h para que o carrinho efetue a trajetória completa.
- o valor da força que o trilho exerce sobre o carrinho no ponto C, neste caso

Resolução:

a) Entre A e B, há conservação de energia mecânica:

$$E_{M,A} = E_{M,B}$$

Tomando o referencial no solo:

$$E_{M,A} = E_{PG,A} + E_{C,A} = mgh_A + 0 = mgh$$

$$E_{M,B} = E_{PG,B} + E_{C,B} = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = mg \cdot 2R + \frac{1}{2}mv_B^2$$

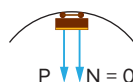
$$E_{M,B} = 2mgR + \frac{1}{2}mv_B^2$$

Assim:

$$mgh = 2mgR + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow gh = 2gR + \frac{v_B^2}{2} \quad (I)$$

A mínima altura h será aquela para a qual o carrinho chegará ao ponto B na iminência de perder o contato com o trilho, ou seja, com a normal tendendo a zero.

Isolando o carrinho em B:



Como o corpo descreve um movimento circular:

$$F_{R,cp} = P + N = P \Rightarrow \frac{mv_B^2}{R} = mg \Rightarrow v_B^2 = gR \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I):

$$gh = 2gR + \frac{gR}{2} \Rightarrow h = \frac{5R}{2}$$

b) Entre A e C, há conservação de energia mecânica:

$$E_{M,A} = E_{M,C}$$

Mas:

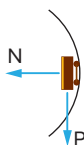
$$E_{M,A} = mgh = mg \cdot \frac{5R}{2} = \frac{5mgR}{2}$$

$$E_{M,C} = E_{PG,C} + E_{C,C} = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 = mgR + \frac{1}{2}mv_C^2$$

Logo:

$$mgR + \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{5mgR}{2} \Rightarrow \frac{v_C^2}{2} = \frac{5gR}{2} - gR \Rightarrow v_C^2 = 3gR$$

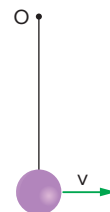
Isolando o carrinho em C:



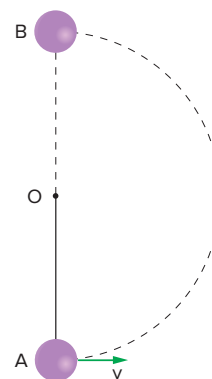
Como o corpo descreve um movimento circular:

$$F_{R,cp} = N \Rightarrow \frac{mv_C^2}{R} = N \Rightarrow N = \frac{m \cdot 3gR}{R} \Rightarrow N = 3mg$$

- 14 Uma pequena esfera de aço está em repouso, presa por um fio ideal de comprimento 0,5 m. Determine a mínima velocidade v que se deve fornecer à esfera para que ela consiga dar uma volta completa, sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$.

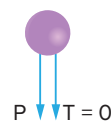


Resolução:



A mínima velocidade v será aquela com a qual a esfera atingirá a altura máxima, em B, na iminência do fio perder a tração, ou seja, com a tração tendendo a zero.

Isolando a esfera em B:



Como a esfera descreve um movimento circular:

$$F_{R,cp} = P + T = P \Rightarrow \frac{mv_B^2}{R} = mg \Rightarrow v_B^2 = gR = 10 \cdot 0,5 = 5$$

Entre A e B, há conservação de energia mecânica:

$$E_{M,A} = E_{M,B}$$

Tomando o referencial em A:

$$E_{M,A} = E_{PG,A} + E_{C,A} = 0 + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{M,B} = E_{PG,B} + E_{C,B} = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = mg \cdot 2R + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$E_{M,B} = 2mgR + \frac{1}{2}mv_B^2$$

Assim:

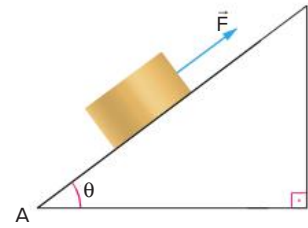
$$\frac{1}{2}mv^2 = 2mgR + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 4gR + v_B^2 = 4 \cdot 10 \cdot 0,5 + 5 \Rightarrow v^2 = 25 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

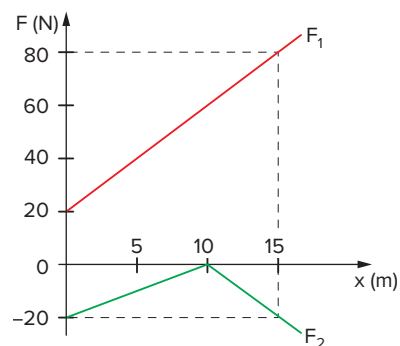
Revisando

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 1 Na figura, um bloco de massa 5 kg é empurrado por uma força F constante, paralela ao plano, de módulo 90 N , a partir do repouso em A. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre as superfícies do bloco e do plano vale $0,25$, que $\sin\theta = 0,6$ e que o bloco atinge um ponto B 4 s após iniciado o movimento em A, determine:
- a aceleração do bloco.
 - a distância entre A e B.
 - o trabalho da normal entre A e B.
 - o trabalho de F entre A e B.
 - o trabalho do peso entre A e B.
 - o trabalho da força de atrito entre A e B.
 - o trabalho da resultante entre A e B.



- 2 O gráfico ao lado representa a variação das forças F_1 e F_2 , que são as únicas forças que agem em um corpo que se desloca sobre o eixo Ox . Determine, para os primeiros 15 m de movimento:
- o trabalho de F_1 .
 - o trabalho de F_2 .
 - o trabalho da resultante.



- 3 Um bloco de 2,0 kg de massa foi lançado sobre uma mesa horizontal, rugosa, sendo-lhe comunicada uma velocidade inicial de módulo 4,0 m/s. Devido à força de atrito, suposta constante, o bloco percorreu 4,0 m até parar. Determine:
- a potência média da força de atrito ao longo do deslocamento considerado.
 - a potência instantânea da força de atrito no instante do lançamento.
 - a potência instantânea da força de atrito no instante em que a velocidade do bloco foi reduzida à metade da velocidade inicial.

4 Fuvest (Adapt.) Um automóvel possui um motor de potência máxima P_0 . O motor transmite sua potência completamente às rodas. Movendo-se em uma estrada retilínea horizontal, na ausência de vento, o automóvel sofre a resistência do ar, que é expressa por uma força cuja magnitude é $F = Av^2$, onde A é uma constante positiva e v é a velocidade do automóvel. O sentido dessa força é oposto ao da velocidade do automóvel. Não há outra força resistindo ao movimento. Nessas condições, a velocidade máxima que o automóvel pode atingir é v_0 . Se quiséssemos trocar o motor desse automóvel por um outro de potência máxima P , de modo que a velocidade máxima atingida nas mesmas condições fosse $v = 2v_0$, qual deveria ser a relação entre P e P_0 ?

5 Unicamp (Adapt.) Um carro tem 1200 kg e pode acelerar, do repouso até uma velocidade de 108 km/h, em 10 s, com aceleração constante. Adotando $1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$, determine:

- o trabalho realizado durante esses 10 s.
- a potência média do carro durante esses 10 s, em hp.

- 6 Uma bomba hidráulica deve tirar água de um poço à razão de 7,5 L/s. O poço possui 10 m de profundidade e o rendimento da bomba é de 80%. Sabendo que $1 \text{ hp} \cong 750 \text{ W}$ e que a massa específica da água é igual a 1 g/cm^3 , determine:
- a) a potência da bomba, em hp.
 - b) baseado na potência da bomba do item a, o volume de água, em L, que poderia ser tirado em 1 h se o rendimento fosse de apenas 40%.
- 7 Os geradores de uma usina hidrelétrica, trabalhando por duas horas, asseguram uma energia elétrica capaz de suprir o consumo domiciliar médio de 4 kWh de uma cidade com 200 000 domicílios. A usina possui 5 turbinas e por cada uma delas passa água a uma vazão de $100 \text{ m}^3/\text{s}$. Sabendo que o desnível da queda-d'água é de 100 m e que a densidade da água é de 1 g/cm^3 , determine o percentual de potência dissipada no processo de transformação de energia mecânica em elétrica.

8 Um corpo de massa 10 kg está preso a uma mola de constante elástica 100 N/m e comprimento natural 8 m. Adotando $x = 8$ m para a posição da mola não deformada, determine a energia potencial elástica para as posições:

- a) $x = 4$ m
- b) $x = 6$ m
- c) $x = 8$ m
- d) $x = 10$ m
- e) $x = 12$ m

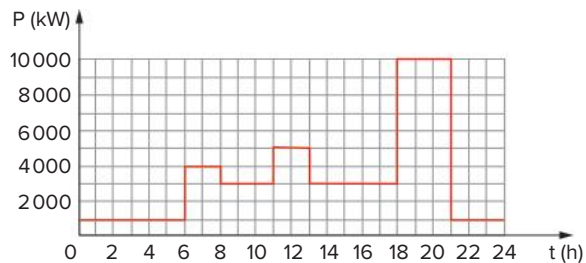
Determine o trabalho realizado pela força elástica para deslocar o corpo da posição:

- f) $x = 8$ m para $x = 12$ m
- g) $x = 12$ m para $x = 10$ m
- h) $x = 6$ m para $x = 4$ m
- i) $x = 4$ m para $x = 8$ m
- j) $x = 6$ m para $x = 10$ m
- k) $x = 12$ m para $x = 6$ m

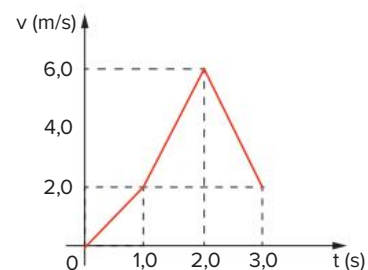
9 Um corpo de massa 5 kg é solto do repouso do ponto A, a uma altura de 100 m em relação ao solo. Ao passar pelo ponto B, a uma altura de 20 m, sua velocidade vale 20 m/s. Sabendo que a energia potencial gravitacional é tomada como nula no solo, determine:

- a) a energia potencial em A.
- b) a energia cinética em A.
- c) a energia potencial em B.
- d) a energia cinética em B.
- e) a variação da energia mecânica entre A e B.
- f) o trabalho do peso entre A e B.

- 10 Ence** O gráfico ao lado mostra como a potência gerada por uma usina elétrica, em quilowatts (kW), varia ao longo das horas do dia. Calcule a energia fornecida por essa usina, em quilowatts-hora (kWh), entre 16 h e 21 h.

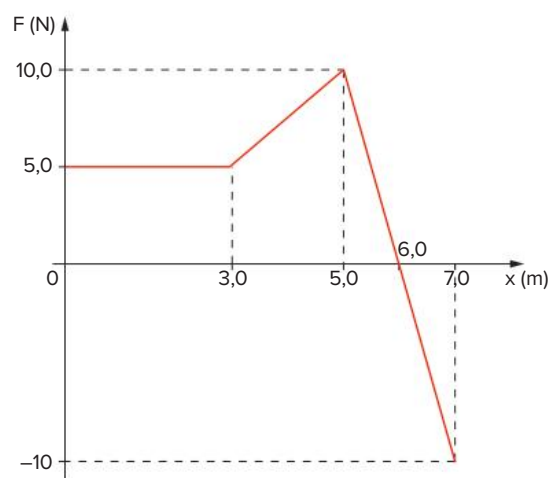


- 11 UFF (Adapt.)** O gráfico ao lado representa a velocidade de um carrinho de massa 0,50 kg em função do tempo, no intervalo de 0 a 3,0 s. Calcule o trabalho realizado pela resultante de forças que atuam no carrinho nesse intervalo.



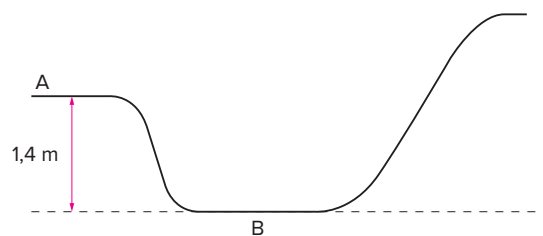
- 12 PUC-SP (Adapt.)** A força resultante que atua sobre uma partícula de 100 g, em movimento retilíneo, na direção e no sentido de sua velocidade, varia com a posição x da partícula, como é indicado no gráfico. Sabendo que a energia cinética da partícula era de 10 J ao passar por $x = 0$, determine:

- a velocidade da partícula quando $x = 2$ m.
- a posição da partícula em que sua velocidade é máxima.
- a velocidade máxima.

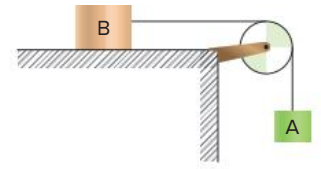


- 13** Um corpo é lançado com velocidade de 10 m/s, formando um ângulo de 60° com a horizontal, de uma altura de 15 m em relação ao solo e começa a subir. Determine:
- a altura em que o corpo terá velocidade igual a 8 m/s.
 - a velocidade do corpo ao atingir o solo.
 - a mínima velocidade do corpo durante todo o trajeto.
 - a altura em que a velocidade é mínima.

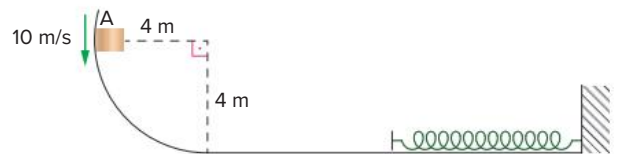
- 14** Um corpo rola sobre uma pista sem atrito, a partir do ponto A, com velocidade igual a 6 m/s, como na figura ao lado. Determine:
- a velocidade do corpo em B.
 - a altura máxima atingida pelo corpo.



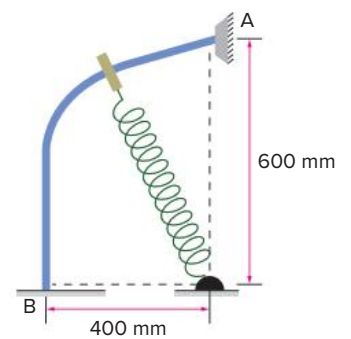
- 15 Na figura ao lado, os fios e as polias são ideais e não há atrito. Os corpos A e B, de massas 4 kg e 6 kg, respectivamente, são soltos a partir do repouso. Determine as velocidades dos corpos quando A tiver descido 2 m.



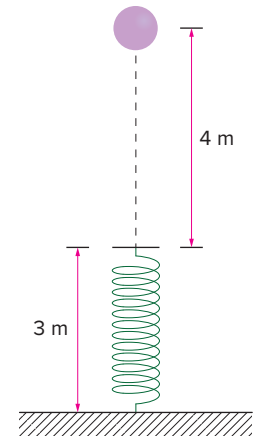
- 16 Um corpo de massa 500 g é lançado do ponto A de uma pista cujo corte vertical é um quadrante de circunferência de raio 4 m, com velocidade de 10 m/s para baixo. Considerando desprezível o atrito, determine a máxima deformação que sofre a mola de constante elástica 1 000 N/m.



- 17 Um cursor de dimensões desprezíveis e de massa $m = 1$ kg está ligado a uma mola de constante elástica 200 N/m e comprimento livre 200 mm. O sistema encontra-se em um plano vertical. Se o cursor é liberado a partir do repouso em A e se desloca sem atrito, ao longo da guia, determine a velocidade com que ele atinge o ponto B.



- 18** Um corpo de massa 1 kg é abandonado do repouso, 4 m acima de uma mola ideal vertical de comprimento 3 m e constante elástica 100 N/m, conforme a figura ao lado. Determine:
- o menor comprimento que a mola atingirá.
 - a deformação da mola quando o corpo atinge sua velocidade máxima.
 - a velocidade máxima do corpo.



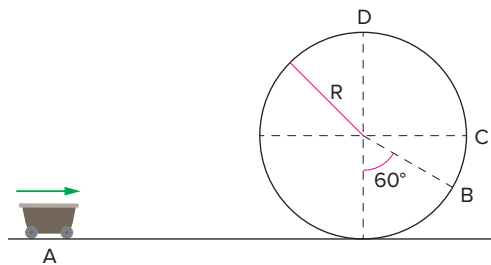
- 19** Um pêndulo de peso P , preso a um fio inextensível, é abandonado do repouso de uma posição em que o fio forma um ângulo θ com a vertical. Sabendo que $\cos\theta = 0,25$, determine o valor da tração no fio quando o corpo passa pelo ponto mais baixo da trajetória.

- 20** Um carrinho de massa 300 kg escorrega sem atrito em uma montanha-russa, partindo do repouso no ponto A, a uma altura H , e sobe o trecho seguinte em forma de um semicírculo de raio R . Sabendo que $H = 10$ m e $R = 8$ m, determine:
- a velocidade do carrinho em B.
 - a força que o carrinho exerce sobre o trilho em B.



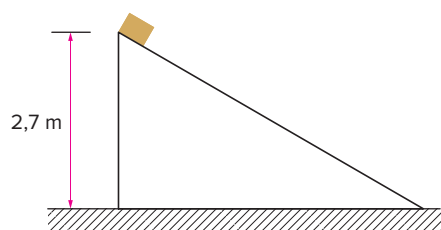
21 Na figura ao lado, podemos observar a montanha-russa de um parque de diversões. Um carrinho de massa total m é lançado do ponto A, de tal modo que execute o *looping* completo no limite de perder o contato com o trilho. Determine a velocidade do carrinho e a força que o trilho exerce sobre ele:

- a) no ponto D.
- b) no ponto A.
- c) no ponto B.
- d) no ponto C.

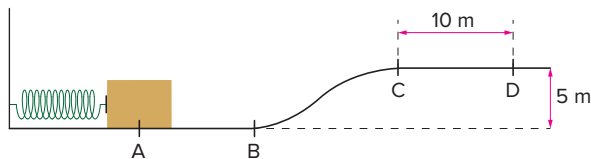


- 22 Vunesp** Um fruto de 0,10 kg, inicialmente em repouso, desprende-se de uma árvore à beira de um penhasco e caiu 55 m, esborrachando-se numa rocha. Se a velocidade imediatamente antes do impacto com a rocha era 30 m/s e a aceleração da gravidade local vale 10 m/s^2 , calcule as quantidades de energia mecânica dissipadas:
- na interação do fruto com a rocha, ao se esborrachar.
 - na interação do fruto com o ar, durante a queda.

- 23 UFSC** Um corpo parte do repouso deslizando do topo de um plano inclinado, de uma altura de 2,7 m em relação ao plano horizontal (veja figura ao lado). Devido ao atrito, ele perde $\frac{1}{3}$ de sua energia mecânica inicial, no percurso do topo até a base do plano inclinado. Calcule, então, a velocidade, em m/s, com que o corpo chega na base. Obs.: Adote o referencial na base do plano.



- 24 Mackenzie (Adapt.)** Um corpo de 2 kg repousa em A à frente de uma mola de constante elástica $1 \cdot 10^4 \text{ N/m}$, que está comprimida de 20 cm. Os trechos AB e BC são lisos e CD é rugoso. Liberando a mola, o corpo para em D, sem perder o contato com a pista. Calcule o coeficiente de atrito no trecho CD.



Exercícios propostos

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

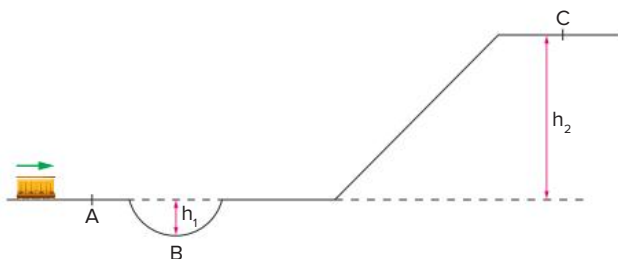
1 UEMS Considere as seguintes afirmações.

- I. O trabalho realizado pela força peso de um corpo não depende da forma da trajetória do corpo.
- II. O trabalho realizado pela força elástica de uma mola é proporcional à deformação da mola.
- III. O trabalho de uma força é igual à variação da energia cinética do corpo em que atua.

Dentre essas afirmações, somente:

- A I é correta.
- B II é correta.
- C III é correta.
- D I e II são corretas.
- E I e III são corretas.

2 Uerj Um pequeno vagão, deslocando-se sobre trilhos, realiza o percurso entre os pontos A e C, segundo a forma representada na figura a seguir, onde h_1 e h_2 são os desníveis do trajeto.



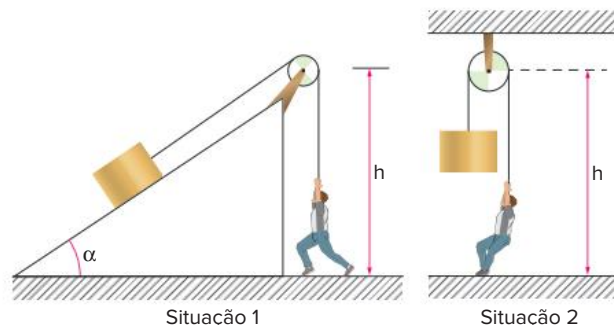
Os módulos dos trabalhos realizados entre os pontos A e C, pelo peso (P) do carrinho e pela reação normal (N) exercida pelos trilhos sobre o vagão, correspondem, respectivamente, a:

- A $|P| \cdot (h_1 + h_2)$ e $|N| \cdot (h_1 + h_2)$
- B $|P| \cdot (h_1 + h_2)$ e 0
- C $|P| \cdot h_2$ e $|N| \cdot h_2$
- D $|P| \cdot h_2$ e 0

3 Fuvest Uma partícula de massa 20 kg, partindo do repouso, está sujeita à ação exclusiva de duas forças constantes, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , perpendiculares entre si e de intensidades, respectivamente, iguais a 6,0 N e 8,0 N, que atuam durante 4,0 s.

- a) Qual a intensidade da força resultante entre \vec{F}_1 e \vec{F}_2 ?
- b) Qual o módulo do deslocamento durante os 4,0 s?
- c) Qual o trabalho realizado pela força:
 - c₁) \vec{F}_1 ?
 - c₂) \vec{F}_2 ?
 - c₃) resultante?

4 Nas duas situações representadas a seguir, uma mesma carga de peso P é elevada a uma mesma altura h .



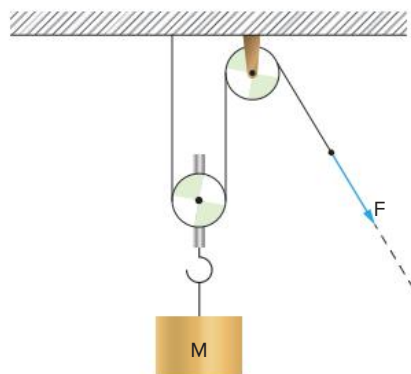
Nos dois casos, o bloco parte do repouso, parando ao atingir a altura h . Desprezando todas as forças dissipativas, analise as proposições seguintes.

- I. Na situação 1, a força média exercida pelo homem é menor que na situação 2.
- II. Na situação 1, o trabalho realizado pela força do homem é menor que na situação 2.
- III. Em ambas as situações, o trabalho do peso da carga é calculado por $-P \cdot h$.
- IV. Na situação 1, o trabalho realizado pela força do homem é calculado por $P \cdot h$.

Responda mediante o código:

- A todas são corretas.
- B todas são incorretas.
- C somente II e III são corretas.
- D somente I, III e IV são corretas.
- E somente III é correta.

5 FGV Uma caixa de massa $M = 50,0 \text{ kg}$ está sendo erguida lentamente através de um sistema de polias, conforme a figura. Nesse processo, um operador aplica uma força F à corda, puxando-a por uma distância de 3,0 m, na direção da força.



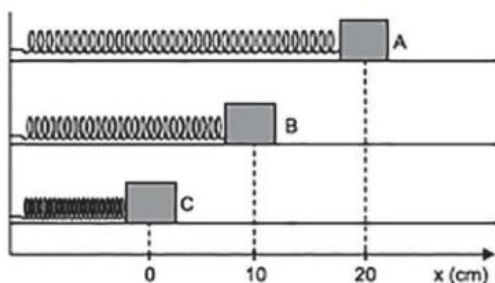
Desprezando os efeitos de atritos e as massas das polias e da corda, determine, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$:

- a) a intensidade da força F .
- b) o trabalho realizado pelo operador.

6 Unicamp Um carregador em um depósito empurra uma caixa de 20 kg, que inicialmente estava em repouso. Para colocar a caixa em movimento, é necessária uma força horizontal de 30 N. Uma vez iniciado o deslizamento, são necessários 20 N para manter a caixa movendo-se com velocidade constante.

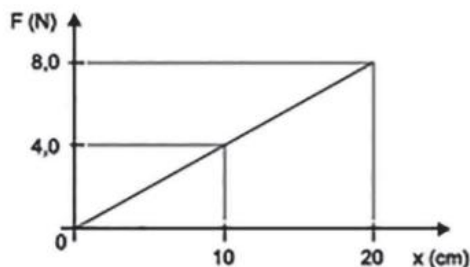
- Determine os coeficientes de atrito estático e cinético entre a caixa e o solo.
- Determine o trabalho realizado pelo carregador ao arrastar a caixa por 5 m.
- Qual seria o trabalho realizado pelo carregador se a força horizontal aplicada inicialmente fosse de 20 N?

7 Famerp 2018 A figura mostra o deslocamento horizontal de um bloco preso a uma mola, a partir da posição A e até atingir a posição C.



(www.mundoeducacao.bol.uol.br. Adaptado.)

O gráfico representa o módulo da força que a mola exerce sobre o bloco em função da posição deste.

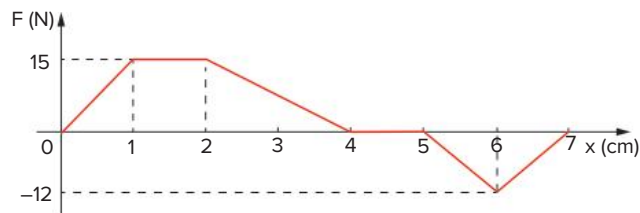


O trabalho realizado pela força elástica aplicada pela mola sobre o bloco, quando este se desloca da posição A até a posição B, é

- 0,60 J.
- 0,60 J.
- 0,30 J.
- 0,80 J.
- 0,30 J.

8 UFPR Um engenheiro mecânico projetou um pistão que se move na direção horizontal dentro de uma cavidade cilíndrica. Ele verificou que a força horizontal F , a qual é aplicada ao pistão por um agente externo, pode ser relacionada à sua posição horizontal x por meio do gráfico a seguir. Para ambos os eixos do gráfico, valores positivos indicam o sentido para a direita, enquanto valores negativos indicam o sentido para a esquerda.

Sabe-se que a massa do pistão vale 1,5 kg e que ele está inicialmente em repouso.



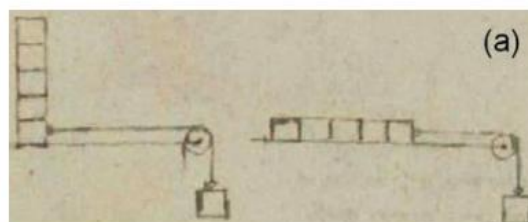
Com relação ao gráfico, considere as seguintes afirmativas.

- O trabalho realizado pela força sobre o pistão entre $x = 0$ e $x = 1$ cm vale $7,5 \cdot 10^{-2}$ J.
- A aceleração do pistão entre $x = 1$ cm e $x = 2$ cm é constante e vale 10 m/s^2 .
- Entre $x = 4$ cm e $x = 5$ cm, o pistão se move com velocidade constante.
- O trabalho total realizado pela força sobre o pistão entre $x = 0$ e $x = 7$ cm é nulo.

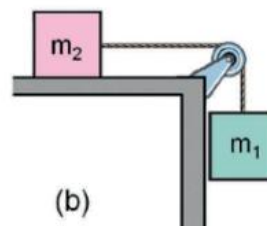
Assinale a alternativa correta.

- Somente as afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras.
- Somente a afirmativa 3 é verdadeira.
- Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
- Somente as afirmativas 2 e 4 são verdadeiras.
- Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.

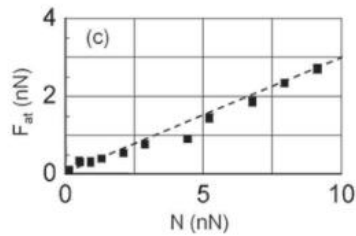
9 Unicamp 2018 Importantes estudos sobre o atrito foram feitos por Leonardo da Vinci (1452-1519) e por Guillaume Amontons (1663-1705). A figura (a) é uma ilustração feita por Leonardo da Vinci do estudo sobre a influência da área de contato na força de atrito.



- Dois blocos de massas $m_1 = 1,0$ kg e $m_2 = 0,5$ kg são ligados por uma corda e dispostos como mostra a figura (b). A polia e a corda têm massas desprezíveis, e o atrito nas polias também deve ser desconsiderado. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco de massa m_2 e a superfície da mesa é $\mu_c = 0,8$. Qual deve ser a distância de deslocamento do conjunto para que os blocos, que partiram do repouso, atinjam a velocidade $v = 2,0$ m/s?



- b) Em certos casos, a lei de Amontons da proporcionalidade entre a força de atrito cinético e a força normal continua válida nas escalas micrométrica e nanométrica. A figura (c) mostra um gráfico do módulo da força de atrito cinético, F_{at} , em função do módulo da força normal, N , entre duas monocamadas moleculares de certa substância, depositadas em substratos de vidro. Considerando $N = 5,0$ nN, qual será o módulo do trabalho da força de atrito se uma das monocamadas se deslocar de uma distância $d = 2,0$ μm sobre a outra que se mantém fixa?



- 10 **Fepar 2018** Fundamentado em pesquisas científicas, o método Pilates tem-se mostrado eficaz no trabalho postural dos pacientes por meio de exercícios fisioterapêuticos. Considere que, durante um exercício, um paciente distende uma mola de 12 cm.



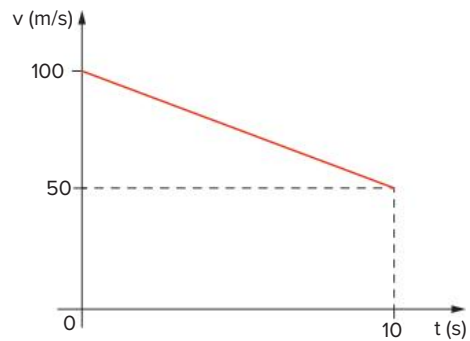
(Disponível em: <<http://revistapilates.com.br/wp-content/uploads/2013/06/raoni-pilates-metalife1.jpeg>>)

Sabendo que a constante de elasticidade da mola é de 200 N/m, julgue as afirmativas que seguem.

$$F_{el} = k \cdot x \quad \tau = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

- Quando distendida, a mola exerce sobre o paciente uma força máxima de 24 N.
- O trabalho realizado pelo paciente para distender a mola de 12 cm é nulo.
- O trabalho da força elástica corresponde a 1,44 J.
- Na fase de alongação da mola pelo paciente, o trabalho é classificado como resistente.
- O trabalho da força elástica será classificado como motor apenas durante a fase de restituição da mola, ou seja, quando a mola retoma a sua posição de equilíbrio.

- 11 **FEI (Adapt.)** Um corpo de massa $m = 2$ kg desloca-se ao longo de uma trajetória retilínea. Sua velocidade varia com o tempo, segundo o gráfico dado.



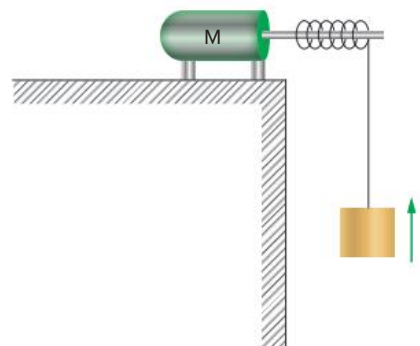
A potência média desenvolvida pela resultante de forças entre 0 e 10 s e a potência instantânea da resultante de forças em $t = 10$ s valem, respectivamente, em valor absoluto:

- A 750 W e 500 W D 100 W e 50 W
 B 750 W e 750 W E 50 W e 100 W
 C 500 W e 750 W

- 12 **UFRJ** A potência desenvolvida por um certo carro vale, no máximo, 48 kW. Suponha que esse carro esteja se deslocando numa estrada plana, retilínea e horizontal, em alta velocidade. Nessas condições, o módulo da resultante das diversas forças de resistência que se opõem ao movimento é dado pela expressão empírica: $|\vec{f}_r| = kv^2$, onde $k = 0,75$ kg/m e v é a velocidade do carro. Calcule a velocidade máxima que este carro consegue atingir.

- 13 **Vunesp** Certa máquina M_1 eleva verticalmente um corpo de massa $m_1 = 1,0$ kg a 20,0 m de altura em 10,0 s, em movimento uniforme. Outra máquina M_2 acelera em uma superfície horizontal, sem atrito, um corpo de massa $m_2 = 3,0$ kg, desde o repouso até a velocidade de 10,0 m/s, em 2,0 s.
- a) De quanto foi o trabalho realizado por cada uma das máquinas?
 - b) Qual a potência média desenvolvida por cada máquina?

- 14 **Mackenzie** A figura a seguir representa um motor elétrico M , que eleva um bloco de massa 20 kg com velocidade constante de 2 m/s. A resistência do ar é desprezível e o fio que sustenta o bloco é ideal. Nessa operação, o motor apresenta um rendimento de 80%.

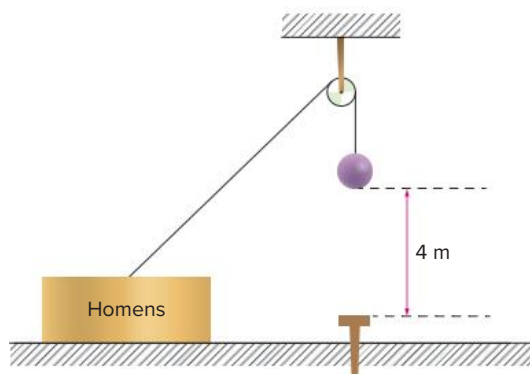


Considerando o módulo da aceleração da gravidade como sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, a potência dissipada por esse motor tem valor:

- A 500 W
- B 400 W
- C 300 W
- D 200 W
- E 100 W

- 15 PUC-SP** Uma pessoa de massa de 80 kg sobe uma escada de 20 degraus, cada um com 20 cm de altura.
- a) Calcule o trabalho que a pessoa realiza contra a gravidade.
 - b) Se a pessoa subir a escada em 20 s, ela se cansará mais do que se subir em 40 s. Como se explica isso, já que o trabalho realizado é o mesmo nos dois casos?

- 16 Faap-SP** Vários homens levantam, cinco vezes por minuto, um peso de 3 kN, que é abandonado e cai sobre uma estaca. A distância entre o peso e a estaca é sempre de 4 m.



Quantos homens são necessários, sendo que cada um deles desenvolve 200 W de potência?

- 17 Uece 2018** Considere uma locomotiva puxando vagões sobre trilhos. Em um primeiro trecho da viagem, é aplicada uma força de 1 kN aos vagões, que se deslocam a 10 m/s. No trecho seguinte, é aplicada uma força de 2 kN e a velocidade é 5 m/s. A razão entre a potência no trecho inicial e no segundo trecho é

- A 1.
- B 50.
- C 1/2.
- D 2.

- 18 Esal** Um guindaste consome uma potência de 15 kW para realizar um trabalho de 120 kJ em 10 s, erguendo cargas de 10 toneladas, com velocidade constante. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, pode-se afirmar que:

- A o rendimento do guindaste é 0,2.
- B a velocidade de deslocamento das cargas é de 0,8 m/s.
- C a potência útil do guindaste é de 15 kW.
- D a potência dissipada na realização desse trabalho é de 10 kW.
- E o tempo necessário para erguer uma carga de 10 toneladas a uma altura de 30 m é de 250 s.

- 19 ITA 2011** Um inventor afirma ter projetado um carro que utiliza energia solar para se movimentar. Segundo ele, vencendo uma força de resistência $F = 2100 \text{ N}$, o carro pode manter uma velocidade constante $v = 72 \text{ km/h}$. Sabendo-se que a quantidade de calor que atinge a superfície da Terra é da ordem de 1 cal/min , em cada cm^2 , normal à direção de incidência, e que a área coletora de energia do carro é de $A = 10 \text{ m}^2$, o rendimento desse carro, quando desenvolvendo a velocidade v , é:

- A 0,16%.
- B 16%.
- C 10%.
- D 6%.
- E um valor que mostra que o projeto não é viável.

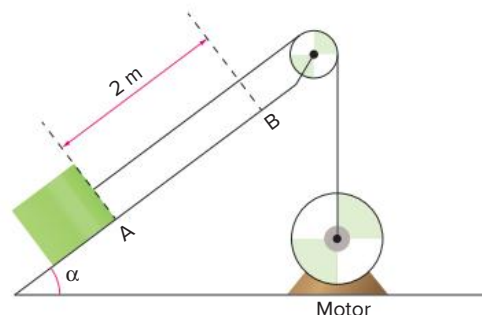
- 20** Uma bomba de rendimento igual a 40% é acionada por um motor que lhe fornece uma potência de $\frac{1}{4} \text{ cv}$. Essa bomba coleta água em repouso e a deposita num reservatório a 49 m de altura, chegando lá com velocidade desprezível. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, quantos litros de água o reservatório recebe por hora?

Dado: $1 \text{ cv} = 735 \text{ W}$.

- 21 Fuvest** Uma esteira rolante transporta 15 caixas de bebida por minuto, de um depósito no subsolo até o andar térreo. A esteira tem comprimento de 12 m, inclinação de 30° com a horizontal e move-se com velocidade constante. As caixas a serem transportadas já são colocadas com a velocidade da esteira. Se cada caixa pesa 200 N, o motor que aciona esse mecanismo deve fornecer a potência de:

- A 20 W
- B 40 W
- C 300 W
- D 600 W
- E 1800 W

- 22 Mackenzie** O motor da figura a seguir leva o bloco de 10 kg da posição A para a B, com velocidade constante, em 10 s. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano inclinado é 0,5. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$

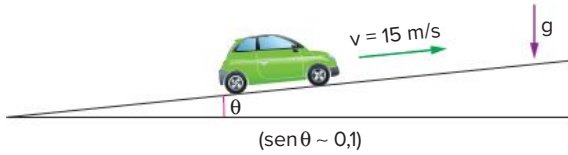


A potência do motor nesse deslocamento é de:

Dado: $\cos \alpha = 0,8$; $\sin \alpha = 0,6$.

- A 500 W
- B 200 W
- C 100 W
- D 50 W
- E 20 W

23 Fuvest Nos manuais de automóveis, a caracterização dos motores é feita em cv (cavalo-vapor). Essa unidade, proposta no tempo das primeiras máquinas a vapor, correspondia à capacidade de um cavalo típico, que conseguia erguer, na vertical, com auxílio de uma roldana, um bloco de 75 kg, à velocidade de 1 m/s.



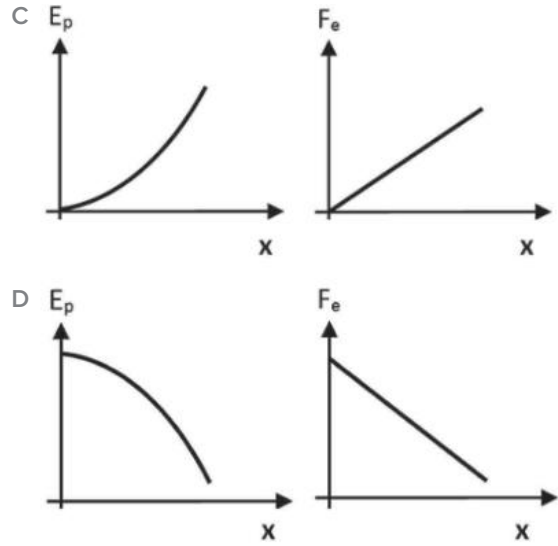
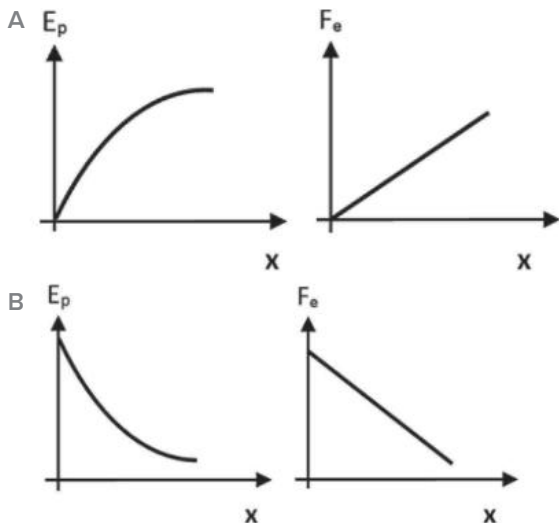
Para subir uma ladeira, inclinada como na figura, um carro de 1000 kg, mantendo uma velocidade constante de 15 m/s (54 km/h), desenvolve uma potência útil que, em cv, é, aproximadamente, de:

- A 20 cv D 100 cv
 B 40 cv E 150 cv
 C 50 cv

24 Acafe 2018 Muitas pessoas utilizam o elevador diariamente e, por esse motivo, ele possui alguns dispositivos de segurança contra queda. Todavia, mesmo que esses dispositivos falhem, existe um último recurso. No fundo do poço do elevador há um sistema de para-choques, com molas ou cilindros hidráulicos que impedem a cabina de colidir com o solo. Este amortecimento é brusco e só entrará em ação em casos de emergência ou se o excesso de peso na cabina provocar uma falha no motor.

Disponível em: <http://g1.globo.com/sao-paulo/noticia/2015/08/video-mostra-queda-de-elevador-do-7-andar-em-edificio-de-sao-paulo.html>. [Adaptado]. Acesso em: 18 de abril de 2018.

Considere a queda de um elevador por causa de problemas nos dispositivos de segurança, e que o sistema de molas entre em ação. A alternativa que apresenta o esboço do gráfico da energia armazenada pela mola em função da sua deformação, e do gráfico da força elástica aplicada pela mola em função da sua deformação, respectivamente, é:



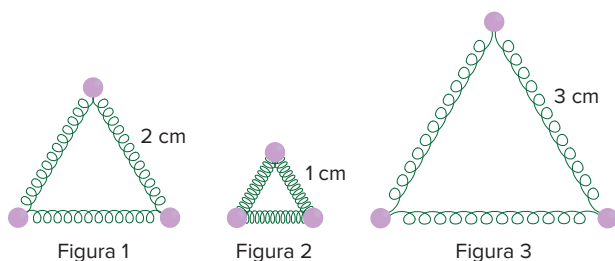
25 FMP 2018 Um elevador de carga de uma obra tem massa total de 100 kg. Ele desce preso por uma corda a partir de uma altura de 12 m do nível do solo com velocidade constante de 1,0 m/s. Ao chegar ao nível do solo, a corda é liberada, e o elevador é freado por uma mola apoiada num suporte abaixo do nível do solo. A mola pode ser considerada ideal, com constante elástica k , e ela afunda uma distância de 50 cm até frear completamente o elevador. Considerando que a aceleração da gravidade seja 10 m/s^2 , e que todos os atritos sejam desprezíveis, o trabalho da força de tração na corda durante a descida dos 12 metros e o valor da constante da mola na frenagem valem, respectivamente, em kilojoules e em newtons por metro,

- A -12; 400
 B 0; 400
 C 12; 400
 D 12; 4400
 E -12; 4400

26 UFPR Em uma prova de atletismo, conhecida como arremesso de peso, um atleta realiza um lançamento tal que o peso, ao deixar sua mão, tem uma velocidade inicial v_0 que forma um ângulo θ_0 com a horizontal. Desprezando-se o efeito da resistência do ar, é correto afirmar:

- A a altura máxima atingida pelo peso depende do quadrado da componente vertical da velocidade inicial.
 B a energia mecânica do peso é dada por mgh , sendo h a posição vertical instantânea em que o peso se encontra.
 C a energia cinética é constante durante o movimento.
 D as componentes vertical e horizontal do vetor posição descrevem o mesmo tipo de movimento.
 E a energia potencial é constante durante o movimento.

- 27 UEL** A figura 1 representa um sistema composto de três esferas de mesma massa unidas por três molas idênticas. O sistema é posto a oscilar, deslocando-se entre as posições indicadas nas figuras 2 e 3.



Pode-se dizer que a energia potencial elástica máxima do sistema ocorre:

- A somente na posição da figura 1.
 B somente na posição da figura 2.
 C somente na posição da figura 3.
 D nas posições das figuras 1 e 2.
 E nas posições das figuras 2 e 3.

- 28 Enem** Na avaliação da eficiência de usinas quanto à produção e aos impactos ambientais, utilizam-se vários critérios, tais como: razão entre produção efetiva anual de energia elétrica e potência instalada ou razão entre potência instalada e área inundada pelo reservatório. No quadro seguinte, esses parâmetros são aplicados às duas maiores hidrelétricas do mundo: Itaipu, no Brasil, e Três Gargantas, na China.

Parâmetros	Itaipu	Três Gargantas
Potência instalada	12 600 MW	18 200 MW
Produção efetiva de energia elétrica	93 bilhões de kWh/ano	84 bilhões de kWh/ano
Área inundada pelo reservatório	1400 km ²	1000 km ²

Com base nessas informações, avalie as afirmativas que se seguem.

- I. A energia elétrica gerada anualmente e a capacidade nominal máxima de geração da hidrelétrica de Itaipu são maiores que as da hidrelétrica de Três Gargantas.
- II. Itaipu é mais eficiente que Três Gargantas no uso da potência instalada na produção de energia elétrica.
- III. A razão entre potência instalada e área inundada pelo reservatório é mais favorável na hidrelétrica Três Gargantas do que em Itaipu.

É correto apenas o que se afirma em:

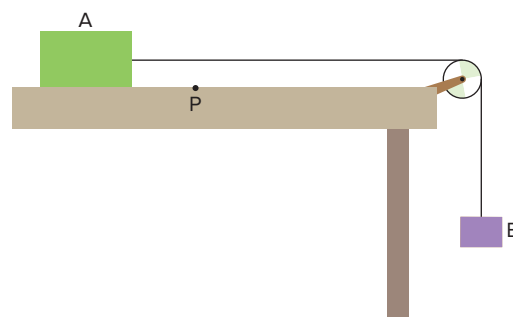
- A I.
 B II.
 C III.
 D I e III.
 E II e III.

- 29 Enem** Os números e cifras envolvidos, quando lidamos com dados sobre produção e consumo de energia em nosso país, são sempre muito grandes. Apenas no setor residencial, em um único dia, o consumo de energia elétrica é da ordem de 200 mil MWh. Para avaliar esse consumo, imagine uma situação em que o Brasil não dispusesse de hidrelétricas e tivesse de depender somente de termoeletricas, onde cada kg de carvão, ao ser queimado, permite obter uma quantidade de energia da ordem de 10 kWh.

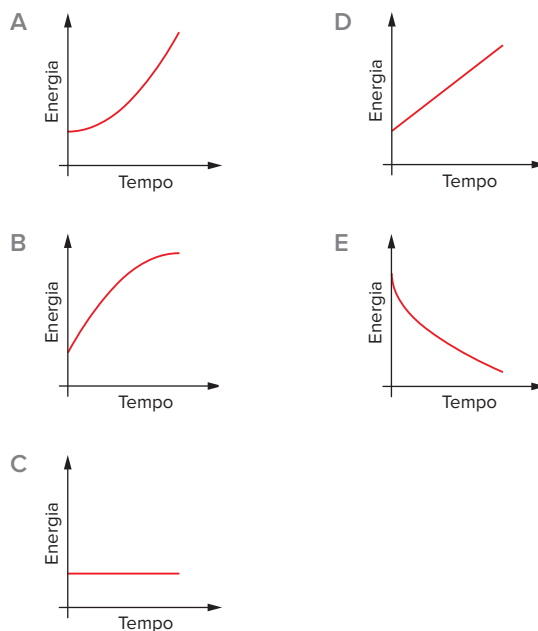
Considerando que um caminhão transporta, em média, 10 toneladas de carvão, a quantidade de caminhões de carvão necessária para abastecer as termoeletricas, a cada dia, seria da ordem de:

- A 20
 B 200
 C 1000
 D 2000
 E 10000

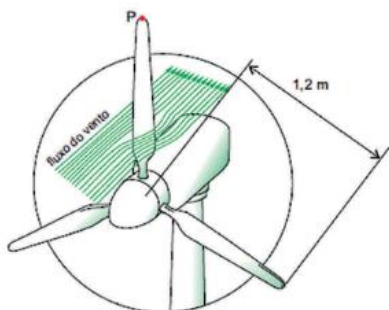
- 30 UFG** O bloco A da figura desliza sobre uma superfície horizontal, sem atrito, puxado pelo bloco B. O fio e a polia são ideais.



O gráfico que representa qualitativamente a energia cinética do sistema em função do tempo, a partir do instante em que o bloco A atinge o ponto P, é:



- 31 Unesp 2017** As pás de um gerador eólico de pequeno porte realizam 300 rotações por minuto. A transformação da energia cinética das pás em energia elétrica pelo gerador tem rendimento de 60%, o que resulta na obtenção de 1500 W de potência elétrica.



(<http://ambiente.hsw.uol.com.br>. Adaptado).

Considerando $\pi = 3$, calcule o módulo da velocidade angular, em rad/s, e da velocidade escalar, em m/s, de um ponto P situado na extremidade de uma das pás, a 1,2 m do centro de rotação. Determine a quantidade de energia cinética, em joules, transferida do vento para as pás do gerador em um minuto. Apresente os cálculos.

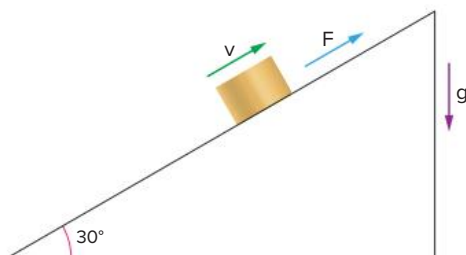
- 32 UFG** Uma das competições dos X-games são as manobras dos esquetistas em uma rampa em U. Um atleta parte do repouso do topo da rampa e, através do movimento do seu corpo, de peso 800 N, consegue ganhar 600 J a cada ida e vinda na rampa, conforme ilustração a seguir.



Desprezando as perdas de energia e o peso do skate, o número mínimo de idas e vindas que o atleta deve realizar para atingir uma altura (h) de 3 m acima do topo da rampa é:

- A 2 B 3 C 4 D 6 E 8

- 33 Fuvest** Uma pessoa puxa um caixote com uma força F, ao longo de uma rampa inclinada 30° com a horizontal, conforme a figura a seguir, sendo desprezível o atrito entre o caixote e a rampa.



O caixote, de massa m, desloca-se com velocidade v constante, durante um certo intervalo de tempo Δt .

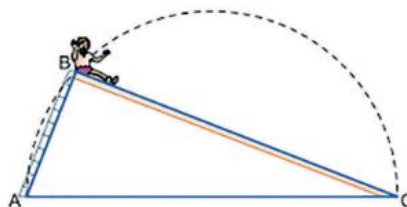
Considere as seguintes afirmações.

- I. O trabalho realizado pela força F é igual a $Fv \cdot \Delta t$.
- II. O trabalho realizado pela força F é igual a $\frac{mgv \cdot \Delta t}{2}$.
- III. A energia potencial gravitacional varia de $\frac{mgv \cdot \Delta t}{2}$.

Está correto apenas o que se afirma em:

- A III.
B I e II.
C I e III.
D II e III.
E I, II e III

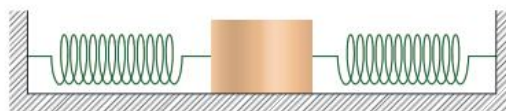
- 34 Unesp 2019** Uma criança está sentada no topo de um escorregador cuja estrutura tem a forma de um triângulo ABC, que pode ser perfeitamente inscrito em um semicírculo de diâmetro AC = 4 m. O comprimento da escada do escorregador é AB = 2 m



Considerando que a energia potencial gravitacional da criança no ponto B, em relação ao solo horizontal que está em \overline{AC} , é igual a 342 joules, e adotando $g = 5,7\sqrt{3} \text{ m/s}^2$, a massa da criança é igual a

- A 30 kg.
B 25 kg.
C 20 kg.
D 24 kg.
E 18 kg.

- 35 Fuvest** Um corpo está preso nas extremidades de duas molas idênticas, não deformadas, de constante elástica 100 N/m, conforme ilustra a figura.

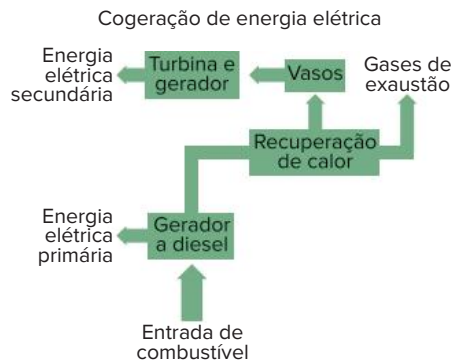


Quando o corpo é afastado de 1,0 cm do ponto central, na direção do eixo longitudinal das molas:

- a) qual a intensidade da resultante das forças que a mola exerce sobre ele?
- b) qual a energia armazenada nas molas?

- 36 Enem** No nosso dia a dia deparamo-nos com muitas tarefas pequenas e problemas que demandam pouca energia para serem resolvidos e, por isso, não consideramos a eficiência energética de nossas ações. No global, isso significa desperdiçar muito calor que poderia ainda ser usado como fonte de energia para outros processos. Em ambientes

industriais, esse reaproveitamento é feito por um processo chamado de cogeração. A figura a seguir ilustra um exemplo de cogeração na produção de energia elétrica.



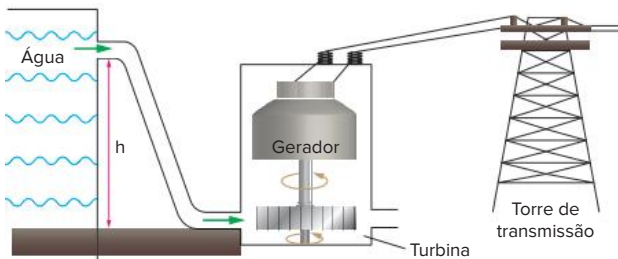
HINRICH, R. A.; KLEINBACH, M. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003. (Adapt.)

Em relação ao processo secundário de aproveitamento de energia ilustrado na figura, a perda global de energia é reduzida por meio da transformação de energia:

- A térmica em mecânica.
- B mecânica em térmica.
- C química em térmica.
- D química em mecânica.
- E elétrica em luminosa.

Texto para as questões 37 e 38.

Na figura a seguir, está esquematizado um tipo de usina utilizada na geração de eletricidade.



37 Enem A eficiência de uma usina, do tipo da representada na figura, é da ordem de 0,9, ou seja, 90% da energia da água no início do processo transforma-se em energia elétrica. A usina Ji Paraná, do estado de Rondônia, tem potência instalada de 512 milhões de watt, e a barragem tem altura de, aproximadamente, 120 m. A vazão do rio Ji-Paraná, em litros de água por segundo, deve ser da ordem de:

- A 50
- B 500
- C 5000
- D 50 000
- E 500 000

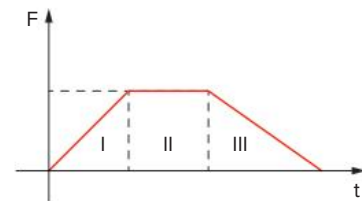
38 Enem No processo de obtenção de eletricidade, ocorrem várias transformações de energia. Considere duas delas:

I. cinética em elétrica	II. potencial gravitacional em cinética
-------------------------	---

Analisando o esquema, é possível identificar que elas se encontram, respectivamente, entre:

- A I. a água no nível h e a turbina;
II. o gerador e a torre de distribuição.
- B I. a água no nível h e a turbina;
II. a turbina e o gerador.
- C I. a turbina e o gerador;
II. a turbina e o gerador.
- D I. a turbina e o gerador;
II. a água no nível h e a turbina.
- E I. o gerador e a torre de distribuição;
II. a água no nível h e a turbina.

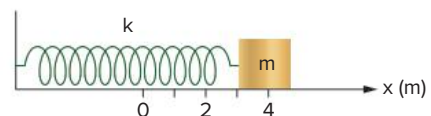
39 UEL Um corpo, inicialmente em repouso, é submetido a uma força resultante F , cujo valor algébrico varia com o tempo, de acordo com o gráfico a seguir.



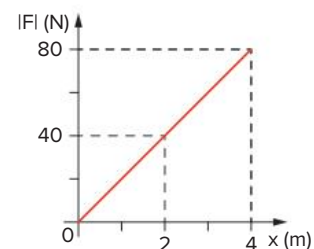
Considerando os intervalos de tempo I, II e III, a energia cinética do corpo aumenta:

- A apenas no intervalo I.
- B apenas no intervalo II.
- C apenas no intervalo III.
- D apenas nos intervalos I e II.
- E nos intervalos I, II e III.

40 UPE 2011 Considere um bloco de massa m ligado a uma mola de constante elástica $k = 20 \text{ N/m}$, como mostrado na figura a seguir. O bloco encontra-se parado na posição $x = 4,0 \text{ m}$. A posição de equilíbrio da mola é $x = 0$.



O gráfico a seguir indica como o módulo da força elástica da mola varia com a posição x do bloco.



O trabalho realizado pela força elástica para levar o bloco da posição $x = 4,0 \text{ m}$ até a posição $x = 2,0 \text{ m}$, em joules, vale:

- A 120
- B 80
- C 40
- D 160
- E -80

- 41 FGV 2017** Segundo o manual do proprietário de determinado modelo de uma motocicleta, de massa igual a 400 kg, a potência do motor é de 80 cv (1 cv \cong 750 W).



(<https://goo.gl/9aeM0K.com>)

Se ela for acelerada por um piloto de 100 kg, à plena potência, a partir do repouso e por uma pista retilínea e horizontal, a velocidade de 144 km/h será atingida em, aproximadamente,

- A 4,9 s. C 6,1 s. E 7,3 s.
B 5,8 s. D 6,7 s.

- 42 Ufac** Um corpo de 12 kg de massa desliza sobre uma superfície horizontal sem atrito, com velocidade de 10 m/s, e passa para uma região onde o coeficiente de atrito cinético é 0,50. Qual é o trabalho realizado pela força de atrito após ter o bloco percorrido 5,0 m na região com atrito? E qual é a velocidade do bloco ao final desses 5,0 m?

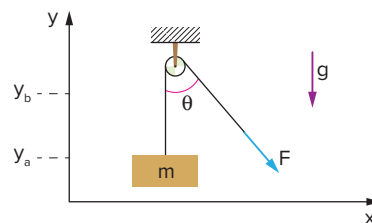
Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A 300 J e $6\sqrt{5}$ m/s D 900 J e $5\sqrt{6}$ m/s
B 300 J e $5\sqrt{6}$ m/s E -300 J e $5\sqrt{2}$ m/s
C -900 J e $6\sqrt{5}$ m/s

- 43 UFPR** Um caminhão transporta um bloco de mármore de 4000 kg por uma estrada plana e horizontal e, num dado instante, sua velocidade é de 20 m/s. O bloco não está amarrado nem encostado nas laterais da carroceria. Considere o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a carroceria igual a 0,40 e a aceleração da gravidade 10 m/s^2 . É correto afirmar:

- necessitando parar o caminhão em menos de 50 m, o bloco escorregará em direção à cabina do motorista.
- a carroceria exerce uma força vertical sobre o bloco de módulo igual a 40 kN.
- se num certo instante o caminhão necessitar parar, o trabalho realizado sobre o bloco será igual a -160 kJ.
- a força resultante exercida pela carroceria sobre o bloco tem direção vertical quando o caminhão está acelerado.
- para percorrer com segurança uma curva com raio 225 m, de modo que o bloco não escorregue lateralmente, a velocidade do caminhão deve ser menor ou igual a 30 m/s.

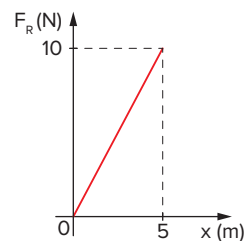
- 44 Fuvest 2011** Usando um sistema formado por uma corda e uma roldana, um homem levanta uma caixa de massa m , aplicando na corda uma força F , que forma um ângulo θ com a direção vertical, como mostra a figura.



O trabalho realizado pela resultante das forças que atuam na caixa — peso e força da corda —, quando o centro de massa da caixa é elevado, com velocidade constante v , desde a altura y_a até a altura y_b , é:

- A nulo. D $F \cdot \cos \theta \cdot (y_b - y_a)$
B $F \cdot (y_b - y_a)$ E $mg \cdot (y_b - y_a) + \frac{mv^2}{2}$
C $mg \cdot (y_b - y_a)$

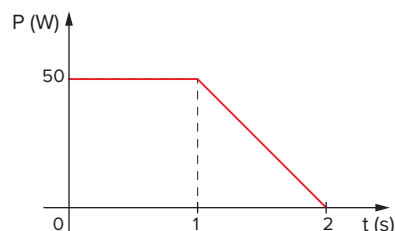
- 45 FEI** O gráfico a seguir é uma reta e representa a variação da força resultante que atua em um corpo de 1,2 kg em função do deslocamento. Sabe-se que a velocidade na posição $x = 2$ m é de 4 m/s.



Qual é a velocidade do corpo na posição $x = 4$ m?

- A 10 m/s C 8 m/s E 9,6 m/s
B 6 m/s D 16 m/s

- 46 FEI** Um corpo de peso $P = 20$ N sobe um plano inclinado sem atrito, puxado por uma força F paralela a esse plano. O corpo parte do repouso e, após dois segundos, atinge uma altura de dois metros acima do ponto de partida. A potência desenvolvida pela força F é dada pelo gráfico a seguir.



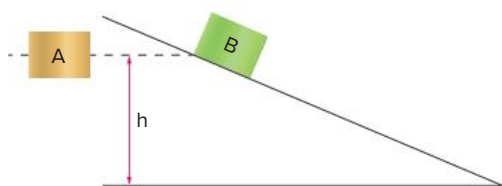
Determine o trabalho realizado pela força F nos dois primeiros segundos do movimento e a velocidade do corpo no fim desse tempo. Adote para os cálculos o valor $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 47 Uma partícula de massa = 10 kg acha-se em repouso na origem do eixo Ox, quando passa a agir sobre ela uma força resultante F, paralela ao eixo. De $x = 0$ a $x = 4,0$ m, a intensidade de F é constante, de modo que $F = 120$ N. De $x = 4,0$ m em diante, F adquire a intensidade que obedece à função: $F = 360 - 60x$ (SI).
- Trace o gráfico da intensidade de F em função de x.
 - Determine a velocidade escalar da partícula no ponto de abscissa $x = 7,0$ m.

- 48 UEL Partindo do repouso, e utilizando sua potência máxima, uma locomotiva sai de uma estação puxando um trem de 580 toneladas. Somente após 5 minutos, o trem atinge sua velocidade máxima, 50 km/h. Na estação seguinte, mais vagões são agregados e, desta vez, o trem leva 8 minutos para atingir a mesma velocidade limite. Considerando que, em ambos os casos, o trem percorre trajetórias aproximadamente planas e que as forças de atrito são as mesmas nos dois casos, é correto afirmar que a massa total dos novos vagões é:

- A 238 t D 438 t
 B 328 t E 728 t
 C 348 t

- 49 Fuvest Dois móveis, A e B, são abandonados simultaneamente de uma altura h acima do solo.



O móvel A cai em queda livre e o móvel B escorrega por um plano inclinado sem atrito. Podemos afirmar que:

- A atinge o solo ao mesmo tempo em que B e com velocidade maior que a de B.
- A atinge o solo ao mesmo tempo em que B e com velocidade menor que a de B.
- A atinge o solo ao mesmo tempo em que B e com velocidade igual à de B.
- A atinge o solo antes de B e com velocidade igual à de B.
- A atinge o solo antes de B e com velocidade maior que a de B.

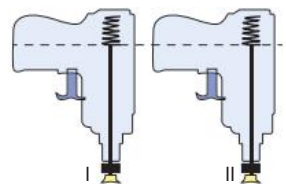
- 50 UFMS Sobre o trabalho de uma força de módulo constante atuante sobre uma partícula, assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- Será nulo se não houver deslocamento da partícula.
- Será nulo se a força for perpendicular ao deslocamento da partícula.
- Será o mesmo qualquer que seja a trajetória seguida entre dois pontos pela partícula se a força for conservativa.

- Se a força atuante sobre a partícula for única, seu trabalho será maior do que a variação da energia cinética da partícula.
- Se a força atuante sobre a partícula for centrípeta, seu trabalho será negativo.

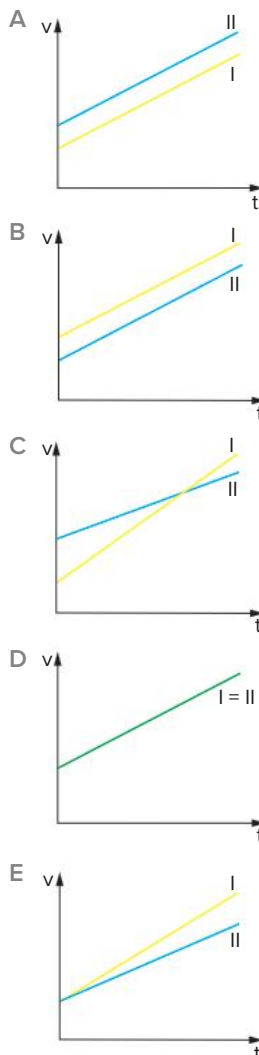
Soma:

- 51 UFF Dois brinquedos idênticos, que lançam dardos usando molas, são disparados simultaneamente na vertical para baixo.

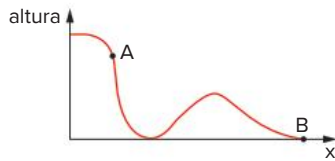


As molas com os respectivos dardos foram inicialmente comprimidas até a posição 1 e, então, liberadas. A única diferença entre os dardos I e II, conforme mostra a figura, é que I tem um pedaço de chumbo grudado nele, que não existe em II.

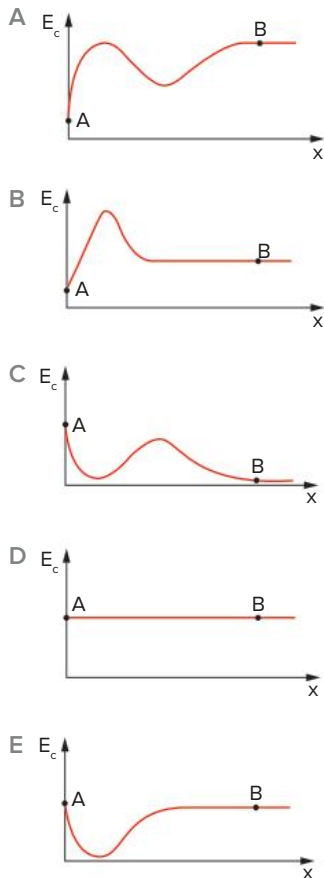
Escolha o gráfico que representa as velocidades dos dardos I e II, como função do tempo, a partir do instante em que eles saem dos canos dos brinquedos.



52 UFPB Ao brincar em sua casa com carrinhos de corrida, um garoto constrói uma rampa que tem o perfil da figura a seguir.



O garoto solta uma bola de gude do ponto A, com velocidade inicial v_0 , e, à medida que a bola percorre a pista, verifica como varia sua velocidade. Desprezando-se o atrito, pode-se concluir que o gráfico que melhor representa a variação da energia cinética da bola de gude entre os pontos A e B é:

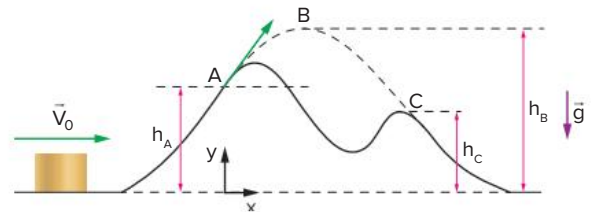


53 Enem 2012 Os carrinhos de brinquedo podem ser de vários tipos. Dentre eles, há os movidos a corda, em que uma mola em seu interior é comprimida quando a criança puxa o carrinho para trás. Ao ser solto, o carrinho entra em movimento enquanto a mola volta à sua forma inicial.

O processo de conversão de energia que ocorre no carrinho descrito também é verificado em

- A um dínamo.
- B um freio de automóvel.
- C um motor a combustão.
- D uma usina hidroelétrica.
- E uma atiradeira (estilingue).

54 Fuvest Um corpo de massa m é lançado com velocidade inicial \vec{V}_0 na parte horizontal de uma rampa, como indicado na figura a seguir. Ao atingir o ponto A, ele abandona a rampa, com uma velocidade \vec{V}_A (V_{AX} , V_{AY}), segue uma trajetória que passa pelo ponto de máxima altura B e retorna à rampa no ponto C. Despreze o atrito. Sejam h_A , h_B e h_C as alturas dos pontos A, B e C, respectivamente, \vec{V}_B (V_{BX} , V_{BY}) a velocidade do corpo no ponto B e \vec{V}_C (V_{CX} , V_{CY}) a velocidade do corpo no ponto C.



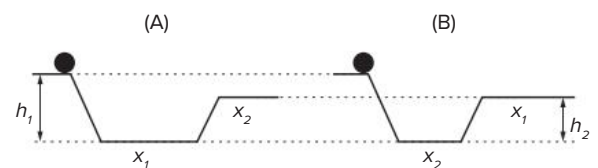
Considere as afirmações:

- I. $V_0 = V_{AX} = V_{BX} = V_{CX}$
- II. $V_{AX} = V_B = V_{CX}$
- III. $\frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{1}{2}mV_A^2 - mg(h_B - h_A)$
- IV. $\frac{1}{2}mV_0^2 = mgh_B$
- V. $\frac{1}{2}mV_{AY}^2 = mg(h_B - h_A)$

São corretas as afirmações:

- A todas.
- B somente I e II.
- C somente II, III e IV.
- D somente II, III, IV e V.
- E somente II, III e V.

55 Fuvest 2019 Dois corpos de massas iguais são soltos, ao mesmo tempo, a partir do repouso, da altura h_1 e percorrem os diferentes trajetos (A) e (B), mostrados na figura, onde $x_1 > x_2$ e $h_1 > h_2$.



Considere as seguintes afirmações:

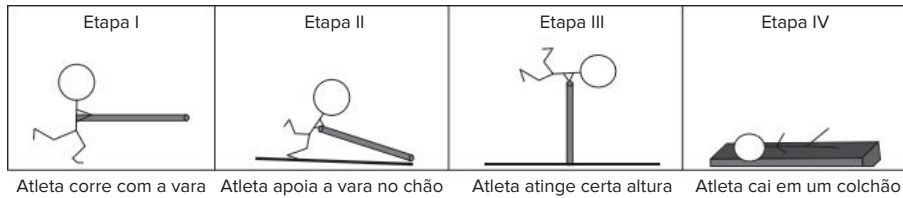
- I. As energias cinéticas finais dos corpos em (A) e em (B) são diferentes.
- II. As energias mecânicas dos corpos, logo antes de começarem a subir a rampa, são iguais.
- III. O tempo para completar o percurso independe da trajetória.
- IV. O corpo em (B) chega primeiro ao final da trajetória.
- V. O trabalho realizado pela força peso é o mesmo nos dois casos.

É correto somente o que se afirma em

Note e adote: desconsidere as forças dissipativas.

- A I e III.
- B II e V.
- C IV e V.
- D II e III.
- E I e V.

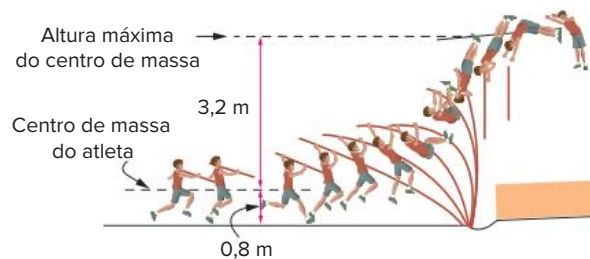
- 56 Enem 2011** Uma das modalidades presentes nas olimpíadas é o salto com vara. As etapas de um dos saltos de um atleta estão representadas na figura:



Desprezando-se as forças dissipativas (resistência do ar e atrito), para que o salto atinja a maior altura possível, ou seja, o máximo de energia seja conservada, é necessário que:

- A a energia cinética, representada na etapa I, seja totalmente convertida em energia potencial elástica, representada na etapa IV.
- B a energia cinética, representada na etapa II, seja totalmente convertida em energia potencial gravitacional, representada na etapa IV.
- C a energia cinética, representada na etapa I, seja totalmente convertida em energia potencial gravitacional, representada na etapa III.
- D a energia potencial gravitacional, representada na etapa II, seja totalmente convertida em energia potencial elástica, representada na etapa IV.
- E a energia potencial gravitacional, representada na etapa I, seja totalmente convertida em energia potencial elástica, representada na etapa III.

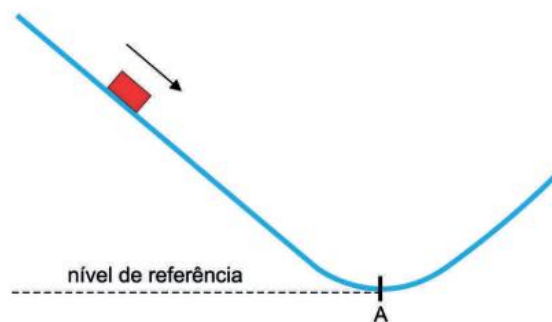
57 Fuvest



No “salto com vara”, um atleta corre segurando uma vara e, com perícia e treino, consegue projetar seu corpo por cima de uma barra. Para uma estimativa da altura alcançada nesses saltos, é possível considerar que a vara sirva apenas para converter o movimento horizontal do atleta (corrida) em movimento vertical, sem perdas ou acréscimos de energia. Na análise de um desses saltos, foi obtida a sequência de imagens reproduzida anteriormente. Nesse caso, é possível estimar que a velocidade máxima atingida pelo atleta, antes do salto, foi de, aproximadamente: Desconsidere os efeitos do trabalho muscular após o início do salto.

- A 4 m/s
- B 6 m/s
- C 7 m/s
- D 8 m/s
- E 9 m/s

- 58 Famema 2017** A figura representa, em corte, parte de uma instalação utilizada para demonstrações de experimentos. Um corpo de dimensões desprezíveis escorrega pela superfície inclinada e atinge o ponto A com velocidade escalar igual a 10 m/s. Considere o atrito e a resistência do ar desprezíveis e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



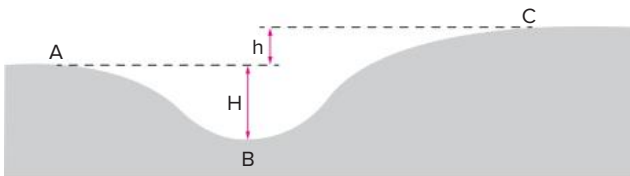
Em relação ao nível de referência indicado na figura, a altura, na superfície inclinada, em que a energia cinética do corpo é igual ao triplo de sua energia potencial gravitacional é

- A 1,25 m.
- B 1,00 m.
- C 2,00 m.
- D 1,50 m.
- E 1,75 m.

59 Unama Uma pequena esfera que pesa 100 N está suspensa por uma corda cujo comprimento é de 6 m. A esfera é deslocada lateralmente, distando horizontalmente de $3\sqrt{3}$ m em relação à vertical, e, em seguida, é solta a partir do repouso. Desprezando-se os atritos, podemos afirmar que a velocidade máxima atingida pela esfera, em m/s, é de:
Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A $12\sqrt{3}$ C $4\sqrt{15}$ E $2\sqrt{15}$
B $5\sqrt{6}$ D $6\sqrt{3}$

60 UFPR O desafio numa das etapas de um concurso de skate consiste em, passando pelos pontos A e B, atingir a elevação C, conforme mostra a figura a seguir. Considere que seja nulo o atrito entre os eixos e as rodas do skate e que não exista deslizamento entre as rodas e a superfície da pista.



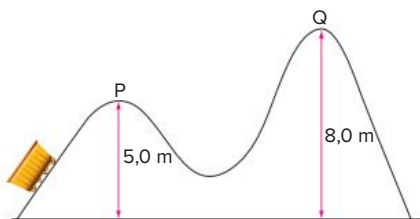
Avalie as seguintes afirmativas.

- I. Se a velocidade do concorrente no ponto A for maior que $\sqrt{2gh}$, onde g é a aceleração da gravidade, ele passará pelo ponto C.
- II. A velocidade mínima no ponto A, para vencer esta etapa, depende da massa do concorrente.
- III. No ponto B, a energia cinética do concorrente é máxima

Assinale a alternativa correta.

- A Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
B Somente a afirmativa I é verdadeira.
C Somente a afirmativa II é verdadeira.
D Somente a afirmativa III é verdadeira.
E Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

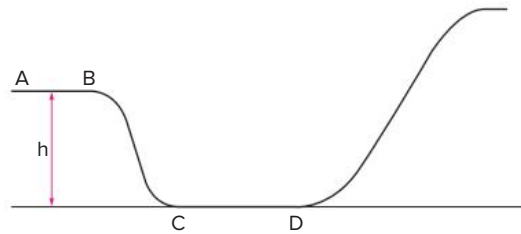
61 Unirio A figura a seguir representa um carrinho de massa m se deslocando sobre o trilho de uma montanha-russa num local onde a aceleração da gravidade é $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Considerando que a energia mecânica do carrinho se conserva durante o movimento e que, em P, o módulo de sua velocidade é 8,0 m/s, teremos no ponto Q uma velocidade de módulo igual a:

- A 5,0 m/s C 4,0 m/s E zero.
B 4,8 m/s D 2,0 m/s

62 Fuvest 2011 Um esquetista treina em uma pista cujo perfil está representado na figura a seguir. O trecho horizontal AB está a uma altura $h = 2,4$ m em relação ao trecho, também horizontal, CD. O esquetista percorre a pista no sentido de A para D. No trecho AB, ele está com velocidade constante, de módulo $v = 4$ m/s; em seguida, desce a rampa BC, percorre o trecho CD, o mais baixo da pista, e sobe a outra rampa até atingir uma altura máxima H, em relação a CD.

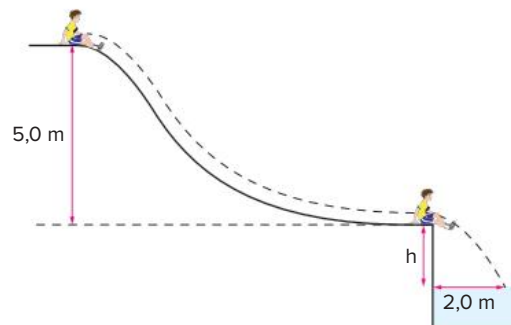


A velocidade do esquetista no trecho CD e a altura máxima H são, respectivamente, iguais a:

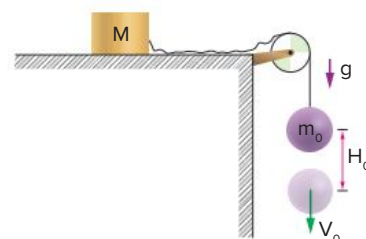
Note e adote: $g = 10 \text{ m/s}^2$; desconsiderar efeitos dissipativos e movimentos do esquetista em relação ao esquite.

- A 5 m/s e 2,4 m D 8 m/s e 2,4 m
B 7 m/s e 2,4 m E 8 m/s e 3,2 m
C 7 m/s e 3,2 m

63 UFPE Um garoto desliza sobre um escorregador, sem atrito, de 5,0 m de altura. O garoto é lançado em uma piscina e entra em contato com a água a uma distância horizontal de 2,0 m, em relação à borda. Calcule a distância vertical h entre a superfície da água e a borda da piscina. Dê sua resposta em cm.



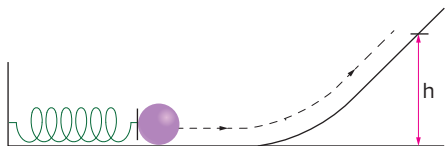
64 Fuvest Uma esfera de massa m_0 está pendurada por um fio, ligado em sua outra extremidade a um caixote, de massa $M = 3m_0$, sobre uma mesa horizontal. Quando o fio entre eles permanece não esticado e a esfera é largada, após percorrer uma distância H_0 , ela atingirá uma velocidade V_0 , sem que o caixote se mova.



Na situação em que o fio entre eles estiver esticado, a esfera, puxando o caixote, após percorrer a mesma distância H_0 , atingirá uma velocidade V igual a:

- A $\frac{1}{4}V_0$
- B $\frac{1}{3}V_0$
- C $\frac{1}{2}V_0$
- D $2V_0$
- E $3V_0$

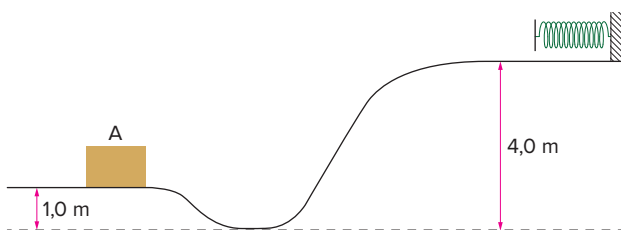
- 65 PUC-Minas** Comprime-se uma mola de constante elástica k , através de uma esfera de massa M , produzindo-se uma deformação X . Abandonando-se o sistema, a esfera atinge uma altura h na rampa, mostrada na figura.



Provocando-se uma deformação $2X$ na mola, a nova altura atingida pela esfera, na rampa, será igual a:

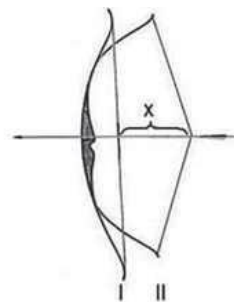
▶ **Dado:** Despreze todas as formas de atrito.

- A $2h$
 - B $\frac{h}{2}$
 - C $h\sqrt{2}$
 - D $4h$
 - E h
- 66 Unifor** Numa pista, cujo perfil está representado a seguir, um móvel de 2,0 kg de massa se desloca sem atrito. A velocidade com que o corpo passa pelo ponto A é de 10 m/s. Despreze o trabalho de forças não conservativas e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



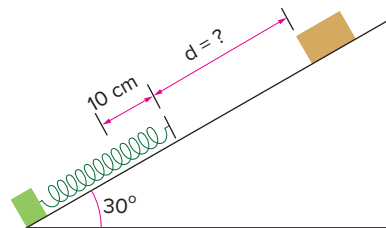
Sabendo que a mola colocada no plano superior apresenta deformação máxima de 0,20 m quando atingida pelo corpo, sua constante elástica vale, em N/m:

- A $2,0 \cdot 10^3$
 - B $2,0 \cdot 10^2$
 - C 40
 - D 20
 - E 4,0
- 67 UFRGS 2018** O uso de arco e flecha remonta a tempos anteriores à história escrita. Em um arco, a força da corda sobre a flecha é proporcional ao deslocamento x , ilustrado na figura a seguir, a qual representa o arco nas suas formas relaxada I e distendida II.



Uma força horizontal de 200 N, aplicada na corda com uma flecha de massa $m = 40 \text{ g}$, provoca um deslocamento $x = 0,5 \text{ m}$. Supondo que toda a energia armazenada no arco seja transferida para a flecha, qual a velocidade que a flecha atingiria, em m/s, ao abandonar a corda?

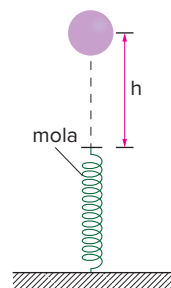
- A $5 \cdot 10^3$.
 - B 100.
 - C 50.
 - D 5.
 - E $10^{1/2}$.
- 68 UFPR** Um corpo de massa igual a 2 kg parte do repouso e desliza, sem atrito, sobre um plano inclinado 30° com a horizontal, indo de encontro a uma mola de constante elástica igual a 1000 N/m, que experimenta uma compressão máxima de 10 cm. Em seguida, a mola lança o corpo para cima.



Qual a distância máxima d percorrida pelo corpo no retorno, medida a partir do ponto em que cessa o contato entre ele e a mola?

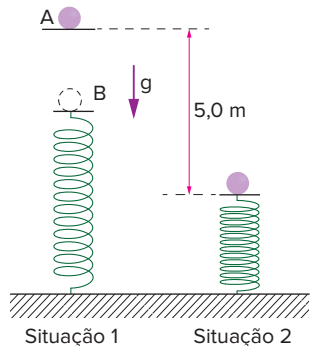
▶ **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 69 UFPE** Uma bolinha de massa $m = 200 \text{ g}$ é largada do repouso a uma altura h , acima de uma mola ideal, de constante elástica $k = 1240 \text{ N/m}$, que está fixada no piso (ver figura). Ela colide com a mola, comprimindo-a em $\Delta x = 10 \text{ cm}$.



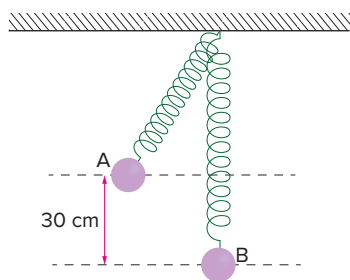
Calcule, em metros, a altura inicial h . Despreze a resistência do ar.

- 70 Vunesp** Na figura a seguir, uma esfera de massa $m = 2 \text{ kg}$ é abandonada do ponto A, caindo livremente e colidindo com o aparador, que está ligado a uma mola de constante elástica $k = 2 \cdot 10^4 \text{ N/m}$. As massas da mola e do aparador são desprezíveis. Não há perda de energia mecânica. Admita $g = 10 \text{ m/s}^2$. Na situação 2, a compressão da mola é máxima.



As deformações da mola, quando a esfera atinge sua velocidade máxima e quando ela está na situação 2, medidas em relação à posição inicial B da mola, valem, respectivamente:

- A 2 mm e 10 cm
 B 1 mm e 5 cm
 C 1 mm e 10 cm
 D 2 mm e 20 cm
 E 3 mm e 10 cm
- 71 UFSC** Na figura a seguir, a esfera tem massa igual a 2,0 kg e encontra-se presa na extremidade de uma mola de massa desprezível e constante elástica 500 N/m. A esfera encontra-se, inicialmente, em repouso, mantida na posição A, onde a mola não está deformada. A posição A situa-se a 30 cm de altura em relação à posição B. Soltando-se a esfera, ela desce sob a ação da gravidade. Ao passar pelo ponto B, a mola se encontra na vertical e distendida de 10 cm. Desprezam-se as dimensões da esfera e os efeitos da resistência do ar.



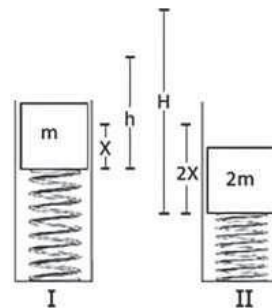
Considerando-se a situação física descrita, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 A velocidade da esfera no ponto mais baixo da trajetória, ponto B, é igual a $\sqrt{6,0} \text{ m/s}$.
 02 Toda a energia potencial gravitacional da esfera, na posição A, é transformada em energia cinética, na posição B.
 04 A velocidade da esfera no ponto B é igual a $\sqrt{3,5} \text{ m/s}$.

- 08 A força resultante sobre a esfera na posição B é igual a 30 N.
 16 A energia mecânica da esfera, na posição B, é igual à sua energia potencial gravitacional na posição A.
 32 Parte da energia potencial gravitacional da esfera, na posição A, é convertida em energia potencial elástica, na posição B.
 64 A energia cinética da esfera, na posição B, é igual à sua energia potencial gravitacional, na posição A.

Soma:

- 72 UFRGS 2019** Um dispositivo de lançamento vertical de massas consiste em um tubo com uma mola sobre a qual são colocados objetos. Após a mola ser comprimida, o sistema massa-mola é liberado. Não há contato entre a massa e a parede do tubo, e a resistência do ar é desprezível.



Na figura I, um objeto de massa m é colocado sobre uma mola de constante elástica k . A mola é então comprimida por uma distância X . Quando o sistema é liberado, o objeto é arremessado verticalmente e atinge uma altura h .

Na figura II, um objeto de massa $2m$ é colocado sobre a mesma mola e esta é comprimida por uma distância $2X$. Nesse caso, a altura H atingida pelo objeto, após a liberação do sistema, é

- A $h/2$. C $h\sqrt{2}$. E $4h$.
 B h . D $2h$.

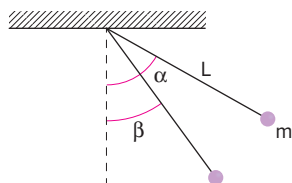
- 73 Unicamp Bungee-jump** é um esporte radical, muito conhecido hoje em dia, em que uma pessoa salta de uma grande altura, presa a um cabo elástico. Considere o salto de uma pessoa de 80 kg. Quando a força elástica do cabo começa a agir, a velocidade da pessoa é de 20 m/s. O cabo atinge o dobro de seu comprimento normal quando a pessoa atinge o ponto mais baixo de sua trajetória. Despreze a resistência do ar.

- a) Calcule o comprimento normal do cabo.
 b) Determine a constante elástica do cabo.

- 74 ITA** Considere um pêndulo simples de comprimento L e massa m abandonado da horizontal. Então, para que não arrebente, o fio do pêndulo deve ter uma resistência à tração pelo menos igual a:

- A mg C $3mg$ E $5mg$
 B $2mg$ D $4mg$

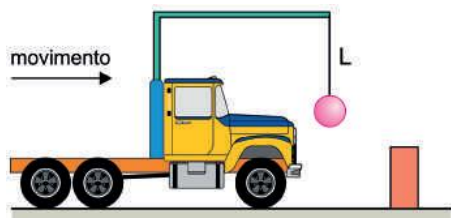
- 75 UFMS** Um fio de comprimento (L) e massa desprezível tem sua extremidade superior fixa e, na outra extremidade, há um pequeno objeto de massa (m). O fio esticado é deslocado de um ângulo (α) em relação à vertical e abandonado. A figura a seguir mostra dois instantes do movimento do pêndulo.



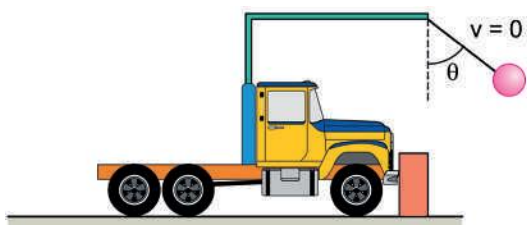
Desprezando-se forças dissipativas de energia e sendo (g) a aceleração da gravidade local, é correto afirmar que:

- A a energia mecânica do objeto na posição definida pelo ângulo β é maior do que aquela definida pelo ângulo α .
 B a energia potencial do objeto na posição definida pelo ângulo β é maior do que aquela definida pelo ângulo α .
 C a força centrípeta atuante sobre o objeto na posição definida pelo ângulo β é menor do que aquela definida pelo ângulo α .
 D a velocidade escalar (v) do objeto na posição definida pelo ângulo β é $v = \sqrt{2gL \cdot \cos(\beta - \alpha)}$.
 E o trabalho (W) realizado pelo peso do objeto durante o movimento entre as posições definidas pelos ângulos α e β é $W = mgL(\cos \beta - \cos \alpha)$.

- 76 Unesp 2019** Um caminhão de brinquedo move-se em linha reta sobre uma superfície plana e horizontal com velocidade constante. Ele leva consigo uma pequena esfera de massa $m = 600$ g presa por um fio ideal vertical de comprimento $L = 40$ cm a um suporte fixo em sua carroceria.



Em um determinado momento, o caminhão colide inelasticamente com um obstáculo fixo no solo, e a esfera passa a oscilar atingindo o ponto mais alto de sua trajetória quando o fio forma um ângulo $\theta = 60^\circ$ em relação à vertical.



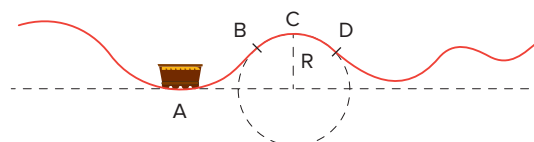
Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ e desprezando a resistência do ar, calcule:

- a) a intensidade da tração no fio, em N, no instante em que a esfera para no ponto mais alto de sua trajetória
 b) a velocidade escalar do caminhão, em m/s, no instante em que ele se choca contra o obstáculo.

- 77 FEI** Uma pedra gira em um plano vertical, amarrada à extremidade de um fio de comprimento ℓ , inextensível de massa desprezível, fixo na outra extremidade, no limite em que o fio permanece esticado.

- a) Sendo g a aceleração da gravidade, qual a velocidade da pedra no ponto mais alto da sua trajetória?
 b) Sendo P o peso da pedra, qual a tração no fio no ponto mais baixo da trajetória?

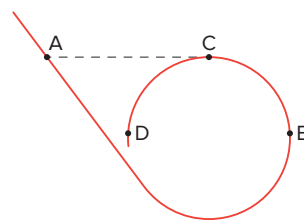
- 78 Unicamp** Um carrinho de massa $m = 300$ kg percorre uma montanha-russa cujo trecho BCD é um arco de circunferência de raio $R = 5,4$ m, conforme a figura. A velocidade do carrinho no ponto A é $v_A = 12$ m/s.



Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando o atrito, calcule:

- a) a velocidade do carrinho no ponto C.
 b) a aceleração do carrinho no ponto C.
 c) a força feita pelos trilhos sobre o carrinho no ponto C.

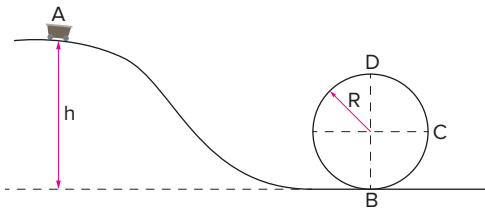
- 79 UFPB** Uma pista de brinquedo, inteiramente contida num plano vertical, tem o formato mostrado na figura a seguir. Um carrinho em repouso é largado no ponto A e inicia o seu movimento de descida acelerado pela força gravitacional.



Considerando se que os pontos A e C estão na mesma altura e que não há atrito entre a pista e o carrinho, pode-se afirmar que este carrinho:

- A perderá contato com a pista no ponto B.
 B perderá contato com a pista entre os pontos B e C.
 C perderá contato com a pista no ponto C.
 D perderá contato com a pista entre os pontos C e D.
 E não perderá contato com a pista.

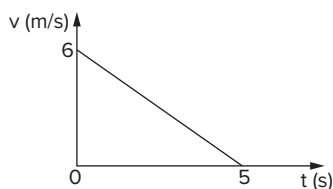
- 80 UFG** A montanha-russa de um parque de diversão, esquematizada na figura a seguir, foi projetada com segurança para que a força resultante sobre um carrinho de massa m , ao passar pelo ponto C num trilho circular de raio R , fosse de $\sqrt{17}mg$, após ter sido abandonado no ponto A.



Dessa forma, determine:

- a altura h em função do raio R do trilho.
- a força exercida pelo trilho sobre o carrinho no ponto D, em função de m e g .

- 81 EsPCEx 2017** Um bloco de massa igual a 1,5 kg é lançado sobre uma superfície horizontal plana com atrito com uma velocidade inicial de 6 m/s em $t_1 = 0$ s. Ele percorre uma certa distância, numa trajetória retilínea, até parar completamente em $t_2 = 5$ s, conforme o gráfico abaixo. O valor absoluto do trabalho realizado pela força de atrito sobre o bloco é:



- A 4,5 J. C 15 J. E 30 J.
B 9,0 J. D 27 J.

- 82 ITA** Um pingo de chuva de massa $5,0 \cdot 10^{-5}$ kg cai com velocidade constante de uma altitude de 120 m, sem que sua massa varie, num local onde a aceleração da gravidade é de 10 m/s^2 . Nessas condições, a força de atrito F_A do ar sobre a gota e a energia E_A dissipada durante a queda são, respectivamente:

- A $5,0 \cdot 10^{-4}$ N; $5,0 \cdot 10^{-4}$ J D $5,0 \cdot 10^{-4}$ N; $6,0 \cdot 10^{-2}$ J
B $1,0 \cdot 10^{-3}$ N; $1,0 \cdot 10^{-1}$ J E $5,0 \cdot 10^{-4}$ N; 0
C $5,0 \cdot 10^{-4}$ N; $5,0 \cdot 10^{-2}$ J

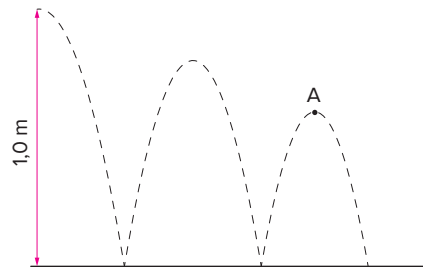
- 83 UFMS** Um objeto é lançado verticalmente para cima, a partir do solo, com uma velocidade inicial de 19,6 m/s, atingindo uma altura máxima de 14,7 m. Adotando a aceleração da gravidade $9,8 \text{ m/s}^2$, é correto afirmar que:

- a energia mecânica do objeto não variou.
- houve perda de energia mecânica, pois o objeto deveria ter alcançado uma altura de 19,6 m.
- sobre o objeto atuou apenas a força da gravidade.
- o objeto perdeu 25% de sua energia mecânica no movimento de subida.
- o objeto retornará ao ponto de lançamento com a mesma velocidade, em módulo.

Soma:

- 84 Unicamp** Uma bola metálica cai da altura de 1,0 m sobre um chão duro. A bola repica no chão várias vezes, conforme a figura adiante. Em cada colisão, a bola perde 20% de sua energia. Despreze a resistência do ar.

▶ Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

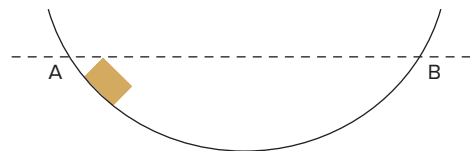


- Qual é a altura máxima que a bola atinge após duas colisões (ponto A)?
- Qual é a velocidade com que a bola atinge o chão na terceira colisão?

- 85 Unitau** Um exaustor, ao descarregar grãos do porão de um navio, ergue-os até uma altura de 10,0 m e, de pois, lança-os com uma velocidade de 4,00 m/s. Se os grãos são descarregados à razão de 2,00 kg por segundo, conclui-se que, para realizar esta tarefa, o motor do exaustor deve ter uma potência mínima de: Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A $1,96 \cdot 10^2$ W C $2,00 \cdot 10^2$ W E 16 W
B $2,16 \cdot 10^2$ W D $1,00 \cdot 10^2$ W

- 86 UFSC** O bloco representado na figura a seguir desce a partir do repouso, do ponto A, sobre o caminho que apresenta atrito entre as superfícies de contato. A linha horizontal AB passa pelos pontos A e B.

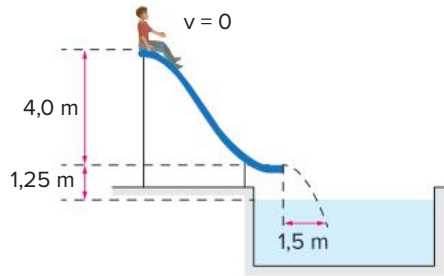


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- O bloco certamente atingirá o ponto B.
- A força de atrito realiza trabalho negativo durante todo o percurso e faz diminuir a energia mecânica do sistema.
- Tanto a força peso como a força normal realizam trabalho.
- A energia potencial gravitacional permanece constante em todo o percurso do bloco.
- A energia cinética do bloco não se conserva durante o movimento.
- O bloco sempre descerá com velocidade constante, pois está submetido a forças constantes.
- A segunda lei de Newton não pode ser aplicada ao movimento deste bloco, pois existem forças dissipativas atuando durante o movimento.

Soma:

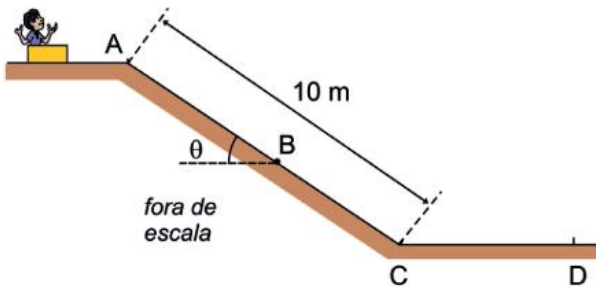
- 87 UFF** Um tobogã de 4,0 m de altura é colocado à beira de uma piscina com sua extremidade mais baixa a 1,25 m acima do nível da água. Uma criança de massa 50 kg escorrega do topo do tobogã a partir do repouso, conforme indicado na figura.



Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e sabendo que a criança deixa o tobogã com uma velocidade horizontal V e cai na água a 1,5 m da vertical que passa pela extremidade mais baixa do tobogã, determine:

- a velocidade horizontal V com que a criança deixa o tobogã.
- a perda de energia mecânica da criança durante a descida no tobogã.

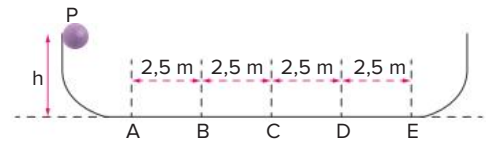
- 88 Unifesp 2016** Um garoto de 40 kg está sentado, em repouso, dentro de uma caixa de papelão de massa desprezível, no alto de uma rampa de 10 m de comprimento, conforme a figura.



Para que ele desça a rampa, um amigo o empurra, imprimindo-lhe uma velocidade de 1 m/s no ponto A, com direção paralela à rampa, a partir de onde ele escorrega, parando ao atingir o ponto D. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície, em todo o percurso AD, é igual a 0,25, que $\sin \theta = 0,6$, $\cos \theta = 0,8$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que a resistência do ar ao movimento pode ser desprezada, calcule:

- o módulo da força de atrito, em N, entre a caixa e a rampa no ponto B.
- a distância percorrida pelo garoto, em metros, desde o ponto A até o ponto D.

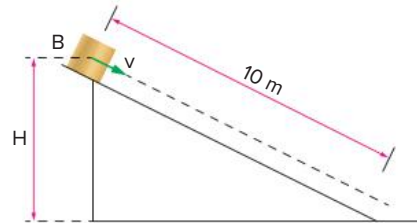
- 89 Fuvest** Uma partícula desliza sobre o trilho que possui extremidades elevadas e uma parte central plana, conforme a figura. As partes curvas não apresentam atrito e o coeficiente de atrito cinético da parte plana é $\mu = 0,2$. Abandona-se a partícula do ponto P, cuja altura é $h = 2,5 \text{ m}$ acima da parte plana.



O ponto no qual a partícula vai parar é:

- A A B B C C D D E E

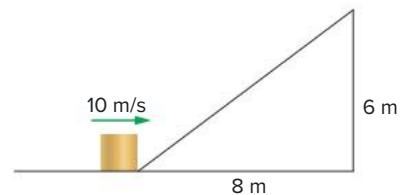
- 90 Fuvest** Um bloco B de 2,0 kg é lançado do topo de um plano inclinado, com velocidade de 5,0 m/s, conforme indica a figura. Durante a descida, atua uma força de atrito constante de 7,5 N, que faz o bloco parar após deslocar-se 10 m.



Calcule a altura H.

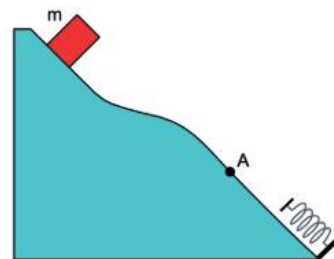
- A 1,25 m C 2,50 m E 5,00 m
B 2,00 m D 3,75 m

- 91 UFPR** Uma caixa se movimenta sobre uma superfície horizontal e, quando sua velocidade tem módulo 10 m/s, passa a subir uma rampa, conforme indicado na figura.



Sabendo que o coeficiente de atrito entre o bloco e o material da rampa é 0,75, calcule até que altura, em relação à superfície horizontal, a caixa irá subir nessa rampa.

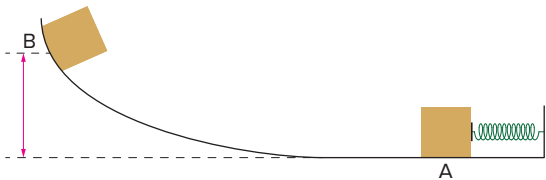
- 92** Uma caixa de massa m é abandonada no alto de uma superfície com atrito, choca-se, no ponto mais baixo, com uma mola ideal fixa e volta a subir. Nesse movimento, a caixa passa duas vezes pelo ponto A: na descida, com velocidade v_1 , e na subida, com velocidade v_2 .



A energia mecânica dissipada entre as duas passagens da caixa pelo ponto A foi

- A $m \cdot (v_1 - v_2)^2$ C $\frac{m}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2)$ E $2 \cdot m \cdot (v_1^2 - v_2^2)$
B $\frac{m}{2} \cdot (v_1 - v_2)^2$ D $m \cdot (v_1^2 - v_2^2)$

- 93 UFSC** A figura mostra um bloco de massa $m = 500 \text{ g}$, mantido encostado em uma mola comprimida de $x = 20 \text{ cm}$. A constante elástica da mola é $k = 400 \text{ N/m}$. A mola é solta e empurra o bloco, que, partindo do repouso no ponto A, atinge o ponto B, onde para. No percurso entre os pontos A e B, a força de atrito da superfície sobre o bloco dissipa 20% da energia mecânica inicial no ponto A. Considere nula a energia potencial gravitacional no ponto A

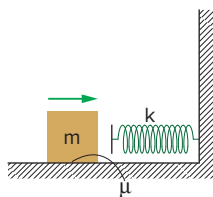


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Na situação descrita, não há conservação da energia mecânica.
 02 A energia mecânica do bloco no ponto B é igual a $6,4 \text{ J}$.
 04 O trabalho realizado pela força de atrito sobre o bloco, durante o seu movimento, foi de $1,6 \text{ J}$.
 08 O ponto B situa-se a 80 cm de altura, em relação ao ponto A.
 16 A força peso não realizou trabalho no deslocamento do bloco entre os pontos A e B, por isso não houve conservação da energia mecânica do bloco.
 32 A energia mecânica total do bloco, no ponto A, é igual a $8,0 \text{ J}$.
 64 A energia potencial elástica do bloco, no ponto A, é totalmente transformada na energia potencial gravitacional do bloco, no ponto B.

Soma:

- 94 Unicamp** Um bloco de massa $= 0,5 \text{ kg}$ desloca-se sobre um plano horizontal, cujo coeficiente de atrito μ vale $0,4$, e comprime uma mola de constante elástica $k = 1,6 \cdot 10^2 \text{ N/m}$.

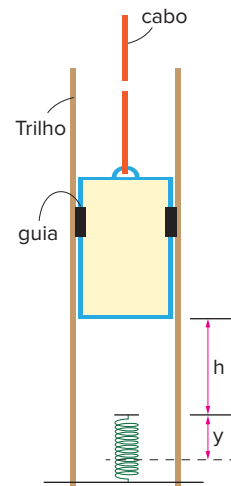


Sabendo-se que a máxima compressão da mola pela ação do bloco é $x = 0,1 \text{ m}$, calcule:

- a) o trabalho da força de atrito durante a compressão da mola.
 b) a velocidade do bloco no instante em que ele tocou a mola

- 95 UFF** Um elevador de massa M encontra-se em repouso quando seu cabo de sustentação rompe-se. O elevador cai de uma altura h até atingir uma mola amortecedora, situada no fundo do poço, comprimindo-a. Durante a

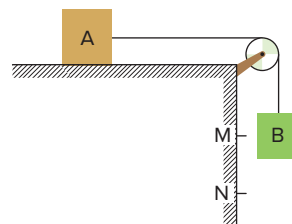
queda, um sistema de segurança pressiona as guias do elevador contra os trilhos laterais, provocando uma força de atrito resultante, constante, de valor igual a F (menor que o peso do elevador).



Sabendo-se que a aceleração da gravidade é g , calcule, em função de M , h , F e g :

- a) a aceleração do elevador após o rompimento do cabo
 b) a velocidade do elevador ao atingir a mola.
 Suponha que a mola seja ideal e que a força de atrito não atue durante a sua compressão. Desprezando-se as perdas de energia no choque do elevador com a mola e sabendo-se que a compressão máxima sofrida pela mesma é y , calcule:
 c) a variação da energia potencial gravitacional do elevador entre o instante do choque com a mola e o instante em que esta atinge sua compressão máxima.
 d) a constante elástica da mola.

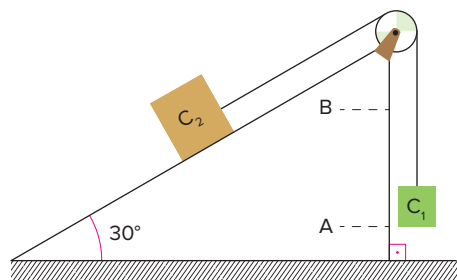
- 96 Cesgranrio** Dois blocos, A e B, de massas $m_A = 0,60 \text{ kg}$ e $m_B = 0,40 \text{ kg}$, apresentados na figura a seguir, estão ligados por um fio que passa por uma roldana. Tanto o fio quanto a roldana têm massas desprezíveis. O sistema é solto com o bloco B na posição M, indo atingir a posição N, 80 cm abaixo, com velocidade de $2,0 \text{ m/s}$.



O módulo do trabalho realizado pela força de atrito durante esse movimento, vale, em joules:

- A $0,80$
 B $1,0$
 C $1,2$
 D $1,8$
 E $2,0$

- 97 Mackenzie** No sistema a seguir, de fio e polia ideais, o corpo C_1 , de massa 5,0 kg, sobe 50 cm desde o ponto A até o ponto B, com velocidade constante.

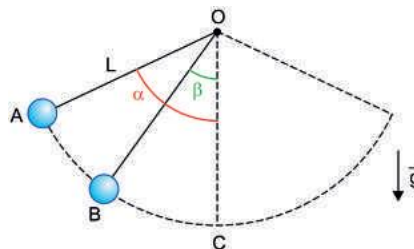


O trabalho realizado pela força de atrito existente entre o corpo C_2 , de massa 20 kg, e o plano inclinado, neste intervalo, foi:

▶ **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$

- A -15 J
- B 20 J
- C -25 J
- D 40 J
- E -50 J

- 98** Um pêndulo é constituído de uma pequena esfera de massa m presa por meio de um fio ideal de comprimento L a um ponto fixo O . A esfera é abandonada do repouso do ponto A , com o fio inclinado de um ângulo α com a vertical. Depois de passar algumas vezes pelo ponto C , a esfera para instantaneamente no ponto B , com o fio inclinado de um ângulo β com a vertical.



Considerando $\text{sen } \alpha = 0,9$, $\text{cos } \alpha = 0,4$, $\text{sen } \beta = 0,6$ e $\text{cos } \beta = 0,8$, a energia mecânica dissipada, desde o início das oscilações até a parada instantânea no ponto B, foi igual a

- A $0,8 \cdot m \cdot g \cdot L$
- B $0,4 \cdot m \cdot g \cdot L$
- C $0,2 \cdot m \cdot g \cdot L$
- D $0,5 \cdot m \cdot g \cdot L$
- E $0,6 \cdot m \cdot g \cdot L$

Texto complementar

Montanhas russas e o princípio de conservação de energia

As montanhas-russas são uma das maiores atrações dos parques de diversões. Originadas no século XVII como estruturas cobertas de gelo, na região de São Petersburgo, na Rússia, as montanhas-russas só ganharam rodas em 1784.

Montanhas-russas típicas funcionam somente sob a ação da gravidade, um motor só fornece energia inicial para levar os vagões até o topo. Em uma sucessão de quedas, curvas e *loops*, essas grandes estruturas planejadas estão sujeitas a um dos princípios fundamentais da Física, o princípio de conservação de energia.

Em um sistema isolado, a energia total deve permanecer constante. Energia não pode ser criada espontaneamente ou destruída, ela pode converter-se de uma forma qualquer em outra.

Ao sair da plataforma, o vagão de uma montanha-russa percorre o trilho empurrado por um motor elétrico até o ponto mais alto do circuito, adquirindo energia potencial ao longo do trajeto. A partir daí, o vagão começa a descer, acelerado pela ação da gravidade, e a energia potencial armazenada durante a subida é transformada em energia cinética. Durante a queda, a velocidade do vagão aumenta e, conseqüentemente, sua energia cinética. Ao subir a próxima colina, a energia cinética do vagão é transformada em energia potencial novamente. Essa transformação é sucessiva, a velocidade obtida em uma descida é usada para superar a próxima subida. Em circuitos com inversões, como os *loops*, a velocidade adquirida na transformação de energia potencial em cinética permite que haja resultante centrípeta capaz de manter o passageiro no assento.

Em uma montanha-russa ideal, a energia mecânica seria conservada, garantindo um passeio infinito. Em montanhas-russas reais, a energia mecânica não é totalmente conservada, há dissipação de energia em forma de calor, devido ao atrito das peças, rodas e trilhos. Assim, se

mais energia não é fornecida ao sistema, os picos devem ser cada vez mais baixos até o final do trajeto.

Na verdade, em muitos brinquedos, a velocidade adquirida durante a queda acaba sendo muito alta e um sistema de freios deve ser acionado, dissipando energia, para que o vagão possa continuar percorrendo o circuito. A energia do sistema também pode ser utilizada para abastecer geradores, fornecendo energia elétrica às lâmpadas que iluminam o brinquedo.

Atualmente, as montanhas-russas são projetadas e testadas por meio de modelos computacionais sofisticados. Em um dos circuitos mais rápidos do mundo, os vagões podem atingir velocidades de cerca de 240 km/h. Circuitos mais elaborados utilizam-se de propulsão eletromagnética para impulsionar os vagões em curvas, *loops* e “parafusos”



© ANTHONY ANEISE TOTAH - JR | DREAMSTIME.COM

Estudamos, neste capítulo, o conceito de trabalho

O **trabalho (W) de uma força constante** \vec{F} que atua sobre uma partícula, formando um ângulo θ com o vetor deslocamento \vec{d} dessa partícula, é calculado como:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos \theta$$

Já o **trabalho de uma força variável** é igual, numericamente, à área do gráfico $F \times s$, em que F é o módulo do vetor \vec{F} projetado na direção do deslocamento e s é a posição escalar ao longo da trajetória.

Calculamos o trabalho de algumas importantes forças:

Trabalho da força peso: $W_p = -(mgh_2 - mgh_1)$

Trabalho da força elástica: $W_{E_i} = -\left(\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2\right)$

Estudamos também os conceitos de potência média, potência instantânea e rendimento.

A **potência média** de uma força \vec{F} que realiza um trabalho W em um intervalo de tempo Δt é calculada como:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t}$$

Quando a força for constante, a potência média também pode ser escrita como:

$$P_m = |\vec{F}| \cdot |\vec{v}_m| \cdot \cos \theta$$

A **potência instantânea** de uma força \vec{F} que realiza um trabalho W pode ser calculada como:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P_m \Rightarrow P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t}$$

Quando a força for constante, a potência instantânea também pode ser escrita como:

$$P = |\vec{F}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \theta$$

O **rendimento (η)** de uma máquina pode ser definido como a razão entre a potência utilizada e a potência recebida, ou como a razão entre o trabalho realizado e o trabalho recebido:

$$\eta = \frac{P_U}{P_T} = \frac{W_U}{W_T}$$

Estudamos o conceito de energia e vimos as definições de algumas formas de energia.

A **energia cinética** é a energia associada ao movimento de um corpo de massa m e velocidade de módulo v .

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

A **energia potencial gravitacional** é a energia associada à posição de um corpo de massa m , sujeito a um campo gravitacional de módulo g , estando o corpo a uma altura h em relação a um referencial escolhido:

$$E_{PG} = mgh$$

A **energia potencial elástica** é a energia associada à posição de uma mola de constante elástica k que se encontra deformada de x :

$$E_{PEI} = \frac{1}{2}kx^2$$

A **energia mecânica** é a soma das energias cinética e potencial:

$$E_M = E_C + E_P$$

Quando atuam sobre um sistema somente **forças conservativas**, que são aquelas cujos trabalhos entre dois pontos dados independem da trajetória, a energia mecânica do sistema se conserva:

$$E_M = \text{constante}$$

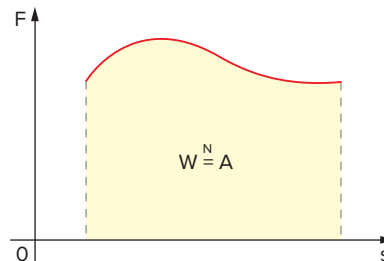
Vimos também algumas importantes relações entre trabalho e energia.

O **teorema da energia cinética** nos diz que o trabalho da resultante de forças sobre um sistema é igual à variação da energia cinética desse sistema:

$$W_{F_R} = \Delta E_C$$

Aprendemos também que o **trabalho das forças dissipativas** sobre um sistema é igual à variação da energia mecânica desse sistema:

$$W_{F_d} = \Delta E_M$$





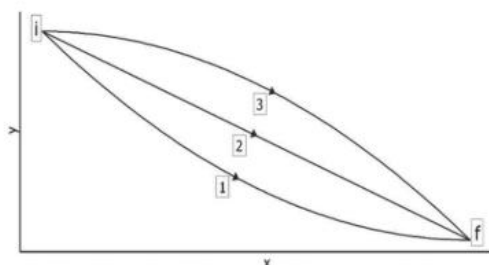
Sites

- Simulações de sistemas massa-mola
Disponível em: <https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_pt_BR.html>. Acesso em: 30 out. 2020.
- Conservação de energia – Parque energético para esquetistas (simulações)
Disponível em: <http://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/energy-skate-park>. Acesso em: 30 out. 2020.

Exercícios complementares

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

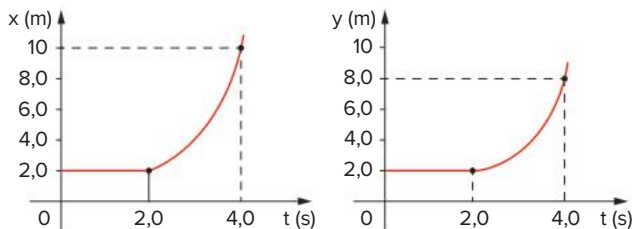
- 1 UFRGS 2018** A figura mostra três trajetórias, 1, 2 e 3, através das quais um corpo de massa m , no campo gravitacional terrestre, é levado da posição inicial i para a posição final f , mais abaixo.



Sejam W_1 , W_2 e W_3 , respectivamente, os trabalhos realizados pela força gravitacional nas trajetórias mostradas. Assinale a alternativa que correlaciona corretamente os trabalhos realizados.

- A $W_1 < W_2 < W_3$ D $W_1 = W_2 > W_3$
 B $W_1 < W_2 = W_3$ E $W_1 > W_2 > W_3$
 C $W_1 = W_2 = W_3$

- 2** Uma partícula de 8,0 kg de massa parte do repouso de um ponto A pertencente a um plano horizontal sem atrito, deslocando-se para um ponto B sob a ação de uma força constante. Sua posição sobre o plano é registrada em relação a um referencial cartesiano Oxy , de modo que as coordenadas x e y variem com o tempo, conforme os gráficos a seguir.

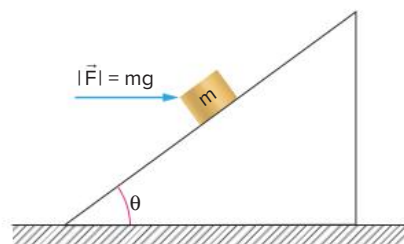


Sabendo que a partícula parte de A no instante $t_1 = 2,0 \text{ s}$ e que atinge B no instante $t_2 = 4,0 \text{ s}$:

- a) esboce, em um diagrama y versus x , o deslocamento vetorial da partícula desde A até B, destacando o seu módulo.

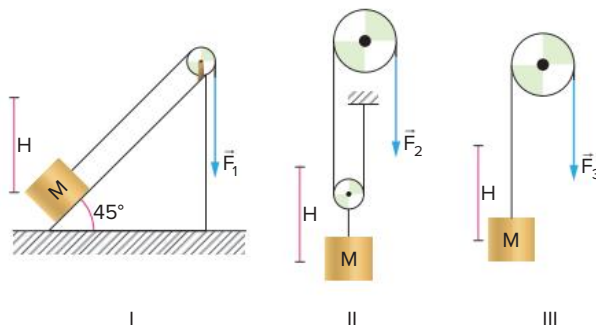
- b) calcule o trabalho total realizado sobre a partícula, bem como a intensidade da força que a deslocou desde A até B.

- 3 UFRJ** Um plano está inclinado, em relação à horizontal, de um ângulo θ , cujo seno é igual a 0,6 (o ângulo é menor do que 45°). Um bloco de massa m sobe nesse plano inclinado sob a ação de uma força horizontal \vec{F} , de módulo exatamente igual ao módulo de seu peso, como indica a figura a seguir.



- a) Supondo que não haja atrito entre o bloco e o plano inclinado, calcule o módulo da aceleração do bloco.
 b) Calcule a razão entre o trabalho W_F da força \vec{F} e o trabalho W_P do peso do bloco, ambos em um deslocamento no qual o bloco percorre uma distância d ao longo da rampa.

- 4 UFG** Faz-se um objeto de massa M elevar-se de uma mesma altura H utilizando um dos três mecanismos mostrados na figura. As forças são ajustadas para vencer a gravidade sem transferir energia cinética ao corpo. O atrito e a inércia das polias são desprezíveis.



Em relação a essa situação, é correto afirmar:

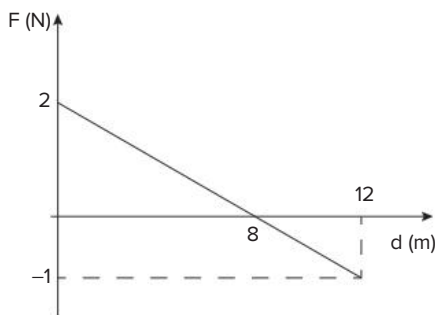
- A o mecanismo I é mais vantajoso, porque \vec{F}_1 e o trabalho que ela realiza são os menores.
- B o mecanismo II é mais vantajoso, porque \vec{F}_2 realiza o menor trabalho.
- C o mecanismo III é mais vantajoso, porque \vec{F}_3 é a menor força.
- D o trabalho de \vec{F}_3 é menor do que o trabalho de \vec{F}_2 .
- E o trabalho de \vec{F}_1 é igual ao trabalho de \vec{F}_3 .

- 5 PUC-Rio 2018** Uma força constante F_0 , fazendo um ângulo de 60° com a horizontal, é utilizada para arrastar horizontalmente um bloco por uma distância L_0 em uma superfície, realizando um trabalho W_0 . Se o ângulo for reduzido para 30° , o novo trabalho W realizado pela força F_0 será:

► **Dados:** $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- A $\sqrt{3} W_0$
- B $2W_0$
- C W_0
- D $\frac{W_0}{2}$
- E $W_0\sqrt{3}$

- 6 Uerj 2018** O gráfico a seguir indica a variação da força resultante F que atua em um objeto de massa m , em uma trajetória retilínea ao longo de um deslocamento de 12 m.



Calcule o trabalho, em joules, realizado por F nesse deslocamento.

- 7 FEI** Um tambor de massa 50 kg está cheio com 200 L de água. O tambor é içado por uma força F a 20 m de altura. A água escoava uniformemente através de um orifício, de modo que o tambor chegue à parte superior completamente vazio. Sabendo-se que a velocidade de subida é constante, determinar o trabalho da força F do solo até a altura de 20 m.
- A 10 000 J
 - B 15 000 J
 - C 20 000 J
 - D 25 000 J
 - E 30 000 J

- 8 UFRJ** Um avião “A” reboca um planador “P” com velocidade constante de 60 m/s numa trajetória horizontal, como ilustra a figura. O cabo utilizado para o reboque tem massa desprezível e está sob uma

tensão, considerada uniforme, de 2000 N. As forças horizontais (forças de arrasto) que o ar opõe aos movimentos do avião e do planador são tais que a força de arrasto no avião é 20% maior do que no planador.



Calcule:

- a) o módulo da força horizontal que o ar exerce sobre o planador P.
- b) a potência mínima em kW que o motor do avião tem de desenvolver para efetuar o reboque nessas condições.

- 9 Enem** Com o objetivo de se testar a eficiência de fornos de micro-ondas, planejou-se o aquecimento em 10°C de amostras de diferentes substâncias, cada uma com determinada massa, em cinco fornos de marcas distintas. Nesse teste, cada forno operou à potência máxima. O forno mais eficiente foi aquele que:

- A forneceu a maior quantidade de energia às amostras.
- B cedeu energia à amostra de maior massa em mais tempo.
- C forneceu a maior quantidade de energia em menos tempo.
- D cedeu energia à amostra de menor calor específico mais lentamente.
- E forneceu a menor quantidade de energia às amostras em menos tempo.

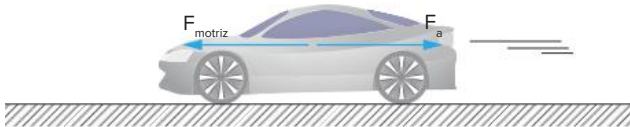
- 10 Cefet-MG 2017** Um automóvel viaja a uma velocidade de constante $v = 90 \text{ km/h}$ em uma estrada plana e retilínea. Sabendo-se que a resultante das forças de resistência ao movimento do automóvel tem uma intensidade de 3,0 kN, a potência desenvolvida pelo motor é de

- A 750 W.
- B 270 kW.
- C 75 kW.
- D 7,5 kW.

- 11 Unicamp 2018** “Gelo combustível” ou “gelo de fogo” é como são chamados os hidratos de metano que se formam a temperaturas muito baixas, em condições de pressão elevada. São geralmente encontrados em sedimentos do fundo do mar ou sob a camada de solo congelada dos polos. A considerável reserva de gelo combustível no planeta pode se tornar uma promissora fonte de energia alternativa ao petróleo. Considerando que a combustão completa de certa massa de gelo combustível libera uma quantidade de energia igual a $E = 7,2 \text{ MJ}$, é correto afirmar que essa energia é capaz de manter aceso um painel de LEDs de potência $P = 2 \text{ kW}$ por um intervalo de tempo igual a

- A 1 minuto.
- B 144 s.
- C 1 hora.
- D 1 dia.

12 UFMS O motor de um veículo desenvolve uma potência máxima de 45000 W (~ 60 hp) em uma estrada plana e horizontal, alcançando uma velocidade máxima e constante de 100 km/h. Nessa condição, toda a potência do motor é consumida pelo trabalho realizado pela força de arrasto \vec{F}_a , que é proporcional e contrária à velocidade, isto é, $\vec{F}_a = -b\vec{V}$, onde b é uma constante de proporcionalidade e \vec{V} é o vetor velocidade do veículo. A potência instantânea de um veículo é dada pelo produto da força motriz pela velocidade do veículo, isto é, Potência = $F_{\text{motriz}} \cdot V$. Veja a figura ilustrando essas forças aplicadas no veículo quando está desenvolvendo a potência máxima.



Com base nos conceitos da dinâmica dos corpos rígidos e dos fluidos, assinale a alternativa correta.

- A A força motriz, quando o carro desenvolve a potência máxima, é menor que 1500 N.
- B A força de arrasto aplicada no carro, quando ele desenvolve a potência máxima, é menor que a força motriz.
- C A constante de proporcionalidade b é maior que 60 Ns/m.
- D A constante b de proporcionalidade não depende da área da seção transversal do carro.
- E Para o veículo desenvolver uma velocidade constante igual a 50 km/h, nessa mesma pista, basta o motor desenvolver uma potência igual a $\frac{1}{4}$ da potência máxima.

13 Fuvest A figura I representa um cabide dependurado na extremidade de uma mola de constante elástica $k = 50$ N/m. Na figura II, tem-se a nova situação de equilíbrio logo após a roupa molhada ser colocada no cabide e exposta ao Sol para secar, provocando na mola uma deformação inicial $x = 18$ cm. O tempo de insolação foi mais do que suficiente para secar a roupa completamente. A variação da deformação da mola (em cm) em função do tempo (em horas) em que a roupa ficou sob a ação dos raios solares está registrada na figura III a seguir.

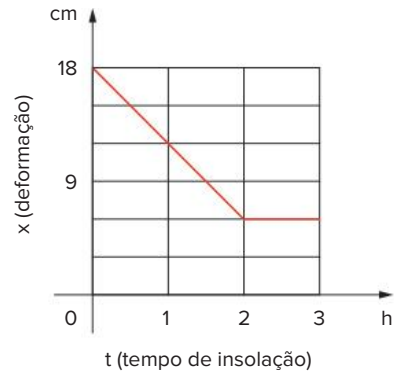
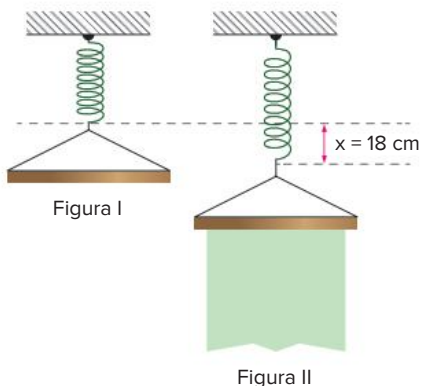
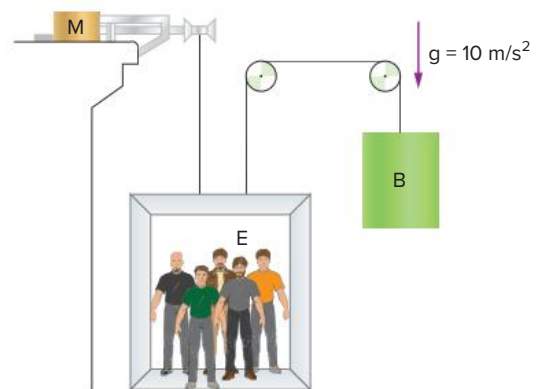


Figura III

Considere que cada grama de água para vaporizar absorve 500 cal de energia e determine:

- a) o peso da água que evaporou.
- b) a potência média de radiação solar absorvida pela roupa, supondo ser ela a única responsável pela evaporação da água.

14 Fuvest A figura a seguir representa, esquematicamente, um elevador E com massa 800 kg e um contrapeso B, também de 800 kg, acionados por um motor M. A carga interna do elevador é de 500 kg.

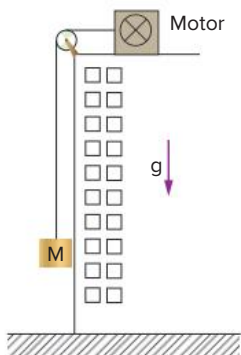


- a) Qual a potência fornecida pelo motor com o elevador subindo com uma velocidade constante de 1 m/s?
- b) Qual a força aplicada pelo motor através do cabo, para acelerar o elevador em ascensão, à razão de $0,5$ m/s²?

15 ITA Projetado para subir com velocidade média constante a uma altura de 32 m em 40 s, um elevador consome a potência de 8,5 kW de seu motor. Considere que seja de 370 kg a massa do elevador vazio e a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s². Nessas condições, o número máximo de passageiros, de 70 kg cada um, a ser transportado pelo elevador é:

- A 7
- B 8
- C 9
- D 10
- E 11

- 16 Fuvest** Um elevador de carga com massa $M = 5000 \text{ kg}$ é suspenso por um cabo na parte externa de um edifício em construção.

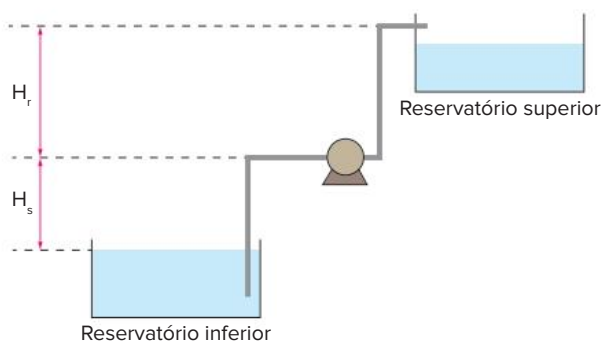


Nas condições das questões a seguir, considere que o motor fornece a potência $P = 150 \text{ kW}$.

- Determine a força F_1 , em N, que o cabo exerce sobre o elevador, quando ele é puxado com velocidade constante.
- Determine a força F_2 , em N, que o cabo exerce sobre o elevador, no instante em que ele está subindo com uma aceleração para cima de módulo $a = 5 \text{ m/s}^2$.
- Levando em conta a potência P do motor, determine a velocidade V_2 , em m/s, com que o elevador estará subindo, nas condições do item b ($a = 5 \text{ m/s}^2$).
- Determine a velocidade máxima V_L , em m/s, com que o elevador pode subir quando puxado pelo motor.

Note e adote: A potência P , desenvolvida por uma força F , é igual ao produto da força pela velocidade V do corpo em que atua, quando V tem a direção e o sentido da força.

- 17 IME 2011** A figura a seguir representa o sistema de bombeamento de água de uma residência. As alturas de sucção (H_s) e recalque (H_r) valem, respectivamente, 10 e 15 m. O sistema é projetado para trabalhar com uma vazão de $54 \text{ m}^3/\text{h}$. A bomba que efetua o recalque da água é acionada por um motor elétrico de corrente contínua, que é alimentado por uma tensão de 200 V.



A corrente de operação do motor, em ampères, para que o sistema opere com a vazão projetada é, aproximadamente:

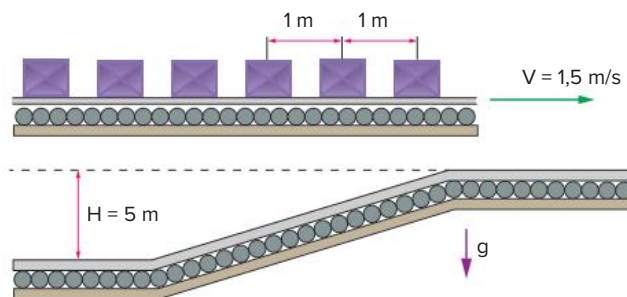
Observação: As perdas internas do motor elétrico e da bomba são desprezíveis.

Dados: As perdas, devido ao acoplamento entre o motor e a bomba, são de 30%; aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$; massa específica da água: 1 kg/L .

- 13
- 19
- 27
- 33
- 39

- 18 Uerj 2018** Em uma rodovia plana, um veículo apresenta velocidade de 20 m/s no instante em que a potência da força exercida pelo seu motor é igual a 132 kW . Sabendo que o peso do veículo é igual a $2 \cdot 10^4 \text{ N}$, determine a aceleração, em m/s^2 , do veículo nesse instante.

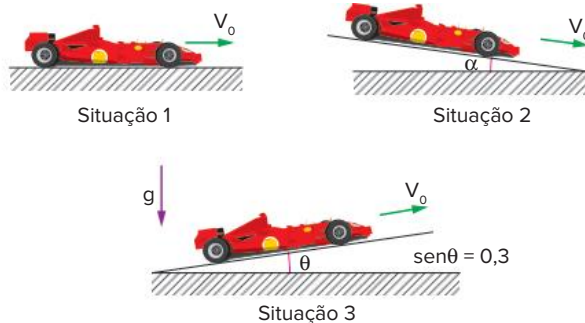
- 19 Fuvest** Em um terminal de cargas, uma esteira rolante é utilizada para transportar caixas iguais, de massa $M = 80 \text{ kg}$, com centros igualmente espaçados de 1 m . Quando a velocidade da esteira é $1,5 \text{ m/s}$, a potência dos motores para mantê-la em movimento é P_0 . Em um trecho de seu percurso, é necessário planejar uma inclinação para que a esteira eleve a carga a uma altura de 5 m , como indicado.



Para acrescentar essa rampa e manter a velocidade da esteira, os motores devem passar a fornecer uma potência adicional aproximada de:

- 1200 W
- 2600 W
- 3000 W
- 4000 W
- 6000 W

- 20 Fuvest** Um carro de corrida de massa $M = 800 \text{ kg}$ percorre uma pista de provas plana, com velocidade constante $V_0 = 60 \text{ m/s}$. Nessa situação, observa-se que a potência desenvolvida pelo motor, $P_1 = 120 \text{ kW}$, é praticamente toda utilizada para vencer a resistência do ar (situação 1, pista horizontal). Prosseguindo com os testes, faz-se o carro descer uma ladeira, com o motor desligado, de forma que mantenha a mesma velocidade V_0 e que enfrente a mesma resistência do ar (situação 2, inclinação α). Finalmente, faz-se o carro subir uma ladeira, com a mesma velocidade V_0 , sujeito à mesma resistência do ar (situação 3, inclinação θ).



► **Note a adote:** Considere, nessas três situações, que apenas a resistência do ar dissipa energia.

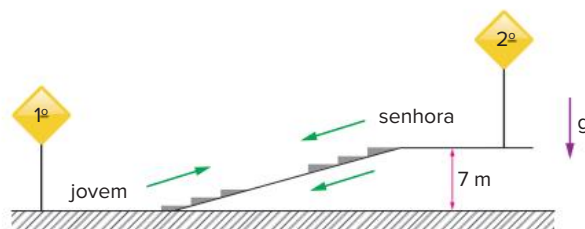
- Estime, para a situação 1, o valor da força de resistência do ar F_R , em newtons, que age sobre o carro no sentido oposto a seu movimento.
- Estime, para a situação 2, o seno do ângulo de inclinação da ladeira, $\sin \alpha$, para que o carro mantenha a velocidade $V_0 = 60 \text{ m/s}$.
- Estime, para a situação 3, a potência P_3 do motor, em kW, para que o carro suba uma ladeira de inclinação dada por $\sin \theta = 0,3$, mantendo a velocidade $V_0 = 60 \text{ m/s}$.

- 21 ITA** Uma escada rolante transporta passageiros do andar térreo A ao andar superior B, com velocidade constante. A escada tem comprimento total igual a 15 m, degraus em número de 75 e inclinação igual a 30° . Determine:

► **Dados:** $\sin 30^\circ = 0,5$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- o trabalho da força motora necessária para elevar um passageiro de 80 kg de A até B.
- a potência, correspondente ao item anterior, empregada pelo motor que aciona o mecanismo efetuando o transporte em 30 s.
- o rendimento do motor, sabendo-se que sua potência total é de 400 watts.

- 22 Fuvest** Um jovem sobe correndo, com velocidade constante, do primeiro ao segundo andar de um *shopping*, por uma larga escada rolante de descida, ou seja, sobe “na contramão”. No instante em que ele começa a subir, uma senhora, que está no segundo andar, toma a mesma escada para descer normalmente, mantendo-se sempre no mesmo degrau. Ambos permanecem sobre essa escada durante 30 s, até que a senhora, de massa $M_s = 60 \text{ kg}$, desça no primeiro andar e o rapaz, de massa $M_j = 80 \text{ kg}$, chegue ao segundo andar, situado 7,0 m acima do primeiro.



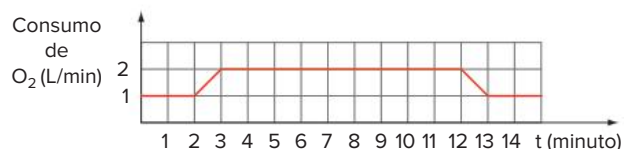
Supondo desprezíveis as perdas por atrito, determine:

- a potência P , em watts, que a senhora cede ao sistema da escada rolante, enquanto permanece na escada.
- o número N de degraus que o jovem de fato subiu para ir do 1º ao 2º andar, considerando que cada degrau mede 20 cm de altura.
- o trabalho T , em joules, realizado pelo jovem, para ir do 1º ao 2º andar, na situação descrita.

- 23 Uece 2019** Considere uma gangorra em que duas crianças gêmeas estão sentadas, cada irmão em uma extremidade. Considere que ambos têm mesma massa. Considere que o solo é o nível zero das energias potenciais gravitacionais. Sobre a soma da energia potencial gravitacional dos gêmeos, é correto afirmar que é

- zero.
- constante e não nula mesmo com mudanças nas alturas de cada criança.
- sempre crescente a cada ciclo de descida.
- sempre decrescente a cada ciclo de descida.

- 24 Fuvest** Em uma caminhada, um jovem consome 1 litro de O_2 por minuto, quantidade exigida por reações que fornecem a seu organismo 20 kJ/minuto (ou 5 “calorias dietéticas”/minuto). Em dado momento, o jovem passa a correr, voltando depois a caminhar. O gráfico representa seu consumo de oxigênio em função do tempo.



Por ter corrido, o jovem utilizou uma quantidade de energia a mais do que se tivesse apenas caminhado durante todo o tempo, aproximadamente, de:

- 10 kJ
- 21 kJ
- 200 kJ
- 420 kJ
- 480 kJ

- 25 Fuvest** Um pai de 70 kg e seu filho de 50 kg pedalam lado a lado, em bicicletas idênticas, mantendo sempre velocidade uniforme. Se ambos sobem uma rampa e atingem um patamar plano, podemos afirmar que, na subida da rampa até atingir o patamar, o filho, em relação ao pai:

- realizou mais trabalho.
- realizou a mesma quantidade de trabalho.
- possuía mais energia cinética.
- possuía a mesma quantidade de energia cinética.
- desenvolveu potência mecânica menor.

Texto para as questões 26 e 27.

O carneiro hidráulico, ou aríete, dispositivo usado para bombear água, não requer combustível ou energia elétrica para funcionar, visto que usa a energia da vazão de água de uma fonte. A figura a seguir ilustra uma instalação típica de carneiro em um sítio e a tabela apresenta dados de seu funcionamento.



h/H altura da fonte dividida pela altura da caixa	V_f água da fonte necessária para o funcionamento do sistema (litros/hora)	V_b água bombeada para a caixa (litros/hora)
$\frac{1}{3}$	720 a 1200	180 a 300
$\frac{1}{4}$		120 a 210
$\frac{1}{6}$		80 a 140
$\frac{1}{8}$		60 a 105
$\frac{1}{10}$		45 a 85

A eficiência energética ε de um carneiro pode ser obtida pela expressão: $\varepsilon = \frac{H}{h} \times \frac{V_b}{V_f}$, cujas variáveis estão definidas na tabela e na figura.

26 Enem No sítio ilustrado, a altura da caixa-d'água é o quádruplo da altura da fonte. Comparado a motobombas a gasolina, cuja eficiência energética é cerca de 36%, o carneiro hidráulico do sítio apresenta:

- A menor eficiência, sendo, portanto, inviável economicamente.
- B menor eficiência, sendo desqualificado do ponto de vista ambiental pela quantidade de energia que desperdiça.
- C mesma eficiência, mas constitui alternativa ecologicamente mais apropriada.
- D maior eficiência, o que, por si só, justificaria o seu uso em todas as regiões brasileiras
- E maior eficiência, sendo economicamente viável e ecologicamente correto.

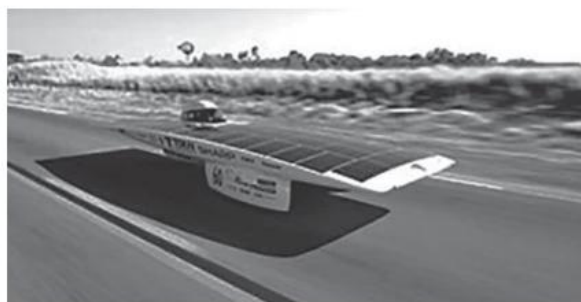
27 Enem Se, na situação apresentada, $H=5h$, então, é mais provável que, após 1 hora de funcionamento ininterrupto, o carneiro hidráulico bombeie para a caixa-d'água:

- A de 70 a 100 litros de água.
- B de 75 a 210 litros de água.
- C de 80 a 220 litros de água.
- D de 100 a 175 litros de água.
- E de 110 a 240 litros de água.

28 Unicamp 2017 A energia solar é a única fonte de energia do avião Solar Impulse 2, desenvolvido na École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suíça.

- a) Para aproveitar a energia obtida dos raios solares e poder voar tanto à noite quanto de dia, o Solar Impulse 2, de massa aproximada $m = 2000$ kg, voava em alta altitude e velocidade $v_{\text{dia}} = 90$ km/h durante o dia, armazenando energia solar para a noite. Ao anoitecer, o avião descia para altitudes menores e voava a uma velocidade aproximada de $v_{\text{noite}} = 57,6$ km/h. Qual é a variação da energia cinética do avião entre o dia e a noite?
- b) As asas e a fuselagem do Solar Impulse 2 são cobertas por 270 m² de células solares, cuja eficiência em converter energia solar em energia elétrica é de aproximadamente 25%. O avião tem um conjunto de motores cuja potência total vale $P = 50,0$ kW e baterias que podem armazenar até $E = 164$ kWh de energia total. Suponha que o avião está voando com seus motores a 80% da sua potência máxima e que as baterias estão totalmente descarregadas. Considerando que a intensidade de energia solar que chega até as células solares é de $1,2$ kW/m², quanto tempo é necessário para carregar totalmente as baterias?

29 Enem 2015 Um carro solar é um veículo que utiliza apenas a energia solar para a sua locomoção. Tipicamente, o carro contém um painel fotovoltaico que converte a energia do Sol em energia elétrica que, por sua vez, alimenta um motor elétrico. A imagem mostra o carro solar Tokai Challenger, desenvolvido na Universidade de Tokai, no Japão, e que venceu o World Solar Challenge de 2009, uma corrida internacional de carros solares, tendo atingido uma velocidade média acima de 100 km/h.



Disponível em: www.physics.hku.hk. Acesso em: 3 jun. 2015

Considere uma região plana onde a insolação (energia solar por unidade de tempo e de área que chega à superfície da Terra) seja de 1000 W/m², que o carro solar possua massa de 200 kg e seja construído de forma que o painel fotovoltaico em seu topo tenha uma área de $9,0$ m² e rendimento de 30%. Desprezando as forças de resistência do ar, o tempo que esse carro solar levaria, a partir do repouso, para atingir a velocidade de 108 km/h é um valor mais próximo de

- A 1,0 s.
- B 4,0 s.
- C 10 s.
- D 33 s.
- E 300 s.

30 UFMS Um cabo preso a um helicóptero que se mantém estacionário é utilizado para resgatar um surfista 25 m abaixo do helicóptero. Desprezando a resistência do ar, considerando que a aceleração da gravidade é de $9,8 \text{ m/s}^2$, que o surfista pesa 60 kgf e que ele é puxado até o helicóptero com aceleração constante de $0,2 \text{ m/s}^2$, a partir do repouso, assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

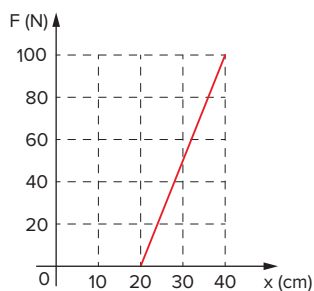
- 01 O trabalho realizado pela força tensora, no cabo, foi de 15 MJ.
 02 O trabalho realizado pela força resultante, sobre o surfista, foi de 300 J.
 04 O surfista teve sua energia potencial gravitacional aumentada em 14,7 kJ.
 08 O trabalho do peso do surfista foi negativo durante a subida.
 16 A variação da energia cinética do surfista foi de 750 J.

Soma:

31 Unicamp Um cartaz de uma campanha de segurança nas estradas apresenta um carro acidentado com a legenda “de 100 km/h a 0 km/h em 1 segundo”, como forma de alertar os motoristas para o risco de acidentes.

- a) Qual é a razão entre a desaceleração média e a aceleração da gravidade, $\frac{a_c}{g}$?
 b) De que altura o carro deveria cair para provocar uma variação de energia potencial igual à sua variação de energia cinética no acidente?
 c) Apropaganda de um carro recentemente lançado no mercado apregoa uma “aceleração de 0 a 100 km/h em 14 segundos”. Qual é a potência mecânica necessária para isso, considerando que essa aceleração seja constante? Despreze as perdas por atrito e considere a massa do carro igual a 1000 kg.

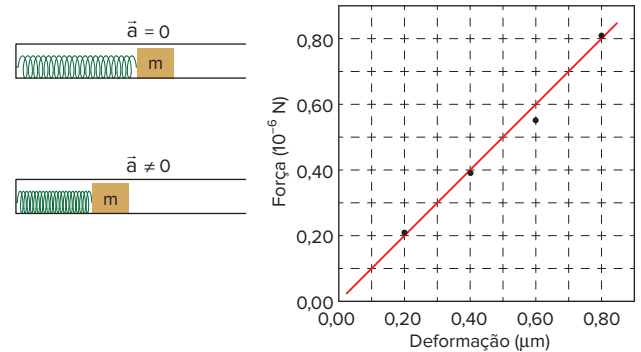
32 Fuvest Uma mola pendurada num suporte apresenta comprimento igual a 20 cm. Na sua extremidade livre, dependura-se um balde vazio, cuja massa é 0,50 kg. Em seguida, coloca-se água no balde até que o comprimento da mola atinja 40 cm. O gráfico ilustra a força que a mola exerce sobre o balde em função de seu comprimento.



Pede-se:

- a) a massa de água colocada no balde.
 b) a energia potencial elástica acumulada na mola no final do processo.

33 Unicamp Sensores de dimensões muito pequenas têm sido acoplados a circuitos microeletrônicos. Um exemplo é um medidor de aceleração que consiste de uma massa m presa a uma micromola de constante elástica k . Quando o conjunto é submetido a uma aceleração \vec{a} , a micromola se deforma, aplicando uma força \vec{F}_{el} na massa (ver diagrama a seguir). O gráfico ao lado do diagrama mostra o módulo da força aplicada versus a deformação de uma micromola utilizada num medidor de aceleração.



- a) Qual é a constante elástica k da micromola?
 b) Qual é a energia necessária para produzir uma compressão de $0,10 \mu\text{m}$ na micromola?
 c) O medidor de aceleração foi dimensionado de forma que essa micromola sofra uma deformação de $0,50 \mu\text{m}$ quando a massa tem uma aceleração de módulo igual a 25 vezes o da aceleração da gravidade. Qual é o valor da massa m ligada à micromola?

34 Unicamp Uma hidrelétrica gera $5,0 \cdot 10^9 \text{ W}$ de potência elétrica utilizando-se de uma queda-d'água de 100 m. Suponha que o gerador aproveita 100% da energia da queda-d'água e que a represa coleta 20% de toda a chuva que cai em uma região de 400000 km^2 . Considere que 1 ano tem $32 \cdot 10^6$ segundos e $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Qual a vazão de água (m^3/s) necessária para fornecer os $5,0 \cdot 10^9 \text{ W}$?
 b) Quantos mm de chuva devem cair por ano nessa região para manter a hidrelétrica operando nos $5,0 \cdot 10^9 \text{ W}$?

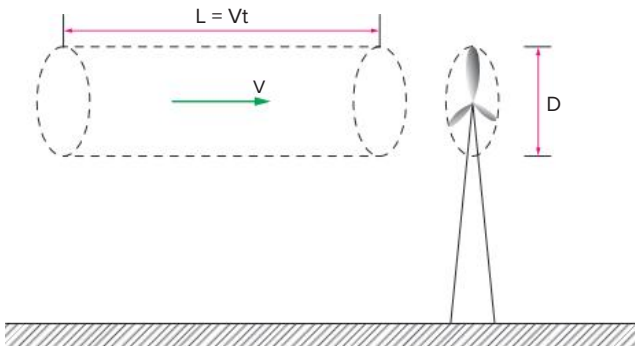
35 Fuvest A usina hidrelétrica de Itaipu possui 20 turbinas, cada uma fornecendo uma potência elétrica útil de 680 MW, a partir de um desnível de água de 120 m. No complexo, construído no rio Paraná, as águas da represa passam em cada turbina com vazão de $600 \text{ m}^3/\text{s}$.

Note e adote: Densidade da água = 10^3 kg/m^3 ; 1 MW = 1 megawatt = 10^6 W ; 1 kWh = $1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$. Os valores mencionados foram aproximados para facilitar os cálculos.

- a) Estime o número de domicílios, N , que deixariam de ser atendidos se, pela queda de um raio, uma dessas turbinas interrompesse sua operação entre 17h30min e 20h30min, considerando que o consumo médio de energia, por domicílio, nesse período, seja de 4 kWh.

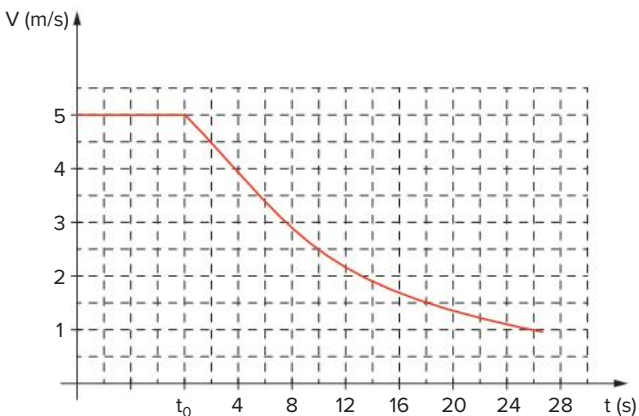
- b) Estime a massa M , em kg, de água do rio que entra em cada turbina, a cada segundo.
- c) Estime a potência mecânica da água P , em MW, em cada turbina.

36 Unicamp Um cata-vento utiliza a energia cinética do vento para acionar um gerador elétrico. Para determinar essa energia cinética, deve-se calcular a massa de ar contida em um cilindro de diâmetro D e comprimento L , deslocando-se com a velocidade do vento V e passando pelo cata-vento em t segundos. Veja a figura a seguir. A densidade do ar é $1,2 \text{ kg/m}^3$, $D = 4,0 \text{ m}$ e $V = 10 \text{ m/s}$. Aproxime $\pi \approx 3$.



- a) Determine a vazão da massa de ar em kg/s que passa pelo cata-vento.
- b) Admitindo que esse cata-vento converte 25% da energia cinética do vento em energia elétrica, qual é a potência elétrica gerada?

37 Fuvest Um ciclista, em estrada plana, mantém velocidade constante $V_0 = 5,0 \text{ m/s}$ (18 km/h). Ciclista e bicicleta têm massa total $M = 90 \text{ kg}$. Em determinado momento, $t = t_0$, o ciclista para de pedalar e a velocidade V da bicicleta passa a diminuir com o tempo, conforme o gráfico a seguir.

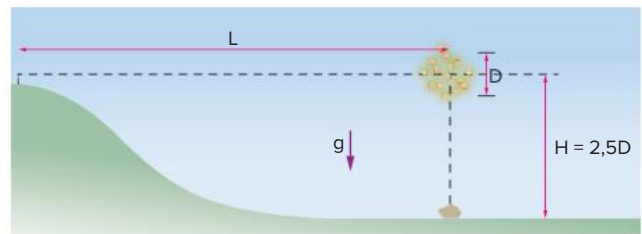


Assim, determine:

- a) a aceleração A , em m/s^2 , da bicicleta, logo após o ciclista deixar de pedalar.
- b) a força de resistência horizontal total F_R , em newtons, sobre o ciclista e sua bicicleta, devida principalmente ao atrito dos pneus e à resistência do ar, quando a velocidade é V_0 .

- c) a energia E , em kJ, que o ciclista “queimaria”, pedalando durante meia hora, à velocidade V_0 . Suponha que a eficiência do organismo do ciclista (definida como a razão entre o trabalho realizado para pedalar e a energia metabolizada por seu organismo) seja de 22,5%.

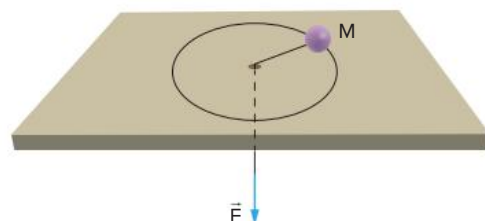
38 Fuvest De cima de um morro, um jovem assiste a uma exibição de fogos de artifício, cujas explosões ocorrem na mesma altitude em que ele se encontra. Para avaliar a que distância L os fogos explodem, verifica que o tempo decorrido entre ver uma explosão e ouvir o ruído correspondente é de 3 s. Além disso, esticando o braço, segura uma régua a 75 cm do próprio rosto e estima que o diâmetro D do círculo aparente, formado pela explosão, é de 3 cm. Finalmente, avalia que a altura H em que a explosão ocorre é de, aproximadamente, 2,5 vezes o diâmetro D dos fogos.



Note e adote: A velocidade do som, no ar, $v_{\text{som}} \approx 333 \text{ m/s}$; despreze o tempo que a luz da explosão demora para chegar até o observador; a combustão de 1 g de pólvora libera uma energia de 2000 J; apenas 1% da energia liberada na combustão é aproveitada no lançamento do rojão.

Nessas condições, avalie:

- a) a distância, L , em metros, entre os fogos e o observador
- b) o diâmetro D , em metros, da esfera formada pelos fogos.
- c) a energia E , em joules, necessária para enviar o rojão até a altura da explosão, considerando que ele tenha massa constante de 0,3 kg.
- d) a quantidade de pólvora Q , em gramas, necessária para lançar esse rojão a partir do solo.
- 39 ITA** Um corpo de massa M , mostrado na figura, é preso a um fio leve, inextensível, que passa através de um orifício central de uma mesa lisa. Considere que, inicialmente, o corpo se move ao longo de uma circunferência, sem atrito. O fio é, então, puxado para baixo, aplicando-se uma força \vec{F} , constante, a sua extremidade livre.



Podemos afirmar que:

- A o corpo permanecerá ao longo da mesma circunferência.
- B a força \vec{F} não realiza trabalho, pois é perpendicular à trajetória.
- C a potência instantânea de \vec{F} é nula.
- D o trabalho de \vec{F} é igual à variação da energia cinética do corpo.
- E o corpo descreverá uma trajetória elíptica sobre a mesa.

- 40 Enem 2015** Uma análise criteriosa do desempenho de Usain Bolt na quebra do recorde mundial dos 100 metros rasos mostrou que, apesar de ser o último dos corredores a reagir ao tiro e iniciar a corrida, seus primeiros 30 metros foram mais velozes já feitos em um recorde mundial, cruzando essa marca em 3,78 segundos. Até se colocar o corpo reto, foram 13 passadas, mostrando sua potência durante a aceleração, o momento mais importante da corrida. Ao final desse percurso, Bolt havia atingido a velocidade máxima de 12 m/s

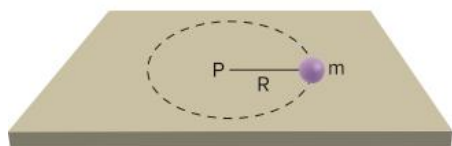
Disponível em: <http://esporte.uol.com.br>. Acesso em: 5 ago. 2012 (adaptado).

Supondo que a massa do corredor seja igual a 90 kg, o trabalho total realizado nas 13 primeiras passadas é mais próximo de

- A $5,4 \times 10^2$ J.
- B $6,5 \times 10^3$ J.
- C $8,6 \times 10^3$ J.
- D $1,3 \times 10^4$ J.
- E $3,2 \times 10^4$ J.

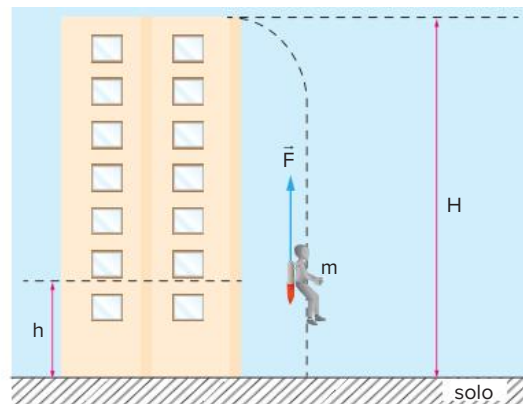
- 41 ITA** Um projétil de massa $m = 5,00$ g atinge, perpendicularmente, uma parede com a velocidade $V = 400$ m/s e penetra 10,0 cm na direção do movimento. Considere constante a desaceleração do projétil na parede.
- A Se $V = 600$ m/s, a penetração seria de 15,0 cm.
 - B Se $V = 600$ m/s, a penetração seria de 225 cm.
 - C Se $V = 600$ m/s, a penetração seria de 22,5 cm.
 - D Se $V = 600$ m/s, a penetração seria de 150 cm.
 - E A intensidade da força imposta pela parede à penetração da bala é 2 N.

- 42 Fuvest** Um corpo de massa m está em movimento circular sobre um plano horizontal, preso por uma haste rígida de massa desprezível e comprimento R . A outra extremidade da haste está presa a um ponto fixo P , como mostra a figura a seguir (em perspectiva). O coeficiente de atrito entre o corpo e o plano é μ , constante. Num dado instante, o corpo tem velocidade de módulo V e direção paralela ao plano e perpendicular à haste.



- a) Qual deve ser o valor de V para que o corpo pare após 2 (duas) voltas completas?
- b) Qual o tempo gasto pelo corpo para percorrer a última volta antes de parar?
- c) Qual o trabalho realizado pela força de atrito durante a última volta?

- 43 ITA** Equipado com um dispositivo a jato, o homem-foguete da figura cai livremente do alto de um edifício até uma altura h , onde o dispositivo a jato é acionado. Considere que o dispositivo forneça uma força vertical para cima de intensidade constante F .



Determine a altura h para que o homem pouse no solo com velocidade nula. Expresse sua resposta como função da altura H , da força F , da massa m do sistema homem foguete e da aceleração da gravidade g , desprezando a resistência do ar e a alteração da massa m no acionamento do dispositivo.

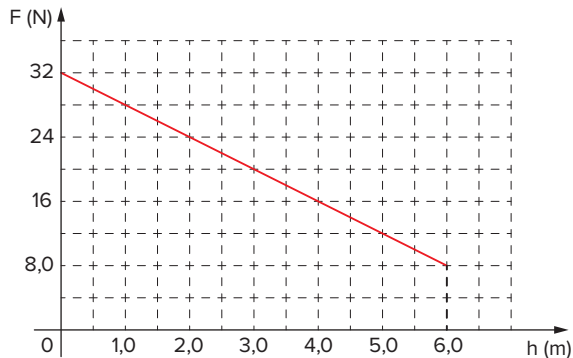
- 44 UnB** Existem, pelo menos, dois problemas básicos na construção de automóveis movidos a energia solar. O primeiro é que, atualmente, o rendimento da maioria das células solares é de 25%, isto é, elas convertem em energia elétrica apenas 25% da energia solar que absorvem. O segundo problema é que a quantidade de energia solar disponível na superfície da Terra depende da latitude e das condições climáticas. Considere um automóvel movido a energia solar, com massa de 1000 kg e com um painel de 2 m² de células solares com rendimento de 25% localizado em seu teto. Desconsiderando as perdas por atrito de qualquer espécie e admitindo que $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$ e que a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 , julgue os itens que se seguem.

- Se a quantidade de energia solar absorvida por esse painel em 30 dias for de 20 kcal/cm^2 , a potência gerada por ele será inferior a 200 W.
- A energia necessária para que o automóvel, partindo do repouso, atinja a velocidade de 72 km/h é superior a $3 \cdot 10^5 \text{ J}$.
- Supondo que o painel de células solares fornecesse 200 W, para que o carro fosse acelerado a partir do repouso, em uma pista horizontal, até adquirir a velocidade de 72 km/h, seriam necessários mais de 15 min.
- Suponha que o automóvel, partindo com velocidade inicial nula do topo de uma colina de 20 m de altura e sendo acelerado com o auxílio da energia fornecida pelas células solares, chegue ao nível do solo em 60 s, com uma velocidade de 21 m/s. Então, durante a descida, a potência fornecida pelas células solares foi inferior a 350 W.

45 UFRJ Um carro de corrida, incluindo o piloto, tem 800 kg de massa e seu motor é capaz de desenvolver, no máximo, 160 kW de potência. O carro acelera na largada, primeiramente, utilizando a tração de 4000 N, que no caso é a máxima permitida pela pista e pelos pneus, até atingir a potência máxima do motor. A partir daí, o piloto passa a acelerar o carro utilizando a potência máxima do motor até atingir 60 m/s. Suponha que não haja perda de energia por atrito e que todo o trabalho realizado pelo motor resulte no aumento de energia cinética de translação do carro.

- Calcule a velocidade do carro ao final da primeira etapa de aceleração.
- Calcule o tempo gasto na segunda etapa da aceleração.

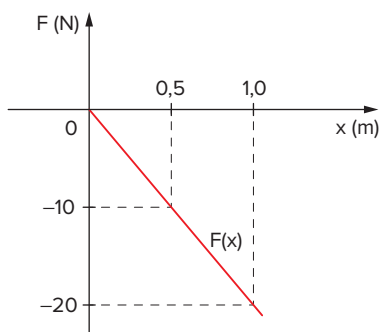
46 Uma partícula de 2,0 kg de massa, inicialmente em repouso sobre o solo, é puxada verticalmente para cima por uma força F , cuja intensidade varia com a altura h , atingida pelo seu ponto de aplicação, conforme mostra o gráfico a seguir.



No local, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreza-se a influência do ar. Considerando a ascensão da partícula de $h_0 = 0$ a $h_1 = 6,0 \text{ m}$, determine:

- a altura em que a velocidade tem intensidade máxima
- a intensidade da velocidade máxima.
- a intensidade da velocidade para $h_1 = 6,0 \text{ m}$

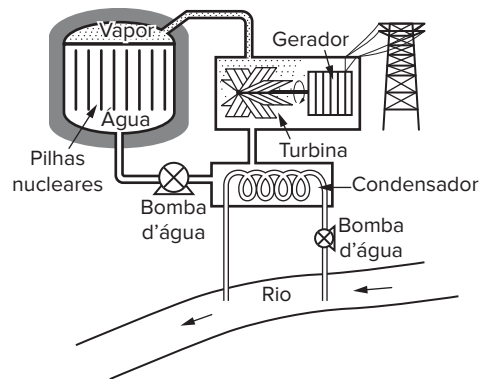
47 UFBA Um corpo de massa $m = 2,0 \text{ kg}$, descrevendo uma trajetória retilínea com velocidade constante de 4,0 m/s, aproxima-se da origem do sistema de coordenadas, por valores negativos de x . Ao atingi-la, passa a sofrer a ação da força, $F(x)$, representada no gráfico.



A partir dessas informações:

- determine a função $F(x)$.
- encontre o ponto onde a velocidade do corpo se anula.
- descreva o movimento do corpo após o instante em que a força passou a atuar sobre ele.
- dê um exemplo de sistema mecânico que apresente essas características.

48 Enem A energia térmica liberada em processos de fissão nuclear pode ser utilizada na geração de vapor para produzir energia mecânica que, por sua vez, será convertida em energia elétrica. A seguir está representado um esquema básico de uma usina de energia nuclear.



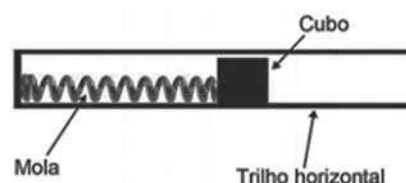
A partir do esquema são feitas as seguintes afirmações:

- a energia liberada na reação é usada para ferver a água que, como vapor a alta pressão, aciona a turbina.
- a turbina, que adquire uma energia cinética de rotação, é acoplada mecanicamente ao gerador para produção de energia elétrica.
- a água depois de passar pela turbina é preaquecida no condensador e bombeada de volta ao reator.

Dentre as afirmações anteriores, somente está(ão) correta(s):

- I.
- II.
- III.
- I e II.
- II e III.

49 Enem 2018 Um projetista deseja construir um brinquedo que lance um pequeno cubo ao longo de um trilho horizontal, e o dispositivo precisa oferecer a opção de mudar velocidade de lançamento. Para isso, ele utiliza uma mola e um trilho onde o atrito pode ser desprezado, conforme a figura.



Para que a velocidade de lançamento do cubo seja aumentada quatro vezes, o projetista deve

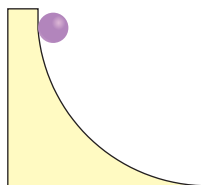
- A manter a mesma mola e aumentar duas vezes a sua deformação.
- B manter a mesma mola e aumentar quatro vezes a sua deformação.
- C manter a mesma mola e aumentar dezesseis vezes a sua deformação.
- D trocar a mola por outra de constante elástica duas vezes maior e manter a deformação.
- E trocar a mola por outra de constante elástica quatro vezes maior e manter a deformação.

50 UFSC Em relação ao conceito de trabalho, é correto afirmar que:

- 01 quando atuam somente forças conservativas em um corpo, a energia cinética deste não se altera.
- 02 em relação à posição de equilíbrio de uma mola, o trabalho realizado para comprimi-la em uma distância x é igual ao trabalho para distendê-la em x .
- 04 a força centrípeta realiza um trabalho positivo em um corpo em movimento circular uniforme, pois a direção e o sentido da velocidade variam continuamente nessa trajetória.
- 08 se um operário arrasta um caixote em um plano horizontal entre dois pontos, A e B, o trabalho efetuado pela força de atrito que atua no caixote será o mesmo, quer o caixote seja arrastado em uma trajetória em zigue-zague, quer seja arrastado ao longo da trajetória mais curta entre A e B.
- 16 quando uma pessoa sobe uma montanha, o trabalho efetuado sobre ela pela força gravitacional, entre a base e o topo, é o mesmo, quer o caminho seguido seja íngreme e curto, quer seja menos íngreme e mais longo.
- 32 o trabalho realizado sobre um corpo por uma força conservativa é nulo quando a trajetória descrita pelo corpo é um percurso fechado.

Soma:

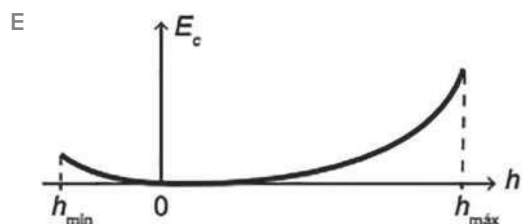
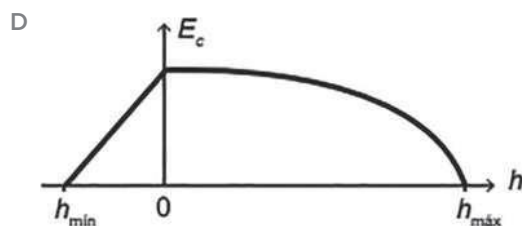
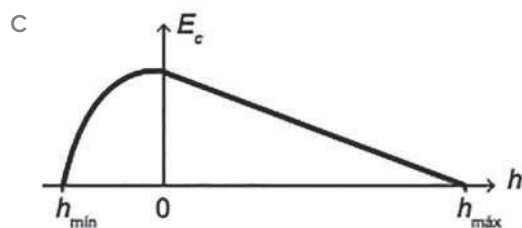
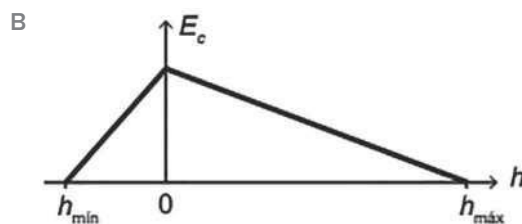
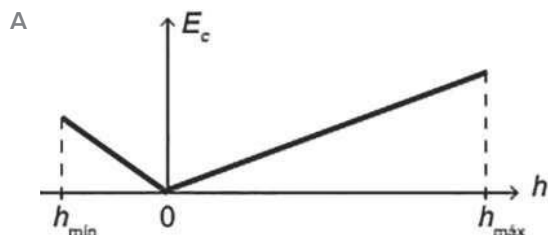
51 ITA Considere uma partícula maciça que desce uma superfície côncava e sem atrito, sob a influência da gravidade, como mostra a figura.



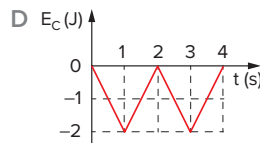
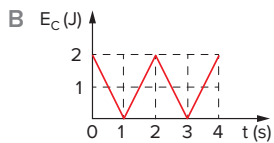
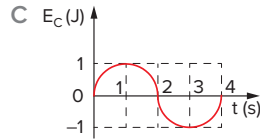
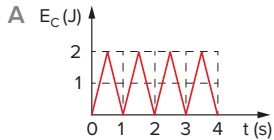
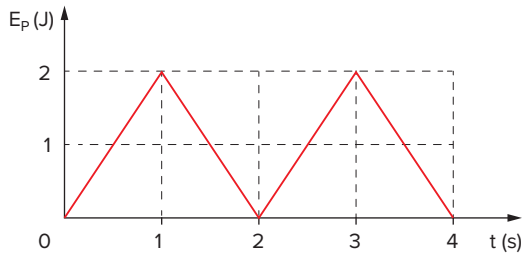
Na direção do movimento da partícula, ocorre que:

- A a velocidade e a aceleração crescem.
- B a velocidade cresce e a aceleração decresce.
- C a velocidade decresce e a aceleração cresce.
- D a velocidade e a aceleração decrescem.
- E a velocidade e a aceleração permanecem constantes.

52 Enem 2017 O brinquedo pula-pula (cama elástica) é composto por uma lona circular flexível horizontal presa por molas à sua borda. As crianças brincam pulando sobre ela, alterando e alternando suas formas de energia. Ao pular verticalmente, desprezando o atrito com o ar e os movimentos de rotação do corpo enquanto salta, uma criança realiza um movimento periódico vertical em torno da posição de equilíbrio da lona ($h = 0$), passando pelos pontos de máxima e de mínima altura, $h_{\text{máx}}$ e $h_{\text{mín}}$, respectivamente. Esquematicamente, o esboço do gráfico da energia cinética da criança em função de sua posição vertical na situação descrita é:

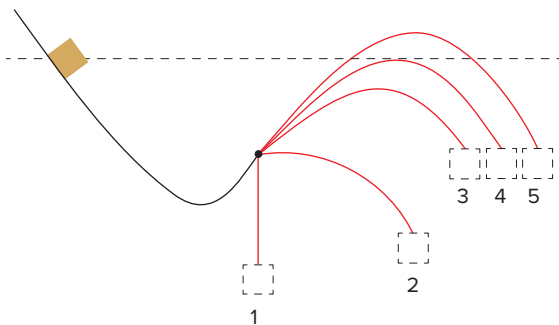


- 53 ITA** Suponha uma partícula que se move sob a ação de uma força conservativa. A variação da energia potencial E_p com respeito ao tempo t é mostrada na figura a seguir. Qual dos gráficos seguintes pode representar a energia cinética da partícula?



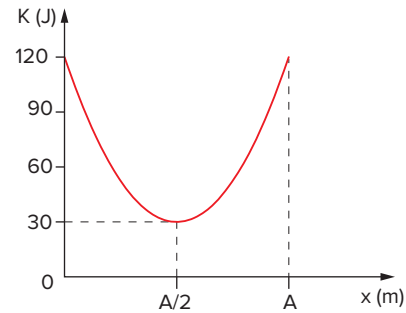
- E** Mais de um gráfico mostrado anteriormente pode representar a energia cinética da partícula.

- 54 UFPE** Um corpo desce uma rampa partindo do repouso da posição indicada na figura a seguir.



- a) Considerando a inexistência de atrito, indique quais das trajetórias mostradas são fisicamente possíveis:
- A somente 4
B somente 3
C 4 e 5
D 3 e 4
E 1 e 2
- b) Considerando que existe atrito entre o corpo e a superfície da rampa, indique quais das trajetórias mostradas são fisicamente possíveis:
- A 1 e 3
B 3 e 4
C 2 e 3
D 2 e 4
E 3 e 5

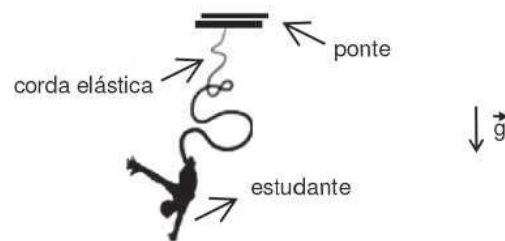
- 55 UFC** Uma bola de massa $m = 500$ g é lançada do solo com velocidade v_0 e ângulo de lançamento θ_0 menor que 90° . Despreze qualquer movimento de rotação da bola e a influência do ar. O valor da aceleração da gravidade, no local, é $g = 10$ m/s². O gráfico a seguir mostra a energia cinética K da bola como função do seu deslocamento horizontal x .



Analisando o gráfico, podemos concluir que a altura máxima atingida pela bola é:

- A 60 m
B 48 m
C 30 m
D 18 m
E 15 m

- 56 Ufal 2011** Um estudante de peso 600 N salta de *bungee jumping* de uma ponte a uma distância considerável do solo (ver figura). Inicialmente, a corda elástica atada aos seus tornozelos está totalmente sem tensão (energia potencial elástica nula). O estudante cai, a partir do repouso, uma distância vertical máxima de 40 m, em relação ao seu ponto de partida. Desprezando-se as variações de energias cinética e potencial da corda elástica ideal, bem como as perdas de energia por dissipação, qual a energia potencial elástica armazenada na corda quando o estudante se encontra no ponto mais baixo da sua trajetória?



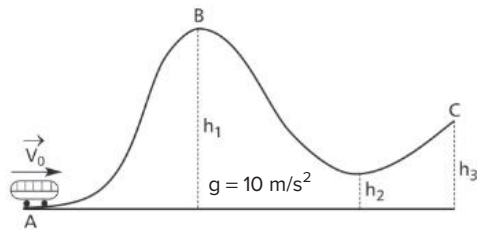
- A 12 000 J.
B 24 000 J.
C 120 000 J.
D 240 000 J.
E 1 200 000 J.

- 57 Unicamp** Que altura é possível atingir em um salto com vara? Essa pergunta retorna sempre que ocorre um grande evento esportivo como os jogos olímpicos do ano passado em Sydney. No salto com vara, um

atleta converte sua energia cinética obtida na corrida em energia potencial elástica (flexão da vara), que por sua vez se converte em energia potencial gravitacional. Imagine um atleta com massa de 80 kg que atinge uma velocidade horizontal de 10 m/s no instante em que a vara começa a ser flexionada para o salto.

- Qual é a máxima variação possível da altura do centro de massa do atleta, supondo que, ao transpor a barra, sua velocidade é praticamente nula?
- Considerando que o atleta inicia o salto em pé e ultrapassa a barra com o corpo na horizontal, devemos somar a altura do centro de massa do atleta à altura obtida no item anterior para obtermos o limite de altura de um salto. Faça uma estimativa desse limite para um atleta de 2,0 m de altura.
- Um atleta com os mesmos 2,0 m de altura e massa de 60 kg poderia saltar mais alto?

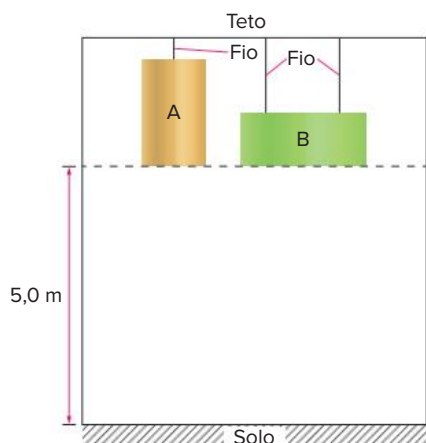
- 58 Cefet-MG 2012** Um carrinho é lançado sobre os trilhos de uma montanha-russa, no ponto A, com uma velocidade inicial \vec{V}_0 , conforme mostra a figura. As alturas h_1 , h_2 e h_3 valem, respectivamente, 16,2 m, 3,4 m e 9,8 m.



Para o carrinho atingir o ponto C, desprezando o atrito, o menor valor de V_0 , em m/s, deverá ser igual a:

- 10
- 14
- 18
- 20

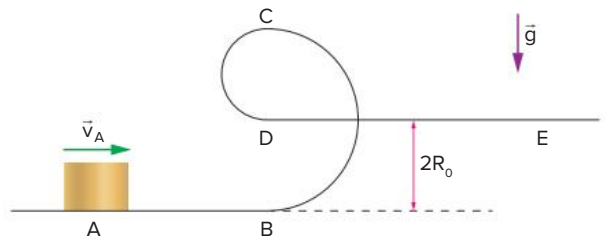
- 59 Unicamp** Dois blocos homogêneos estão presos ao teto de um galpão por meio de fios, como mostra a figura a seguir.



Os dois blocos medem 1,0 m de comprimento por 0,4 m de largura por 0,4 m de espessura. As massas dos blocos A e B são, respectivamente, iguais a 5,0 kg e 50 kg. Despreze a resistência do ar.

- Calcule a energia mecânica de cada bloco em relação ao solo.
- Os três fios são cortados simultaneamente. Determine as velocidades dos blocos imediatamente antes de tocarem o solo.
- Determine o tempo de queda de cada bloco.

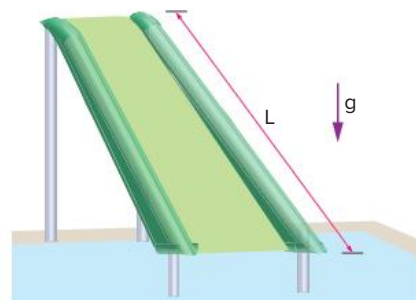
- 60 UFPE** A figura mostra uma pista que consiste de duas calhas horizontais, AB e DE, e de uma parte vertical. O trecho vertical da pista é formado por duas metades de circunferências de raios diferentes. O trecho BC tem raio $2R_0$, enquanto o trecho CD tem raio $R_0 = 1,1$ m.



Um objeto é lançado no ponto A com velocidade $v_A = 12$ m/s. Desprezando o atrito, qual a velocidade do objeto no ponto E?

- 12 m/s
- 10 m/s
- 8,0 m/s
- 6,0 m/s
- 4,0 m/s

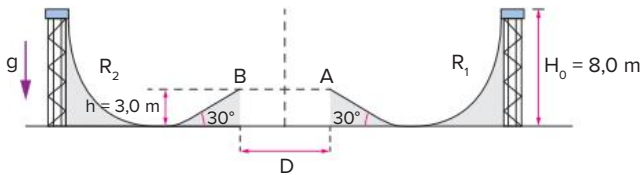
- 61 Fuvest** Um jovem escorrega por um tobogã aquático, com uma rampa retilínea, de comprimento L, como na figura, podendo o atrito ser desprezado. Partindo do alto, sem impulso, ele chega ao final da rampa com uma velocidade de cerca de 6 m/s.



Para que essa velocidade passe a ser de 12 m/s, mantendo-se a inclinação da rampa, será necessário que o comprimento dessa rampa passe a ser aproximadamente de:

- $\frac{L}{2}$
- L
- 1,4L
- 2L
- 4L

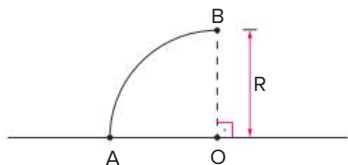
62 Fuvest Uma pista de skate para esporte radical é montada a partir de duas rampas, R_1 e R_2 , separadas entre A e B por uma distância D , com as alturas e ângulos indicados na figura. A pista foi projetada de tal forma que um esquetista, ao descer a rampa R_1 , salte no ar, atingindo sua altura máxima no ponto médio entre A e B, antes de alcançar a rampa R_2 .



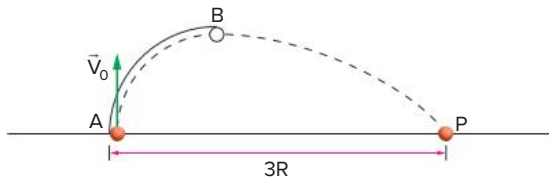
► **Note e adote:** Desconsidere a resistência do ar, o atrito e os efeitos das acrobacias dos esquetistas; $\sin 30^\circ = 0,5$; $\cos 30^\circ \cong 0,87$.

- Determine o módulo da velocidade V_A , em m/s, com que o esquetista atinge a extremidade A da rampa R_1 .
- Determine a altura máxima H , em metros, a partir do solo, que o esquetista atinge, no ar, entre os pontos A e B.
- Calcule qual deve ser a distância D , em metros, entre os pontos A e B, para que o esquetista atinja a rampa R_2 em B, com segurança.

63 UFRJ Um trilho em forma de arco circular, contido em um plano vertical, está fixado num ponto A de um plano horizontal. O centro do arco está em um ponto O desse mesmo plano. O arco é de 90° e tem raio R , como ilustra a figura.



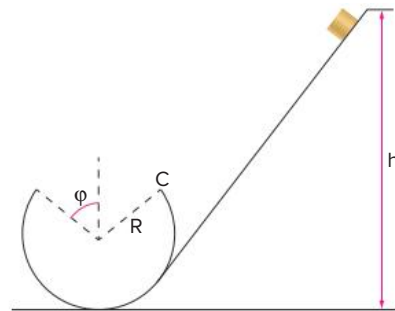
Um pequeno objeto é lançado para cima, verticalmente, a partir da base A do trilho e desliza apoiado a ele, sem atrito, até o ponto B, onde escapa horizontalmente, caindo no ponto P do plano horizontal onde está fixado o trilho. A distância do ponto P ao ponto A é igual a $3R$.



Calcule o módulo da velocidade inicial \vec{V}_0 com que o bloco foi lançado, em função do raio R e da aceleração g da gravidade.

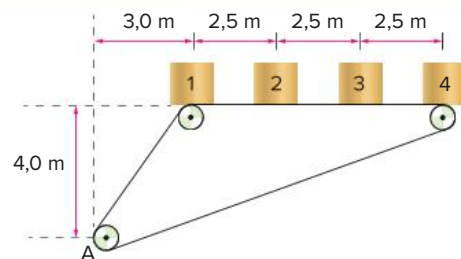
64 ITA Um pequeno bloco desliza sobre uma rampa e logo em seguida por um loop circular de raio R , onde há um rasgo de comprimento de arco $2R\phi$, como ilustrado na figura. Sendo g a aceleração da gravidade e desconsiderando qualquer atrito, obtenha a

expressão para a altura inicial em que o bloco deve ser solto de forma que vença o rasgo e continue em contato com o restante da pista.



65 Fuvest Quatro corpos, considerados como pontos materiais, de massas m iguais, estão sobre uma esteira transportadora que se encontra parada e travada na posição indicada na figura. O corpo 1 está no início do trecho indicado da esteira e as massas desta e dos roletes podem ser consideradas desprezíveis quando comparadas com as massas dos quatro corpos. Num determinado instante, destrava-se o sistema e a esteira começa a movimentar-se, transportando os corpos sem escorregamento.

► **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$.



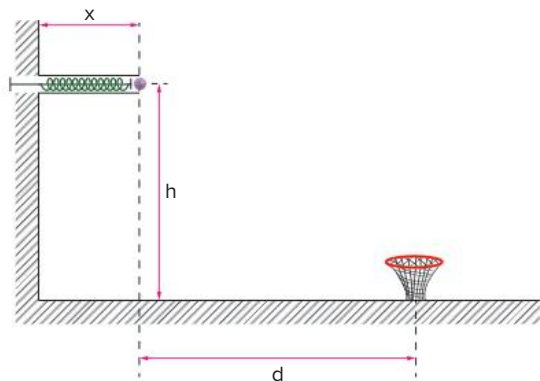
Calcule a velocidade do corpo 1 quando deixar a esteira no ponto A.

66 Unicamp Um brinquedo que muito agrada às crianças são os lançadores de objetos em uma pista. Considere que a mola da figura a seguir possui uma constante elástica $k = 8000 \text{ N/m}$ e massa desprezível. Inicialmente, a mola está comprimida em $2,0 \text{ cm}$ e, ao ser liberada, empurra um carrinho de massa igual a $0,20 \text{ kg}$. O carrinho abandona a mola quando esta atinge o seu comprimento relaxado e percorre uma pista que termina em uma rampa. Considere que não há perda de energia mecânica por atrito no movimento do carrinho.



- Qual é a velocidade do carrinho quando ele abandona a mola?
- Na subida da rampa, a que altura o carrinho tem velocidade de $2,0 \text{ m/s}$?

- 67 UFF** Um brinquedo infantil tem como objetivo acertar uma bolinha de massa m numa cesta. A bolinha é disparada por uma mola ideal, de constante elástica k e comprimento x , quando relaxada. A mola está confinada em um tubo guia, de paredes polidas, podendo ser comprimida através de uma haste. O tubo é fixado, horizontalmente, de tal forma que sua saída se encontra a uma distância d e a uma altura h da cesta, conforme mostra a figura.

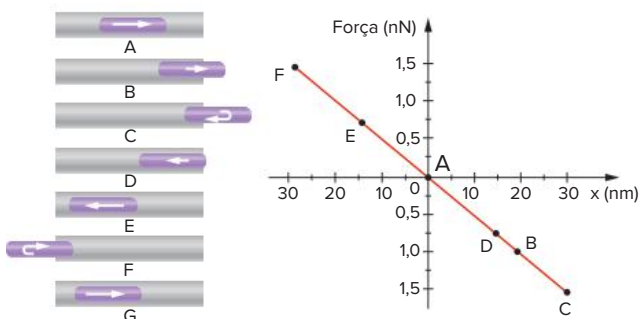


Uma criança puxa a haste, reduzindo o comprimento da mola a $\frac{x}{2}$. Ao soltar a haste, permitindo que a mola volte ao comprimento x , a bola é arremessada para fora do tubo, atingindo o solo no centro da cesta. Considere como dados m , k , x , h e a aceleração da gravidade g . Despreze o atrito, a resistência do ar e a massa da haste para resolver os itens a seguir. Determine uma expressão para:

- a velocidade com que a bolinha sai do tubo.
- a distância d da cesta à saída do tubo.

- 68 Unicamp** Os átomos de carbono têm a propriedade de se ligarem formando materiais muito distintos entre si, como o diamante, a grafite e os diversos polímeros. Há alguns anos, foi descoberto um novo arranjo para esses átomos: os nanotubos, cujas paredes são malhas de átomos de carbono. O diâmetro desses tubos é de apenas alguns nanômetros ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$). No ano passado, foi possível montar um sistema no qual um "nanotubo de carbono" fechado nas pontas oscila no interior de um outro nanotubo de diâmetro maior e aberto nas extremidades, conforme ilustração a seguir. As interações entre os dois tubos dão origem a uma força restauradora representada no gráfico.

▶ Dado: $1 \text{ nN} = 10^{-9} \text{ N}$.



- Encontre, por meio do gráfico, a constante de mola desse oscilador.
- O tubo oscilante é constituído de 90 átomos de carbono. Qual é a velocidade máxima desse tubo, sabendo-se que um átomo de carbono equivale a uma massa de $2 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

- 69 Enem** A tabela a seguir apresenta alguns exemplos de processos, fenômenos ou objetos em que ocorrem transformações de energia. Nessa tabela, aparecem as direções de transformação de energia. Por exemplo, o termopar é um dispositivo onde energia térmica se transforma em energia elétrica.

De \ Em	Elétrica	Química	Mecânica	Térmica
Elétrica	Transformador			Termopar
Química				Reações endotérmicas
Mecânica		Dinamite	Pêndulo	
Térmica				Fusão

Dentre os processos indicados na tabela, ocorre conservação de energia:

- em todos os processos.
- somente nos processos que envolvem transformação de energia sem dissipação de calor.
- somente nos processos que envolvem transformação de energia mecânica.
- somente nos processos que não envolvem energia química.
- somente nos processos que não envolvem nem energia química nem térmica.

- 70 ITA** Um bloco com massa $0,20 \text{ kg}$, inicialmente em repouso, é derrubado de uma altura $h = 1,20 \text{ m}$ sobre uma mola cuja constante de força é $k = 19,6 \text{ N/m}$. Desprezando a massa da mola, a distância máxima que a mola será comprimida é:

▶ Dado: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

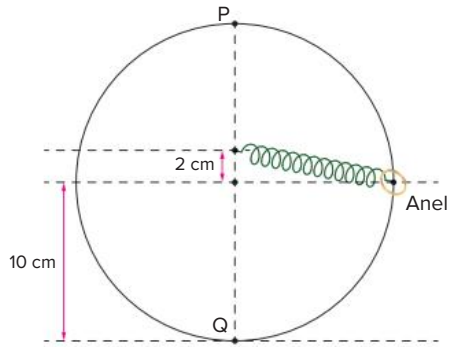
- $0,24 \text{ m}$
- $0,32 \text{ m}$
- $0,48 \text{ m}$
- $0,54 \text{ m}$
- $0,60 \text{ m}$

- 71 UFG** Uma mola de constante elástica $k = 50 \text{ N/m}$ e massa desprezível tem uma extremidade fixa no teto e a outra presa a um corpo de massa $m = 0,2 \text{ kg}$. O corpo é mantido inicialmente numa posição em que a mola está relaxada e na vertical. Ao ser abandonado, ele passa a realizar um movimento harmônico simples, em que a amplitude e a energia cinética máxima são, respectivamente:

▶ Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 4 cm e $0,04 \text{ J}$
- 4 cm e $0,08 \text{ J}$
- 8 cm e $0,04 \text{ J}$
- 8 cm e $0,08 \text{ J}$
- 8 cm e $0,16 \text{ J}$

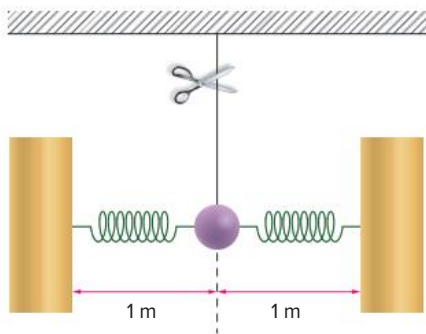
- 72 ITA** Um anel de peso 30 N está preso a uma mola e desliza sem atrito num fio circular situado num plano vertical, conforme mostrado na figura.



Considerando que a mola não se deforma quando o anel se encontra na posição P e que a velocidade do anel seja a mesma nas posições P e Q, a constante elástica da mola deve ser de:

- A $3,0 \cdot 10^3$ N/m C $7,5 \cdot 10^3$ N/m E $3,0 \cdot 10^4$ N/m
 B $4,5 \cdot 10^3$ N/m D $1,2 \cdot 10^4$ N/m

- 73 UFG (Adapt.)** No sistema representado na figura a seguir, as duas molas são iguais, têm 1 m de comprimento e estão relaxadas. Quando o fio é cortado, a esfera de massa 12,8 kg desce 1 m até parar momentaneamente

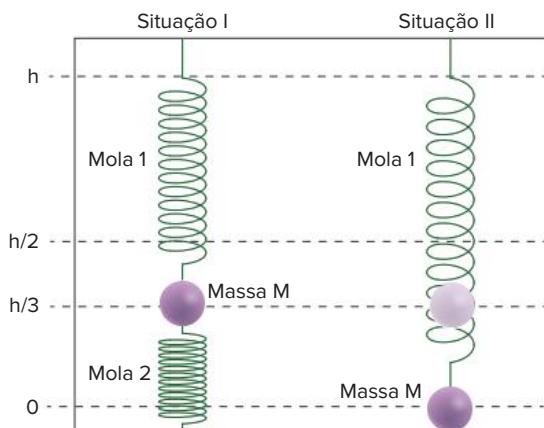


▶ Dado: $\sqrt{2} = 1,4$; $g = 10$ m/s².

Calcule:

- a) o valor da constante elástica k das molas.
 b) a energia cinética da massa após ter descido 75 cm.

- 74 IME**

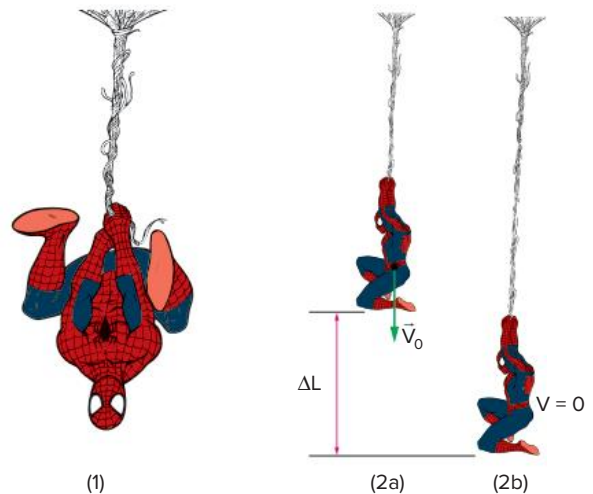


Na situação I da figura, em equilíbrio estático, a massa M , presa a molas idênticas, está a uma altura $\frac{h}{3}$. Na situação II, a mola inferior é subitamente retirada. As molas, em repouso, têm comprimento $\frac{h}{2}$. O módulo da velocidade da massa M na iminência de tocar o solo na situação II é:

Observação: g = aceleração da gravidade.

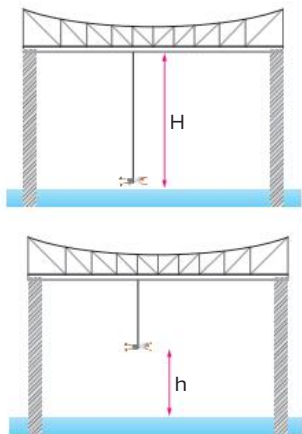
- A $\frac{4gh}{2\sqrt{2}}$ D $\frac{gh}{2\sqrt{2}}$
 B $\frac{3gh}{2\sqrt{2}}$ E 0
 C $\frac{2gh}{2\sqrt{2}}$

- 75 Unicamp** Nas cenas dos filmes e nas ilustrações gráficas do Homem-aranha, a espessura do cabo de teia de aranha que seria necessário para sustentá-lo é normalmente exagerada. De fato, os fios de seda da teia de aranha são materiais extremamente resistentes e elásticos. Para deformações ΔL relativamente pequenas, um cabo feito de teia de aranha pode ser aproximado a uma mola de constante elástica k , dada pela fórmula $(10^{10} \cdot \frac{A}{L})$ N/m, onde L é o comprimento inicial e A a área da seção transversal do cabo. Para os cálculos, considere a massa do Homem-aranha $M = 70$ kg.



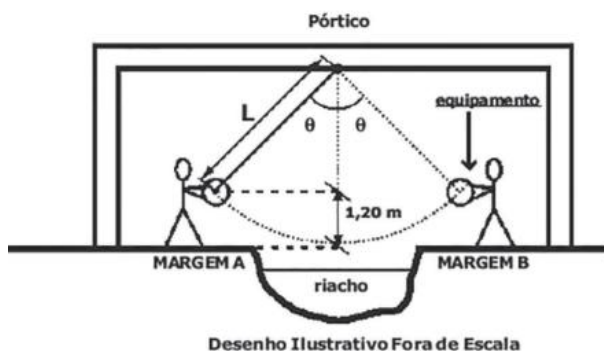
- a) Calcule a área A da seção transversal do cabo de teia de aranha que suportaria o peso do Homem-aranha com uma deformação de 1,0% do comprimento inicial do cabo.
 b) Suponha que o Homem-aranha, em queda livre, lance verticalmente um cabo de fios de teia de aranha para interromper a sua queda. Como ilustra a figura (2a), no momento em que o cabo se prende, a velocidade de queda do Homem-aranha tem módulo V_0 . No ponto de altura mínima mostrado em (2b), o cabo de teia atinge uma deformação máxima de $\Delta L = 2,0$ m e o Homem-aranha tem, nesse instante, velocidade $V = 0$. Sendo a constante elástica do cabo de teia de aranha, neste caso, $k = 7700$ N/m, calcule V_0 .

- 76 UFPE** Em um dos esportes radicais da atualidade, uma pessoa de 70 kg pula de uma ponte de altura $H = 50$ m em relação ao nível do rio, amarrada à cintura por um elástico. O elástico, cujo comprimento livre é $L = 10$ m, se comporta como uma mola de constante elástica k . No primeiro movimento para baixo, a pessoa fica no limiar de tocar a água e, depois de várias oscilações, fica em repouso a uma altura h em relação à superfície do rio. Calcule h , em m.



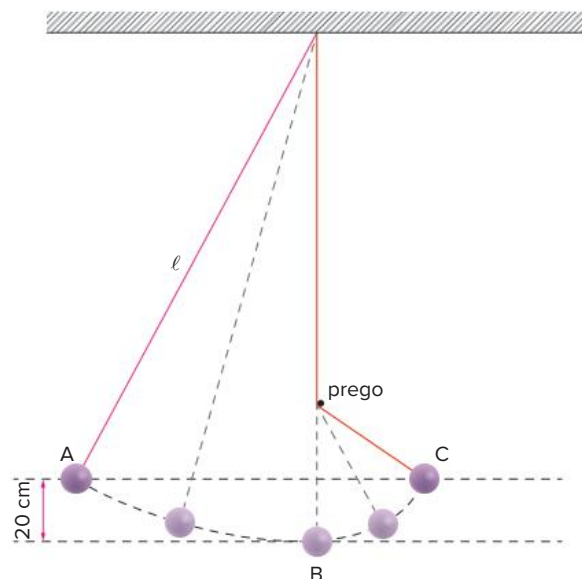
- 77 EsPCEX 2017** Um operário, na margem A de um riacho, quer enviar um equipamento de peso 500 N para outro operário na margem B. Para isso ele utiliza uma corda ideal de comprimento $L = 3$ m, em que uma das extremidades está amarrada ao equipamento e a outra a um pórtico rígido. Na margem A, a corda forma um ângulo θ com a perpendicular ao ponto de fixação no pórtico. O equipamento é abandonado do repouso a uma altura de 1,20 m em relação ao ponto mais baixo da sua trajetória. Em seguida, ele entra em movimento e descreve um arco de circunferência, conforme o desenho a seguir e chega à margem B. Desprezando todas as forças de atrito e considerando o equipamento uma partícula, o módulo da força de tração na corda no ponto mais baixo da trajetória é

► **Dado:** considere a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- A 500 N
B 600 N
C 700 N
D 800 N
E 900 N

- 78 UFSC** Um pêndulo simples de comprimento 4,0 m possui em sua extremidade uma esfera de 2,0 kg de massa. O pêndulo é colocado para oscilar a partir do repouso, em A. Quando o fio estiver na vertical, passando por B, ele terá parte do seu movimento interrompido por um prego. A esfera percorre a trajetória tracejada representada na figura, alcançando só até o ponto C.



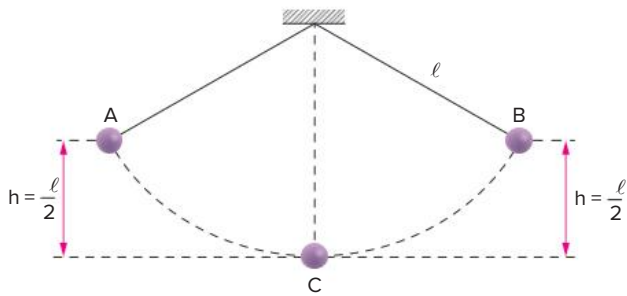
Em relação ao exposto, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 O módulo da velocidade da esfera em A é igual ao módulo da velocidade em C.
02 O tempo que a esfera leva de A até B é igual ao tempo de B até C, pois este tempo não depende do comprimento do pêndulo.
04 A velocidade da esfera em B é máxima e vale 4,0 m/s.
08 A tensão no fio em C é maior do que em A.
16 A velocidade angular da esfera em A é igual à velocidade angular em B e menor que a velocidade angular em C.
32 A energia potencial gravitacional da esfera em A é a mesma que em C e a variação da energia potencial entre B e C vale 4,0 J.

Soma:

- 79 ITA** Um pêndulo simples é constituído de um fio de comprimento L , ao qual se prende um corpo de massa m . Porém, o fio não é suficientemente resistente, suportando no máximo uma força tensora de intensidade $1,4mg$, sendo g a intensidade da aceleração da gravidade local. O pêndulo é abandonado de uma posição em que o fio forma um ângulo α com a vertical. Sabendo que o fio se rompe no instante em que o pêndulo atinge a posição vertical, calcule o valor de $\cos \alpha$.

- 80 UFRJ** Uma pequena esfera metálica, suspensa por um fio ideal de comprimento ℓ a um suporte, está oscilando num plano vertical, com atritos desprezíveis, entre as posições extremas, A e B, localizadas a uma altura $h = \frac{\ell}{2}$ acima do ponto mais baixo C de sua trajetória, como ilustra a figura a seguir.



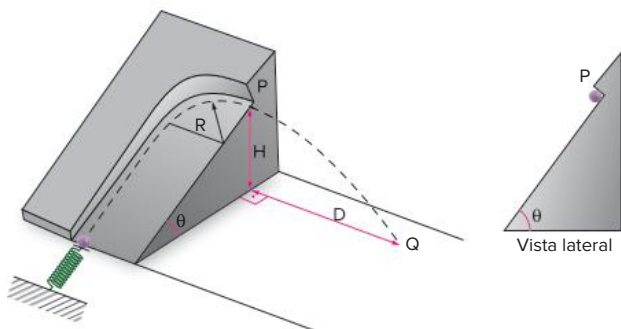
Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Calcule o módulo da aceleração da esfera nos instantes em que ela passa pelos pontos A e B.
 - Calcule o módulo da aceleração da esfera nos instantes em que ela passa pelo ponto C.
- 81 UFRJ** Uma pequena esfera de aço está em repouso, presa por um fio ideal de 1,6 m de comprimento a um suporte fixo. Num determinado instante, dá-se um impulso à esfera, de modo que ela adquira uma velocidade horizontal \vec{v}_0 de módulo 8 m/s, como ilustra a figura.



Despreze a resistência do ar e considere $g = 10 \text{ m/s}^2$. Calcule o ângulo θ que o fio forma com a vertical, a partir da posição inicial, no instante em que o módulo da tensão no fio for igual à metade do peso da esfera.

- 82 UFG** Uma bolinha de massa m é lançada por uma mola horizontal de constante elástica k , em uma rampa lisa de ângulo de inclinação θ com a horizontal, que possui no topo uma curva de raio R , conforme a figura a seguir.

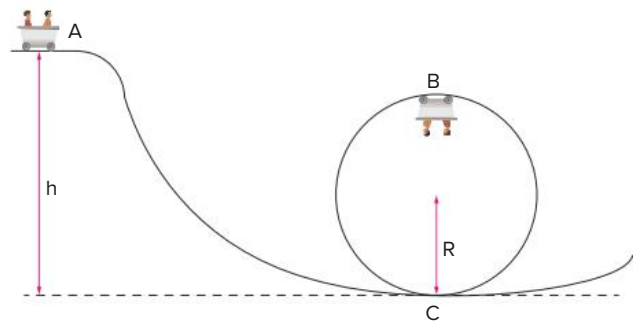


A bolinha move-se rente a uma parede lisa perpendicular à rampa e, ao fazer a curva, passa por P, que se encontra a uma altura H da base do plano, atingindo o ponto Q a uma distância D da vertical que passa por P. Nessas condições, calcule:

Considere: Aceleração gravitacional = g .

- a deformação da mola.
- a força que a parede exerce sobre a bolinha no ponto mais alto da trajetória.

- 83 UFSC** Nos trilhos de uma montanha-russa, um carrinho com seus ocupantes é solto, a partir do repouso, de uma posição A situada a uma altura h , ganhando velocidade e percorrendo um círculo vertical de raio $R = 6,0 \text{ m}$, conforme mostra a figura. A massa do carrinho com seus ocupantes é igual a 300 kg e despreza-se a ação de forças dissipativas sobre o conjunto.

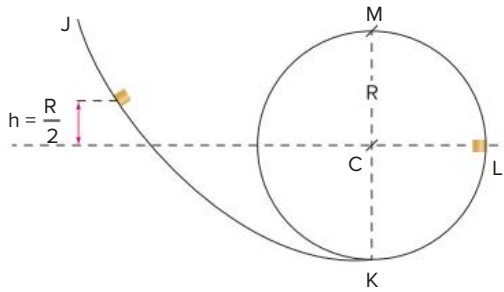


Assinale a(s) proposição(o)es correta(s).

- A energia mecânica mínima para que o carrinho complete a trajetória, sem cair, é igual a 4500 J.
- A velocidade mínima na posição B, ponto mais alto do círculo vertical da montanha-russa, para que o carrinho não caia é de $\sqrt{60} \text{ m/s}$.
- A posição A, de onde o carrinho é solto para iniciar seu trajeto, deve situar-se na altura mínima $h = 15 \text{ m}$ para que o carrinho consiga completar a trajetória, passando pela posição B sem cair.
- Na ausência de forças dissipativas, a energia mecânica do carrinho se conserva, isto é, a soma da energia potencial gravitacional e da energia cinética tem igual valor nas posições A, B e C, respectivamente.
- Podemos considerar a conservação da energia mecânica, porque, na ausência de forças dissipativas, a única força atuante sobre o sistema é a força peso, que é uma força conservativa.
- A posição A, de onde o carrinho é solto para iniciar seu trajeto, deve situar-se na altura mínima $h = 12 \text{ m}$ para que o carrinho consiga completar a trajetória, passando pela posição B sem cair.
- A energia mecânica do carrinho no ponto C é menor do que no ponto A.

Soma:

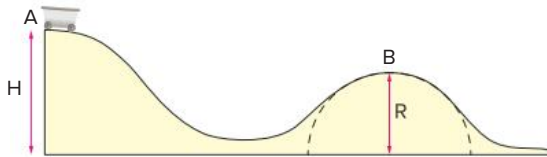
- 84 UFRJ** A figura mostra o perfil de um trilho vertical JKLM, cujo trecho KLM é circular de centro em C e raio R.



Um bloco de pequenas dimensões é abandonado a uma altura $h = \frac{R}{2}$ acima do plano horizontal que contém o centro C e passa a deslizar sobre o trilho com atrito desprezível.

- Determine a direção e o sentido da velocidade \vec{v} do bloco no instante em que ele passa pelo ponto L e calcule seu módulo em função de R e da aceleração da gravidade g .
- Determine a direção e o sentido da resultante \vec{F} das forças que atuam sobre o bloco no instante em que ele passa pelo ponto L (informando o ângulo que ela forma com a horizontal) e calcule seu módulo em função da massa m do bloco e da aceleração da gravidade g .

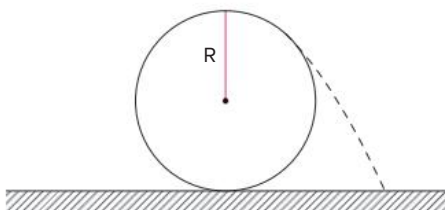
- 85 UFPE** Um carrinho escorrega sem atrito em uma montanha-russa, partindo do repouso no ponto A, a uma altura H, e sobe o trecho seguinte em forma de um semicírculo de raio R.



Qual a razão $\frac{H}{R}$ para que o carrinho permaneça em contato com o trilho no ponto B?

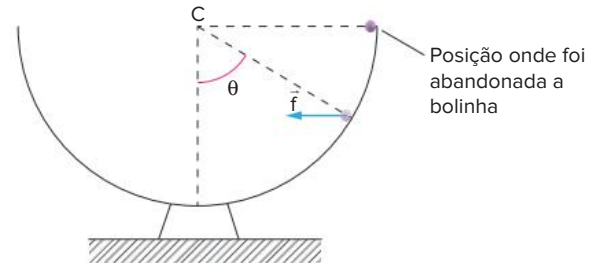
- A $\frac{5}{4}$ B $\frac{4}{3}$ C $\frac{7}{5}$ D $\frac{3}{2}$ E $\frac{8}{5}$

- 86 UFSC** Uma formiga de massa m encontra-se no topo de uma bola de bilhar rigidamente presa ao solo, conforme a figura. A bola possui raio R e superfície altamente polida. Considere g a aceleração da gravidade e despreze os possíveis efeitos dissipativos. A formiga começa a deslizar na bola com velocidade inicial nula.



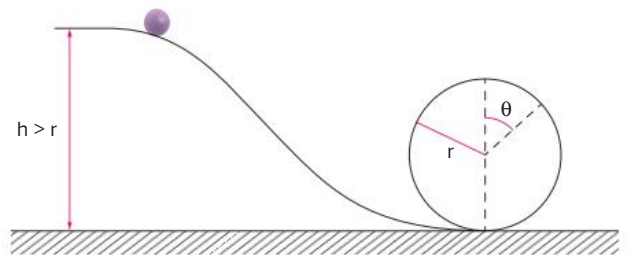
- Calcule o módulo da velocidade da formiga no ponto em que ela perde contato com a bola.
- Calcule a altura, a partir do solo, em que a formiga perde o contato com a bola.

- 87 UFRJ** Uma bolinha de gude de dimensões desprezíveis é abandonada, a partir do repouso, na borda de um hemisfério oco e passa a deslizar, sem atrito, em seu interior.

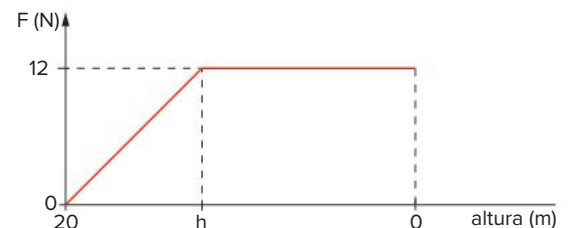


Calcule o ângulo θ entre o vetor posição da bolinha em relação ao centro C e a vertical para o qual a força resultante \vec{F} sobre a bolinha é horizontal

- 88 ITA** Uma massa é liberada a partir do repouso de uma altura h acima do nível do solo e desliza sem atrito em uma pista que termina em um loop de raio r , conforme indicado na figura. Determine o ângulo θ relativo à vertical e ao ponto em que a massa perde o contato com a pista. Expresse sua resposta como função da altura h , do raio r e da aceleração da gravidade g .



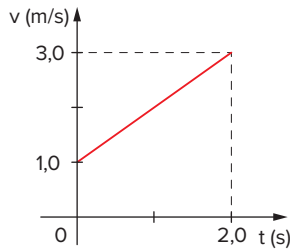
- 89 IME** Um objeto com massa 1 kg é largado de uma altura de 20 m e atinge o solo com velocidade de 10 m/s. Sabe-se que a força F de resistência do ar que atua sobre o objeto varia com a altura, conforme o gráfico a seguir.



Considerando que $g = 10 \text{ m/s}^2$, a altura h , em metros, em que a força de resistência do ar passa a ser constante é:

- A 4 C 6 E 10
B 5 D 8

- 90 UEL** O módulo v da velocidade de um corpo de 4,0 kg, que cai verticalmente, está representado no gráfico em função do tempo t .



Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, os dados do gráfico indicam que a queda não foi livre e a energia mecânica dissipada, em joules, no intervalo de tempo representado, vale:

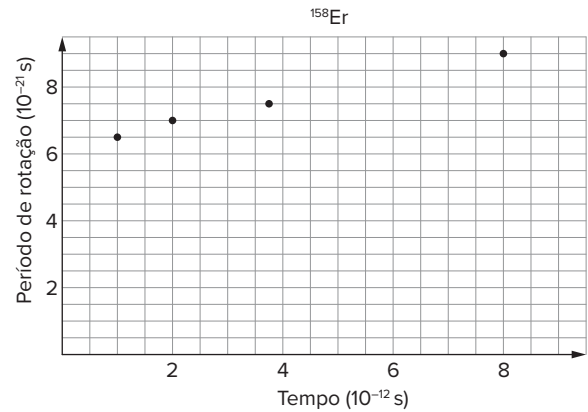
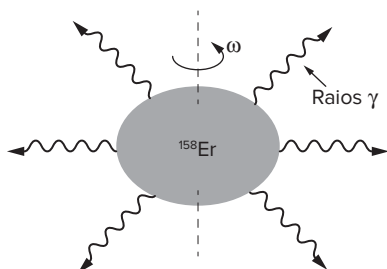
- A 144
B 72
C 18
D 9,0
E 2,0

- 91 Vunesp** Uma esfera de aço de $3 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$, abandonada de uma altura de 2,0 m, cai sobre uma superfície plana, horizontal, rígida e volta atingindo a altura máxima de 0,75 m. Despreze a resistência do ar e admita $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Qual a energia dissipada no choque da esfera contra a superfície?
b) Considerando a mesma perda de energia percentual do item a, qual deveria ser o valor da velocidade vertical inicial da esfera para que, na volta, ela atingisse a posição inicial?

Observação: Considere a energia potencial nula na superfície.

- 92 Fuvest 2018** Núcleos atômicos podem girar rapidamente e emitir raios γ . Nesse processo, o núcleo perde energia, passando sucessivamente por estados de energia cada vez mais baixos, até chegar ao estado fundamental, que é o estado de menor energia desse sistema. Nos laboratórios onde esses núcleos são estudados, detectores registram dados dos pulsos da radiação γ emitida, obtendo informações sobre o período de rotação nuclear. A perda de energia devido à emissão de radiação eletromagnética altera o período de rotação nuclear. O gráfico mostra quatro valores do período de rotação de um dos isótopos do núcleo de érbio (^{158}Er) durante um certo intervalo de tempo, obtidos a partir de dados experimentais.

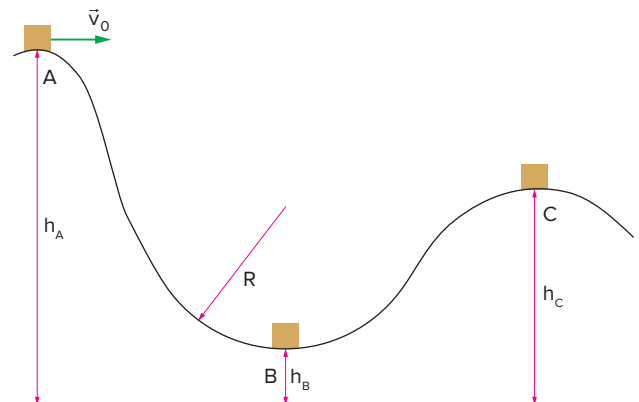


Obtenha o valor da:

- a) velocidade angular de rotação, ω , do núcleo no instante $t = 8 \cdot 10^{-12} \text{ s}$, em rad/s.
b) aceleração angular média, α , do núcleo entre os instantes $t = 2 \cdot 10^{-12} \text{ s}$ e $t = 8 \cdot 10^{-12} \text{ s}$, em rad/s^2 .
c) aceleração centrípeta, a_c , de uma porção de matéria nuclear localizada a uma distância $R = 6 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ do eixo de rotação nuclear para o instante $t = 8 \cdot 10^{-12} \text{ s}$.
d) energia, E , emitida pelo ^{158}Er sob a forma de radiação eletromagnética entre os instantes $t = 2 \cdot 10^{-12} \text{ s}$ e $t = 8 \cdot 10^{-12} \text{ s}$.

Note e adote: Radiação γ : radiação eletromagnética de frequência muito alta. Energia rotacional do núcleo: $E_R = (1/2) \cdot I \cdot \omega^2$, em que $I = 12 \cdot 10^{-55} \text{ J}\cdot\text{s}^2$ é constante. $\pi = 3$.

- 93 UFPR** Um corpo de massa $m = 1,0 \text{ kg}$ desliza por uma pista, saindo do ponto A com velocidade \vec{v}_0 de módulo igual a 3,0 m/s, passando pelo ponto B com a mesma velocidade \vec{v}_0 e parando no ponto C (figura a seguir). A resistência do ar ao movimento do corpo é desprezível, mas pode haver atrito entre o corpo e a pista. O trecho da pista que contém B é parte de uma circunferência de raio $R = 0,30 \text{ m}$. As alturas de A, B e C em relação a um nível de referência são h_A , h_B e h_C , respectivamente.

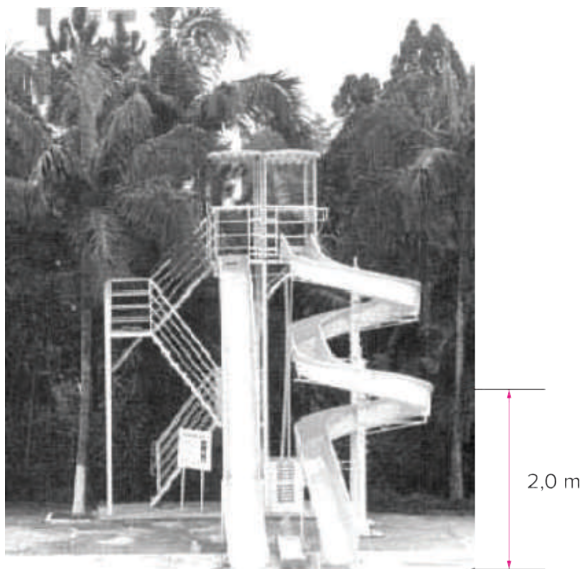


Com base nesses dados, é correto afirmar:

- existe uma força de atrito entre a pista e o corpo entre os pontos A e B, que realiza trabalho igual a $-mg(h_A - h_B)$.

- nenhuma força realiza trabalho sobre o corpo entre A e B, pois não houve variação da energia cinética.
- o trabalho total realizado sobre o corpo entre os pontos B e C é 9,0 J
- se não houvesse atrito entre a pista e o corpo, este teria no ponto C uma velocidade com módulo maior que v_0 .
- a aceleração centrípeta do corpo no ponto B é 30 m/s^2 .

94 Unifesp (Adapt.) Um dos brinquedos prediletos de crianças, no verão, é o toboágua. A emoção do brinquedo está associada à grande velocidade atingida durante a descida, uma vez que o atrito pode ser desprezado devido à presença da água em todo o percurso do brinquedo, bem como à existência das curvas fechadas na horizontal, de forma que a criança percorra esses trechos encostada na parede lateral (vertical) do toboágua.



Disponível em: <www.pt.wikipedia.org/wiki/Toboágua>.

Sabendo que a criança de 36 kg parte do repouso, de uma altura de 6,0 m acima da base do toboágua, colocado à beira de uma piscina, calcule:

▶ **Dado:** $g = 10,0 \text{ m/s}^2$.

- a) a força normal, na horizontal, exercida sobre a criança pela parede lateral do toboágua, no ponto indicado na figura (curva do toboágua situada a 2,0 m da sua base) onde o raio de curvatura é igual a 80 cm.
- b) a força dissipativa média exercida pela água da piscina, necessária para fazer a criança parar ao atingir 1,5 m de profundidade, considerando que a criança entra na água da piscina com velocidade, na vertical, aproximadamente igual a 10,0 m/s, desprezando-se, neste cálculo, a perda de energia mecânica no impacto da criança com a água da piscina.

95 Enem PPL 2012 Um automóvel, em movimento uniforme, anda por uma estrada plana, quando começa a descer uma ladeira, na qual o motorista faz com que o carro se mantenha sempre com velocidade escalar constante.

Durante a descida, o que ocorre com as energias potencial, cinética e mecânica do carro?

- A A energia mecânica mantém-se constante, já que a velocidade escalar não varia e, portanto, a energia cinética é constante.
- B A energia cinética aumenta, pois a energia potencial gravitacional diminui e, quando uma se reduz, a outra cresce.
- C A energia potencial gravitacional mantém-se constante, já que há apenas forças conservativas agindo sobre o carro.
- D A energia mecânica diminui, pois a energia cinética se mantém constante, mas a energia potencial gravitacional diminui.
- E A energia cinética mantém-se constante, já que não há trabalho realizado sobre o carro.

96 Fuvest Uma pista é formada por duas rampas inclinadas, A e B, e por uma região horizontal de comprimento L . Soltando-se, na rampa A, de uma altura H_A , um bloco de massa m , verifica-se que ele atinge uma altura H_B na rampa B (conforme a figura), em experimento realizado na Terra. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a pista é nulo nas rampas e igual a μ na região horizontal.



Suponha que esse mesmo experimento seja realizado em Marte, onde a aceleração da gravidade é $g_M \equiv \frac{g}{3}$, e considere que o bloco seja solto na mesma rampa A e da mesma altura H_A .

Determine:

- a) a razão $R_a = \frac{v_{A \text{ Terra}}}{v_{A \text{ Marte}}}$ entre as velocidades do bloco no final da rampa A (ponto A), em cada uma das experiências (Terra e Marte).
- b) a razão $R_b = \frac{W_{\text{Terra}}}{W_{\text{Marte}}}$ entre as energias mecânicas dissipadas pela força de atrito na região horizontal, em cada uma das experiências (Terra e Marte).
- c) a razão $R_c = \frac{H_{B \text{ Terra}}}{H_{B \text{ Marte}}}$ entre as alturas que o bloco atinge na rampa B, em cada uma das experiências (Terra e Marte).

- 97 Mackenzie** O bloco de peso igual a 10 N parte do repouso e sobe a rampa indicada na figura 1 mediante a aplicação da força F de direção constante e cuja intensidade varia com a abscissa x , de acordo com o gráfico da figura 2. O trabalho de O até A realizado pelo atrito existente entre o bloco e a rampa é igual a 10 J, em valor absoluto. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

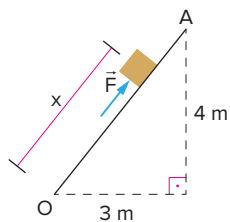


Figura 1

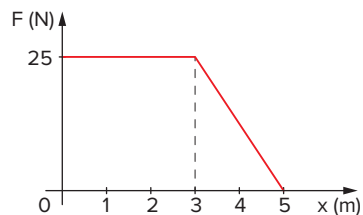
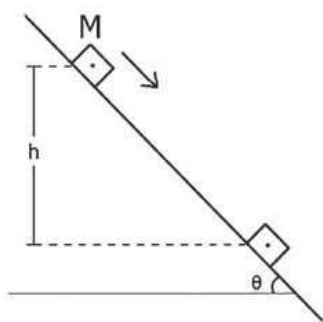


Figura 2

Nessas condições, a velocidade do bloco, ao atingir o ponto culminante A, é igual a:

- A 2 m/s
 B 5 m/s
 C 6 m/s
 D 10 m/s
 E 15 m/s
- 98 IME** Um bloco de 4 kg e velocidade inicial de 2 m/s percorre 70 cm em uma superfície horizontal rugosa até atingir uma mola de constante elástica 200 N/m. A aceleração da gravidade é 10 m/s^2 e o bloco comprime 10 cm da mola até que sua velocidade se anule. Admitindo que, durante o processo de compressão da mola, o bloco desliza sem atrito, o valor do coeficiente de atrito da superfície rugosa é:
- A 0,15
 B 0,20
 C 0,25
 D 0,30
 E 0,35

- 99 UFRGS 2019** Na figura abaixo, um corpo de massa M desliza com velocidade constante sobre um plano inclinado que forma um ângulo θ com o plano horizontal. Considere g o módulo da aceleração da gravidade e despreze a resistência do ar.

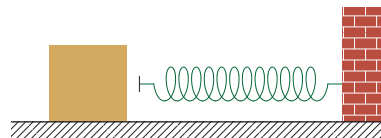


Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado a seguir, na ordem em que aparecem.

Quando o centro de massa do corpo desce uma altura h , os trabalhos realizados pela força peso e pela força de atrito entre corpo e plano são, respectivamente,

- A $-Mgh - Mgh$
 B $Mgh - -Mgh$
 C $Mgh \text{sen } \theta - -Mgh$
 D $Mgh \text{sen } \theta - Mgh \text{cos } \theta$
 E $Mgh \text{cos } \theta - Mgh \text{sen } \theta$

- 100** Um bloco de massa igual a 2,0 kg escorrega num plano horizontal e, a 4,0 m/s, colide com uma mola de massa desprezível e constante elástica igual a 700 N/m, deformando-a elasticamente.

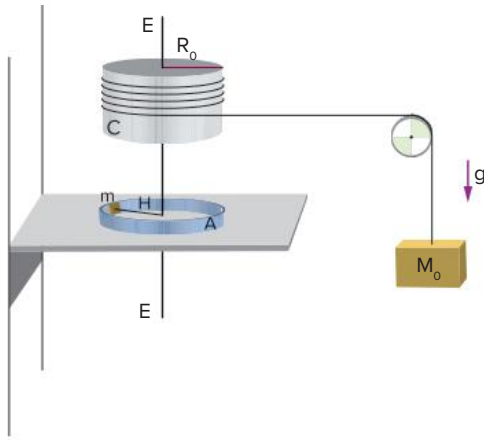


Sabendo-se que os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco e o plano são, respectivamente, iguais a 0,60 e 0,50, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando influências do ar, calcule:

- a) a máxima deformação sofrida pela mola.
 b) a velocidade do bloco ao cessar seu contato com a mola.
- 101 UFC** Uma força constante, horizontal, de módulo F é aplicada a um corpo de peso 10 N, que está sobre uma mesa horizontal e preso a uma mola de constante elástica 2 N/m. Inicialmente, a mola não está deformada e a força F está na direção de deformação da mola. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o corpo e a mesa são, respectivamente, $\mu_e = 0,5$ e $\mu_c = 0,4$. Considere que o módulo da aceleração da gravidade local é $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que, durante o movimento, o corpo não muda o sentido da sua velocidade. Determine:
- a) o valor da força F mínima para colocar o corpo em movimento
 b) o espaço percorrido pelo corpo, em função de F , até parar
 c) o valor máximo de F para que ocorra este movimento.

- 102 Fuvest** Um sistema mecânico faz com que um corpo de massa M_0 , após um certo tempo em queda, atinja uma velocidade descendente constante V_0 , devido ao efeito do movimento de outra massa m , que age como freio. A massa m é vinculada a uma haste H , presa ao eixo E de um cilindro C , de raio R_0 , conforme mostrado na figura.

Quando a massa M_0 cai, desenrola-se um fio que movimentava o cilindro e o eixo, fazendo com que a massa m descreva um movimento circular de raio R_0 . A velocidade V_0 é mantida constante, pela força de atrito, entre a massa m e a parede A , devido ao coeficiente de atrito μ entre elas e à força centrípeta que age sobre essa massa.

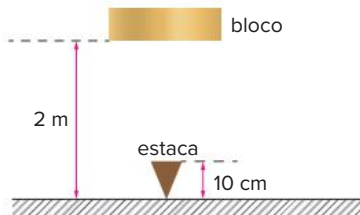


► **Note e adote:** O trabalho dissipado pela força de atrito em uma volta é igual ao trabalho realizado pela força peso, no movimento correspondente da massa M_0 com velocidade V_0 .

Para tal situação, em função dos parâmetros m , M_0 , R_0 , V_0 , μ e g , determine:

- o trabalho T_G , realizado pela força da gravidade, quando a massa M_0 percorre uma distância vertical correspondente a uma volta completa do cilindro C.
- o trabalho T_A , dissipado pela força de atrito, quando a massa m realiza uma volta completa.
- a velocidade V_0 , em função das demais variáveis.

103 FEB-SP Um bloco de 500 kg é solto de uma altura de 2 m sobre uma estaca de 10 cm de altura, enterrando-a no solo.

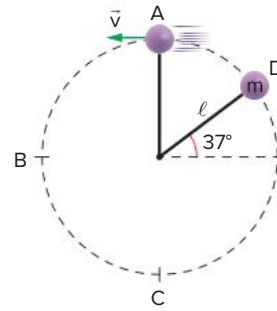


Assinale a alternativa que indica, em newtons, a força média e constante exercida pelo bloco sobre a estaca, considerando que a aceleração da gravidade é 10 m/s^2 .

- | | | |
|--------|-----------|------------|
| A 500 | C 10 000 | E 1000 000 |
| B 1000 | D 100 000 | |

104 UFSC Em um parque de diversões, um pêndulo de brinquedo é constituído por uma esfera metálica de massa m , amarrada a uma barra fina, de massa desprezível e comprimento ℓ . O pêndulo deve ser lançado da altura máxima no ponto A, girando em um plano vertical, com o objetivo de tentar completar a volta e se aproximar, o máximo possível, novamente, do ponto A. Suponha que o pêndulo seja lançado com velocidade de módulo $\sqrt{2g\ell}$, a partir do ponto A, chegando só até o ponto D, na primeira oscilação. Após oscilar repetidas vezes, para no ponto C. Despreze o atrito da esfera com o ar

► **Considere:** $\cos 37^\circ \cong 0,8$; $\sin 37^\circ \cong 0,6$.

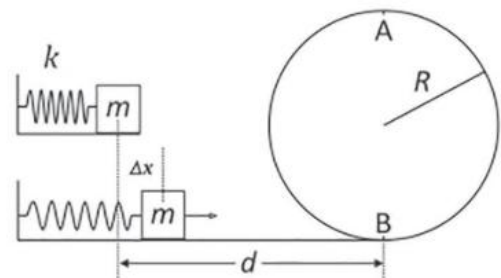


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- Se o atrito entre a barra e o eixo de suspensão fosse desprezível, a tensão na barra, no ponto C, seria três vezes o peso da esfera.
- Se o atrito entre a barra e o eixo de suspensão fosse desprezível, o módulo da velocidade que a esfera teria ao passar pelo ponto D seria $\sqrt{2,4g\ell}$.
- Durante todo o movimento do pêndulo, a tensão não realiza trabalho.
- O trabalho realizado pelo atrito entre os pontos A e D é $0,4mg\ell$.
- O trabalho realizado pelo atrito desde o ponto A até a parada definitiva do pêndulo no ponto C é $-3mg\ell$.

Soma:

105 Fuvest 2019 Um bloco de massa $m = 400 \text{ g}$ está encostado em uma mola que foi comprimida de $\Delta x = 0,2 \text{ m}$ em relação a seu comprimento natural. Em um determinado instante, a mola é solta e o bloco adquire velocidade e percorre uma distância $d = 0,5 \text{ m}$ sobre uma superfície horizontal com coeficiente de atrito $\mu = 0,3$ e executa um *loop* de raio $R = 0,9 \text{ m}$.



Determine:

- a energia cinética ΔE perdida pelo bloco ao longo do percurso de comprimento d ;
- as velocidades mínimas v_A e v_B que o bloco deve ter, respectivamente, nos pontos A e B, indicados na figura, para conseguir completar o *loop*;
- o menor valor da constante elástica k da mola para que o bloco complete o *loop*.

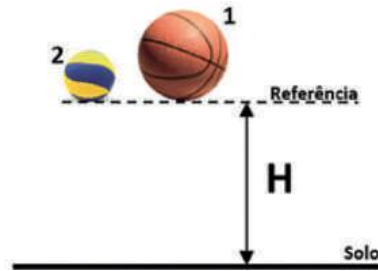
► **Note e adote** Aceleração da gravidade = 10 m/s^2

Não há atrito entre o bloco e a pista em *loop*.

Ignore a resistência do ar.

A figura é esquemática e não está em escala.

106 PUC-SP 2019 Duas bolas são abandonadas simultaneamente de uma mesma altura, conforme representado na figura. A massa da bola 1 é de 600 g e a da bola 2 é de 250 g. Como possuem materiais diferentes, ao colidirem com o solo, a bola 1 sofre uma perda de 25% de sua energia mecânica inicial, enquanto a bola 2 sofre uma perda de 5%. Desprezando a resistência do ar, determine, em função de H , a diferença entre as alturas máximas alcançadas por essas bolas, após colidirem com o solo. Adote como referência as bases das bolas e considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.



A 0,20 H

B 0,25 H

C 0,50 H

D 0,75 H



FRENTE 2

CAPÍTULO

9

Forças magnéticas e indução magnética

O inglês Michael Faraday, no século XIX, contribuiu significativamente para o estabelecimento do princípio da conservação de energia. Ao relacionar Eletricidade e Magnetismo, Faraday levou-nos a ver que as várias formas de energia estavam conectadas. As usinas hidrelétricas e os geradores movidos a vento utilizam-se desse princípio, ao transformar energia mecânica em energia elétrica.

Os motores elétricos fazem o contrário, transformam energia elétrica em energia mecânica. Dentro de um motor elétrico, condutores percorridos por corrente elétrica interagem com um campo magnético, gerando uma força. Esses motores são extremamente versáteis, pois têm diversas aplicações.

Conceitos iniciais

Vimos, no capítulo 7 do livro 2, que sempre que uma carga elétrica se movimenta em um campo magnético, desde que não paralelamente a ele, aparece sobre essa carga uma força magnética. Se pensarmos que a corrente elétrica consiste na movimentação ordenada de cargas elétricas, fica fácil perceber que se colocarmos um condutor percorrido por uma corrente elétrica em um campo magnético, respeitada a condição de não paralelismo, aparecerá sobre ele uma força magnética.

Esse é o princípio de funcionamento de motores elétricos, alto falantes etc. Agora, daremos um tratamento quantitativo ao problema.

Força magnética em um fio retilíneo percorrido por corrente

O que se quer é determinar o vetor força magnética \vec{F}_m que age sobre um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica e, para tal, é necessário determinar o seu módulo, direção e sentido. Para a determinação da direção e do sentido, devemos nos lembrar de que o sentido convencional da corrente é o da movimentação das cargas positivas. Portanto, de posse da regra da mão direita espalmada, podemos determinar a direção e o sentido da força magnética.

A figura 1 nos mostra a utilização da regra da mão direita. O polegar aponta no sentido da corrente e os demais dedos apontam na direção do vetor indução magnética. A força magnética é, então, perpendicular à palma da mão, tendendo a empurrar o fio na direção indicada.

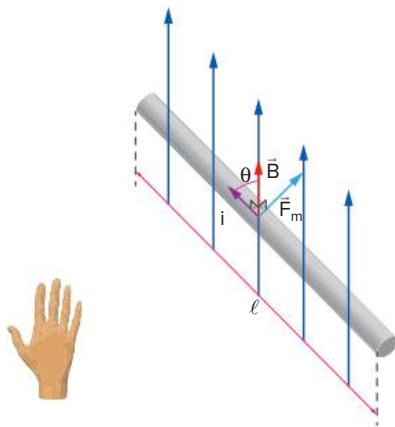


Fig. 1 Regra da mão direita espalmada.

Determinados a direção e o sentido do vetor força magnética, resta agora o cálculo do módulo. Para tal, lançaremos mão da equação que nos dá a força magnética que age sobre uma carga em movimento. Dessa forma, chegaremos a uma expressão que nos dá o módulo da força que age em um condutor em função da intensidade da corrente que o circula, da intensidade do vetor indução \vec{B} e do trecho do fio ℓ exposto ao campo magnético. Lembrando que a força magnética que age sobre uma carga em movimento é:

$$F_m = B \cdot q \cdot v \cdot \sin \theta$$

Se multiplicarmos por Δt (variação do tempo) o numerador e o denominador do 2º termo da igualdade, teremos:

$$F_m = \frac{Bqv \sin \theta \cdot \Delta t}{\Delta t}$$

Lembrando que $\frac{q}{\Delta t} = i$ (corrente elétrica) e que

$v \cdot \Delta t = \ell$ (trecho do condutor imerso no campo magnético), temos:

$$F_m = B \cdot i \cdot \ell \cdot \sin \theta$$

onde θ é o ângulo formado entre o sentido da corrente e o campo magnético.

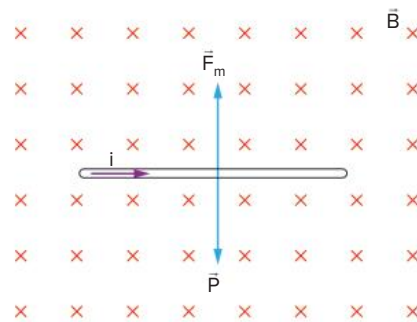
Exercício resolvido

1 Um campo magnético \vec{B} , uniforme, é capaz de impedir a queda de um condutor retilíneo de comprimento $\ell = 0,10$ m e massa $m = 10$ g, horizontal e ortogonal às linhas do campo, quando por ele circula uma corrente $i = 2,0$ A

- Calcule a intensidade do campo magnético
 - O que ocorreria se o sentido da corrente que circula no condutor fosse invertido? Justifique
- Adote: $g = 10 \text{ m/s}^2$

Resolução:

a) Para a resolução deste exercício, é interessante que se visualize geometricamente o problema. Observe a figura adiante:



A força magnética equilibra a força peso; como o ângulo θ é 90° , tem-se:

$$F_m = P \Rightarrow Bi\ell = mg$$

$$B = \frac{mg}{i\ell}$$

Substituindo os dados do problema, tem-se:

$$B = \frac{10^{-2} \cdot 10}{0,1 \cdot 2} = 0,5 \text{ T}$$

b) Caso o sentido da corrente fosse invertido, o módulo da força magnética continuaria o mesmo, porém com sentido contrário (verifique!). A resultante seria, portanto, igual a duas vezes o peso, e a aceleração seria de 20 m/s^2 .

Espira retangular percorrida por corrente e imersa em um campo magnético uniforme

Inicialmente, deve ser recordado o cálculo do momento de um binário de forças, que pode ser definido como sendo duas forças de mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos. Na figura 2, observa-se uma haste de comprimento ℓ sob a ação de um binário de forças.

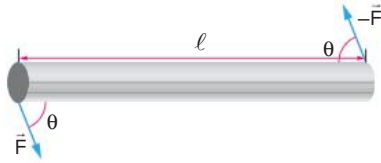


Fig. 2 Haste sujeita a um binário.

Nessa situação, o módulo do momento dessas forças, em relação a qualquer ponto do universo, é dado por:

$$M = F \cdot \ell \cdot \text{sen}\theta$$

Na figura a seguir, uma espira retangular percorrida por corrente elétrica é submetida a um campo magnético uniforme.

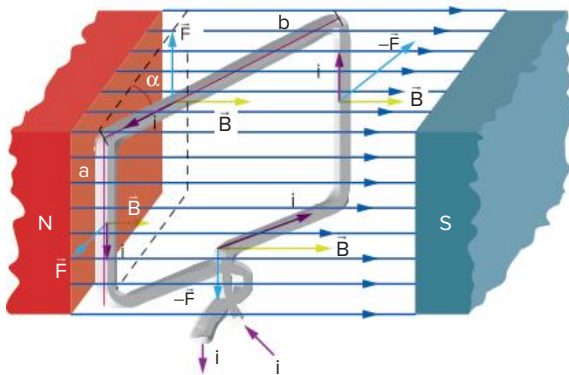


Fig. 3 Espira retangular invertida em campo magnético.

Observe que a espira fica sujeita a um binário de forças, pois as forças que agem ao longo da sua altura a têm mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos, assim como as forças que agem ao longo do seu comprimento b , conforme se observa na figura 4, onde o vetor \hat{n} indica a direção normal à espira.

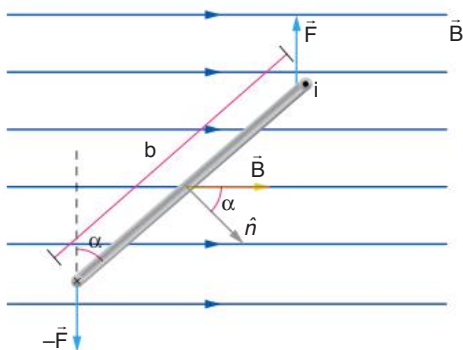


Fig. 4 Binário de forças. Espira vista de cima.

A figura 4 mostra claramente que o binário de forças faz com que a espira gire dentro do campo magnético buscando a situação de equilíbrio, indicada na figura 5

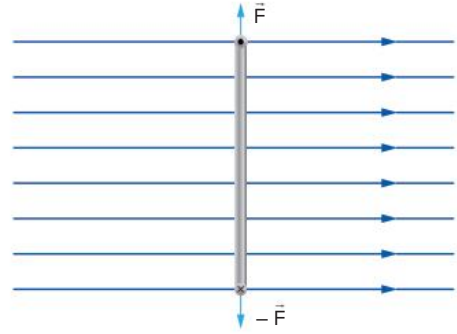


Fig. 5 Haste em equilíbrio estável sujeita a um campo magnético.

Na situação indicada na figura 4, o momento do binário de forças que age sobre a espira retangular é dado por:

$$M = F_m \cdot \ell \cdot \text{sen}\theta = B \cdot i \cdot a \cdot b \cdot \text{sen}\alpha$$

É importante notar que a é o comprimento do fio percorrido pela corrente elétrica, b é a distância entre os pontos de aplicação das forças na espira e α é o ângulo entre a direção normal à espira e o vetor indução magnética. Assim, o máximo torque ocorre quando o ângulo α é igual a 90° , conforme se vê na figura 6.

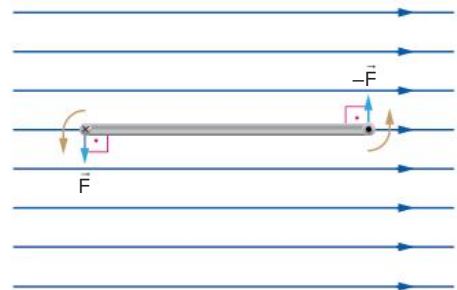


Fig. 6 Binário máximo aplicado a uma espira.

O que também chama a atenção na expressão do momento sobre a espira retangular é o produto $a \cdot b$, que é exatamente o valor da área da espira retangular. Esse resultado é importante porque é válido para qualquer outro formato de espira, tal como se vê na figura a seguir, onde uma espira de área A é submetida a um campo magnético uniforme, cujo vetor indução magnética tem módulo B .

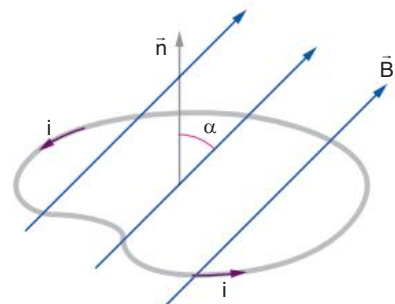


Fig. 7 Espira de área A submetida a um campo magnético uniforme.

Para o caso da espira mostrada na figura 7, o módulo do momento que sobre ela age é dado por:

$$M = B \cdot i \cdot A \cdot \sin\alpha$$

Finalmente, para o caso em que há n espiras enroladas com o mesmo formato e paralelas entre si, a expressão do módulo do momento do binário que age na bobina é:

$$M = n \cdot B \cdot i \cdot A \cdot \sin\alpha$$

Observação: é exatamente esse binário de forças, que tende a fazer a espira girar, que está relacionado ao princípio de funcionamento dos motores elétricos, tão importantes no dia a dia. Dentro de um motor elétrico, seja ele de corrente contínua ou alternada, há um rotor que gira, composto de várias espiras justapostas e que é percorrido por corrente elétrica e de um estator, que cria o campo magnético externo necessário para que surja no rotor um **momento** devido às forças magnéticas que se manifestam. A figura a seguir ilustra o que foi explicado.

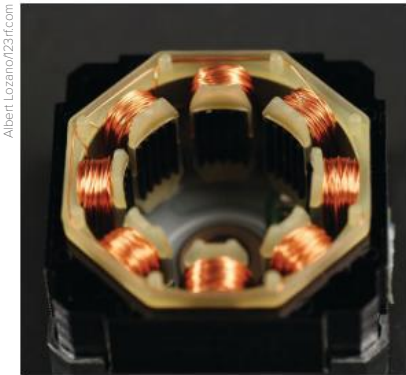
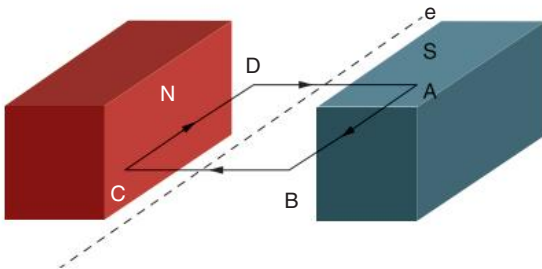


Fig. 8 Os enrolamentos que se observam na figura fazem parte do estator que gera o campo magnético para que o rotor (centro da figura) possa girar quando percorrido por corrente elétrica).

Exercício resolvido

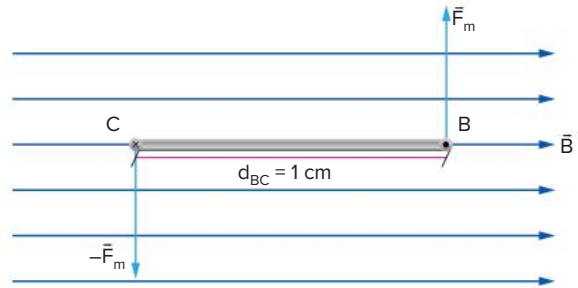
2 Uma espira retangular ABCD de dimensões $AB = 2 \text{ cm}$ e $BC = 1 \text{ cm}$ localiza-se entre os polos N e S de um ímã permanente conforme a figura; o campo de indução pode ser considerado uniforme nessa região, com intensidade $B = 0,8 \text{ T}$. A bobina pode girar em torno do eixo de simetria e , e é percorrida pela corrente $i = 5 \text{ A}$, no sentido ABCDA.



- Calcule o momento magnético da espira, na posição indicada
- Indique o sentido em que a espira irá girar e qual a posição de equilíbrio

Resolução:

a) Inicialmente, observe que as linhas de indução vão da esquerda para a direita (polo norte magnético para o polo sul magnético). Assim, olhando a figura de perfil, tem-se:



No ponto B, a corrente sai do plano do papel e, aplicando-se a regra da mão direita, obtém-se o vetor \vec{F}_m para o alto da página. No ponto C, utilizando-se do mesmo procedimento, obtém-se o vetor \vec{F}_m para baixo. Como as correntes são as mesmas e o campo magnético é uniforme, os dois vetores têm o mesmo módulo. Trata-se, portanto, de um binário. Dos dados do problema, temos:

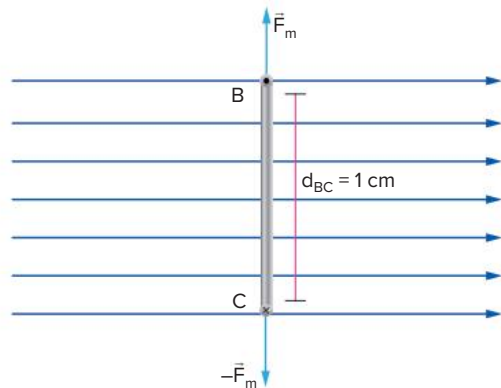
$$F_m = Bi\ell = 0,8 \cdot 5 \cdot d_{AB} = 0,8 \cdot 5 \cdot 0,02 = 0,08 \text{ N}$$

O momento do binário será dado por:

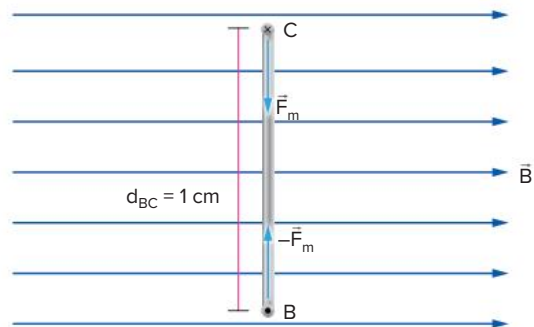
$$M = F_m \cdot d_{BC} = 0,08 \cdot 0,01 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}$$

b) As duas posições de equilíbrio são aquelas onde o binário é nulo. Uma dessas posições de equilíbrio é estável e a outra é instável, conforme mostram as figuras a seguir.

Equilíbrio estável:



Equilíbrio instável:



Força magnética entre fios retilíneos infinitos e paralelos percorridos por corrente elétrica

O que acontece quando colocamos dois fios paralelos entre si, percorridos por correntes elétricas, imersos em um meio de permeabilidade magnética μ ?

Quando isso ocorre, aparece entre eles uma força magnética devido ao fato de que a corrente que circula em um deles faz surgir um campo magnético que agirá sobre o outro e vice-versa.

Fios percorridos por correntes de mesmo sentido

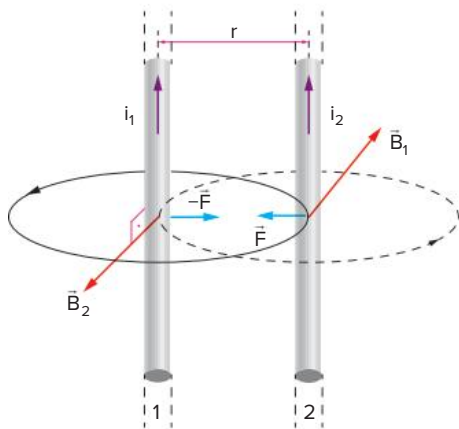


Fig. 9 Fios retilíneos paralelos percorridos por correntes de mesmo sentido.

Conforme visto na figura 9, o condutor 1 cria um campo \vec{B}_1 em 2, tal que, pela regra da mão direita espalmada, temos o sentido da força \vec{F} que age em 2. Da mesma forma, o condutor 2 cria um campo \vec{B}_2 em 1, e, pelo mesmo procedimento, determinamos o sentido da força $-\vec{F}$ que age em 1.

Assim, temos que:

- para o condutor 1:

$$F_m = B_2 \cdot i_1 \cdot \ell \cdot \sin 90^\circ$$

Do capítulo anterior, temos:

$$B_2 = \frac{\mu \cdot i_2}{2\pi R}$$

Assim: $F_m = \frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ell}{2\pi R}$, onde $R = r$.

Você poderá observar que o resultado é o mesmo se feito para o condutor 2, ou seja, se os condutores paralelos entre si são percorridos por correntes de mesmo sentido, temos uma **força de atração**. As forças nos condutores constituem um par ação-reação.

Fios percorridos por correntes de sentidos opostos

Agora, a força que aparece entre os fios é de repulsão, conforme pode ser visto na figura 10. Porém o módulo da força é calculado pela mesma expressão anterior.

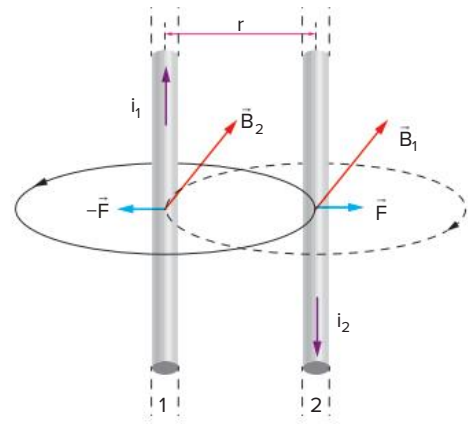


Fig. 10 Fios retilíneos paralelos percorridos por correntes de sentido oposto.

Definição de ampere

A unidade de corrente elétrica no Sistema Internacional de Unidades (SI), o ampere (A), é definida no magnetismo. Para tal, toma-se dois fios longos, separados entre si pela distância de 1 m, no vácuo. Em seguida, faz-se percorrer pelos dois condutores correntes de mesmo módulo e sentido. Aparece, então, uma força de atração entre esses fios; quando essa força for de $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de fio, tem-se uma corrente de 1 A.

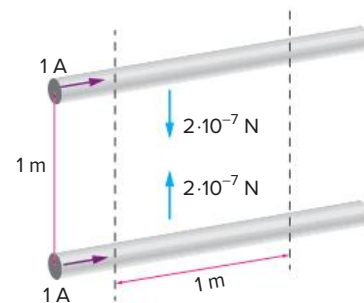


Fig. 11 Determinação da corrente de 1 ampere.

De fato, quando i_1 e $i_2 = 1$ A, e $R = 1$ m, tem-se:

$$F_m = \frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ell}{2\pi R}$$

Substituindo-se os valores, temos:

$$F_m = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}}{2\pi \cdot 1 \text{ m}} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Portanto, 1A é a intensidade de corrente que faz aparecer uma força de atração de $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de condutor entre dois fios paralelos retilíneos de comprimento infinito e de área de seção desprezível, separados pela distância de 1 m no vácuo.

Funcionamento do alto-falante

Os alto-falantes são uma importante utilização das forças que aparecem em condutores percorridos por correntes quando imersos em um campo magnético.

Eles são dispositivos que transformam sinal elétrico (sinal de áudio) em sinal mecânico (ondas sonoras). Na figura 12, temos um alto-falante em corte.

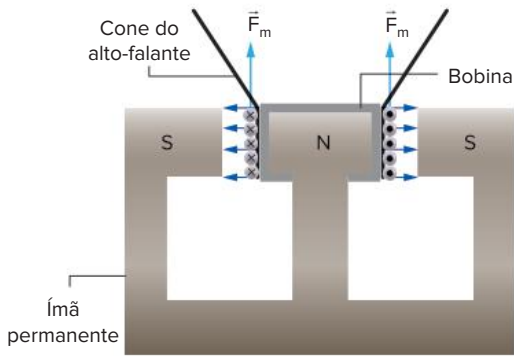


Fig. 12 Representação esquemática do alto-falante.

Na figura, vemos que na base do cone do alto-falante é colocada uma bobina; essa bobina é imersa em um campo magnético uniforme gerado por um ímã permanente. Dessa forma, qualquer força magnética que surja na bobina devido a correntes elétricas será comunicada ao cone.

Assim, o sinal vindo do amplificador, ou seja, o sinal elétrico do áudio, é comunicado à bobina do alto-falante. O sinal gera na bobina correntes ora em um sentido ora em outro, criando uma força magnética variável no cone, já que o campo magnético é constante (ímã permanente). A força magnética variável produz, então, uma vibração no alto-falante correspondente à onda sonora que o sinal elétrico carregava.

A indução magnética – breve histórico

Quando, em 1820, Oersted provou que corrente elétrica cria campo magnético, ficou a interrogação na comunidade científica se o fenômeno reverso era possível. Em 1831, Michael Faraday provou que sim, era possível criar corrente elétrica a partir de campo magnético.

O fenômeno acima descrito denomina-se **Indução magnética** e é o assunto que trataremos a seguir. A corrente elétrica gerada é chamada de **corrente induzida**.

Assim, descreveremos as leis que regem esse fenômeno, mas, inicialmente, definiremos o conceito de fluxo do vetor indução magnética \vec{B} .

Fluxo do vetor indução magnética (ϕ_B)

Considere uma superfície plana S , de área A , colocada em uma região de campo magnético uniforme com vetor indução magnética \vec{B} , conforme mostra a figura 13.

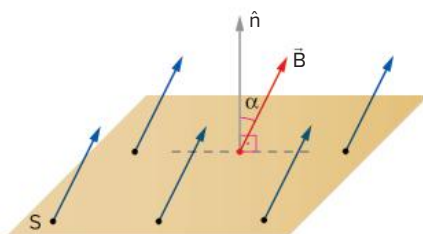


Fig. 13 Fluxo do vetor indução \vec{B} em uma superfície S .

Seja \hat{n} um vetor unitário normal a essa superfície, que faz um ângulo α com o vetor \vec{B} , o fluxo do vetor \vec{B} através da superfície S é dado pela expressão:

$$\phi_B = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

A unidade no SI de fluxo magnético é o weber (Wb), tal que:

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 \text{ ou ainda } 1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2$$

Fisicamente, o fluxo de um campo vetorial (no caso do vetor indução magnética) pode ser compreendido como sendo proporcional ao número de linhas de campo que perfuram uma dada superfície.

! Atenção

Da mesma forma que na eletrostática a densidade de linhas de campo elétrico nos dá informações sobre a intensidade desse campo, a densidade de linhas de indução magnética nos dá informações sobre a intensidade do campo magnético, conforme pode ser visto na figura 14.

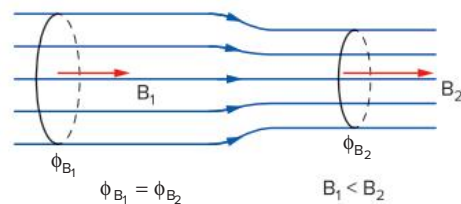


Fig. 14 Comparação dos fluxos em duas áreas.

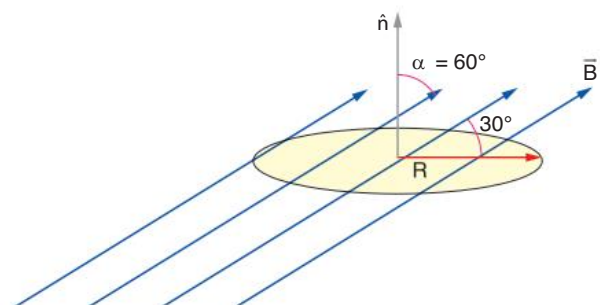
Como pode ser observado na figura acima, o fluxo através das duas superfícies planas é o mesmo, pois o número de linhas que perfuram a superfície é o mesmo.

Exercício resolvido

- 3 Um fio condutor, em forma de anel, com raio $R = 5 \text{ cm}$, está em uma região do espaço em que existe um campo magnético constante e uniforme, de módulo $B = 1 \text{ Wb/m}^2$. A direção de \vec{B} forma com o plano do anel um ângulo de 30° . Calcule o fluxo de \vec{B} através do anel.

Resolução:

Observe a figura:



O único detalhe do exercício é que o ângulo dado foi de 30° com o plano do anel. Para o cálculo do fluxo, é necessário o ângulo que o vetor normal ao plano do anel faz com o vetor indução magnética \vec{B} . Pela figura, podemos observar que esse ângulo é de 60° . Dessa forma, o fluxo do campo magnético é dado por:

$$\phi_B = BA \cos 60^\circ = 1\pi(5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \frac{1}{2} \cong 3,927 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

Indução eletromagnética

Vamos agora imaginar uma espira formada de um material condutor. Faraday notou que, quando o fluxo magnético através da espira sofria qualquer variação, nela aparecia uma corrente elétrica dada por:

$$i = \frac{\varepsilon}{R}$$

Onde ε é a força eletromotriz induzida (em V), i é a corrente induzida (em A) e R é a resistência da espira (em Ω).

Esse princípio é de uso geral, ou seja, podemos ter correntes induzidas em solenoides, bobinas etc.

Atenção

De maneira geral, podemos adotar as seguintes afirmações.

Toda vez que o fluxo de indução magnética, através de um circuito qualquer, sofrer variações, aparecerá nesse circuito uma força eletromotriz induzida. Se o circuito estiver fechado, surgirá uma corrente induzida.

O circuito onde a corrente induzida aparece é chamado de circuito induzido.

Empregando a expressão matemática do fluxo magnético, percebe-se que o fluxo do vetor indução magnética através do induzido pode variar de acordo com a intensidade de \vec{B} , com o módulo da área exposta ao campo magnético, ou com a variação do ângulo α , conforme mostram as figuras 15, 16 e 17.

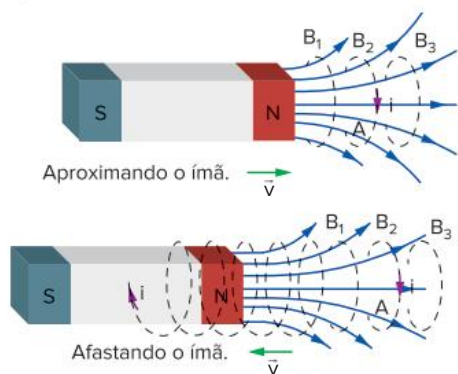


Fig. 15 Variação do fluxo pela variação do módulo de \vec{B} .

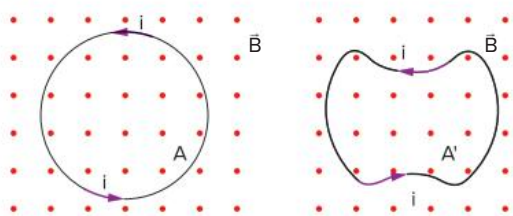


Fig. 16 Variação do fluxo pela variação da área.

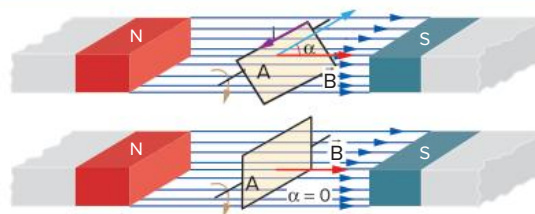


Fig. 17 Variação do fluxo pela variação do ângulo α .

Variação do fluxo causada pela variação do módulo do vetor indução magnética

Tomemos um ímã em forma de barra, como na figura 18.

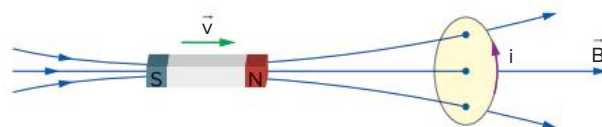


Fig. 18 Variação do fluxo pela variação do módulo de \vec{B} .

É sabido que o campo fica mais fraco à medida que nos afastamos do ímã. Se aproximarmos o ímã da espira, perpendicularmente ao seu plano, estaremos causando uma variação do fluxo nessa espira, pois a intensidade do vetor indução magnética \vec{B} no seu interior estará variando. Surge então, nessa espira, uma força eletromotriz induzida e, conseqüentemente, uma corrente induzida. Há de se notar que o mesmo aconteceria se afastássemos o ímã da espira, pois isso também causaria uma variação do fluxo magnético.

Fica fácil perceber que poderíamos ter uma variação de fluxo causada pela variação da intensidade de \vec{B} na espira, se nós a aproximássemos ou a afastássemos do ímã.

Outra maneira de obter o campo magnético seria utilizar um circuito tal como na figura 19. Esse circuito gera um campo magnético que, por sua vez, causa um fluxo na espira N. É importante ressaltar que a corrente induzida faz surgir uma força magnética que se opõe ao movimento relativo das espiras.

O sentido da corrente induzida varia quando a intensidade do fluxo aumenta ou diminui na espira (esse sentido será determinado mais tarde através da lei de Lenz).

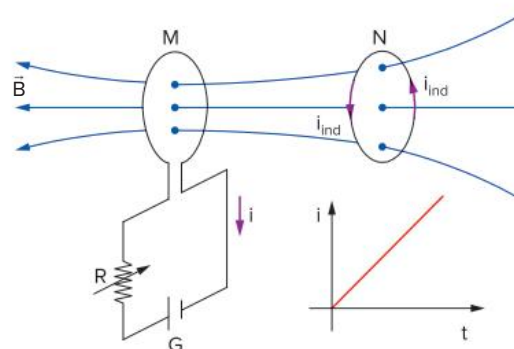


Fig. 19 Variação do fluxo na espira N pela variação da corrente M, que cresce no tempo.

Varição no fluxo causada pela variação da área exposta ao campo

Considere uma espira retangular imersa parcialmente e perpendicularmente a um campo magnético uniforme, conforme visto na figura 20.

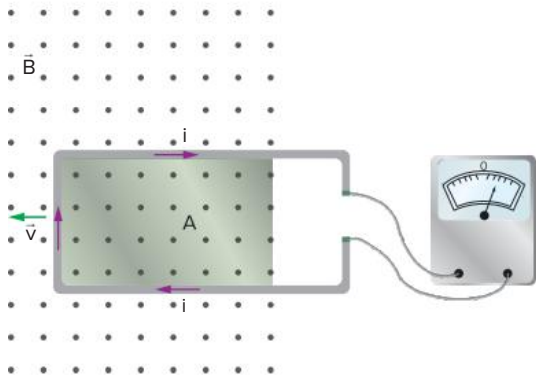


Fig 20 Variação do fluxo pela variação da área

Observe que, quando fazemos a espira penetrar mais ou menos no campo magnético, aparece uma corrente induzida cujo sentido depende de estarmos penetrando a espira no campo (aumentando o fluxo, pois A aumenta) ou retirando a espira do campo (diminuindo o fluxo, pois A diminui).

Portanto, a área A que aparece na equação do fluxo magnético não é a área total do circuito, mas sim aquela que efetivamente está imersa em um campo magnético.

Varição do fluxo causada por variação do ângulo entre \hat{n} e \vec{B}

Considere uma espira girando com velocidade angular ω , imersa em um campo magnético uniforme, conforme a figura 21.

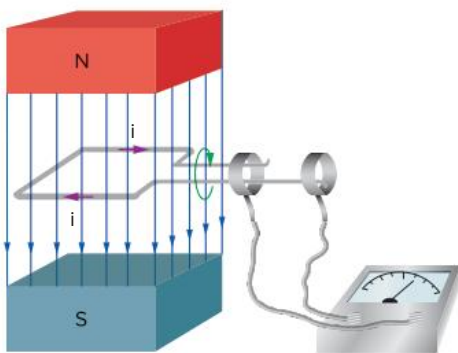


Fig. 21 Variação do fluxo pela variação do ângulo de inclinação da espira.

Imagine um vetor normal \hat{n} perpendicular à superfície interna da espira. Ele varia em direção e sentido, ou seja, o ângulo α entre \hat{n} e \vec{B} varia de 0 a 2π . Portanto, temos:

$$-BA < \phi_B < BA$$

Dessa forma, surgem na espira uma força eletromotriz induzida e uma corrente induzida. Para entender como se dá o fluxo de corrente, considere o instante

em que a espira está perpendicular ao vetor indução magnética, isto é, o momento em que a área atravessada pelo campo é máxima. Quando a espira continuar a girar, o fluxo magnético que passa por ela reduz até zero – momento em que a espira fica paralela ao fluxo – e volta a aumentar. Enquanto o fluxo magnético diminui, a corrente induzida percorre o circuito em um sentido, quando o fluxo passa a aumentar, a corrente elétrica flui no sentido contrário.

Esse é o princípio de funcionamento dos geradores mecânicos de energia. Essa corrente pode ser contínua, caso em que o gerador é chamado de **dinamo**, ou ser alternada e, nesse caso, o gerador é chamado de **alternador**.

Em todos os casos analisados anteriormente, a corrente induzida sempre fará aparecer uma força magnética no sentido oposto ao do movimento da espira.

Tendo, então, tratado da indução magnética de forma qualitativa, daremos agora um tratamento quantitativo ao problema. Isso será feito por meio da lei de Lenz, que nos dará o sentido da corrente induzida, e por meio da lei de Faraday-Neumann, que nos dará o valor da força eletromotriz induzida; assim, poderemos calcular o valor da corrente induzida.

Lei de Lenz

A lei de Lenz foi obtida mediante resultados experimentais e diz respeito ao sentido da corrente induzida. Ela foi descoberta pelo físico russo Heinrich Lenz (1804-1865) e podemos enunciar-la da seguinte forma:

O sentido da corrente induzida é tal que se opõe à variação do fluxo que a produziu.

Consideremos uma espira circular e um ímã em forma de barra, conforme a figura 22.

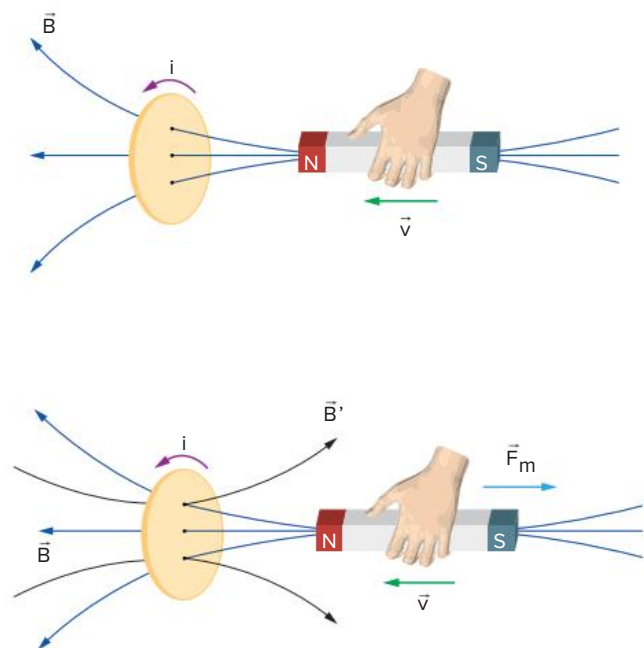


Fig. 22 Utilização da lei de Lenz.

Ao aproximarmos o polo norte do ímã da espira, pela lei de Lenz, a corrente induzida será tal que se oporá às causas que lhe deram origem

Como se dará isso? Basta pensarmos que a corrente induzida será tal que irá gerar, na face da espira voltada para o ímã, um campo magnético induzido \vec{B}' . Este fará aparecer uma força \vec{F} que contrarie a aproximação do ímã, ou seja, aparecerá um polo norte na face da espira voltada para o ímã, sendo a corrente vista, nessa face, em sentido anti-horário.

Da mesma forma, se afastarmos o ímã da espira, a corrente será tal que tentará trazê-lo de volta, ou seja, aparecerá, na face da espira voltada para o ímã, um polo sul, sendo a corrente vista, nessa face, em sentido horário.

O raciocínio é idêntico se o lado do ímã voltado para a espira for o polo sul magnético.

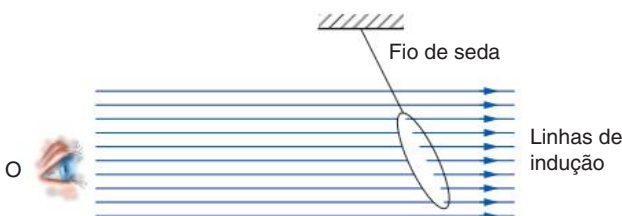
! Atenção

- Da eletrodinâmica vimos que, para que haja corrente elétrica, é necessário energia; dessa forma, a energia necessária para o surgimento da corrente na espira vem do trabalho realizado para se ter o movimento relativo entre espira e ímã, já que é necessário fazer uma força contra o campo para mantê-lo. O trabalho realizado para ocasionar esse movimento é dissipado em efeito Joule na espira, ou seja, a lei de Lenz obedece ao princípio de conservação da energia.
- O que foi visto acima é de uso geral, ou seja, em qualquer situação em que seja necessária a utilização da lei de Lenz, basta observarmos os seguintes passos:
 - a) Verificar o sentido das linhas de indução no induzido.
 - b) Observar se o movimento relativo está fazendo com que a intensidade do fluxo no induzido aumente ou diminua.

Com isso, o sentido da corrente induzida será aquele que tenderá a se opor a essas causas, ou seja, enfraquecer fluxos que aumentam com o tempo ou fortalecer fluxos que diminuem com o tempo.

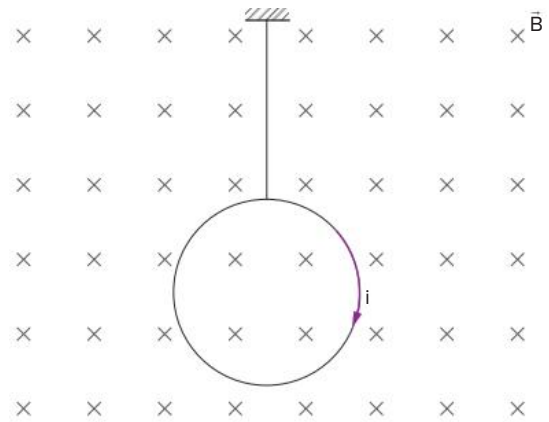
Exercício resolvido

- 4 Uma espira circular oscila como um pêndulo em um campo magnético uniforme, conforme mostra a figura. Qual é o sentido da corrente induzida na espira, durante seu movimento de subida, quando vista pelo observador O? Justifique sua resposta.



Resolução:

Inicialmente, analisaremos o problema a partir do ponto de vista do observador, conforme mostra a figura:



Na subida, a espira está penetrando no plano do papel. Apliquemos, então, os passos da utilização da lei de Lenz:

- Verificamos o sentido das linhas de indução no induzido: para dentro do plano do papel.
- Observamos o movimento relativo da espira dentro do campo: o movimento da espira na subida diminui o fluxo através dela, pois cada vez menos linhas de fluxo penetram na espira
- Consequentemente, a corrente induzida tenderá a gerar um fluxo que aumente o fluxo que diminuiu. Isso acontece se, na espira, circular uma corrente no sentido horário (verifique pela regra da mão direita). Essa corrente gerará um vetor indução magnética para dentro do plano do papel, tendendo a fortalecer o fluxo original que diminuiu com o tempo.

Lei de Faraday-Neumann

Antes de entrarmos propriamente na formalização matemática da lei de Faraday-Neumann, vamos primeiro considerar um fio condutor retilíneo de comprimento ℓ , perpendicular a um campo magnético uniforme, inicialmente em repouso, conforme a figura 23.

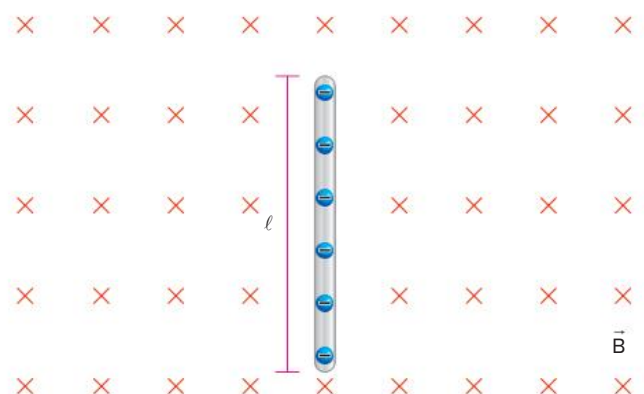


Fig. 23 Condutor retilíneo imerso em um campo magnético.

Nesse caso, os elétrons livres do condutor estão em repouso, e, portanto, nenhuma força magnética age sobre eles.

Se, no entanto, movimentarmos esse fio com velocidade \vec{v} , perpendicular ao campo magnético, aparecerá uma força magnética que polarizará o fio. Veja a figura 24.

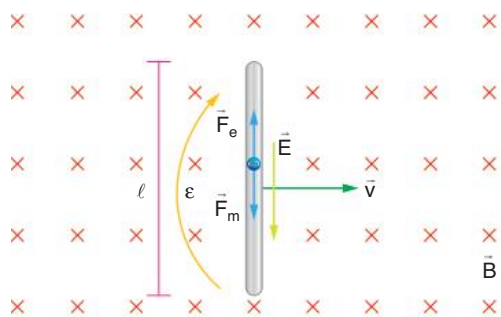


Fig. 24 Condutor retilíneo imerso em um campo magnético deslocando-se com velocidade \vec{v} .

Se continuarmos esse movimento, chegaremos ao ponto em que a força magnética, que age sobre os elétrons do fio, será igual à força de repulsão de Coulomb, causada pelo campo elétrico gerado pela polarização deste. Assim sendo, podemos escrever que:

$$\vec{F}_m = \vec{F}_e$$

$$B \cdot q \cdot v = q \cdot E$$

Se pensarmos que o campo elétrico no interior do fio é uniforme, podemos escrever que:

$$\epsilon = E \cdot l,$$

onde l é o comprimento do fio e ϵ é a força eletromotriz (fem) que surge no fio. Assim, temos que:

$$B \cdot v = \frac{\epsilon}{l}, \text{ ou } \epsilon = B \cdot l \cdot v$$

De acordo com o discutido anteriormente, a fem surge quando há uma variação temporal do fluxo do vetor indução magnética. Matematicamente, essa lei, conhecida como lei de Faraday Neumann, pode ser escrita como:

$$\epsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \phi_B}{\Delta t} = \frac{d\phi_B}{dt}$$

Onde ϵ é força eletromotriz instantânea gerada no induzido e ϕ_B é o fluxo através do induzido.

Podemos ainda definir a força eletromotriz média pela expressão abaixo:

$$\epsilon_m = -\frac{\Delta \phi_B}{\Delta t}$$

Se a variação do fluxo for constante, teremos o caso onde a força eletromotriz ϵ coincide com a ϵ_m .

Dois coisas nos saltam aos olhos. A primeira é o sinal negativo na expressão, que se deve à lei de Lenz, já que a força eletromotriz induzida que gerará a corrente induzida deve se opor à variação do fluxo que lhe deu origem.

A outra, já vista na análise qualitativa feita no início do capítulo, é que, quanto mais rápida for a variação do fluxo, maior será a força eletromotriz induzida.

Para se confirmar o resultado obtido anteriormente, para o condutor retilíneo se movimentando em um campo magnético uniforme, consideremos um condutor retangular imerso perpendicularmente a um campo magnético, onde um dos lados pode deslizar sem atrito ao longo do mesmo, com velocidade constante \vec{v} , conforme veremos na figura 25.

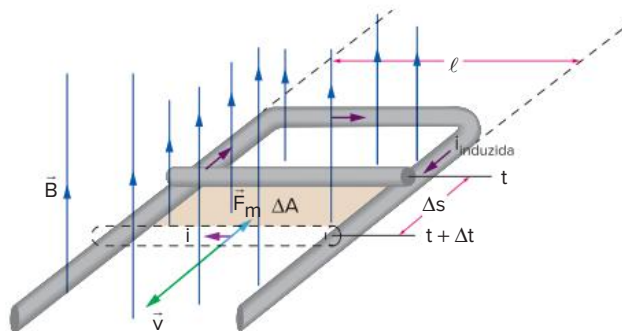


Fig. 25 Espira retangular imersa em campo magnético.

Percebemos que, dentro do plano definido pelo condutor, há uma variação do fluxo ocasionada pela variação da área, ou seja:

$$\Delta \phi_B = B \cdot \Delta A$$

Mas:

$$\Delta A = l \cdot \Delta s$$

onde $\Delta s = v \cdot \Delta t$. Assim:

$$\Delta \phi_B = B \cdot l \cdot v \cdot \Delta t$$

Aplicando-se a lei de Faraday-Neumann, temos:

$$\epsilon = -\frac{\Delta \phi_B}{\Delta t} = -\frac{B \cdot l \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = -B \cdot l \cdot v$$

Esse resultado confirma o resultado obtido anteriormente. Nesse caso, o sentido da corrente pode ser obtido por meio da lei de Lenz, utilizando-se os passos descritos anteriormente. Assim, temos de:

- verificar o sentido das linhas de indução no induzido:** percebemos que as linhas de indução no induzido estão dirigidas para cima verticalmente.
- observar se o movimento relativo está fazendo com que a intensidade do fluxo aumente ou diminua:** percebemos que o deslizamento do lado do condutor está aumentando a área exposta ao campo e, portanto, causando um aumento do fluxo.

Portanto, a corrente induzida será tal que causará um campo magnético dirigido para baixo, para tentar se opor a um aumento do fluxo. Pela regra da mão direita envolvente, percebemos que o sentido da corrente, olhando o condutor retangular por cima, deve ser horário.

Atenção

É importante perceber que uma força magnética constante se oporá ao movimento do lado condutor, pois se isso não acontecesse, haveria corrente sendo produzida do nada. Dessa forma, o trabalho realizado para se movimentar o lado que desliza é dissipado por efeito Joule no condutor. Se quisermos aumentar a velocidade, e com isso a corrente, será necessária uma força maior, já que a força magnética aumentará devido a esse aumento da corrente

Indutância

No capítulo 6, citamos os capacitores como dispositivos capazes de gerar no seu interior um campo elétrico no qual é possível armazenar energia potencial elétrica.

Os solenoides são dispositivos capazes de gerar no seu interior um campo magnético uniforme. Será possível, então, armazenar energia no campo magnético? A resposta é sim. Esses dispositivos capazes de criar no seu interior campos magnéticos são denominados indutores, do qual o solenoide faz parte. O indutor (L) é representado pelo símbolo:



É muito interessante observarmos essas simetrias e paralelismos da natureza.

O indutor está para o magnetismo assim como o capacitor está para a eletricidade. Observe a figura 26.

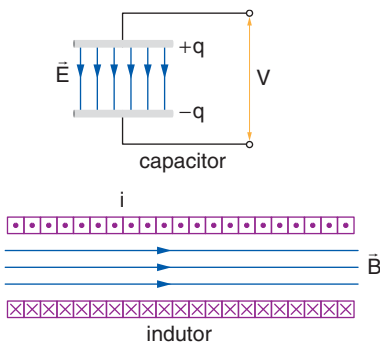


Fig. 26 Analogia entre o capacitor e o indutor.

Da mesma forma que na eletricidade, a indutância de um indutor depende somente da sua geometria e do meio que o preenche. Definamos, então, a indutância de um indutor:

$$L = \frac{n\phi_B}{i}$$

Nessa equação, n é o número de espiras, ϕ_B é o fluxo magnético e i é a corrente elétrica que percorre o indutor. O produto $n \cdot \phi_B$ é chamado de **fluxo concatenado**.

A unidade de indutância no sistema internacional é o **henry (H)**, em homenagem a Joseph Henry (1797-1878), coautor da lei de indução e contemporâneo de Faraday.

$$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{A}}$$

Como exemplo da utilização da expressão mencionada, vamos calcular a indutância de um solenoide.

O campo magnético B , no interior de um solenoide de área A , é dado por:

$$B = \mu \cdot \frac{n}{\ell} \cdot i$$

Assim sendo, o fluxo em cada espira é dado por:

$$\phi_B = B \cdot A = \mu \cdot \frac{n}{\ell} \cdot i \cdot A$$

E o fluxo concatenado é dado por:

$$n \cdot \phi_B = n \cdot \mu \cdot \frac{n}{\ell} \cdot i \cdot A = \frac{n^2 \mu i A}{\ell}$$

Finalmente, a indutância é calculada como:

$$L = \frac{n \cdot \phi_B}{i} = \frac{n^2 \mu i A}{i \ell} = \frac{n^2 \mu A}{\ell}$$

Observa-se, mediante a análise da equação acima, que a indutância, similarmente à capacitância, depende somente da geometria do indutor e do meio que o preenche.

O cálculo da indutância equivalente é feito similarmente ao da resistência equivalente, ou seja:

- se há n indutores L_i em série, a indutância equivalente é calculada somando-se as indutâncias de todos os indutores:

$$L_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n L_i$$

- se há n indutores L_i em paralelo, o inverso da indutância equivalente é igual ao somatório dos inversos das indutâncias de todos os indutores:

$$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

Exercício resolvido

- 5 Um solenoide é enrolado com uma única camada de fio de cobre isolado (diâmetro = 2,5 mm). Ele tem 4,0 cm de diâmetro e 1,0 m de comprimento.

- Quantas espiras possui o solenoide?
- Qual é a indutância, por metro de comprimento, na região central do solenoide?

Suponha que as espiras sejam adjacentes e se toquem e que a espessura do isolamento seja desprezível.

Resolução:

a) Como as espiras estão justapostas, há uma espira a cada diâmetro do fio, dessa forma, o número de espiras será dado dividindo-se o comprimento total pelo diâmetro:

$$n = \frac{\ell}{d} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-3}} = 400 \text{ espiras}$$

b) Utilizando-se da expressão calculada anteriormente para a indutância do solenoide, tem-se:

$$L = \frac{400^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi (4 \cdot 10^{-2})^2}{\ell} \cong \frac{1 \text{ mH}}{\ell}$$

Como o comprimento é de um metro, tem-se que a indutância por unidade de comprimento é tal que:

$$\frac{L}{\ell} \cong \frac{1 \text{ mH}}{1 \text{ m}} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ H/m}$$

Autoindução

Em circuitos que envolvem capacitores, observa-se que, ao ligarmos um capacitor e um resistor em série com uma bateria, o circuito demora certo tempo para atingir o seu estado de equilíbrio. Isso se deve ao fato de que capacitores não “toleram” variações bruscas de tensões, devido à energia armazenada no seu campo elétrico que tende a manter o fluxo do campo elétrico constante.

Em circuitos que envolvem indutores, o comportamento é semelhante, ou seja, ao ligarmos um indutor e um resistor em série com uma bateria, o circuito também demora certo tempo para atingir o seu estado de equilíbrio. Aqui, o indutor não “tolera” variações bruscas de corrente, pois, devido à sua indutância, ele faz surgir uma fem induzida contrária à variação de fluxo que a bateria impõe ao circuito.

Essa explicação é facilmente entendida se lançarmos mão das equações já vistas.

Da lei de Faraday, para o caso mais geral, onde temos n espiras, podemos escrever que:

$$\varepsilon = \frac{d(n\phi_B)}{dt}$$

Mas, da definição de indutância, podemos escrever que:

$$n \phi_B = L i$$

Supondo-se a indutância constante, temos que:

$$\varepsilon = L \frac{di}{dt}$$

Essa equação nos diz que em um circuito com indutores, caso haja uma variação temporal na corrente, surgirá uma fem induzida opondo-se a essa variação de corrente.

Assim, se a corrente estiver aumentando com o tempo (quando ligamos a chave), a força eletromotriz induzida se oporá à elevação da corrente, fazendo com que demore um período de tempo para que a corrente atinja o seu valor de equilíbrio. O mesmo vale para quando levamos a fonte de tensão a zero. A corrente demorará a cair a zero em um certo período de tempo devido à fem induzida gerada no indutor.

Para ilustrar a explicação acima, as figuras a seguir representam o circuito e a tela de um equipamento utilizado para se mostrar as tensões em função do tempo nos terminais de um indutor e um resistor ligados em série com uma bateria que fornece uma tensão variável entre 2 V e 0 V.

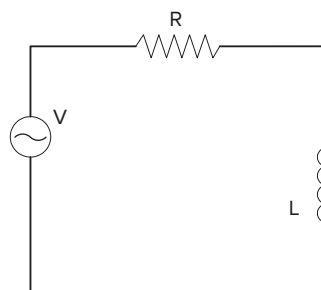


Fig. 27 Circuito resistor-indutor (RL).

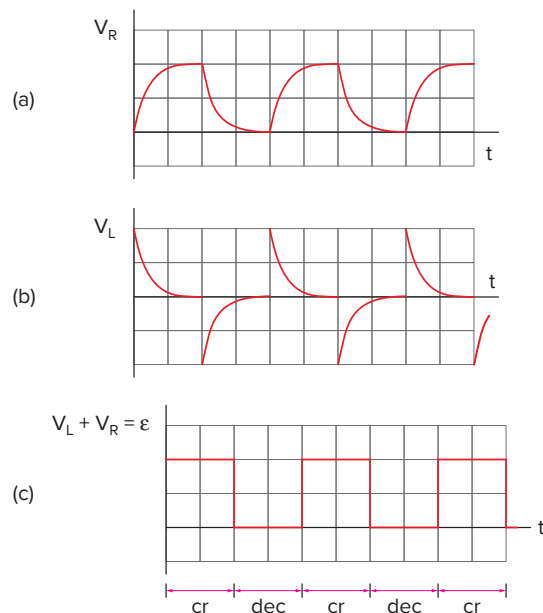


Fig. 28 Representação de telas de um osciloscópio mostrando a variação da tensão com o tempo. (a) Diferença de potencial V_R entre os extremos do resistor. (b) Diferença de potencial V_L entre os extremos do indutor. (c) fem ε aplicada ao circuito.

O fenômeno da autoindução leva-nos a crer que existe uma energia armazenada no campo magnético do indutor. Pois, caso contrário, como poderia circular corrente pelo circuito após a fonte ter sido levada a zero volts?

De fato, da mesma forma que a energia armazenada entre as placas de um capacitor depende da carga armazenada e da capacitância, tal que:

$$E_{\text{capacitor}} = \frac{Q^2}{2C} \text{ (J)}$$

a energia armazenada no interior de um indutor depende somente da corrente que o circula e da sua indutância, tal que:

$$E_{\text{indutor}} = \frac{1}{2} L \cdot i^2 \text{ (J)}$$

Dessa forma, não é muito seguro desligar instantaneamente motores onde circulam altas correntes, pois a força eletromotriz induzida pode ser capaz de provocar uma descarga elétrica mortal para o operador.

Exercício resolvido

- 6** Uma bobina de indutância igual a 10 H e resistência igual a 40 Ω é ligada a uma bateria de 200 V. Qual o valor da energia acumulada no campo magnético após a corrente ter atingido o seu valor máximo?

Resolução:

A corrente máxima é a própria corrente de equilíbrio, tal que:

$$i = \frac{200}{40} = 5 \text{ A}$$

A energia é então calculada através da expressão apresentada anteriormente, assim:

$$E = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5^2 = 125 \text{ J}$$

Com o estudo dos indutores, encerra-se a teoria do magnetismo. Você é capaz agora de entender circuitos simples envolvendo resistências, fontes, capacitores e indutores.

Transformadores

Uma interessante aplicação da indução de Faraday são os transformadores. Um transformador pode ser definido como sendo um dispositivo capaz de alterar a tensão para um valor conveniente para o uso, quer seja para aumentar o valor dessa tensão, quer seja para diminuir esse valor.

Para uma melhor compreensão, suponha que você tenha comprado um equipamento cuja tensão de alimentação seja 110 V AC (corrente alternada) e que a tensão de alimentação da sua casa seja 220 V AC.

O transformador é uma ótima solução para o seu problema, vejamos como ele funciona.

Considere a figura 29, na qual se vê um bloco de material ferromagnético, que chamaremos núcleo. À esquerda, vê-se um enrolamento de n_1 espiras e, à direita, um enrolamento de n_2 espiras.

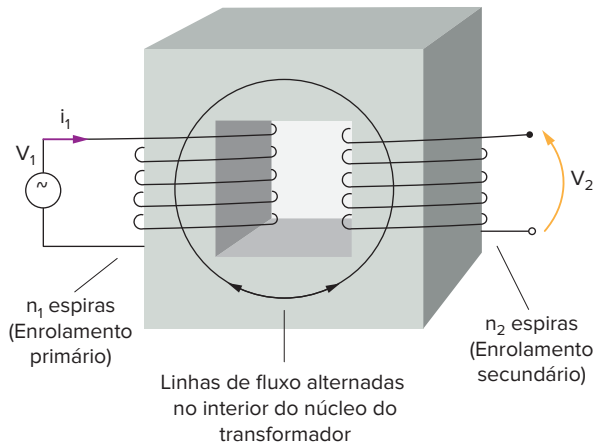


Fig. 29 Bloco de material ferromagnético.

Quando uma tensão alternada V_1 é aplicada no enrolamento da esquerda, que chamaremos primário, surge no seu interior uma variação do fluxo do vetor de indução magnética $\left(\frac{d\phi_B}{dt}\right)$, a qual causa nos terminais do primário uma ddp idêntica à V_1 , pois o enrolamento e a tensão de alimentação estão em paralelo, tal que, pela lei da indução de Faraday:

$$V_1 = -n_1 \cdot \frac{d\phi_B}{dt}$$

Esse fluxo variante é, então, acoplado ao enrolamento da direita, o qual chamaremos secundário, por meio do núcleo do transformador, e surge nos terminais do secundário uma ddp V_2 , de modo que:

$$V_2 = -n_2 \cdot \frac{d\phi_B}{dt}$$

A situação descrita anteriormente é válida para os transformadores ideais e, igualando as duas equações anteriores, tem-se que:

$$\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

A equação acima nos mostra que a relação de transformação é idêntica à relação entre o número de espiras. Assim, para resolvermos o problema do equipamento de 110 V AC, que deve ser ligado a uma tomada de 220 V AC, podemos utilizar um transformador cujo número de espiras no primário é igual a 400 e no secundário é igual a 200.

Atenção

Para o transformador, é importante notar que esse dispositivo só funciona com corrente alternada, pois se a corrente fosse contínua, não teríamos um fluxo do vetor indução magnética variante no tempo e, assim, não teríamos ddp nos terminais do primário, nem do secundário. Só teríamos indicação de corrente do secundário nos instantes em que a chave do primário fosse ligada ou desligada.

Transformação de corrente

Para o transformador ideal, podemos dizer que a potência na entrada é igual à potência na saída. Assim, podemos escrever que:

$$P_{\text{entrada}} = P_{\text{saída}}$$
$$V_1 \cdot i_1 = V_2 \cdot i_2$$
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Verificamos que a relação de transformação de corrente é a inversa da relação de transformação de tensão.

Novamente, a relação anterior é válida somente para transformadores ideais, já que se considerou que não houve perdas. Para o caso de transformadores reais, devem ser considerados alguns efeitos, que serão analisados a seguir.

Correntes de Foucault

Saiba mais



Granger/Fotorena

Jean-Bernard Léon Foucault, físico francês, nasceu em 18/09/1819, em Paris, França, e faleceu em 11/02/1868, na mesma cidade. Embora tivesse iniciado seus estudos em Medicina, seus interesses voltaram-se principalmente para a Física. Foi capaz de medir a velocidade da luz com extrema precisão. Inventou o pêndulo de Foucault, que forneceu a prova experimental de que a Terra roda em torno do seu eixo. Descobriu também a existência de correntes no interior de discos de cobre que giravam na presença de fortes campos magnéticos. Trabalhou nos primórdios do processamento óptico de sinais, desenvolvendo um método preciso para testar defeitos em superfícies de espelhos usados em telescópios.

Fig. 30 Retrato de Jean-Bernard Foucault.

As correntes de Foucault são definidas como sendo as correntes que circulam quando blocos maciços de material condutor são expostos à variação do fluxo do vetor indução magnética. Devido ao fato de o bloco ser maciço, a sua resistência elétrica é baixa e, dessa forma, essas correntes têm valor bastante elevado.

Essas correntes podem ser utilizadas em fornos, chamados fornos de Foucault, e em sistemas de freios, já que a força magnética é sempre oposta ao movimento relativo que lhe deu origem.

No esquema a seguir, observa-se um bloco que executa um movimento oscilatório dentro de uma região onde age um campo magnético.

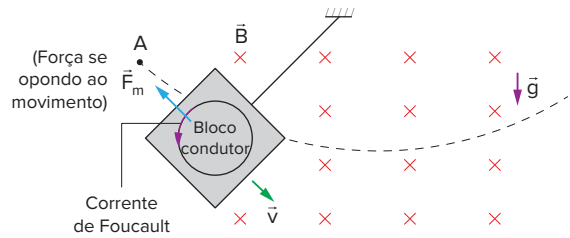


Fig. 31 Bloco condutor entrando na região de campo magnético

Na figura 31, o bloco é abandonado no ponto A e entra na região de campo magnético. Nessa situação, há uma corrente induzida, tal que a força magnética que age no bloco se opõe ao movimento do bloco, freando-o. Ao entrar completamente na região de campo magnético, cessa a corrente induzida.

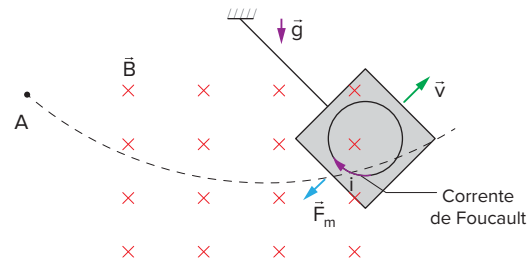


Fig. 32 Bloco condutor saindo da região de campo magnético.

Na figura 32, vê-se o bloco abandonando a região do campo magnético e, novamente, surge uma corrente induzida, sendo o bloco freado por ela.

Conclui-se, dessa forma, que o bloco para mais rapidamente com a presença do campo do que com a sua ausência, ou seja, a energia mecânica do bloco é parcialmente dissipada pelo efeito Joule, por causa da presença das correntes de Foucault.

No caso dos transformadores, se o núcleo do transformador fosse maciço, ficaria fácil perceber que teríamos correntes de Foucault circulando no seu interior, ocasionando perdas. A solução para diminuir as perdas é laminar o núcleo do transformador de modo que uma lâmina seja eletricamente isolada da outra.

Assim, teremos um aumento da resistência elétrica, diminuindo as perdas pelas correntes de Foucault.



© Viabos - Dreamsstime.com

Fig. 33 Transformador elétrico.

Histerese magnética

Uma outra fonte de perdas é a histerese magnética. No texto complementar do capítulo 8, foi mostrada a curva de histerese magnética, que é o efeito pelo qual os materiais ferromagnéticos apresentam magnetismo residual. Esses

materiais apresentam elevada permeabilidade magnética e a propriedade de fazer com que as linhas de fluxo do vetor de indução magnética circulem no seu interior.

Uma analogia pode ser feita para o melhor entendimento. Imagine que as linhas de fluxo do vetor de indução magnética sejam como uma corrente elétrica. Assim sendo, ao serem criadas no primário, elas podem se fechar passando pelo ar ou passando pelo núcleo e assim se acoplando ao secundário.

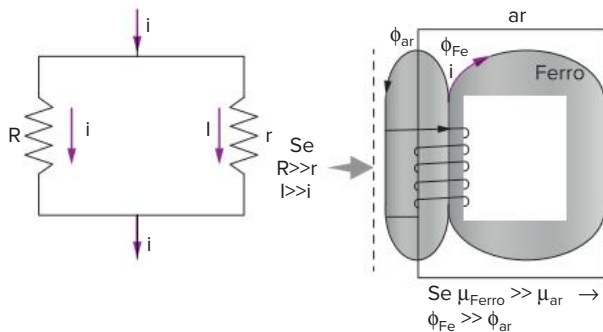


Fig. 34 Comparação entre eletrodinâmica e magnetismo.

É óbvio que se deseja que a grande maioria das linhas de fluxo se acoplem ao secundário circulando pelo núcleo do transformador. Da mesma forma que a corrente elétrica ao chegar em dois ramos em paralelo de um circuito elétrico passa pelo ramo de menor resistência, as linhas de fluxo optam por circular em um material que possui maior permeabilidade magnética. O preço que se paga é a histerese magnética. Ao se variar o sentido da corrente, é gasta uma quantidade de energia para alterar o sentido dos domínios magnéticos no interior do material.

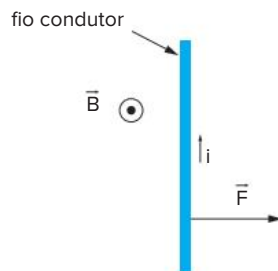
A solução é buscar materiais que apresentam características que diminuam as perdas por histerese, apresentando, simultaneamente, elevada permeabilidade magnética.

Perdas nos enrolamentos

Além disso, existem as perdas elétricas nos enrolamentos do secundário e do primário. Essas perdas são inevitáveis e a solução para diminuir os seus efeitos é utilizar fios de qualidade para diminuir as resistências e dimensioná-los para a potência nominal do transformador.

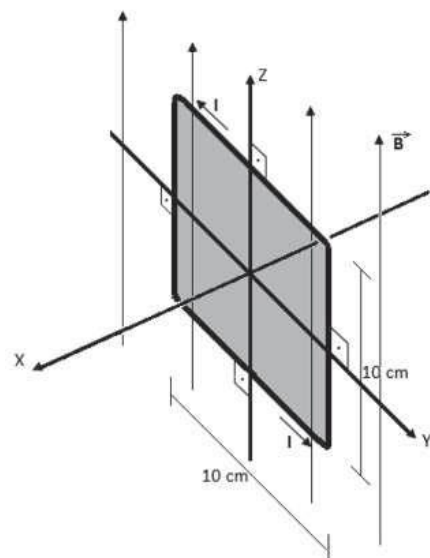
Revisando

- 1 Uerj 2017 Em um campo magnético uniforme \vec{B} de intensidade igual a $2,0 \cdot 10^{-3}$ T, um fio condutor com 50 cm de comprimento é posicionado perpendicularmente à direção do campo, conforme mostra o esquema.



Sabendo que a corrente elétrica i estabelecida no condutor é contínua e igual a 300 mA, determine, em newtons, a intensidade da força \vec{F} que age no condutor.

2 UFU 2018 Esta figura, utilizando como referência os eixos X, Y e Z, mostra uma espira quadrada, feita de um fio metálico rígido, inicialmente em repouso, de lado 10 cm, que se encontra, em um dado instante, no plano YZ, e com corrente elétrica $I = 10$ A. Nessa região do espaço, atua um campo magnético uniforme de intensidade $B = 5$ T na direção do eixo Z e em seu sentido positivo.

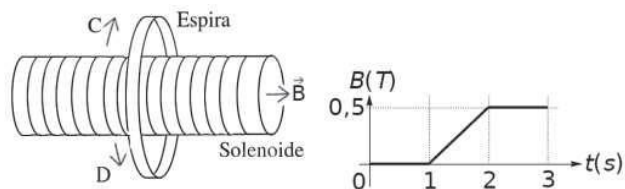


Com base na situação descrita e representada na figura, responda.

a) Qual a força magnética (módulo, direção e sentido) em cada lado da espira?

b) Considerando-se apenas as forças magnéticas, qual a força resultante na espira? A espira irá se mover ou permanecerá em repouso? Justifique sua resposta.

3 UFJF 2020 Uma espira circular condutora, com raio de 2 cm, está envolvendo um solenoide muito comprido, com raio de 1 cm (veja o esquema na figura a seguir). O campo magnético do solenoide, se for positivo, aponta para a direita. As direções C e D correspondem a direções possíveis de correntes de indução na espira. O gráfico na figura mostra o comportamento do módulo B do campo magnético em função do tempo: ele é mantido nulo desde 0 s até 1 s; entre 1 s e 2 s, ele aumenta linearmente até 0,5 T; e a partir de 2 s até 3 s ele permanece constante em 0,5 T.



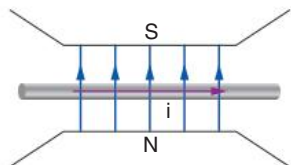
À esquerda: uma espira envolvendo um solenoide muito comprido; C e D são as direções possíveis para a corrente induzida na espira. À direita: módulo do campo magnético do solenoide em função do tempo.

a) Qual é a direção (C ou D) da corrente induzida na espira? Justifique.

b) Calcule o módulo da força eletromotriz induzida na espira em cada intervalo: de 0 s até 1 s, de 1 s até 2 s, e de 2 s até 3 s. Se necessário, use $\pi = 3$.

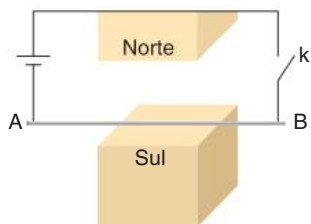
Exercícios propostos

- 1 UFRGS** Um fio metálico retilíneo, percorrido por corrente elétrica i , é colocado entre os polos de um ímã, paralelamente ao plano da página, conforme a figura a seguir.



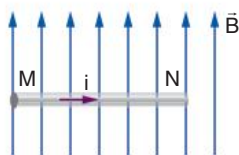
A força magnética que atua sobre o fio terá:

- A direção perpendicular à página, sentido para fora da página.
 B direção perpendicular à página, sentido para dentro da página.
 C direção e sentido da corrente no fio.
 D direção das linhas de indução magnética, sentido contrário.
 E direção das linhas de indução magnética, mesmo sentido.
- 2 Mackenzie** A barra condutora horizontal AB está suspensa entre dois polos magnéticos, como mostra a figura



Ao fecharmos a chave k , observamos que a barra AB:

- A não se desloca
 B desloca-se para trás
 C desloca-se para frente
 D desloca-se para a direita
 E desloca-se para a esquerda.
- 3 FSC** Um trecho MN de um fio retilíneo, com comprimento de 10 cm, conduzindo uma corrente elétrica de 10 A, está imerso em uma região, no vácuo, onde existe um campo de indução magnética de 1,0 T, conforme a figura.

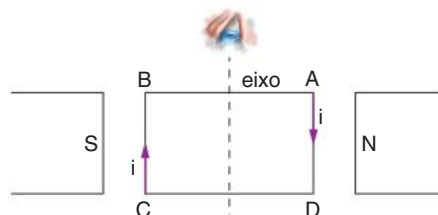


A força que age no trecho do fio tem intensidade:

- A 1,0 N e para dentro do papel.
 B 0,5 N e para fora do papel.

- C 1,0 N e no sentido do campo.
 D 1,5 N e no sentido oposto ao do campo.
 E 1,0 N e para fora do papel.

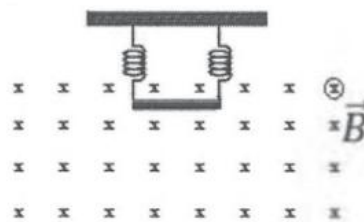
- 4 Faap** Uma espira ABCD, suspensa como mostra a figura, pode girar em torno de seu eixo de simetria vertical. Quando ela for percorrida por uma corrente contínua e constante i em presença do ímã da figura, responda:



- a) Vista de cima, a espira girará no sentido horário ou anti-horário?
 b) Qual será sua posição de equilíbrio? Justifique as respostas.

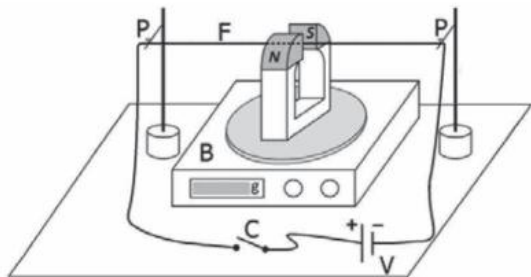
- 5 FEI** Calcule a intensidade da força magnética que age em um condutor de 20 cm, percorrido por corrente elétrica de 10 A, colocado perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético de intensidade 1 T. Indique, em um esquema, a direção e o sentido da força.

- 6 Efomm 2019** Um tenente da EFOMM construiu um dispositivo para o laboratório de Física da instituição. O dispositivo é mostrado na figura a seguir. Podemos observar que uma barra metálica, de 5 m de comprimento e 30 Kg, está suspensa por duas molas condutoras de peso desprezível, de constante elástica 500 N/m e presas ao teto. As molas estão com uma deformação de 100 mm e a barra está imersa num campo magnético uniforme de intensidade 8,0 T. Determine a intensidade e o sentido da corrente elétrica real que se deve passar pela barra para que as molas não alterem a deformação.



- A 2,5 A, esquerda
 B 2,5 A, direita
 C 5 A, esquerda
 D 5 A, direita
 E 10 A, direita

- 7 UFRGS 2016** No esquema da figura abaixo, o fio F, horizontalmente suspenso e fixo nos pontos de suporte P, passa entre os polos de um ímã, em que o campo magnético é suposto horizontal e uniforme. O ímã, por sua vez, repousa sobre uma balança B, que registra seu peso.

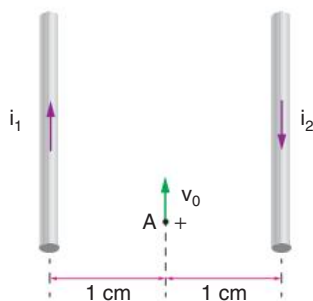


Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

Em dado instante, a chave C é fechada, e uma corrente elétrica circula pelo fio. O fio sofre uma força vertical, , e o registro na balança

- A para baixo – não se altera.
- B para baixo – aumenta.
- C para baixo – diminui.
- D para cima – aumenta.
- E para cima – diminui.

- 8 Mackenzie** Dispõe-se de dois condutores infinitos, retilíneos e paralelos, percorridos pelas correntes i_1 e i_2 de intensidades iguais a 10 A e de sentidos contrários. Um próton ($q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) é “disparado” do ponto A com uma velocidade $v_0 = 1,0 \cdot 10^6$ m/s seguindo uma direção paralela aos condutores e sobre o plano que os contém.

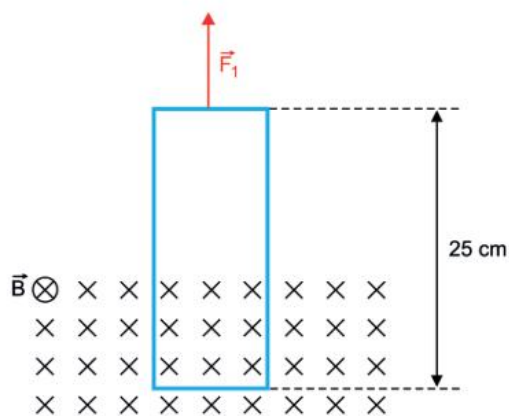


A intensidade da força a que esse próton fica sujeito no instante do disparo é:

- Dado:** $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A.
- A zero.
 - B $3,2 \cdot 10^{-17}$ N
 - C $6,4 \cdot 10^{-17}$ N
 - D $1,6 \cdot 10^{-17}$ N
 - E $4,8 \cdot 10^{-17}$ N

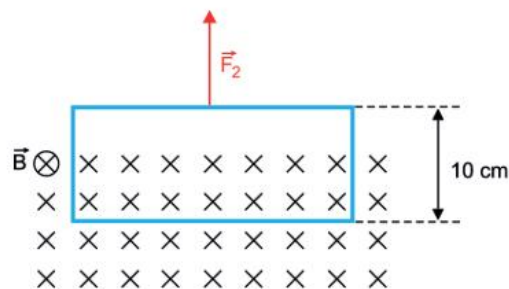
- 9 Famema 2017** Uma mesma espira retangular, de massa desprezível, foi parcialmente imersa em um mesmo campo magnético constante e uniforme \vec{B} de duas maneiras distintas. Na primeira, a espira é mantida em equilíbrio sob ação apenas da força vertical \vec{F}_1 e da força magnética gerada pela circulação de uma corrente elétrica contínua pela espira, conforme figura 1.

FIGURA 1



Na segunda, a espira é mantida em equilíbrio sob ação apenas da força vertical \vec{F}_2 e da força magnética gerada pela circulação de uma corrente elétrica contínua pela espira, conforme figura 2.

FIGURA 2



Sabendo que nas duas situações a intensidade da corrente elétrica que circula pela espira é a mesma, que a intensidade de \vec{F}_1 é 10 N e considerando as informações contidas nas figuras, é correto afirmar que a intensidade de \vec{F}_2 é igual a

- A 50 N.
- B 10 N.
- C 75 N.
- D 20 N.
- E 25 N.

- 10 Mackenzie** A figura ilustra duas molas flexíveis, condutoras, que sustentam uma haste AB também condutora, de massa 2 g e comprimento 1 m, imersa num campo magnético uniforme perpendicular a ela, de intensidade 1 T, num local onde a aceleração da gravidade é 10 m/s².



Para que se anulem as trações nos condutores helicoidais (molas), o sentido da corrente na haste e a sua intensidade são, respectivamente:

- A de A para B e 0,02 A.
- B de B para A e 0,01 A.
- C de A para B e 0,01 A.
- D de B para A e 0,02 A.
- E de B para A e 0,05 A.

11 PUC-SP Dois fios condutores longos, paralelos, imersos no ar e separados por uma pequena distância são percorridos por correntes de intensidades i_1 e i_2 . Pode-se afirmar que:

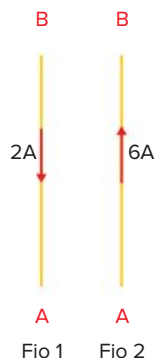
- A irão se atrair, se as correntes tiverem mesmo sentido.
- B irão se repelir, se as correntes tiverem mesmo sentido.
- C não aparece força alguma entre eles, desde que as correntes tenham mesma intensidade e sejam de mesmo sentido
- D não aparece força alguma entre eles, desde que as correntes tenham sentidos opostos e sejam de mesma intensidade.
- E nenhuma das anteriores.

12 Fatec 2019 Dois fios condutores idênticos, paralelos entre si, e de comprimento infinito são percorridos simultaneamente por correntes elétricas de mesmo sentido e de mesma intensidade. Considere que eles estejam dispostos perpendiculares ao plano do papel desta prova.

Nessas condições, é correto afirmar que

- A geram campos magnéticos perpendiculares ao plano do papel.
- B geram campos magnéticos circulares ao plano do papel.
- C geram campos magnéticos repulsivos entre si.
- D sofrem entre si uma força de repulsão.
- E sofrem entre si uma força de atração.

13 FICSAE 2018 Dois fios condutores retos, muito compridos, paralelos e muito próximos entre si, são percorridos por correntes elétricas constantes, de sentidos opostos e de intensidades 2 A e 6 A, conforme esquematizado na figura. A razão entre os módulos das forças magnéticas de um fio sobre o outro e o tipo de interação entre essas forças é igual a:



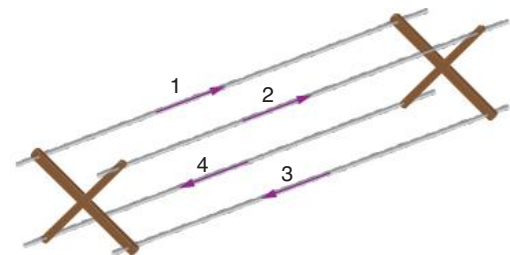
- A 1, repulsiva
- B 3, atrativa
- C 12, atrativa
- D a resultante das forças será nula, portanto, não haverá interação entre elas.

14 UEM 2017 Em relação à interação entre as correntes elétricas em dois fios paralelos, colocados próximos um do outro e suspensos por suas extremidades, assinale o que for **correto**.

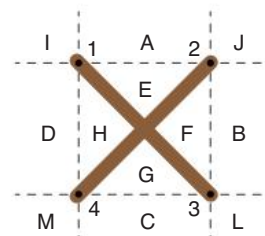
- 01 Verifica-se experimentalmente que os fios se afastam quando as correntes elétricas estão no mesmo sentido.
- 02 A força de interação eletrodinâmica entre os fios é diretamente proporcional à intensidade de cada uma das correntes elétricas que os percorrem.
- 04 A força eletrodinâmica por unidade de comprimento entre os dois fios é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles, assim como a força eletrostática é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre dois corpos pontiformes eletrizados.
- 08 Pode-se interpretar a aproximação dos fios ou o afastamento entre eles como consequência de forças que surgem devido a interações entre campos magnéticos e as correntes elétricas.
- 16 No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de medida dos campos magnéticos que supostamente agem sobre os fios é $\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-1}$.

Soma:

15 UFSCar Quatro fios, submetidos a correntes contínuas de mesma intensidade e sentidos indicados na figura, são mantidos separados por meio de suportes isolantes em forma de X, conforme figura.



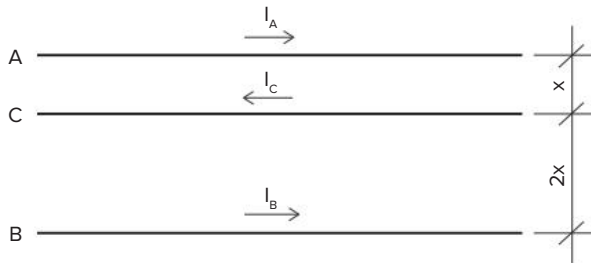
Observe as regiões indicadas:



Entre dois suportes, os fios 1, 2, 3 e 4 tendem a se movimentar, respectivamente, para as seguintes regiões do espaço:

- A A; A; C; C.
- B E; E; G; G.
- C D; B; B; D.
- D A; B; C; E.
- E I, J; L; M.

- 16 Unioeste 2017** Três fios longos, retilíneos e paralelos indicados pelas letras A, B e C são percorridos pelas correntes elétricas constantes, I_A , I_B e I_C , conforme mostra a figura abaixo. Assinale a alternativa CORRETA que indica a razão entre I_A e I_B para que a resultante da força magnética no fio C, exercida pelos fios A e B, seja nula.



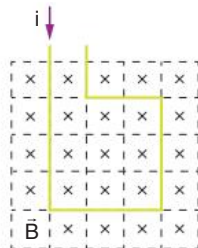
- A $I_A/I_B = 1/2$
 B $I_A/I_B = 2$
 C $I_A/I_B = 1/4$
 D $I_A/I_B = 4$
 E Não existe razão possível, já que ambas as forças apontam na mesma direção.

- 17 EEAR 2017** Dois condutores paralelos extensos são percorridos por correntes de intensidade $i_1 = 3 \text{ A}$ e $i_2 = 7 \text{ A}$. Sabendo-se que a distância entre os centros dos dois condutores é de 15 cm, qual a intensidade da força magnética por unidade de comprimento entre eles, em $\mu\text{N/m}$?

▶ Adote: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$

- A 56 B 42 C 28 D 14

- 18 Unifesp** Na região quadriculada da figura existe um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano do reticulado e penetrando no plano da figura. Parte de um circuito rígido também passa por ela, como ilustrado na figura.

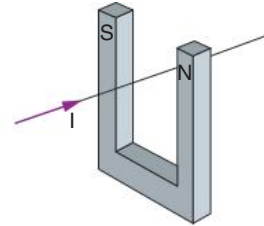


A aresta de cada célula quadrada do quadrilátero tem comprimento u , e pelo fio passa uma corrente elétrica de intensidade i .

Analisando a força magnética que age sobre cada elemento de comprimento u do fio do circuito, coincidente com a aresta das células quadradas, a intensidade da força magnética resultante sobre a parte do circuito exposta ao campo \vec{B} é:

- A nula. C iBu . E $13iBu$.
 B $\frac{iBu}{2}$. D $3iBu$.

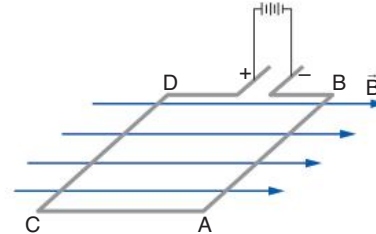
- 19 UFSJ 2011** Considere a figura a seguir, que representa um fio condutor retilíneo longo conduzindo uma corrente I que atravessa o interior de um ímã em forma de U. Os polos norte e sul do ímã encontram-se indicados pelas letras N e S, respectivamente.



Devido à presença do campo magnético do eletroímã, o fio sofrerá a ação de uma força magnética, agindo:

- A da direita para a esquerda da figura.
 B de cima para baixo da figura.
 C da esquerda para a direita da figura.
 D de baixo para cima da figura.

- 20 Unifesp** A figura mostra uma espira retangular imersa em um campo magnético uniforme, elemento básico de um motor elétrico de corrente contínua.



O plano da espira é paralelo ao vetor campo magnético. A extremidade da espira junto ao ponto D está ligada ao polo positivo da bateria e a extremidade B, ao polo negativo; a corrente percorre o circuito no sentido de D para B.

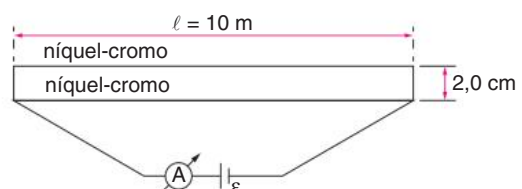
▶ Dados:

- intensidade da corrente que percorre a espira: $i = 0,80 \text{ A}$;
- resistência do fio no trecho DCAB: $R = 2,5 \Omega$;
- módulo do vetor campo magnético: $B = 0,50 \text{ T}$;
- comprimento dos lados da espira: $AB = CD = 0,050 \text{ m}$.

Determine:

- a) a diferença de potencial entre os pontos D e B.
 b) o módulo da força magnética que atua em um dos lados, AB ou CD.

- 21 Unifesp** Para demonstrar a interação entre condutores percorridos por correntes elétricas, um professor estende paralelamente dois fios de níquel-cromo de 2,0 mm de diâmetro e comprimento $\ell = 10 \text{ m}$ cada um, como indica o circuito seguinte.

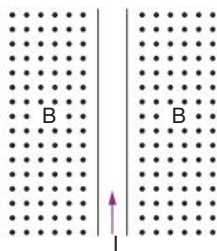


- a) Sendo $\rho_{\text{Ni-Cr}} = 1,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ a resistividade do níquel-cromo, qual a resistência equivalente a esse par de fios paralelos? (Adote $\pi = 3$.)
- b) Sendo $i = 2,0 \text{ A}$ a leitura do amperímetro A, qual a força de interação entre esses fios, sabendo que estão separados pela distância $d = 2,0 \text{ cm}$? (Considere desprezíveis as resistências dos demais elementos do circuito.)

▶ Dada a constante de permeabilidade magnética:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}.$$

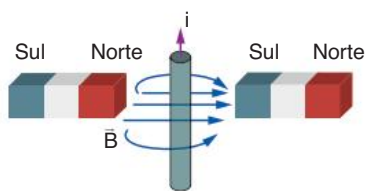
- 22 Unifei** Um fio que transporta uma corrente elétrica I é colocado numa região de campo magnético uniforme \vec{B} dirigido para fora da página (vide figura).



A força resultante sobre o fio é:

- A nula.
 B dirigida para a esquerda.
 C dirigida para a direita.
 D entrando no plano do papel.

- 23 UFSC** O magnetismo e a eletricidade estão intimamente relacionados. A experiência mostra que poderá ser exercida uma força magnética sobre uma carga móvel que se desloca nas proximidades de um campo magnético \vec{B} . A figura representa um fio condutor reto conduzindo uma corrente elétrica de intensidade i , posicionado entre os polos de um par de ímãs.

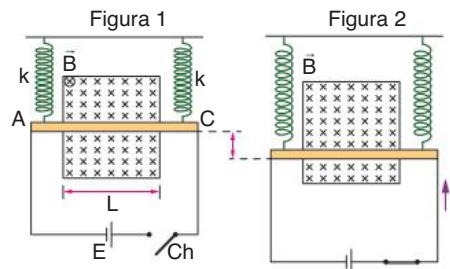


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Sobre o fio atuará uma força magnética no sentido da corrente.
 02 Sobre o fio atuará uma força proporcional à intensidade da corrente.
 04 Sobre o fio atuará uma força magnética horizontal, no sentido do polo norte para o polo sul.
 08 Mesmo que a corrente seja muito intensa, não haverá força magnética aplicada sobre o fio condutor.
 16 Se a corrente elétrica tiver o sentido invertido ao mostrado na figura acima, a força será nula.
 32 Duplicando os valores da intensidade da corrente elétrica i e do campo magnético \vec{B} , a força magnética será quatro vezes maior.

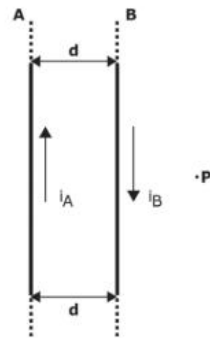
Soma:

- 24 UFABC** Uma barra metálica AC de massa desprezível está presa ao teto por duas molas ideais isolantes e idênticas de constante elástica $k = 36 \text{ N/m}$, inicialmente sem deformação. A barra é mantida na horizontal e está ligada a um gerador de força eletromotriz $\mathcal{E} = 120 \text{ V}$ com resistência interna desprezível. Uma chave Ch aberta impede a passagem de corrente pelo circuito. Parte da barra está imersa numa região quadrada de lado $L = 20 \text{ cm}$, onde atua um campo magnético horizontal uniforme de intensidade $B = 0,3 \text{ T}$, perpendicular ao plano da figura e com sentido para dentro dela (Figura 1).



Ao fecharmos a chave Ch, uma corrente de intensidade i passa a circular e, devido à ação do campo magnético, surge uma força na barra, causando nessa um deslocamento vertical x (Figura 2). Sabendo que a resistência elétrica total desse circuito vale $R = 2 \Omega$ e desprezando o campo magnético da Terra, determine x .

- 25 UEPG 2016** Considere dois fios infinitos retílicos e condutores, percorridos pelas correntes (i_A) e (i_B) de sentidos contrários, colocados paralelamente um ao outro no vácuo a uma distância (d), conforme a figura abaixo. Desprezando a espessura dos fios e adotando como referência o plano da folha, assinale o que for correto.



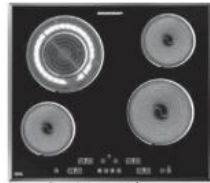
- 01 No ponto médio entre os fios, o campo magnético resultante é nulo.
 02 Se as correntes elétricas nos fios tivessem o mesmo sentido, as forças magnéticas seriam de atração.
 04 O campo magnético gerado pela corrente elétrica do fio B, no ponto P, emerge da página.
 08 A força magnética entre os condutores depende da distância. Fios muito próximos estariam sujeitos a forças magnéticas mais intensas.
 16 Sendo F o módulo da força magnética que age nos fios, se as correntes elétricas (i_A) e (i_B) forem duplicadas, e a distância passar a $1/4$ do seu valor, o valor da força ficará inalterado.

Soma:

26 Acafe 2019 O avanço tecnológico mudou nossa vida de várias formas, uma delas está no jeito que cozinhamos alimentos hoje. Se antes tínhamos fogões a gás, hoje temos fogões elétricos, geralmente, chamados de cooktops. Um deles é o cooktop por indução e outro é o cooktop elétrico. O primeiro utiliza um campo magnético para gerar correntes induzidas em uma panela e o segundo utiliza, no lugar do fogo, resistores elétricos para aquecer a panela.



Cooktop de indução



Cooktop elétrico

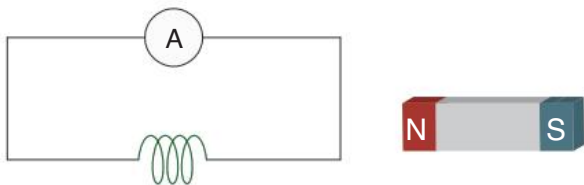
De acordo com o exposto, analise as afirmações a seguir.

- O Cooktop de indução tem seu funcionamento baseado na lei de Newton
- Uma das possibilidades para se aumentar a potência do Cooktop elétrico é reduzir a sua resistência elétrica.
- Os dois Cooktops podem funcionar e aquecer os alimentos se forem ligados a uma bateria.
- O Cooktop de indução não funciona com panela de barro.
- O Cooktop elétrico tem seu funcionamento baseado no efeito Joule.

Assinale a alternativa **correta**.

- Apenas as afirmativas I, III e IV estão corretas.
- Apenas as afirmativas II, IV e V estão corretas.
- Apenas as afirmativas II, III e IV estão corretas.
- Apenas as afirmativas I, II e III estão corretas.

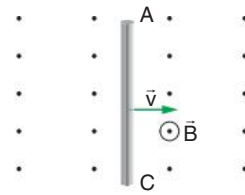
27 UFMG A figura a seguir mostra um ímã próximo a um circuito constituído por uma bobina e um medidor sensível de corrente. Colocando-se a bobina e o ímã em determinados movimentos, o medidor poderá indicar passagem de corrente na bobina



Não haverá indicação de passagem de corrente pelo medidor quando:

- o ímã e a bobina se movimentam, aproximando-se mutuamente.
- a bobina se aproxima do ímã, que permanece parado.
- o ímã se desloca para a direita e a bobina para a esquerda.
- o ímã e a bobina se deslocam ambos para a direita, com a mesma velocidade.
- o ímã se aproxima da bobina e esta permanece parada.

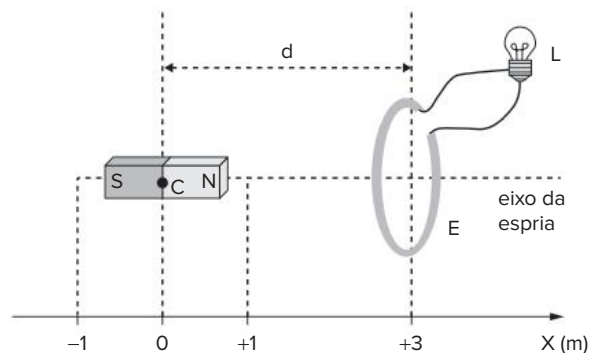
28 Mackenzie Uma barra condutora movimenta-se para a direita, com velocidade \vec{v} , num campo magnético \vec{B} perpendicular ao plano da figura, orientado para o observador.



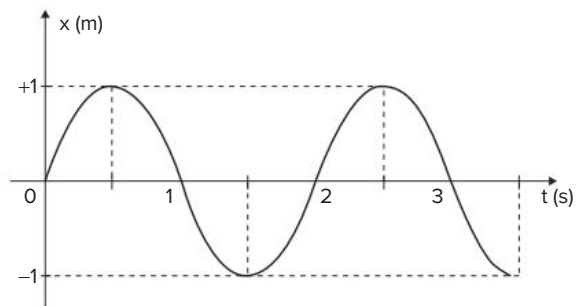
As cargas negativas da barra sofrem a ação de uma força:

- de sentido de C para A.
- de sentido de A para C.
- no sentido de \vec{v} .
- no sentido de \vec{B} .
- no sentido oposto ao de \vec{v} .

29 EPCar 2020 Considere que a intensidade do campo magnético gerado por um ímã em forma de barra varia na razão inversa do quadrado da distância d entre o centro C deste ímã e o centro de uma espira condutora E, ligada a uma lâmpada L, conforme ilustrado na figura abaixo.



A partir do instante $t_0 = 0$, o ímã é movimentado para a direita e para a esquerda de tal maneira que o seu centro C passa a descrever um movimento harmônico simples indicado abaixo pelo gráfico da posição (x) em função do tempo (t).

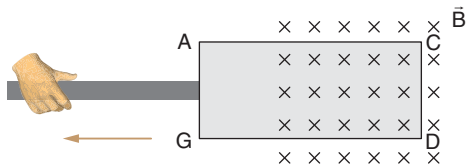


Durante o movimento desse ímã, verifica-se que a luminosidade da lâmpada L

- aumenta à medida que o centro C do ímã se move da posição $x = -1$ m até $x = +1$ m.

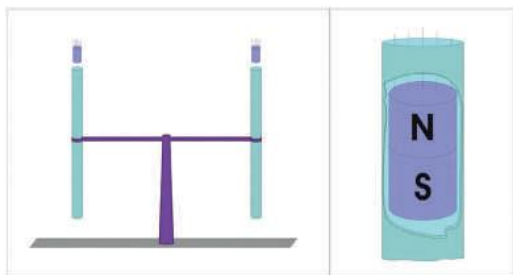
- B diminui entre os instantes $t = \frac{n}{2}T$ e $t' = \frac{(n+1)}{2}T$ onde T é o período do movimento e n é ímpar.
- C é nula quando o centro C do ímã está na posição $x = \pm 1$ m.
- D é mínima nos instantes $t = T$, onde T é o período do movimento e m é um número par.

30 FMIT A figura a seguir representa a espira ACDG, rígida e condutora, sendo puxada para a esquerda através do campo magnético \vec{B} , uniforme e constante, normal ao plano da espira e dirigido para dentro desta folha de papel:



Qual o sentido da força magnética atuante no trecho CD da espira?

31 UFSC 2019 Na atração Corrida Maluca, duas pessoas da plateia do Circo da Física são convidadas para saltar dois pequenos cilindros aparentemente idênticos dentro de dois tubos aparentemente idênticos de comprimento 1,0 m, conforme a figura abaixo. Para espanto da plateia, um dos pequenos cilindros demora mais tempo do que o outro para chegar do outro lado do tubo e o vencedor da corrida é sempre o que escolhe determinado lado da estrutura. O segredo da corrida é que, no lado esquerdo da estrutura, o participante tem à disposição um pequeno cilindro de ferro e um tubo de PVC e, no lado direito, o participante tem à disposição um pequeno ímã cilíndrico e um tubo de cobre, em destaque na figura abaixo.



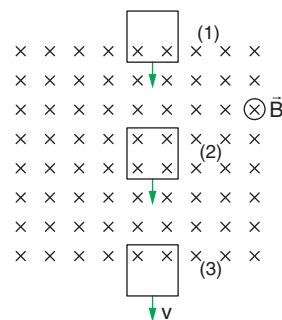
Com base no exposto acima e na figura, é correto afirmar que:

- 01 ao cair, o ímã induz uma corrente elétrica no tubo de cobre, devido à variação do fluxo magnético do ímã nas paredes do tubo de cobre.
- 02 o cobre é um material condutor ferromagnético e é atraído pelo ímã, o que retarda o movimento de queda do ímã.
- 04 o campo magnético produzido pela corrente elétrica induzida no tubo de cobre terá um polo norte próximo ao ímã na parte superior do tubo.
- 08 ao descer pelo tubo de cobre, o ímã atinge rapidamente velocidade constante (velocidade terminal).

16 no sistema ímã-tubo de cobre, não ocorre o efeito Joule, já que a velocidade de queda do ímã é constante.

Soma:

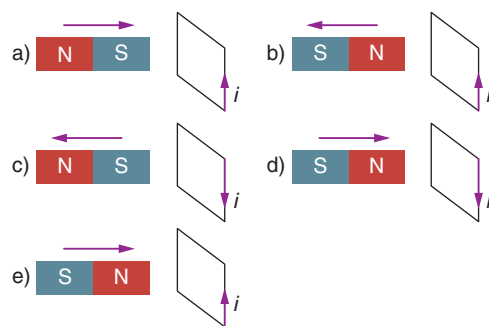
32 UFRGS A figura mostra três posições sucessivas de uma espira condutora que se desloca com velocidade constante numa região em que há um campo magnético uniforme, perpendicular à página e para dentro da página. Selecione a alternativa que supre as omissões nas frases seguintes.



- Na posição (1), a espira está penetrando na região onde existe o campo magnético e, conseqüentemente, está _____ o fluxo magnético através da espira.
- Na posição (2), não há _____ na espira.
- Na posição (3), a corrente elétrica induzida na espira, em relação à corrente induzida na posição (1), tem sentido _____.

- A aumentando, fluxo, igual
 B diminuindo, corrente, contrário
 C diminuindo, fluxo, contrário
 D aumentando, corrente, contrário
 E diminuindo, fluxo, igual

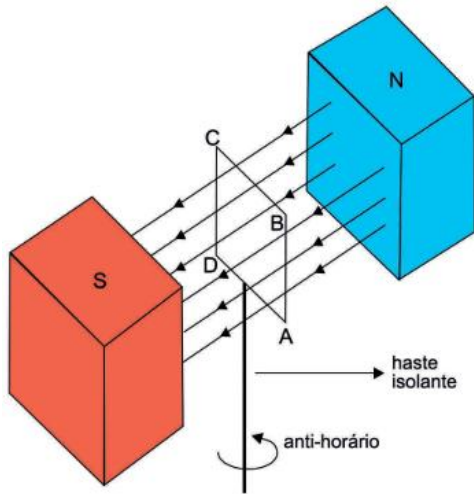
33 PUC SP Aproximando ou afastando um ímã de uma espira condutora retangular, a variação do fluxo de indução magnética determina o aparecimento de uma corrente elétrica induzida i .



Qual a figura que melhor representa a corrente elétrica induzida?

- A A
 B B
 C C
 D D
 E E

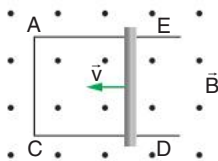
- 34 Famerp 2017** Uma espira metálica retangular ABCD, de área constante, está totalmente imersa em um campo magnético uniforme horizontal criado na região entre dois polos magnéticos norte e sul, como representado na figura. Inicialmente, a espira está em repouso em um plano vertical perpendicular às linhas de indução do campo magnético.



Suponha que a espira gire 90° no sentido anti-horário, em torno de um eixo vertical, nesse campo magnético. Enquanto isso acontece,

- A circulará por ela uma corrente elétrica induzida sempre no sentido DCBA.
- B circulará por ela uma corrente elétrica induzida, primeiro no sentido DCBA e depois no sentido ABCD.
- C circulará por ela uma corrente elétrica induzida sempre no sentido ABCD.
- D circulará por ela uma corrente elétrica induzida, primeiro no sentido ABCD e depois no sentido DCBA.
- E não circulará por ela corrente elétrica induzida.

- 35 UFSC** A figura a seguir representa um condutor colocado sob a ação de um campo magnético constante, com uma barra metálica apoiada sobre o condutor deslocando-se com velocidade \vec{v} .



Dadas as afirmativas:

- I. O módulo do fluxo magnético no interior da espira ACDE está diminuindo.
- II. A corrente induzida circula na espira no sentido anti-horário.
- III. A força que atua na barra é perpendicular à velocidade.

Estão corretas:

- A somente I.
- B somente II.
- C somente III.
- D duas delas.
- E todas.

- 36 Enem 2019** As redes de alta tensão para transmissão de energia elétrica geram campo magnético variável o suficiente para induzir corrente elétrica no arame das cercas. Tanto os animais quanto os funcionários das propriedades rurais ou das concessionárias de energia devem ter muito cuidado ao se aproximarem de uma cerca quando esta estiver próxima a uma rede de alta tensão, pois, se tocarem no arame da cerca, poderão sofrer choque elétrico.

Para minimizar este tipo de problema, deve-se:

- A Fazer o aterramento dos arames da cerca.
- B Acrescentar fusível de segurança na cerca.
- C Realizar o aterramento da rede de alta tensão.
- D Instalar fusível de segurança na rede de alta tensão.
- E Utilizar fios encapados com isolante na rede de alta tensão.

- 37 UFRGS 2019** O fogão mostrado na figura 1 abaixo não produz chamas nem propaga calor. O cozimento ou aquecimento dos alimentos deve ser feito em painéis de ferro ou de aço e ocorre devido à existência de campos magnéticos alternados, produzidos em bobinas, conforme representado no esquema da figura 2. Os campos magnéticos penetram na base das panelas, criando correntes elétricas que as aquecem.



Figura 1

Disponível em: <<http://asko.co.n2>>. Acesso em: 10 out. 2018.

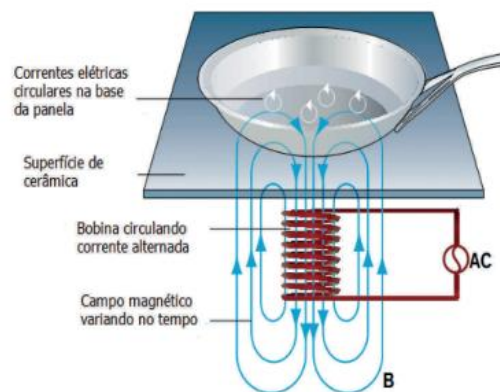


Figura 2

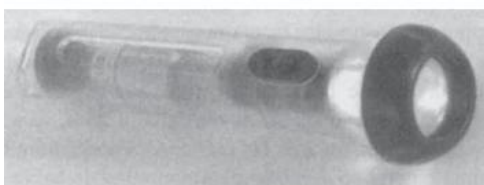
Adaptado de: <<http://kitchenaparatus.com>>. Acesso em: 10 out. 2018.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

O processo físico que fundamenta essa aplicação tecnológica é conhecido como _____ e é regido pela lei de _____.

- A convecção - Faraday-Lenz
- B indução - Faraday-Lenz
- C indução - Ampère
- D radiação - Gauss
- E radiação - Ampère

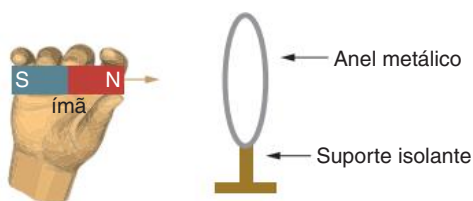
- 38 Unifesp** A foto mostra uma lanterna sem pilhas, recentemente lançada no mercado. Ela funciona transformando em energia elétrica a energia cinética que lhe é fornecida pelo usuário – para isso, ele deve agitá-la fortemente na direção do seu comprimento. Como o interior dessa lanterna é visível, pode-se ver como funciona: ao agitá-la, o usuário faz um ímã cilíndrico atravessar uma bobina para frente e para trás. O movimento do ímã através da bobina faz aparecer nela uma corrente induzida que percorre e acende a lâmpada.



O princípio físico em que se baseia essa lanterna e a corrente induzida na bobina são, respectivamente:

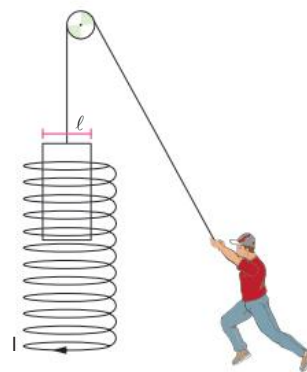
- A indução eletromagnética; corrente alternada.
- B indução eletromagnética; corrente contínua.
- C Lei de Coulomb; corrente contínua.
- D Lei de Coulomb; corrente alternada.
- E Lei de Ampère; correntes alternada ou contínua podem ser induzidas.

- 39 Fuvest** Aproxima-se um ímã de um anel metálico fixo em um suporte isolante, como mostra a figura.



- O movimento do ímã, em direção ao anel:
- A não causa efeitos no anel.
 - B produz corrente alternada no anel.
 - C faz com que o polo sul do ímã vire polo norte e vice-versa.
 - D produz corrente elétrica no anel, causando uma força de atração entre anel e ímã.
 - E produz corrente elétrica no anel, causando uma força de repulsão entre anel e ímã.

- 40 ITA** Considere um aparato experimental composto de um solenoide com n voltas por unidade de comprimento, pelo qual passa uma corrente I , e uma espira retangular de largura ℓ , resistência R e massa m presa por um de seus lados a uma corda inextensível, não condutora, a qual passa por uma polia de massa desprezível e sem atrito, conforme a figura. Se alguém puxar a corda com velocidade constante v , podemos afirmar que a força exercida por esta pessoa é igual a:



- A $\frac{(\mu_0 n I \ell)^2 v}{R + mg}$ com a espira dentro do solenoide.
- B $\frac{(\mu_0 n I \ell)^2 v}{R + mg}$ com a espira saindo do solenoide.
- C $\frac{(\mu_0 n I \ell)^2 v}{R + mg}$ com a espira entrando no solenoide.
- D $\mu_0 n I^2 \lambda + mg$ com a espira dentro do solenoide.
- E mg e independe da posição da espira com relação ao solenoide

- 41 UEPG 2018** Uma bobina é produzida, enrolando-se um fio condutor, de maneira que ela tenha 25 cm de comprimento e possua 100 espiras circulares com 10 mm de raio. A bobina é conectada a uma bateria ideal de 2 V. Se a resistência elétrica da bobina é $0,1 \Omega$, assinale o que for correto

- 01 Bobinas são utilizadas em circuitos eletrônicos com o objetivo de acumular cargas elétricas induzidas.
- 02 A potência elétrica dissipada por efeito Joule nos fios da bobina é 40 W.
- 04 O valor do fluxo do campo magnético no interior da bobina é menor do que $4 \cdot 10^{-6} \text{ T/m}^2$.
- 08 Um dos problemas relacionados com a produção de campos magnéticos intensos é o aquecimento da bobina.
- 16 O valor do módulo do vetor indução magnética no interior da bobina é maior que $9 \cdot 10^{-3} \text{ T}$.

Soma:

- 42 Mackenzie** O fio retangular da figura (1) está em repouso relativamente ao eletroímã; este produz um campo de indução magnética cuja intensidade B , em função do tempo t , está representada na figura (2). Adotamos positivo o sentido da corrente indicado na figura (1).

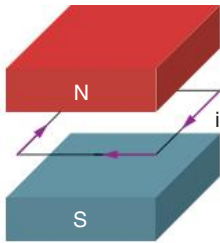


Figura 1

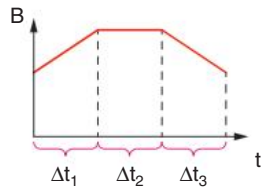


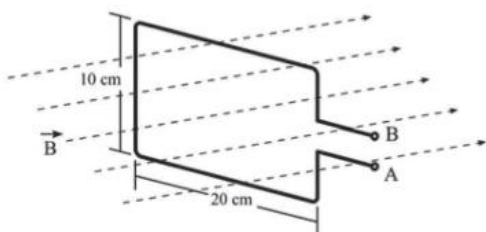
Figura 2

Com relação aos intervalos de tempo indicados na figura (2), a corrente será:

	Δt_1	Δt_2	Δt_3
A	-	0	+
B	+	0	-
C	0	0	0
D	-	-	-
E	+	+	+

- 43 Faap** Uma espira quadrada de 8 cm de lado é perpendicular a um campo magnético, tal que a indução magnética vale $5 \cdot 10^{-3}$ T.
- A Calcule o fluxo magnético através da espira.
 B Se o campo cai a zero em 0,1 s, qual será a fem média induzida na espira nesse intervalo de tempo?

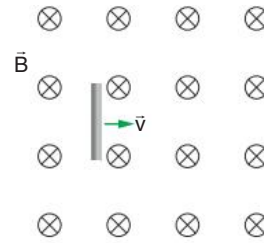
- 44 EEAR 2018** Uma espira retangular de 10 cm x 20 cm foi posicionada e mantida imóvel de forma que um campo magnético uniforme, de intensidade $B = 100$ T, ficasse normal à área interna da espira, conforme figura a seguir. Neste caso, o valor da Força Eletromotriz Induzida nos terminais A e B da espira vale ____ V.



- A 0,00 C 0,20
 B 0,02 D 2,00

- 45 ITA** Quando uma barra metálica se desloca num campo magnético, sabe-se que seus elétrons se movem para uma das extremidades, provocando entre elas uma polarização elétrica. Desse modo, é criado um campo elétrico constante no interior do metal, gerando uma diferença de potencial entre as

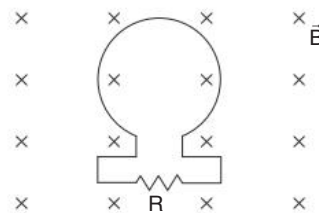
extremidades da barra. Considere uma barra metálica descarregada, de 2,0 m de comprimento, que se desloca com velocidade constante de módulo $v = 216$ km/h num plano horizontal (veja figura), próximo à superfície da Terra.



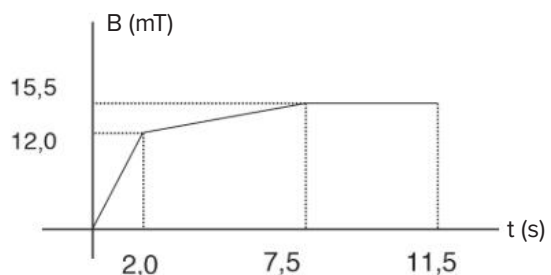
Sendo criada uma diferença de potencial (ddp) de $3,0 \cdot 10^{-3}$ V entre as extremidades da barra, o valor do componente vertical do campo de indução magnética terrestre nesse local é de:

- A $6,9 \cdot 10^{-6}$ T D $4,2 \cdot 10^{-5}$ T
 B $1,4 \cdot 10^{-5}$ T E $5,0 \cdot 10^{-5}$ T
 C $2,5 \cdot 10^{-5}$ T

- 46 Faap** A espira representada na figura tem área igual a 1 cm^2 e resistência $R = 2$ miliohms. O plano da espira é perpendicular a um campo de indução \vec{B} uniforme. No instante inicial, temos $B = 0,2$ T e, decorridos dois segundos, temos $B = 1,4$ T. Calcule a corrente média que circulou na espira nos dois segundos.



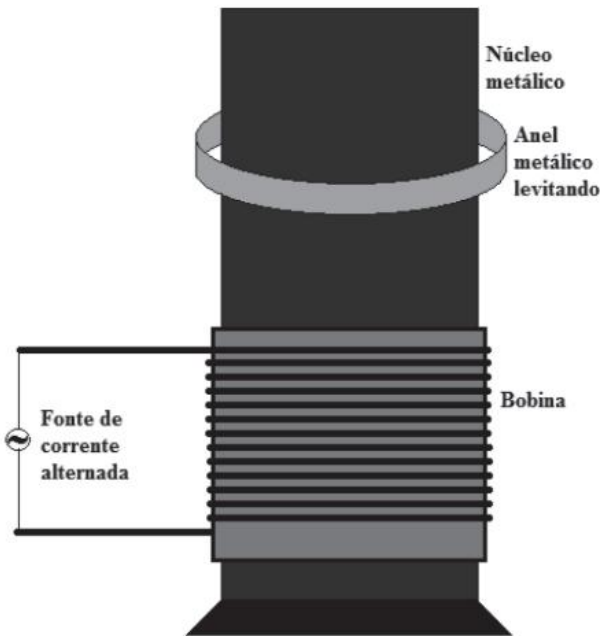
- 47 Udesc 2017 (Adapt.)** A figura mostra o gráfico de um campo magnético uniforme, em função do tempo, aplicado perpendicularmente ao plano de uma espira retangular de $0,50 \text{ m}^2$ de área. O campo magnético é dado em militesla e o tempo em segundos.



Assinale a alternativa que corresponde aos valores absolutos da tensão induzida na espira, em milivolts, em cada intervalo de tempo, respectivamente.

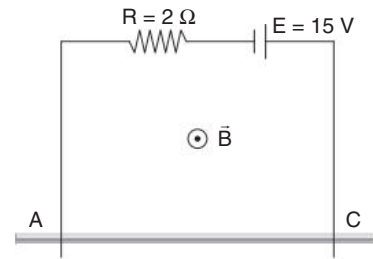
- A 6,0; 0,64; 0,00 D 1,4; 1,02; 0,00
 B 1,0; 0,67; 0,43 E 0,8; 0,23; 1,94
 C 3,0; 0,32; 0,00

- 48 UFU 2017** O anel saltante ou anel de Thomson é uma interessante demonstração dos efeitos eletromagnéticos. Ele consiste em uma bobina, um anel metálico, normalmente de alumínio, e um núcleo metálico que atravessa a bobina e o anel. Quando a bobina é ligada a uma tomada de corrente alternada, o anel de alumínio salta e fica levitando em uma altura que pode ser considerada constante. A figura mostra o dispositivo. Um dos fatos que contribuem para a levitação do anel metálico, apesar de não ser o único, é a fonte de corrente elétrica ser alternada, pois o anel não levitaria se ela fosse contínua.



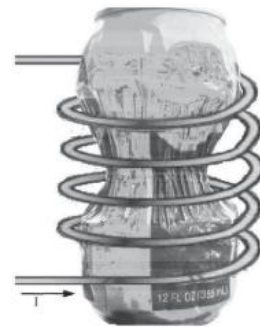
A força sobre o anel metálico e sua consequente levitação devem-se ao fato de a bobina percorrida por corrente elétrica alternada gerar

- A uma polarização elétrica variável em função do tempo no núcleo metálico que induz uma carga elétrica no anel metálico
 B um campo elétrico constante em função do tempo no núcleo metálico que induz uma diferença de potencial no anel metálico
 C uma polarização magnética constante em função do tempo no núcleo metálico que induz um polo magnético no anel metálico
 D um campo magnético variável em função do tempo no núcleo metálico que induz uma corrente elétrica no anel metálico.
- 49 FEI** A barra condutora AC da figura, de comprimento $\ell = 50$ cm, peso $P = 5$ N e resistência elétrica desprezível, cai verticalmente com velocidade \vec{v} , fazendo contato com dois trilhos verticais e paralelos com resistência também desprezível. Perpendicularmente ao plano dos trilhos, existe um campo de indução magnética uniforme, de intensidade $B = 0,5$ T. Determine a corrente na resistência R e a velocidade da barra.



- 50 UFV** Uma bobina retangular, com uma resistência total de $4,0 \Omega$, é constituída de 10 espiras de 20 cm \times 30 cm. Essa bobina está imersa em um campo magnético perpendicular a seu plano, que varia uniformemente de $8,0$ T a $16,0$ T no intervalo de tempo de $1,2$ s. Calcule, na bobina:
 a) a força eletromotriz induzida.
 b) a intensidade da corrente.

- 51 UFJF 2019** Um circuito muito divulgado entre estudantes, embora seja perigoso e deva ter a supervisão de um adulto com conhecimento técnico, é um amassador de latinhas eletromagnético. Dentro de um solenoide, coloca-se uma latinha de alumínio. Em seguida, faz-se passar pelo solenoide uma corrente cuja intensidade aumenta gradativamente com o tempo, com $\Delta I/\Delta t = 2 \cdot 10^9$ A/s. A figura ilustra a direção da corrente. A corrente no solenoide cria um campo magnético em seu interior. Este campo magnético, que também aumenta gradativamente com o tempo, tem dois efeitos: induz uma corrente na superfície lateral da latinha, e também causa uma força magnética sobre esta mesma corrente induzida. O resultado é que a latinha, mesmo sem contato com o solenoide, é amassada. Veja a figura a seguir.

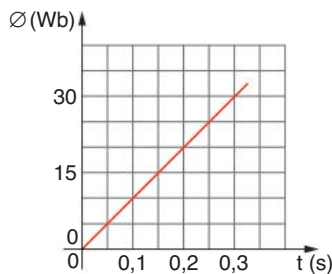


Para realizar este cálculo, considere que o solenoide seja ideal com $N = 5$ voltas, com dimensões ligeiramente maiores do que as da latinha (que tem diâmetro $D = 6$ cm e altura $L = 12$ cm) Considere que a resistência elétrica ao longo da lateral da latinha é $R = 0,027 \Omega$, e a permeabilidade magnética do ar é aproximadamente igual a $\mu_0 = 12 \cdot 10^{-7}$ H/m. Despreze quaisquer outros efeitos magnéticos. O módulo do campo magnético de um solenoide é $B = \mu_0 I N/L$. Use $\pi = 3$

- a) Faça um esquema que indique a direção do campo magnético no solenoide, da corrente induzida, e da força magnética na corrente induzida
 b) Usando a lei de indução magnética de Faraday, calcule a corrente induzida na lateral da latinha

52 ITA Uma bobina circular de raio $R = 1,0$ cm e 100 espiras de fio de cobre, colocada num campo de indução magnética constante e uniforme, tal que $B = 1,2$ T, está inicialmente numa posição tal que o fluxo de \vec{B} através dela é máximo. Em seguida, num intervalo de tempo $\Delta t = 1,5 \cdot 10^{-2}$ s, ela é girada para uma posição em que o fluxo de \vec{B} através dela é nulo. Qual é a força eletromotriz média induzida entre os terminais da bobina?

53 Fuvest Uma espira circular de fio condutor está sujeita a uma variação de fluxo magnético, dada em Weber, em relação ao tempo, conforme o gráfico a seguir.



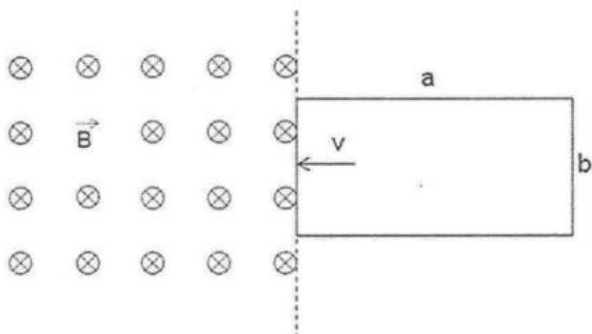
Qual é, em volts, o módulo da força eletromotriz induzida na espira durante este intervalo de tempo?

- A 100 C 9,0 E 0,01
B 10 D 1,0

54 Efofm 2017 Um fio de resistência 5Ω e $2,4$ m de comprimento forma um quadrado de 60 cm de lado. Esse quadrado é inserido por completo, com velocidade constante, durante $0,90$ segundos em um campo magnético constante de $10,0$ T (de forma que a área do quadrado seja perpendicular às linhas do campo magnético). A intensidade de corrente que se forma no fio é i_1 . Outro fio reto de $2,0$ m de comprimento possui uma intensidade de corrente i_2 , quando imerso em um campo magnético constante de módulo $10,0$ T. A força magnética que atua no fio possui módulo $8,0$ N. A direção da força é perpendicular à do fio e à direção do campo magnético. A razão entre os módulos de i_1 e i_2 é:

- A 0,2 B 0,4 C 0,5 D 2,0 E 4,0

55 Esc. Naval 2018 Analise a figura abaixo.

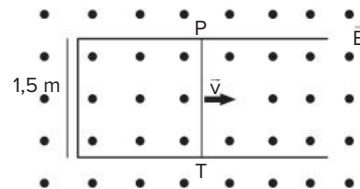


A figura acima mostra uma espira retangular, de lados $a = 40$ cm e $b = 20$ cm, no instante $t = 0$. Considere que a espira se move com velocidade $v = 5,0$ cm/s, para a esquerda, perpendicularmente a um campo magnético uniforme de indução, $B = 2,0$ T. Sabendo que a espira

tem uma resistência de 20Ω , qual é a intensidade, em ampere, da corrente elétrica na espira em $t = 3,0$ s?

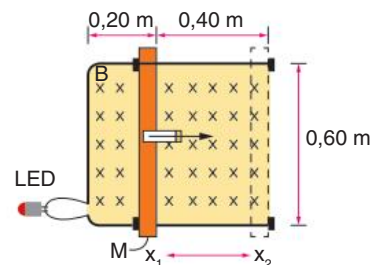
- A $1,0 \cdot 10^{-3}$ C $3,0 \cdot 10^{-3}$ E $2,0 \cdot 10^{-2}$
B $2,0 \cdot 10^{-3}$ D $1,0 \cdot 10^{-2}$

56 Efofm 2019 Um condutor retilíneo PT, de resistência $R = 20,0 \Omega$, está em contato com um condutor de resistência desprezível e dobrado em forma de U, como indica a figura. O conjunto está imerso em um campo de indução magnética, uniforme, de intensidade $15,0$ T, de modo que é ortogonal ao plano do circuito. Seu Demi, um operador, puxa o condutor PT, de modo que este se move com velocidade constante, como indica a figura, sendo $v = 4,0$ m/s. Determine a força eletromotriz induzida no circuito e o valor da força aplicada por Seu Demi ao condutor PT.



- A 45 V e 80,45 N D 90 V e 101,25 N
B 65 V e 90,10 N E 100,85 V e 110,95 N
C 80 V e 100,65 N

57 Fuvest É possível acender um LED movimentando-se uma barra com as mãos? Para verificar essa possibilidade, um jovem utiliza um condutor elétrico em forma de U, sobre o qual pode ser movimentada uma barra M, também condutora, entre as posições X_1 e X_2 . Essa disposição delimita uma espira condutora, na qual é inserido o LED, cujas características são indicadas na tabela a seguir. Todo o conjunto é colocado em um campo magnético B (perpendicular ao plano dessa folha e entrando nela), com intensidade de $1,1$ T.



LED (diodo emissor de luz)	
Potência	24 mW
Corrente	20 mA
Luminosidade	2 Lumens

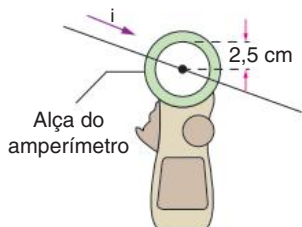
O jovem, segurando em um puxador isolante, deve fazer a barra deslizar entre X_1 e X_2 . Para verificar em que condições o LED acenderia durante o movimento, estime:

► **Note e Adote:** A força eletromotriz induzida é tal que $\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$.

- a) a tensão V , em volts, que deve ser produzida nos terminais do LED, para que ele acenda de acordo com suas especificações.

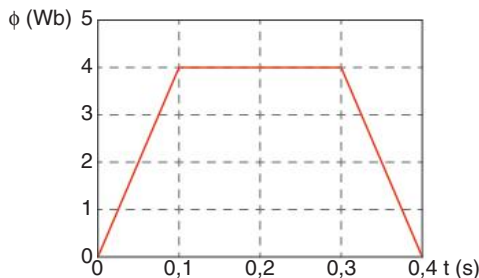
- b) a variação $\Delta\phi$ do fluxo do campo magnético através da espira, no movimento entre X_1 e X_2 .
- c) o intervalo de tempo Δt , em s, durante o qual a barra deve ser deslocada entre as duas posições, com velocidade constante, para que o LED acenda.

58 Unicamp O alicate-amperímetro é um medidor de corrente elétrica, cujo princípio de funcionamento baseia-se no campo magnético produzido pela corrente. Para se fazer uma medida, basta envolver o fio com a alça do amperímetro, como ilustra a figura a seguir



- a) No caso de um fio retilíneo e longo, pelo qual passa uma corrente i , o módulo do campo magnético produzido a uma distância r do centro do fio é dado por $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$, onde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$. Se o campo magnético num ponto da alça circular do alicate da figura for igual a $1,0 \cdot 10^{-5} T$, qual é a corrente que percorre o fio situado no centro da alça do amperímetro?
- b) A alça do alicate é composta de uma bobina com várias espiras, cada uma com área $A = 0,6 \text{ cm}^2$. Numa certa medida, o campo magnético, que é perpendicular à área da espira, varia de zero a $5,0 \cdot 10^{-6} T$ em $2,0 \cdot 10^{-3} s$. Qual é a força eletromotriz induzida, ε , em uma espira? A Lei de indução de Faraday é dada por: $\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$, onde ϕ é o fluxo magnético, que, nesse caso, é igual ao produto do campo magnético pela área da espira.

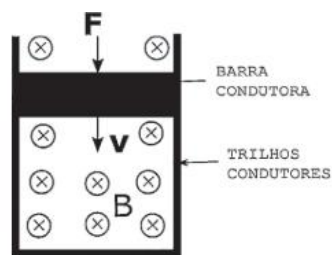
59 Unesp Uma espira, locomovendo-se paralelamente ao solo e com velocidade constante, atravessa uma região onde existe um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano da espira e ao solo. O fluxo magnético registrado, a partir do instante em que a espira entra nessa região até o instante de sua saída, é apresentado no gráfico da figura.



Analisando o gráfico, pode-se dizer que a força eletromotriz induzida, em volts, no instante $t = 0,2 s$, é:

A 80 B 60 C 40 D 20 E 0

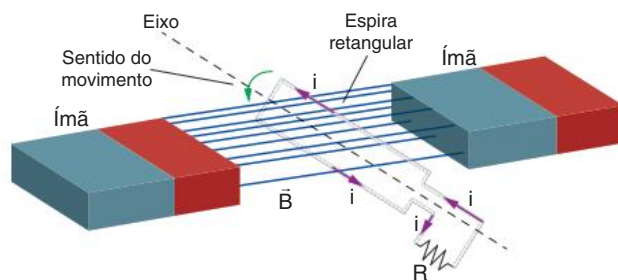
60 Esc. Naval 2017 Analise a figura abaixo.



Imersa numa região onde o campo magnético tem direção vertical e módulo $B = 6,0 T$, uma barra condutora de um metro de comprimento, resistência elétrica $R = 1,0 \Omega$ e massa $m = 0,2 \text{ kg}$ desliza sem atrito apoiada sobre trilhos condutores em forma "U" dispostos horizontalmente, conforme indica a figura acima. Se uma força externa F mantém a velocidade da barra constante e de módulo $v = 2,0 \text{ m/s}$, qual o módulo da força F , em newtons?

- A 6,0 B 18 C 36 D 48 E 72

61 Unesp 2011 Um gerador eletromagnético é constituído por uma espira com seção reta e área S , que gira com velocidade angular ω no interior de um campo magnético uniforme de intensidade B . À medida que a espira gira, o fluxo magnético ϕ que a atravessa varia segundo a expressão $\phi(t) = B \cdot S \cdot \cos\omega t$, onde t é o tempo, produzindo uma força eletromotriz nos terminais do gerador eletromagnético, cujo sentido inverte-se em função do giro da espira. Assim, a corrente no resistor R , cujo sentido inverte a cada meia-volta, é denominada corrente alternada.

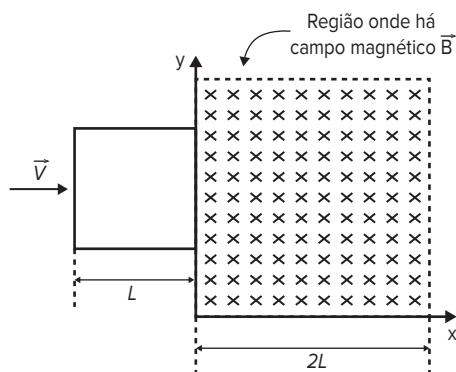


Considere a espira com seção reta de 10 cm^2 , girando à razão de 20 voltas por segundo, no interior de um campo magnético de intensidade igual a $2 \cdot 10^{-5} T$. Trace o gráfico do fluxo magnético $\phi(t)$ que atravessa a espira, em função do tempo, durante um período (T), indicando os valores do fluxo magnético nos instantes $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$, $\frac{3T}{4}$ e T .

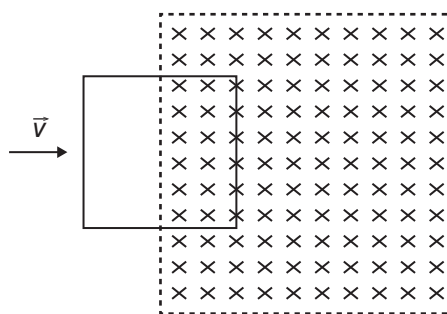
62 UFRGS Um campo magnético cuja intensidade varia no tempo atravessa uma bobina de 100 espiras e de resistência elétrica desprezível. A esta bobina está conectada em série uma lâmpada cuja resistência elétrica é de $10,0 \Omega$ e que está dissipando $10,0 W$. A variação temporal do fluxo magnético através de cada espira é, em módulo, de:

- A 0,01 Wb/s D 10,0 Wb/s
 B 0,10 Wb/s E 100,0 Wb/s
 C 1,0 Wb/s

63 Fuvest 2018 Uma espira quadrada, de lado L , constituída por barras rígidas de material condutor, de resistência elétrica total R , se desloca no plano xy com velocidade \vec{v} constante, na direção do eixo x . No instante $t = 0$, representado na figura, a espira começa a entrar em uma região do espaço, de seção reta quadrada, de lado $2L$, onde há um campo magnético \vec{B} perpendicular a \vec{v} ; a velocidade da espira é mantida constante por meio da ação de um agente externo. O campo \vec{B} é uniforme, constante e tem a direção do eixo z , entrando no plano xy .



a) A figura a seguir representa a situação para o instante $t_1 = L/(2v)$. Indique nessa figura o sentido da corrente elétrica i_1 que circula pela espira e determine o seu valor.



b) Determine a corrente i_2 na espira para o instante $t_2 = (3L)/(2v)$.
 c) Determine a força eletromagnética \vec{F} (módulo, direção e sentido) que atua na espira no instante $t_3 = (5L)/(2v)$.

Note e Adote: Força eletromotriz na espira parcialmente imersa no campo $\mathcal{E} = L \cdot B \cdot v$

Texto complementar

James Clerk Maxwell e a luz

Deve-se a James Clerk Maxwell a formulação matemática da inter-relação entre Eletricidade e Magnetismo.

James Clerk Maxwell nasceu na Escócia, em Edimburgo, no dia 13 de novembro de 1831. Aos onze anos de idade foi para a Academia de Edimburgo

Em 1850, foi para a Universidade de Cambridge, onde ganhou vários prêmios em Matemática. Teve passagem pela Trinity College e pela Marischal College, onde se casou com a filha do diretor.

Dentre os seus principais trabalhos, podemos citar:

- *Teorização sobre a constituição dos anéis de Saturno* Maxwell indicou que eles deveriam ser constituídos de partículas sólidas, o que foi confirmado 100 anos depois por meio da sonda Voyager
- Valendo-se de considerações estatísticas e independentemente de Ludwig Boltzmann, ele formulou a *Teoria cinética dos gases de Maxwell-Boltzmann*. Essa teoria mostra que calor e temperatura estão envolvidos somente com movimento molecular.

Mas o mais importante, sem dúvida, é a formulação matemática das teorias de Faraday, Ampère e Gauss da Eletricidade e do Magnetismo. Por intermédio dessas equações e das propostas feitas por Maxwell, foi possível, após a sua morte, a produção e detecção de ondas eletromagnéticas. Maxwell disse:

"We can scarcely avoid the conclusion that light consists in the transverse undulations of the same medium which is the cause of electric and magnetic phenomena".

"Nós mal podemos evitar a conclusão de que a luz consiste de ondulações transversais, no mesmo meio, causadas por fenômenos elétricos e magnéticos."



Fig. 35 Retrato de James Clerk Maxwell.

Courtesy of Smithsonian Libraries, Washington, DC (CC0 1.0)

Em 1873, Maxwell publicou um trabalho extenso e complexo denominado *Treatise on Electricity and Magnetism*, em que ele apresenta as equações, não da forma como hoje as conhecemos. Foi Oliver Heaviside, físico inglês, que muito contribuiu para o esclarecimento das equações, apresentando-as como conhecidas atualmente.

As consequências das equações de Maxwell e das suas conclusões são:

- Em 1888, Heinrich Hertz conduziu investigações baseadas nas teorias de Maxwell e demonstrou que um distúrbio elétrico pode ser transmitido no espaço através de ondas.
- Marconi, utilizando várias patentes de Nicola Tesla, foi o primeiro a conseguir, logo no século passado, transmitir ondas eletromagnéticas a distâncias intercontinentais, entre a costa leste americana e a Inglaterra. Atualmente, as ondas eletromagnéticas são largamente utilizadas em comunicações, radares, cobrindo um largo espectro de frequências.
- No Brasil, o paulista Landell de Moura, realizou, em 1892, uma experiência de transmissão de voz, por meio de ondas eletromagnéticas, com um aparelho patenteado nos Estados Unidos. Essa transmissão deu-se entre a Av. Paulista e Altos de Santana, na cidade de São Paulo, a uma distância aproximada de 10 km. Recentemente, o seu aparelho foi reconstruído por alunos da USP, tendo funcionado perfeitamente.

A teoria da relatividade restrita de Einstein (1905) surgiu aproximadamente 200 anos após a consolidação das leis de Newton e 40 anos após as teorias de Maxwell. As leis de Newton tiveram de ser drasticamente alteradas para velocidades próximas à da luz. Contudo, as equações de Maxwell ficaram inalteradas. Sendo uma das bases da teoria relativística, onde a velocidade da luz no vácuo independe do referencial, é dada por:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$$

Na expressão anterior, c é a velocidade da luz no vácuo, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo e ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo. A figura a seguir mostra uma onda eletromagnética se propagando no vácuo, exatamente como a proposta de Maxwell.

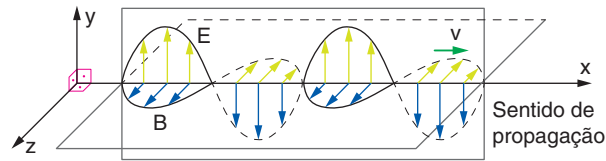


Fig. 36 Representação da propagação de uma onda eletromagnética.

Resumindo

Neste capítulo, foram estudados dois assuntos muito importantes:

- Força magnética em fio percorrido por corrente elétrica e submetido ao campo magnético.
- A lei da indução de Faraday.

No primeiro assunto, foi desenvolvida a expressão para o cálculo da força magnética que age em um fio percorrido por corrente elétrica, tal que:

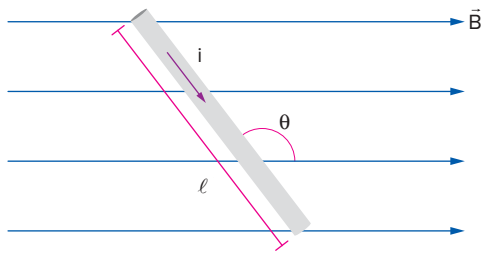


Fig. 37 Fio percorrido por corrente elétrica e imerso em um campo magnético.

$$F_m = B \cdot i \cdot l \cdot \text{sen}(\theta)$$

O sentido da força magnética é determinado pela regra da mão direita espalmada.

Outro tópico importante é a força magnética entre fios retilíneos, infinitos e paralelos percorridos por corrente; nesse caso, tem-se que, se os fios são percorridos por correntes de mesmo sentido, a força entre eles é atrativa e, caso contrário, a força entre eles é repulsiva. É importante

ressaltar que a força que age nos fios tem mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos.

Na abordagem da lei de Faraday, o estudo foi feito inicialmente com uma análise qualitativa e depois uma análise quantitativa.

Na análise qualitativa, foi mostrado que sempre que há a variação do fluxo do vetor indução magnética Φ_B ao longo de um circuito, denominado induzido, surge uma força eletromotriz induzida tal que, se o circuito estiver fechado, tem-se associada a essa força eletromotriz induzida uma corrente elétrica induzida, cujo sentido é determinado pela lei de Lenz.

A lei de Lenz afirma que o sentido da corrente induzida é tal que se opõe às causas que a originaram. Assim, para se determinar o sentido da corrente induzida, deve-se observar o comportamento temporal do fluxo no induzido e a corrente induzida terá sentido tal que o campo por ela gerado tende a reforçar fluxos que diminuem no tempo ou a diminuir fluxos que aumentem no tempo.

Em seguida, foi feita uma análise quantitativa da força eletromotriz, chegando-se à expressão para o cálculo da força eletromotriz média no induzido dada por:

$$\epsilon_m = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

O sinal negativo na expressão deve-se à lei de Lenz, indicando que a força eletromotriz induzida se opõe às causas que a originaram.

Quer saber mais?

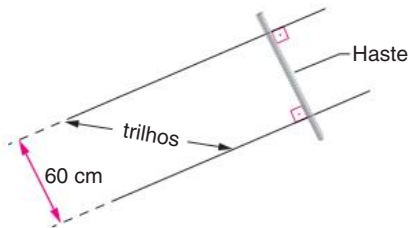


Sites

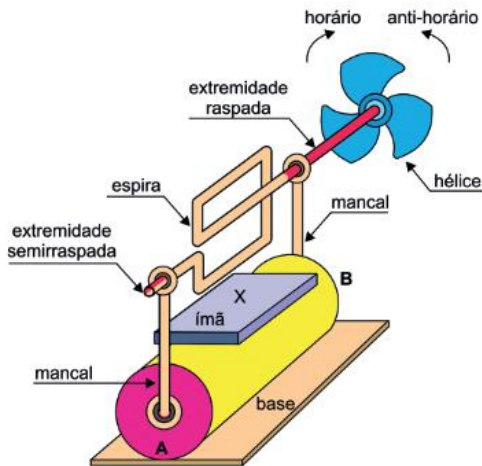
- Funcionamento e tipos de usinas hidrelétricas.
Disponível em: <<https://www.enelgreenpower.com/pt/learning-hub/energias-renoveveis/energia-hidraulica/usina-hidreletrica>>.
- História dos transformadores.
Disponível em: <<http://engenha.blogspot.com/2011/01/historia-do-transformador.html>>.

Exercícios complementares

- 1 Faap** Sobre dois trilhos horizontais, distantes 60 cm um do outro, repousa uma haste de cobre de 300 g, colocada perpendicularmente a ambos. Calcule a menor indução magnética capaz de tornar iminente o movimento da haste, quando por ela passar uma corrente de 10 A. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre a haste e os trilhos são, respectivamente, 0,5 e 0,4. Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$



- 2 Unesp 2017** Um motor elétrico é construído com uma espira retangular feita com um fio de cobre esmaltado semirraspado em uma extremidade e totalmente raspado na outra, apoiada em dois mancais soldados aos polos A e B de uma pilha. Presa a essa espira, uma hélice leve pode girar livremente no sentido horário ou anti-horário. Um ímã é fixo à pilha com um de seus polos magnéticos (X) voltado para cima, criando o campo magnético responsável pela força magnética que atua sobre a espira, conforme ilustrado na figura.

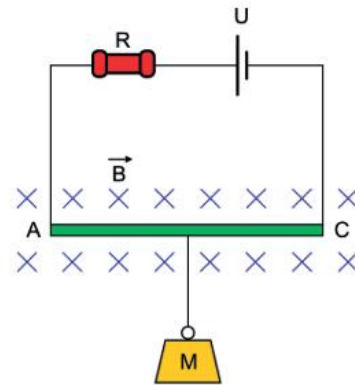


(www.feiradeciencias.com.br. Adaptado.)

Se A for um polo _____, B um polo _____ e X um polo _____, dado um impulso inicial na espira, ela mantém-se girando no sentido _____. Assinale a alternativa que completa, correta e respectivamente, as lacunas do texto.

- A negativo – positivo – sul – horário
 B negativo – positivo – norte – anti-horário
 C positivo – negativo – sul – anti-horário
 D positivo – negativo – norte – horário
 E negativo – positivo – norte – horário

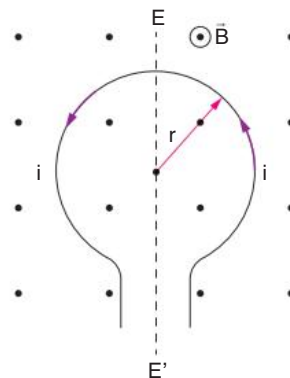
- 3 Unifesp 2020** A figura representa uma balança eletromagnética utilizada para determinar a massa M do objeto preso a ela. Essa balança é constituída por um gerador ideal cuja tensão U pode ser ajustada, por um resistor ôhmico de resistência $R = 40 \Omega$ e por uma barra condutora AC , de massa e resistência elétrica desprezíveis, conectada ao gerador por fios ideais. A barra AC mede 50 cm e está totalmente imersa em um campo magnético uniforme de intensidade $B = 1,6 \text{ T}$, perpendicular à barra e ao plano desta folha e apontado para dentro dela. O objeto, cuja massa pretende-se determinar, está preso por um fio isolante e de massa desprezível no centro da barra AC .



Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e considerando que, para manter o objeto preso à balança em repouso, será necessário ajustar a tensão do gerador para $U = 200 \text{ V}$, calcule, quando a balança estiver em funcionamento,

- a) a diferença de potencial, em V, nos terminais do resistor de 40Ω e a potência dissipada por ele, em W.
 b) a intensidade da corrente elétrica, em amperes, que atravessa a barra AC e a massa M , em kg, do objeto preso a balança.

- 4 ITA** Um campo magnético \vec{B} é perpendicular ao papel e orientado do papel para o observador. Uma corrente i passa na espira circular de raio r , cujo plano coincide com o papel.

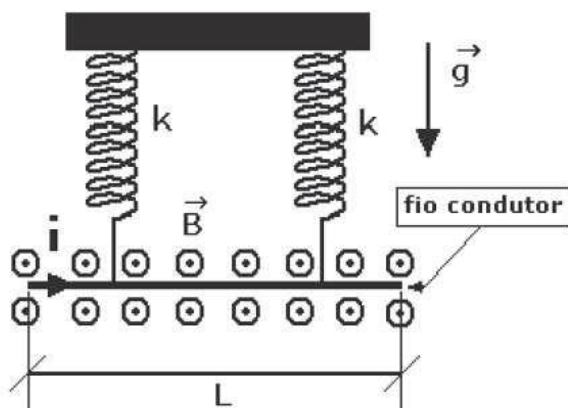


As forças que agem sobre a espira são tais que tendem a produzir nela:

- A um encolhimento.
- B um alargamento.
- C uma rotação no sentido horário em torno de um eixo vertical, pelo seu centro.
- D uma rotação no sentido anti-horário em torno do eixo vertical, pelo centro.
- E uma rotação em torno do eixo EE' do plano da espira.

5 EsPCEX 2016 A figura abaixo representa um fio condutor homogêneo rígido, de comprimento L e massa M , que está em um local onde a aceleração da gravidade tem intensidade g . O fio é sustentado por duas molas ideais, iguais, isolantes e, cada uma, de constante elástica k . O fio condutor está imerso em um campo magnético uniforme de intensidade B , perpendicular ao plano da página e saindo dela, que age sobre o condutor mas não sobre as molas.

Uma corrente elétrica i passa pelo condutor e, após o equilíbrio do sistema, cada mola apresentará uma deformação de:



Desenho ilustrativo - fora de escala

- A $\frac{Mg + 2k}{BiL}$
- B $\frac{BiL}{Mg + 2k}$
- C $\frac{k}{2(Mg + BiL)}$
- D $\frac{Mg + BiL}{2k}$
- E $\frac{2k + BiL}{Mg}$

6 ITA Uma ddp constante é aplicada aos terminais de uma mola condutora helicoidal. A mola:

- A tende a se alongar.
- B tende a encurtar.
- C tende a girar em torno de seu eixo.
- D não tem tendência a se mover ou se deformar.
- E nenhuma das afirmações anteriores é correta.

7 UEPG 2018 Dois fios condutores muito longos, de comprimento L , estão dispostos paralelamente e separados por uma distância r , onde $(r \ll L)$. Cada fio transporta uma corrente elétrica I . Considerando que o meio onde os fios se encontram é o vácuo, assinale o que for correto.

- 01 Se as correntes elétricas transportadas em cada fio tiverem sentidos opostos, a força magnética entre eles será atrativa.
- 02 O módulo da força magnética entre os fios é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles.
- 04 A força magnética entre os dois fios é proporcional ao produto das correntes elétricas transportadas em cada fio.
- 08 O valor do vetor indução magnética no ponto médio da distância entre os dois fios é necessariamente nulo.
- 16 A direção da força magnética entre os fios é perpendicular ao comprimento dos fios.

Soma:

8 Enem 2018 A tecnologia de comunicação da etiqueta RFID (chamada de etiqueta inteligente) é usada há anos para rastrear gado, vagões de trem, bagagem aérea e carros nos pedágios. Um modelo mais barato dessas etiquetas pode funcionar sem baterias e é constituído por três componentes: um microprocessador de silício; uma bobina de metal, feita de cobre ou de alumínio, que é enrolada em um padrão circular; e um encapsulador, que é um material de vidro ou polímero envolvendo o microprocessador e a bobina. Na presença de um campo de radiofrequência gerado pelo leitor, a etiqueta transmite sinais. A distância de leitura é determinada pelo tamanho da bobina e pela potência da onda de rádio emitida pelo leitor.

Disponível em <http://eletronicos.hsw.uol.com.br>. Acesso em: 27 fev. 2012 (adaptado).

A etiqueta funciona sem pilhas porque o campo

- A elétrico da onda de rádio agita elétrons da bobina.
- B elétrico da onda de rádio cria uma tensão na bobina.
- C magnético da onda de rádio induz corrente na bobina.
- D magnético da onda de rádio aquece os fios da bobina.
- E magnético da onda de rádio diminui a ressonância no interior da bobina.

9 UPF 2018 A indução eletromagnética é um fenômeno que se encontra presente em diversos equipamentos que utilizamos cotidianamente. Ela é utilizada para gerar energia elétrica e seu princípio físico consiste no aparecimento de uma força eletromotriz entre os extremos de um fio condutor. Para que essa força eletromotriz surja, é necessário haver variação de

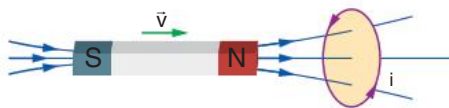
- A campo elétrico.
- B resistência elétrica.
- C capacitância elétrica.
- D temperatura.
- E fluxo magnético.

10 ITA Faz-se o polo norte do ímã aproximar-se da extremidade de um solenoide, em circuito aberto, conforme ilustra a figura a seguir.

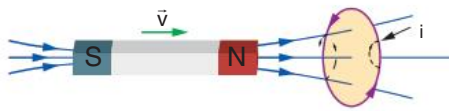


- Nestas condições, durante a aproximação, aparece:
- A uma corrente elétrica que circula pela bobina.
 - B um campo magnético paralelo ao eixo da bobina e contrário ao campo do ímã.
 - C uma força eletromotriz entre os terminais da bobina.
 - D um campo magnético perpendicular ao eixo da bobina.
 - E um campo magnético paralelo ao eixo da bobina e de sentido oposto ao do ímã.

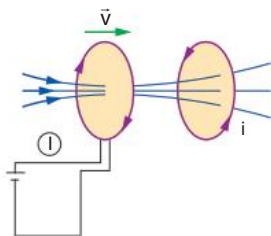
11 ITA Considere as situações representadas a seguir. A situação que contraria a Lei de indução de Faraday será:



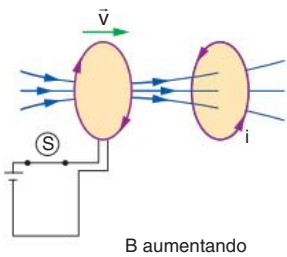
B espira em deformação (diminuindo).



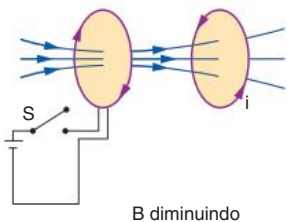
C circuito (I) deslocando-se com uma velocidade \vec{v} .



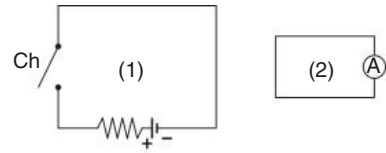
D logo após o instante em que se fecha a chave S.



E logo após o instante em que se abre a chave S.

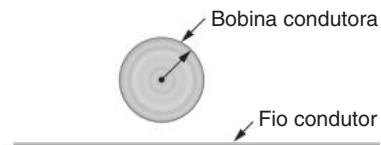


12 FMI Analisando a figura a seguir e sabendo-se que as espiras (1) e (2) são condutoras e estão no plano do papel, podemos afirmar que:



- I. no instante em que a chave Ch é fechada, o sentido da corrente na espira (2) será horário.
 - II. no instante em que a chave Ch é aberta, o sentido da corrente na espira (2) será horário.
 - III. enquanto a chave Ch permanece fechada e o conjunto constituído pelo circuito (1) e pela espira (2) se move para a direita, com velocidade relativa constante, o sentido da corrente na espira (2) é anti-horário.
- A Apenas I está correta.
 - B Apenas II está correta.
 - C Apenas III está correta.
 - D I e III estão corretas.
 - E II e III estão corretas.

13 ITA Um fio retilíneo e longo acha-se percorrido por uma corrente i , que pode aumentar ou diminuir com o tempo. Uma espira condutora circular de raio R acha-se nas proximidades desse fio, com o seu eixo de simetria disposto perpendicularmente ao fio como mostra a figura. Qualquer variação na corrente i que percorre o fio irá, segundo a Lei de indução de Faraday, induzir uma corrente I_{ind} na bobina, cujo sentido será ditado pela Lei de Lenz, ou seja, essa corrente induzida I_{ind} tem sentido tal que tende a criar um fluxo de I_{ind} através da bobina, oposto à variação do fluxo de \vec{B} que lhe deu origem. Se a corrente i que percorre o fio estiver crescendo ou decrescendo no tempo, a corrente I_{ind} deverá ter seu sentido indicado na configuração:

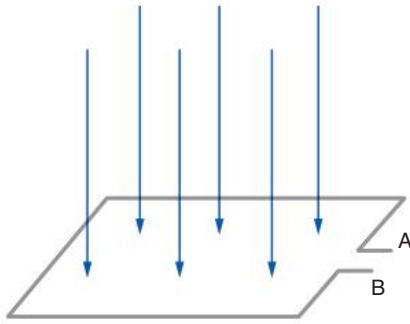


- A
- B
- C
- D

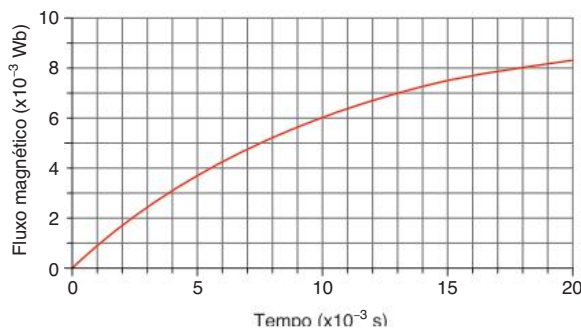
E nenhuma das configurações é correta.

14 FEI Uma espira condutora plana de área $A = 0,5 \text{ m}^2$ está animada de movimento de translação no interior de um campo de indução magnética uniforme, de intensidade variável com o tempo de acordo com a expressão $B = 2t$ (Sistema Internacional). Sendo o campo normal à espira, qual a força eletromotriz induzida na espira?

15 UFU Uma espira quadrada de lados $0,10 \text{ m}$ e resistência total 20Ω está imersa em um campo magnético orientado perpendicularmente ao plano de espira, conforme figura a seguir.



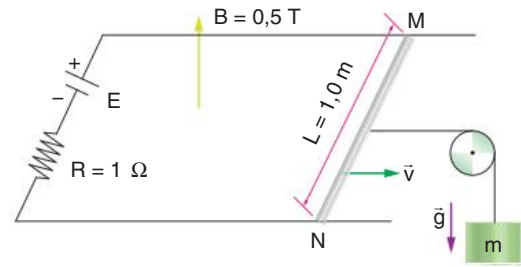
O fluxo magnético através da espira varia com o tempo de acordo com o seguinte gráfico.



A partir dessas informações, é correto afirmar que:

- A se o campo magnético varia apenas com o tempo, o seu módulo no instante $t = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ será igual a 8 T .
- B a força eletromotriz induzida entre os pontos A e B, entre os instantes $t = 0 \text{ s}$ e $t = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, será de 2 V .
- C de acordo com a Lei de Lenz, a corrente elétrica induzida na espira circulará de B para A.
- D a corrente elétrica induzida na espira entre os instantes $t = 0 \text{ s}$ e $t = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ será de $0,025 \text{ A}$.

16 FMABC No sistema figurado a seguir, a barra condutora MN, de resistência desprezível, desloca-se com velocidade constante $v = 20 \text{ m/s}$, apoiada em trilhos condutores, retos, paralelos e de resistência desprezível, puxada por um corpo de massa $m = 2 \text{ kg}$. Nas extremidades do trilho, está ligado um gerador de força eletromotriz E e resistência interna R. A aceleração da gravidade é $g = 10 \text{ m/s}^2$ e o campo de indução magnética é B perpendicular ao plano do sistema.



A força eletromotriz induzida na barra é:

- A 12 V
- B 6 V
- C 110 V
- D 50 V
- E 10 V

17 FMABC Retornar o enunciado precedente. A força eletromotriz E do gerador vale:

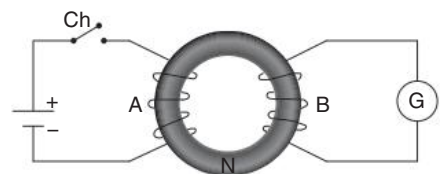
- A 10 V
- B 20 V
- C 30 V
- D 40 V
- E 50 V

18 UEM 2018 Em relação a fenômenos envolvendo ondas eletromagnéticas e, portanto, Eletromagnetismo em geral, assinale o que for **correto**.

- 01 A variação temporal de um campo magnético em determinada região do espaço induz um campo elétrico nessa mesma região.
- 02 A variação temporal de um campo elétrico em determinada região do espaço induz um campo magnético nessa mesma região.
- 04 Campos elétricos e campos magnéticos, propagando-se pelo espaço devido a induções recíprocas e incessantes, estão presentes em uma onda eletromagnética.
- 08 A velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas depende de onde ela se propaga.
- 16 Ao incidir sobre uma placa metálica condutora, uma onda eletromagnética pode transferir energia, mas não pode transferir quantidade de movimento.

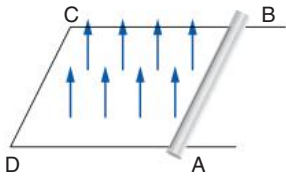
Soma:

19 ITA Na montagem da figura, A e B são enrolamentos de fios condutores, G é um galvanômetro e N um núcleo de ferro.



- A Há uma corrente transitória em G, quando a chave Ch é fechada.
- B Há corrente em G, enquanto Ch estiver fechada.
- C Somente haverá corrente em G, quando Ch for aberta.
- D Nunca haverá corrente em G.
- E Nenhuma das afirmações é correta.

- 20 ITA** No circuito da figura, a barra metálica AB é móvel e apoia-se num arame ABCD fixo e situado num plano horizontal. Existe um campo estático de indução magnética cuja direção é vertical. A barra AB recebeu um impulso e em seguida foi abandonada, de forma que, no instante considerado, desloca-se da direita para esquerda.



Podemos afirmar que:

- A não há corrente elétrica no circuito e o movimento de AB é uniforme até ser impedido mecanicamente.
 B há corrente elétrica no sentido ADCB e o movimento de AB é acelerado.
 C há corrente elétrica no sentido ABCD e o movimento de AB é retardado.
 D há corrente elétrica no sentido ABCD e o movimento de AB é acelerado.
 E há corrente elétrica no sentido ADCB e o movimento de AB é retardado.

- 21 Acafe 2018** Tasers são armas de eletrochoque que usam uma corrente elétrica para imobilizar pessoas que estejam representando alguma ameaça a alguém ou à ordem pública. O sistema interno da arma cria e trata a corrente elétrica que será descarregada por meio dos fios de cobre. Capacitores, transformadores e baterias são peças fundamentais nesse processo.

Fonte: Disponível em: <<https://www.tecmundo.com.br/infografico/12216-a-tecnologia-das-armas-taser-infografico-.htm>>. Adaptada. Acesso em: 03 de set. 2017.

Nesse sentido, assinale a alternativa correta que completa as lacunas das frases a seguir.

O Transformador é um equipamento elétrico que tem seu princípio de funcionamento baseado na _____. A bateria é uma fonte de energia que transforma energia _____ em energia elétrica. O capacitor é um dispositivo que armazena _____.

- A Lei de Coulomb - térmica - campo magnético
 B Lei de Lenz - luminosa - corrente elétrica
 C Lei de Faraday - química - cargas elétricas
 D Lei de Newton - magnética - resistência elétrica

- 22 Udesc 2017** Uma corrente elétrica é induzida em um anel condutor que está no plano horizontal, e o sentido de circulação dos portadores de corrente é horário, quando vista de cima.

Com base nas informações, analise as proposições.

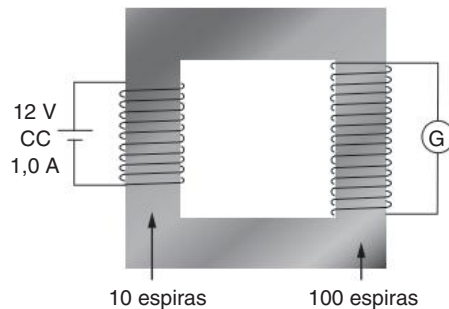
- I. Um campo magnético constante aponta verticalmente para baixo.
 II. Um campo magnético, cuja magnitude está aumentando, aponta verticalmente para cima.
 III. Um campo magnético, cuja magnitude está aumentando, aponta verticalmente para baixo.

- IV. Um campo magnético, cuja magnitude está diminuindo, aponta verticalmente para baixo.
 V. Um campo magnético, cuja magnitude está diminuindo, aponta verticalmente para cima.

Assinale a alternativa **correta**.

- A Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
 B Somente as afirmativas III e V são verdadeiras.
 C Somente a afirmativa I é verdadeira.
 D Somente as afirmativas IV e V são verdadeiras.
 E Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

- 23 Efoa** O transformador, esquematizado na figura a seguir, é um dispositivo que permite a elevação ou o abaixamento da tensão fornecida, utilizando-se dos princípios da indução eletromagnética. Observe a figura atentamente.

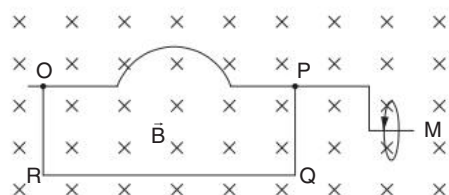


A diferença de potencial no medidor G e a corrente que flui através dele são, respectivamente:

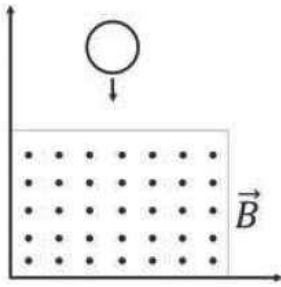
- A 120 V e 0,1 A. D 0,0 V e 0,0 A.
 B 120 V e 10 A. E 1,2 V e 10 A.
 C 1,2 V e 1,0 A.

- 24 Mackenzie** Com um fio metálico de comprimento igual a 100 cm e de seção transversal de 1 mm^2 , faz-se uma espira retangular de lados de 20 cm e 30 cm. A espira é colocada no campo de indução magnética, cuja direção é perpendicular ao plano da mesma e cuja intensidade varia na taxa constante de $0,01 \text{ T}\cdot\text{s}^{-1}$. Sendo a resistividade do fio metálico igual a $2 \cdot 10^{-8} \text{ ohm}\cdot\text{m}$, qual a potência dissipada na espira, por efeito Joule?

- 25 Unicamp** A figura a seguir representa um circuito condutor fechado OPQR, imerso num campo de indução magnética \vec{B} estático e uniforme, perpendicular ao plano OPQR e penetrando no papel. Por meio da manivela M, põe-se o trecho OP a girar uniformemente, mantendo-se os contatos elétricos em O e P. Esboce o gráfico da corrente elétrica induzida no circuito OPQR, em função do tempo.



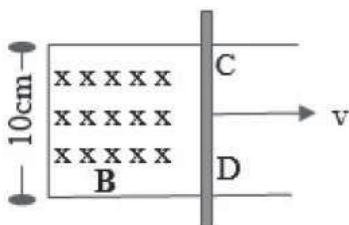
- 26 UFJF 2017** Um anel metálico cai verticalmente devido ao seu peso em uma região de campo magnético constante saindo perpendicularmente ao plano da folha, de acordo com a figura a seguir.



Assinale a alternativa CORRETA sobre a corrente induzida no anel.

- A não existe corrente induzida no anel durante o percurso da queda pois o campo é constante.
 B a corrente induzida no anel é no sentido horário quando o anel entra na região do campo.
 C a corrente induzida no anel é no sentido anti horário quando o anel entra na região do campo.
 D existe uma corrente induzida durante todo o instante de queda devido a variação da posição do anel em relação ao campo.
 E existe uma corrente induzida somente quando o anel encontra-se totalmente imerso no campo.

- 27 Udesc 2018 (Adapt.)** Na figura, a barra feita de material condutor desliza sem atrito, com velocidade constante de $6,0 \text{ cm/s}$ para a direita, sobre trilhos de material também condutor, no plano horizontal. A barra partiu da extremidade esquerda do trilho em $t = 0 \text{ s}$. Nesta região, há um campo magnético uniforme de intensidade de 10^{-4} T , como mostra a figura.



Assinale a alternativa que corresponde ao valor absoluto da tensão induzida, em microvolts, entre os pontos C e D da barra.

- A 600 C 0,060 E 0,60
 B 6000 D 60

- 28 ITA 2017** Elétrons com energia cinética inicial de 2 MeV são injetados em um dispositivo (bétatron) que os acelera em uma trajetória circular perpendicular a um campo magnético cujo fluxo varia a uma taxa de 1000 Wb/s . Assinale a energia cinética final alcançada pelos elétrons após 500000 revoluções.

- A 498 MeV C 502 MeV E 506 MeV
 B 500 MeV D 504 MeV

- 29 Uerj 2018** A corrente elétrica no enrolamento primário de um transformador corresponde a 10 A , enquanto no enrolamento secundário corresponde a 20 A .

Sabendo que o enrolamento primário possui 1200 espiras, o número de espiras do enrolamento secundário é:

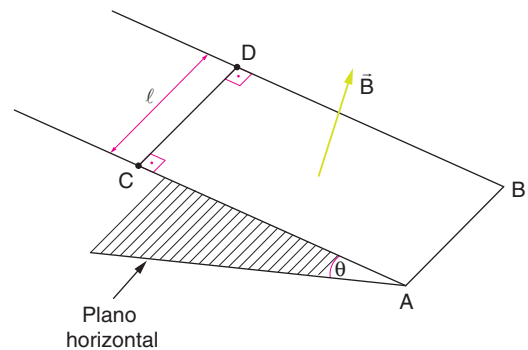
- A 600 C 2400
 B 1200 D 3600

- 30 Uerj 2016** Em uma loja, a potência média máxima absorvida pelo enrolamento primário de um transformador ideal é igual a 100 W . O enrolamento secundário desse transformador, cuja tensão eficaz é igual a $5,0 \text{ V}$, fornece energia a um conjunto de aparelhos eletrônicos ligados em paralelo. Nesse conjunto, a corrente em cada aparelho corresponde a $0,1 \text{ A}$.

O número máximo de aparelhos que podem ser alimentados nessas condições é de:

- A 50 B 100 C 200 D 400

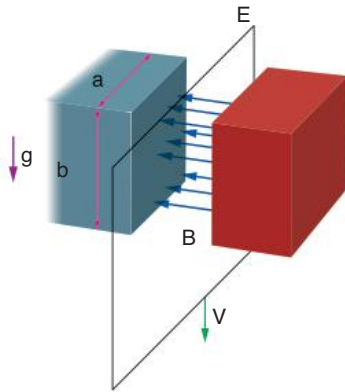
- 31** Dois trilhos paralelos, inclinados de θ em relação a um plano horizontal, são condutores ideais. As extremidades A e B dos trilhos são ligadas através de um condutor também ideal.



Uma haste CD, de comprimento l , massa m e resistência elétrica R , é abandonada a partir do repouso e desliza sem atrito, mantendo-se sempre perpendicular aos trilhos. Existe, no local, um campo magnético uniforme e perpendicular ao plano dos trilhos, como mostra a figura. O campo de gravidade local tem módulo igual a g . Determine o módulo da velocidade máxima atingida pela haste, admitindo-se que isto ocorre antes de ela chegar aos extremos A e B. Despreze as influências do ar.

- 32 Fuvest** Um procedimento para estimar o campo magnético de um ímã baseia-se no movimento de uma grande espira condutora E através desse campo. A espira retangular E é abandonada à ação da gravidade entre os polos do ímã de modo que, enquanto a espira cai, um de seus lados horizontais (apenas um) corta perpendicularmente as linhas de campo. A corrente elétrica induzida na espira gera uma força eletromagnética que se opõe a seu movimento de queda, de tal forma que a espira termina atingindo uma velocidade V constante. Essa velocidade é mantida enquanto esse lado da espira estiver passando entre os polos do ímã.

A figura representa a configuração usada para medir o campo magnético, uniforme e horizontal, criado entre os polos do ímã.

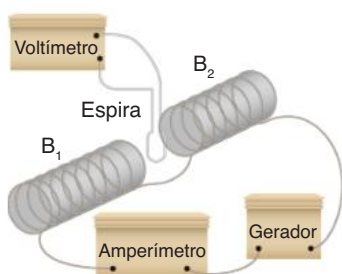


Espira:	
Massa M	0,016 kg
Resistência R	0,10 Ω
Dimensões do ímã:	
Largura a	0,20 m
Altura b	0,15 m

As características da espira e do ímã estão apresentadas na tabela. Para a situação em que um dos lados da espira alcança a velocidade constante $V = 0,40$ m/s entre os polos do ímã, determine:

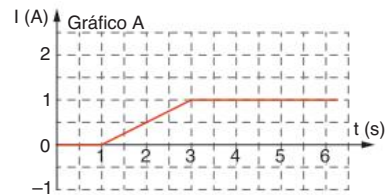
- a intensidade da força eletromagnética F , em N, que age sobre a espira, de massa M , opondo-se à gravidade no seu movimento de queda a uma velocidade constante.
- o trabalho realizado pela força de gravidade por unidade de tempo (potência), que é igual à potência P dissipada na espira, em watts.
- a intensidade da corrente elétrica i , em amperes, que percorre a espira, de resistência R .
- o campo magnético B , em tesla, existente entre os polos do ímã.

- 33 Fuvest** Duas bobinas iguais, B_1 e B_2 , com seus eixos alinhados, são percorridas por uma mesma corrente elétrica e produzem um campo magnético uniforme no espaço entre elas. Nessa região, há uma espira, na qual, quando o campo magnético varia, é induzida uma força eletromotriz \mathcal{E} , medida pelo voltímetro. Quando a corrente I , que percorre as bobinas, varia em função do tempo, como representado no Gráfico A, mede-se $\mathcal{E}_A = 1,0$ V, para o instante $t = 2$ s.

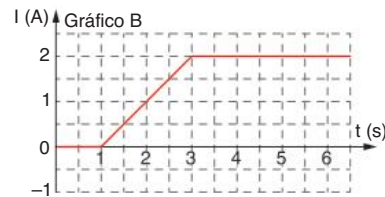


Para analisar esse sistema:

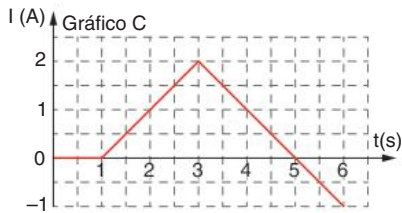
- construa o gráfico R_A , da variação de \mathcal{E} , em função do tempo, para o intervalo entre 0 e 6 s, quando a corrente I varia como no Gráfico A.



- determine o valor de \mathcal{E}_B para $t = 2$ s e construa o gráfico R_B , da variação de \mathcal{E} , em função do tempo, para o intervalo entre 0 e 6 s, quando a corrente I varia como no Gráfico B.

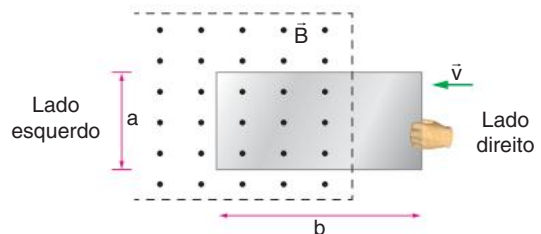


- determine o valor de \mathcal{E}_C para $t = 5$ s e construa o gráfico R_C , da variação de \mathcal{E} , em função do tempo, para o intervalo entre 0 e 6 s, quando a corrente I varia como no Gráfico C.



Note e Adote: A força eletromotriz induzida em uma espira é proporcional à variação temporal do fluxo do campo magnético em sua área.

- 34 UFSC** Ao fazer uma demonstração em uma aula experimental, um professor de Física introduz uma espira metálica retangular de lados a e b , com velocidade constante \vec{v} , em uma região onde há um campo magnético \vec{B} constante, perpendicular ao plano da espira, como mostra a figura abaixo. O trecho esquerdo da espira, de comprimento a , tem resistência R e o restante dela tem resistência desprezível.



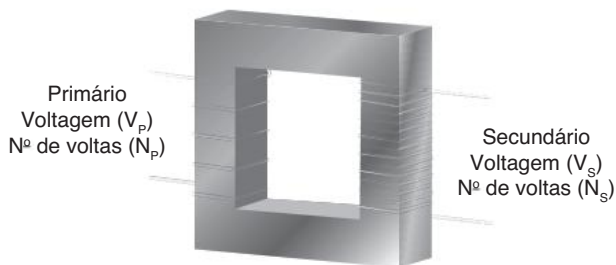
Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- O sentido da corrente induzida na espira é horário.
- A transformação do trabalho mecânico realizado pelo professor em energia térmica na espira é explicada pelo princípio da conservação da energia.

- 04 O fluxo magnético dentro do plano da espira não varia, pois o campo magnético \vec{B} , na região, tem módulo constante.
- 08 A Lei de Lenz, que determina o sentido da corrente induzida na espira, é uma consequência do princípio da conservação da energia.
- 16 Atua sobre o fio esquerdo da espira, de resistência R e comprimento a , uma força magnética de módulo $\frac{B^2 a^2 v}{R}$, direção horizontal e sentido da direita para a esquerda.

Soma:

- 35 UFSC** Na transmissão de energia elétrica das usinas até os pontos de utilização, não bastam fios e postes. Toda a rede de distribuição depende fundamentalmente dos transformadores, que ora elevam a tensão, ora a rebaixam. Nesse sobe e desce, os transformadores não só resolvem um problema econômico, como melhoram a eficiência do processo. O esquema abaixo representa esquematicamente um transformador ideal, composto por dois enrolamentos (primário e secundário) de fios envoltos nos braços de um quadro metálico (núcleo), e a relação entre as voltagens no primário e no secundário é dada por $\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$.



Em relação ao exposto, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 O princípio básico de funcionamento de um transformador é o fenômeno conhecido como indução eletromagnética: quando um circuito fechado é submetido a um campo magnético variável, aparece no circuito uma corrente elétrica cuja intensidade é proporcional às variações do fluxo magnético.
- 02 No transformador, pequenas intensidades de corrente no primário podem criar grandes intensidades de fluxo magnético, o que ocasionará uma indução eletromagnética e o aparecimento de uma voltagem no secundário.
- 04 O transformador acima pode ser um transformador de elevação de tensão. Se ligarmos uma bateria de automóvel de 12 V em seu primário (com 48 voltas), iremos obter uma tensão de 220 V em seu secundário (com 880 voltas).
- 08 Podemos usar o transformador invertido, ou seja, se o ligarmos a uma tomada em nossa residência (de corrente alternada) e aplicarmos uma tensão de 220 V em seu secundário (com 1000 voltas),

obteremos uma tensão de 110 V no seu primário (com 500 voltas).

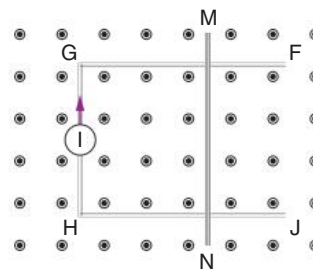
- 16 Ao acoplarmos um transformador a uma tomada e a um aparelho elétrico, como não há contato elétrico entre os fios dos enrolamentos primário e secundário, o que impossibilita a passagem da corrente elétrica entre eles, não haverá transformação dos valores da corrente elétrica, somente da tensão.
- 32 O fluxo magnético criado pelo campo magnético que aparece quando o transformador é ligado depende da área da seção reta do núcleo metálico.

Soma:

- 36 ITA** Considere o transformador da figura, onde V_p é a tensão no primário, V_s é a tensão no secundário, R um resistor, N_1 e N_2 são o número de espiras no primário e secundário, respectivamente, e S uma chave. Quando a chave é fechada, qual deve ser a corrente I_p no primário?



- 37 ITA** A figura mostra um circuito formado por uma barra fixa FGHI e uma barra móvel MN, imerso num campo magnético perpendicular ao plano desse circuito.



Considerando desprezível o atrito entre as barras e também que o circuito seja alimentado por um gerador de corrente constante I , o que deve acontecer com a barra móvel MN?

- A Permanece no mesmo lugar.
- B Move-se para a direita com velocidade constante.
- C Move-se para a esquerda com velocidade constante.
- D Move-se para a direita com aceleração constante.
- E Move-se para a esquerda com aceleração constante.
- 38 UFRN 2011** O inglês Michael Faraday (1791-1867) pode ser considerado um dos mais influentes cientistas de todos os tempos e seus trabalhos científicos ainda hoje têm repercussão na sociedade científico-tecnológica. Um dos mais importantes desses trabalhos é a lei de indução eletromagnética que leva seu nome – Lei de Faraday –, que trata de uma situação experimental envolvendo o ímã e uma espira. Essa lei pode ser enunciada como: “a força eletromotriz induzida em uma espira fechada é

proporcional à variação do fluxo magnético que a atravessa e inversamente proporcional ao intervalo de tempo em que ocorre essa variação”.

Em relação à lei referida no texto, é correto afirmar que a força eletromotriz induzida na espira:

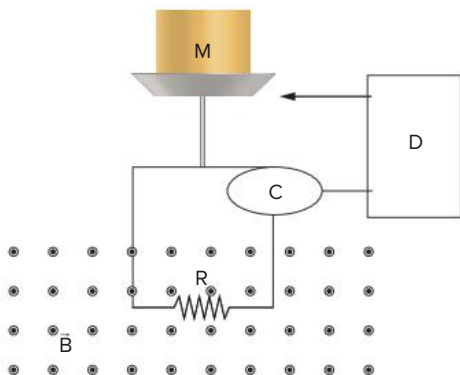
- A depende do produto da variação do fluxo magnético através da espira pelo intervalo de tempo.
- B não depende do movimento relativo entre o ímã e a espira.
- C depende do movimento relativo entre o ímã e a espira.
- D não depende da razão entre a variação do fluxo magnético através da espira pelo intervalo de tempo.

39 ITA Considere uma espira retangular de lados a e b percorrida por uma corrente I , cujo plano da espira é paralelo a um campo magnético B . Sabe-se que o módulo do torque sobre essa espira é dado por $\tau = IBab$. Supondo que a mesma espira possa assumir qualquer outra forma geométrica, indique o valor máximo possível que se consegue para o torque.

- A $\frac{IB(a+b)^2}{\pi}$
- B $IBab$
- C $2IBab$
- D $\frac{IBab}{2\pi}$
- E $\frac{IBab}{\pi}$

40 Unifesp Em uma balança analítica eletrônica, o prato que recebe a massa M , a ser aferida, fica sobre um suporte acoplado a uma bobina quadrada de lado $5,0$ cm e com 10 voltas, que se ajusta perpendicularmente às linhas de campo magnético \vec{B} uniforme e constante, de módulo igual a $2,0$ T, orientado para fora do plano da figura. A corrente elétrica produzida pela célula fotoelétrica C, ao percorrer a bobina, interage com o campo magnético, resultando em uma força magnética que sustenta o prato e o suporte na posição de equilíbrio mecânico. A balança está zerada quando o nível do braço indicador D coincide com o fundo do prato vazio. Quando a massa M é colocada sobre o prato, o conjunto sai da posição de equilíbrio e tende a mover-se para baixo, desalinhando o braço indicador com o fundo do prato. Nesta situação surge uma corrente elétrica na bobina fazendo com que o fundo do prato volte à sua posição original. Considere que a balança encontra-se inicialmente zerada e o fluxo do campo magnético sobre a bobina mantenha-se constante.

Dado: $g = 10,0 \text{ m/s}^2$.



Determine:

- a) o módulo, a direção e o sentido da força magnética resultante sobre a bobina devido à massa de 10 g colocada sobre o prato.
- b) o sentido (horário ou anti-horário) da corrente elétrica na bobina necessária para equilibrar a massa de 10 g, bem como a potência elétrica dissipada pela bobina nessa situação. A resistência ôhmica R equivalente da bobina é 50Ω .

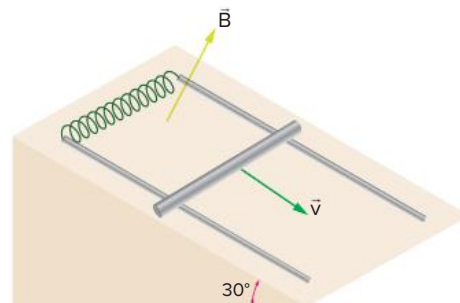
41 ITA A figura representa o campo magnético de dois fios paralelos que conduzem correntes elétricas.



A respeito da força magnética resultante no fio da esquerda, podemos afirmar que ela:

- A atua para a direita e tem magnitude maior que a da força no fio da direita.
- B atua para a direita e tem magnitude igual à da força no fio da direita.
- C atua para a esquerda e tem magnitude maior que a da força no fio da direita.
- D atua para a esquerda e tem magnitude igual à da força no fio da direita.
- E atua para a esquerda e tem magnitude menor que a da força no fio da direita.

42 ITA Uma haste metálica com $5,0$ kg de massa e resistência de $2,0 \Omega$ desliza sem atrito sobre duas barras paralelas separadas de $1,0$ m, interligadas por um condutor de resistência nula e apoiadas em um plano de 30° com a horizontal, conforme a figura. Tudo encontra-se imerso num campo magnético \vec{B} , perpendicular ao plano do movimento, e as barras de apoio têm resistência e atrito desprezíveis. Considerando que após deslizar durante um certo tempo a velocidade da haste permanece constante em $2,0$ m/s, assinale o valor do campo magnético.



- A $25,0$ T
- B $20,0$ T
- C $15,0$ T
- D $10,0$ T
- E $5,0$ T

FRENTE 2

CAPÍTULO

10

Gravitação

[...] eu derivo dos fenômenos celestes a força da gravidade, através da qual os corpos são atraídos para o Sol e para diversos planetas. Depois, a partir dessas forças gravitacionais e por proposições também matemáticas, deduzo o movimento dos planetas, dos cometas, da Lua e do mar.

Isaac Newton *Princípios matemáticos da filosofia natural* Londres: Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater, 1687

Com base nas leis físicas enunciadas por Newton em sua obra *Princípios matemáticos de filosofia natural*, o homem foi capaz de compreender melhor o movimento dos astros e explorar o espaço. Neste capítulo, nós nos dedicaremos ao estudo da lei da gravitação universal e de outras leis físicas que regem o movimento do astros.

Sistema Solar

Desde a Antiguidade o homem busca uma maior compreensão dos fenômenos relacionados aos astros. Questões acerca do movimento dos corpos celestes, os eclipses, as fases da Lua, os cometas, o fenômeno das marés e outros fenômenos celestes sempre intrigaram o homem, que, ao longo dos séculos, desenvolveu modelos para descrevê-los e prevê-los.

O astrônomo grego Cláudio Ptolomeu propôs, no século II d.C., um dos modelos cosmológicos mais famosos, o **modelo geocêntrico**. Em sua famosa obra *Almagesto*, Ptolomeu colocou a Terra no centro do universo. Embora esse modelo não seja atualmente aceito, ele foi adotado por centenas de anos, e sua descrição matemática era capaz de explicar muitos dos fenômenos astronômicos observados na época. De acordo com o modelo geocêntrico de Ptolomeu, a Lua e o Sol se moveriam em órbitas circulares em torno da Terra, e os planetas descreveriam órbitas circulares em torno de um ponto, em uma trajetória chamada **epiciclo**; esse ponto, por sua vez, se moveria em outra órbita circular, em torno da Terra, em uma trajetória chamada **deferente**.

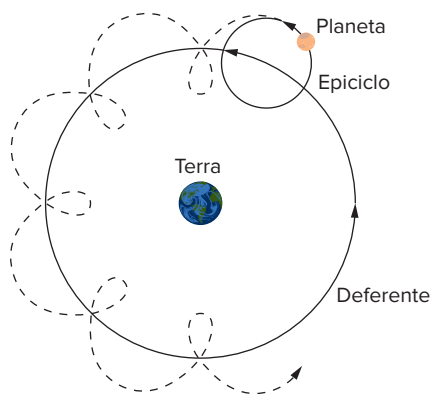


Fig. 1 Trajetória dos planetas em torno da Terra, de acordo com o modelo geocêntrico de Ptolomeu.

No século XVI, o astrônomo e matemático polonês Nicolau Copérnico (1473-1543) propôs um modelo distinto no qual o Sol ocupava o centro do universo. Esse modelo, conhecido como **modelo heliocêntrico**, já tinha sido proposto pelo astrônomo grego Aristarco no século III a.C., porém, Copérnico teria sido o primeiro a apresentar seu caráter científico, descrevendo de maneira satisfatória o movimento dos astros, embora tenha sofrido muitas resistências para ter seu modelo aceito na comunidade científica e religiosa da época.

Já no século XVII, utilizando as observações astronômicas do dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601), o alemão Johannes Kepler (1571-1630) iniciou uma revolução científica propondo leis que eram capazes de descrever com muita precisão o movimento dos planetas. Ao contrário de praticamente todos os seus antecessores, que insistiam que as órbitas planetárias precisavam ter a perfeição mística circular, Kepler afirmou que as órbitas eram elípticas. Embora as leis formuladas por Kepler fossem empíricas, já que ele não entendia ainda o conceito de força e não sabia por que os planetas seguiam aquelas órbitas, essas leis serviriam de base para os estudos do cientista inglês Isaac Newton (1643-1727) no desenvolvimento da lei da gravitação universal.

Eduard Ender/Wikimedia Commons



Coletção particular

Fig. 2 Retratos de Tycho Brahe (esquerda) e Johannes Kepler (direita) pintados no século XVII.

Newton é reconhecido como um dos cientistas que mais contribuíram para o desenvolvimento das ciências na história da humanidade. Dotado de inteligência e capacidade analítica extraordinárias, Newton contribuiu significativamente para o desenvolvimento da Física, principalmente nos ramos da Mecânica, Gravitação e Óptica e da Matemática com o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral.

Uma das grandes conclusões enunciadas em sua obra mais famosa, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (*Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*), mais conhecida como *Principia*, publicada em 1687, é que as leis da natureza são as mesmas para a Terra e nos corpos celestes. Hoje, essa afirmação pode parecer óbvia, porém, antes de Newton, existia uma convicção de que na Terra as leis que governavam o nosso dia a dia eram diferentes das que governavam os movimentos dos corpos celestes.

Antes mesmo das conclusões de Newton, o italiano Galileu Galilei (1564-1642) também havia estudado os efeitos da gravidade terrestre por meio de experimentos com corpos acelerados em planos inclinados. Mas Newton foi além e conseguiu formular matematicamente as leis que regem os movimentos dos corpos, as chamadas Leis de Newton.

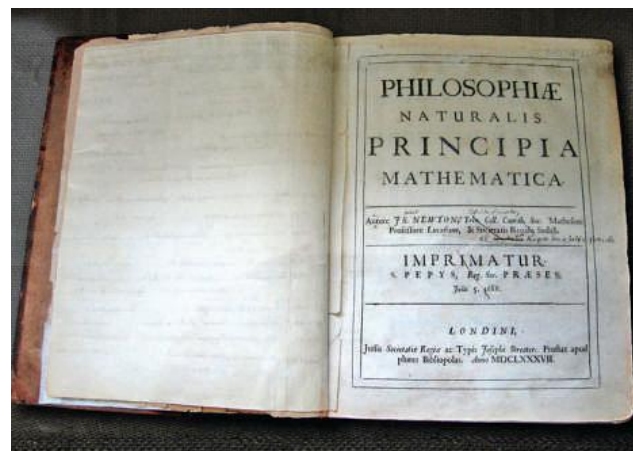


Fig. 3 Primeira edição do *Principia*, com anotações do próprio Newton.

Isaac Newton. *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Londres. Jussu Societatis regiae ac Typsi. Joseph. Streater. Prostat. Apud Pures Bibliopolas. 1687

Embora a teoria desenvolvida por Newton seja precisa, simples e prática, ela não explica de maneira satisfatória alguns fenômenos mais complexos, como a precessão do periélio de Mercúrio (uma variação periódica no formato da órbita de Mercúrio em torno do Sol).

Em 1915, um jovem físico alemão chamado Albert Einstein (1879-1955) publicou a sua Teoria da Relatividade Geral, que conseguiu explicar satisfatoriamente algumas anomalias observadas nos movimentos planetários.

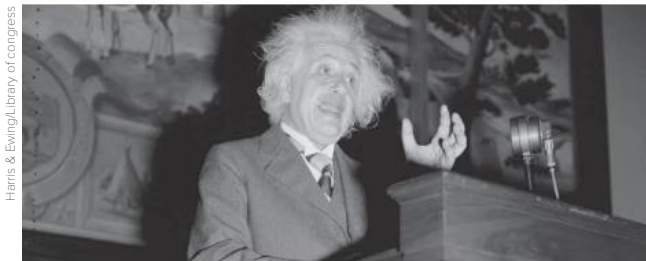


Fig. 4 Albert Einstein.

Atualmente, existem estudos avançados sobre buracos negros, expansão do universo, variações temporais da constante gravitacional e teorias que podem explicar de maneira unificada a gravitação e o eletromagnetismo.

Assim, focando o estudo em nosso Sistema Solar, pode-se observar uma estrela, o Sol, e **oito planetas**: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, nessa ordem a partir do Sol. Plutão deixou de ser um planeta em 2006 e foi reclassificado como planeta-anão, de acordo com União Astronômica Internacional. Existem, também, vários satélites naturais (a Lua é um satélite natural da Terra, e Júpiter apresenta mais de 60 luas) e artificiais (satélites de telecomunicações e estações espaciais, por exemplo).

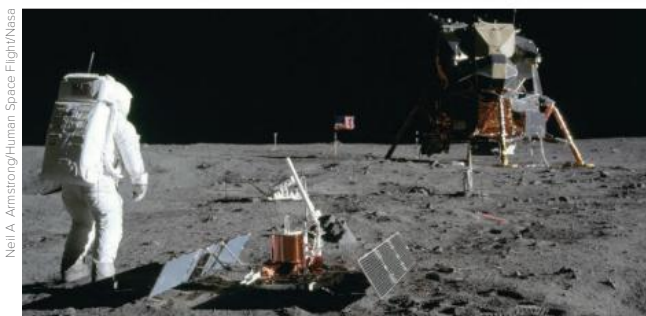


Fig. 5 Foto do astronauta Buzz Aldrin na superfície da Lua, tirada pelo astronauta Neil Armstrong em julho de 1969, durante a missão da Apollo 11.

Em Gravitação, como as distâncias entre planetas, estrelas e galáxias são muito grandes, é comum não se utilizar a unidade de medida de comprimento metro mas, sim, adotarmos outras unidades de medida, como o **ano-luz** e a **unidade astronômica (UA)**.

- **1 ano-luz:** é a distância que a luz percorre, no vácuo, durante um ano juliano (definido pela União Astronômica Internacional como o período de 365,25 dias) e vale aproximadamente $9,5 \cdot 10^{15}$ metros. Lembrar que a velocidade da luz no vácuo é cerca de $3 \cdot 10^8$ m/s.
- **1 UA:** é a distância média entre o Sol e a Terra, que vale aproximadamente $1,5 \cdot 10^{11}$ m.

Devido às grandes dimensões envolvidas no estudo da Gravitação, é importante notar que boa parte das ilustrações do Sistema Solar não está em escala. Como exemplo, pode-se citar o diâmetro da Lua, que é aproximadamente 1/4 do diâmetro da Terra, enquanto que o diâmetro do Sol mede cerca de 109 vezes o diâmetro da Terra.



Fig. 6 Representação da Lua, da Terra e do Sol, fora de escala e em cores fantasia, e seus diâmetros aproximados.

Movimento da Terra

A Terra apresenta vários movimentos distintos, como a translação, rotação, precessão e nutação. Todos os planetas do Sistema Solar, exceto Vênus e Urano, têm o mesmo sentido de rotação, de oeste para leste. O movimento de translação da Terra em torno do Sol consiste em uma trajetória elíptica, que será analisada com mais detalhes na próxima seção.

As estações do ano (primavera, verão, outono e inverno) não estão relacionadas com o fato de a órbita da Terra ser elíptica. Assim, não se pode afirmar que é verão porque a Terra está próxima do Sol (senão o verão aconteceria no Hemisfério Norte e no Hemisfério Sul ao mesmo tempo). As estações do ano existem pois o eixo de rotação terrestre está inclinado em relação ao plano da órbita do sistema Terra Sol, o que faz com que a distribuição dos raios solares seja desigual nos hemisférios ao longo do ano.

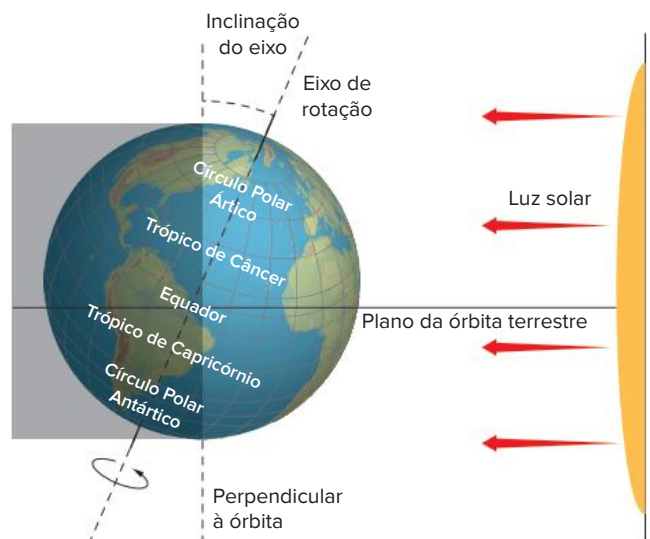


Fig. 7 Esquema com o Hemisfério Norte inclinado em direção ao Sol – nessa situação, é verão no Hemisfério Norte, e inverno no Hemisfério Sul.

Exercício resolvido

1 UFRGS (Adapt.) A astronomia estuda objetos celestes que, em sua maioria, se encontram a grandes distâncias da Terra. De acordo com a mecânica newtoniana, os movimentos desses objetos obedecem à Lei da Gravitação Universal.

Considere as seguintes afirmações, referentes às unidades empregadas em estudos astronômicos.

- I. Um ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz em um ano.
- II. Uma unidade astronômica (1 UA) corresponde à distância média entre a Terra e o Sol.
- III. As estações do ano existem devido à trajetória elíptica da Terra em torno do Sol.

Quais estão corretas?

- A Apenas I. C Apenas III. E I, II e III.
B Apenas II. D Apenas I e II.

Resolução:

- I. Correta, já que essa é a definição de ano-luz.
- II. Correta, já que essa é a definição de unidade astronômica.
- III. Falsa, já que as estações do ano são originadas pelo fato de o eixo imaginário de rotação terrestre estar inclinado em relação ao plano da órbita da Terra em torno do Sol.

Alternativa: D.

Leis de Kepler

Com base em extensas observações, Kepler conseguiu realizar uma descrição geométrica muito precisa da órbita dos planetas em torno do Sol. Ele enunciou três leis básicas do movimento orbital, as chamadas **leis de Kepler**.

Essas leis não valem somente para o Sistema Solar, mas também para quaisquer sistemas em que a massa do corpo central seja muito maior que a massa do corpo em órbita.

Antes de detalhar as leis de Kepler, é essencial relembrar importantes conceitos geométricos da elipse e suas principais propriedades.

Uma elipse é um tipo de seção cônica, formada por um plano que corta um cone em uma curva fechada.

A construção da elipse pelo método geométrico não é complicada. Inicialmente, é necessário fixar dois pontos em uma folha de papel, com uma tachinha, por exemplo. Essas tachinhas são os focos da elipse. Depois, é preciso prender cada uma das extremidades de um pedaço de barbante em uma tachinha. Com um lápis apoiado no barbante, sempre esticado, contorna-se as tachinhas, desenhando uma elipse (Fig. 8).

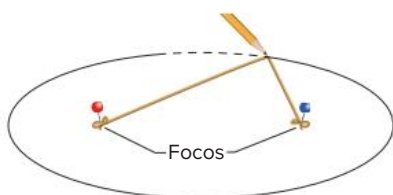


Fig. 8 Método de construção da elipse.

Todas as elipses apresentam dois pontos importantes chamados **focos**. Quando os focos estão muito distantes, a elipse se torna mais achatada, ou seja, mais excêntrica; conforme os focos se aproximam, ela vai se tornando mais próxima de uma circunferência, vai se tornando menos excêntrica. Se os focos coincidirem em um único ponto, temos um caso particular de elipse, a circunferência.

Saiba mais

Galerias do sussurro

Algumas superfícies em formatos de elipsoides, obtidos com a rotação da elipse em torno de um dos seus eixos principais, têm aplicação em refletores odontológicos, em aparelhos para fragmentar cálculos renais (litotripsia extracorpórea) e na arquitetura, por conta das interessantes propriedades ópticas e acústicas. Raios sonoros ou luminosos que passam por um dos focos e são refletidos nas paredes do elipsoide passam pelo outro foco também.

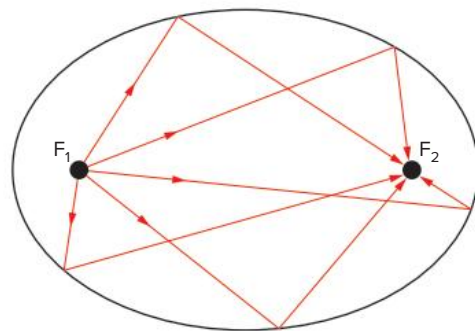


Fig. 9 Em superfícies elípticas, raios sonoros ou luminosos que passam pelo foco são refletidos para o outro foco.

Muitos prédios famosos são projetados para explorar essa propriedade das superfícies elípticas, como as chamadas galerias do sussurro (*whispering galleries*). A catedral de Saint Paul, maior igreja de Londres, projetada pelo arquiteto e matemático Christopher Wren e que foi palco de cerimônias importantes, como o casamento da princesa Diana e o funeral do político britânico Winston Churchill, é um exemplo clássico de galeria do sussurro. Apesar de a catedral ser muito grande, se uma pessoa está em um ponto específico da catedral, em um dos focos, e outra está exatamente sobre o outro foco, elas podem conversar sussurrando que vão se ouvir perfeitamente, mesmo que outras pessoas estejam falando em outros pontos no mesmo instante.

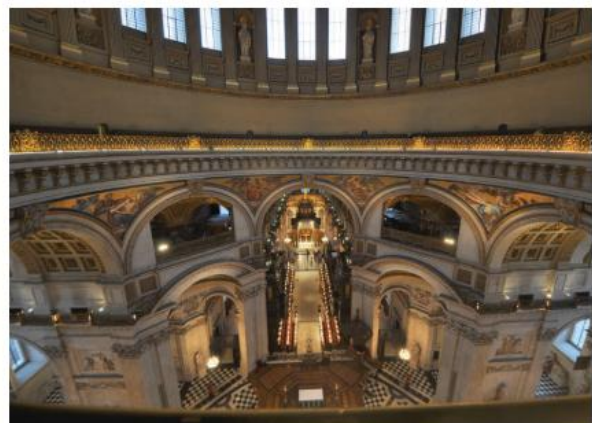


Fig. 10 Catedral de St. Paul, Londres (2011).

Uma elipse tem dois eixos principais, o eixo maior e o eixo menor. O eixo maior tem comprimento que pode ser denominado de $2a$. Assim, metade do eixo maior da elipse – o **semieixo maior** – tem comprimento a e é também chamado de **raio médio** da elipse. Analogamente, o **semieixo menor** tem comprimento b .

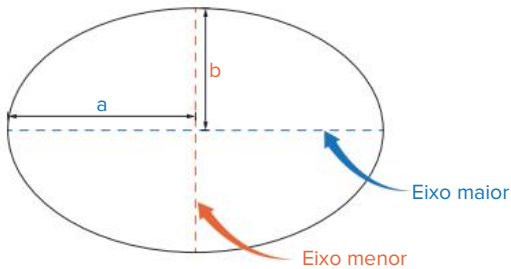


Fig. 11 Eixos principais da elipse.

Primeira lei de Kepler – lei das órbitas

Os planetas descrevem órbitas elípticas, onde o Sol ocupa um dos focos.

De acordo com Kepler, as órbitas dos planetas ao redor do Sol são **elípticas**, e o Sol ocupa um dos focos da elipse; com base nessa observação, postulou a primeira lei de Kepler. No outro foco e no centro da elipse, não existem corpos celestes. O ponto da órbita em que o planeta se encontra mais afastado do Sol é chamado de **afélio**; já o ponto no qual ele está mais próximo do Sol se chama **periélio**. Para satélites orbitando a Terra, esses pontos são chamados de apogeu e perigeu, respectivamente.

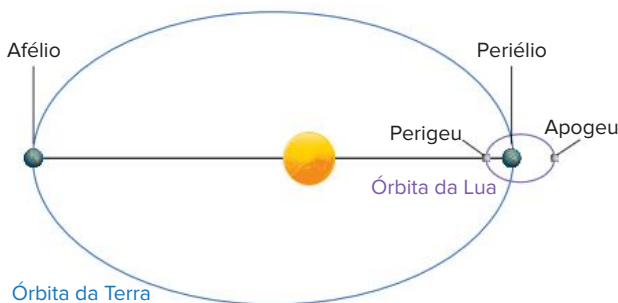


Fig. 12 Esquema das órbitas elípticas da Lua em torno da Terra e da Terra em torno do Sol. Ilustração fora de escala.

Atenção

As órbitas dos planetas do Sistema Solar não são circulares, são elípticas. O Sol está localizado em um dos focos, e não no centro da elipse.

Só se pode considerar que o Sol permanece em um dos focos da elipse pois sua massa é muito maior do que a massa de qualquer outro planeta ou satélite do Sistema Solar. A massa do Sol representa aproximadamente 99,9% da massa de todo o Sistema Solar. Veremos adiante que, em um sistema de dois corpos, é o centro de massa desse sistema que está no foco da elipse.

Apesar de serem todas elípticas, as órbitas dos planetas em torno do Sol apresentam excentricidades distintas. Enquanto a Terra tem uma órbita de baixa excentricidade, ou seja, sua órbita é aproximadamente circular – embora não seja exatamente uma circunferência –, Mercúrio, por sua vez, tem uma alta excentricidade em sua órbita.

Planeta	Excentricidade
Mercúrio	0,2056
Vênus	0,0068
Terra	0,0167
Marte	0,0934
Júpiter	0,0484
Saturno	0,0542
Urano	0,0472
Netuno	0,0097

Tab. 1 Excentricidade da órbita dos planetas do Sistema Solar. Quanto menor a excentricidade, mais próxima de uma circunferência é a órbita.

Newton, por meio do cálculo diferencial e integral, conseguiu deduzir que as órbitas fechadas devem ser elípticas se existir, entre os corpos, uma força gravitacional que dependa da razão direta das massas e do inverso do quadrado da distância. Se a força gravitacional não dependesse do inverso do quadrado da distância, a órbita dos planetas não seria necessariamente elíptica, e a primeira lei de Kepler poderia não ser válida.

Segunda lei de Kepler – lei das áreas

O vetor posição de um planeta varre áreas iguais em tempos iguais.

O vetor posição de um planeta liga o centro do Sol, que está em um dos focos da elipse, à posição do planeta. Conforme o planeta se movimentava na órbita elíptica, o vetor posição vai mudando de direção, sentido e módulo. Esse vetor varre uma certa área durante o movimento do planeta.

Kepler percebeu que, se duas áreas varridas, em regiões distintas da elipse, eram iguais, os intervalos de tempo para o vetor varrer essas áreas também seriam iguais e, com isso, foi postulada a segunda lei de Kepler (Fig. 13).

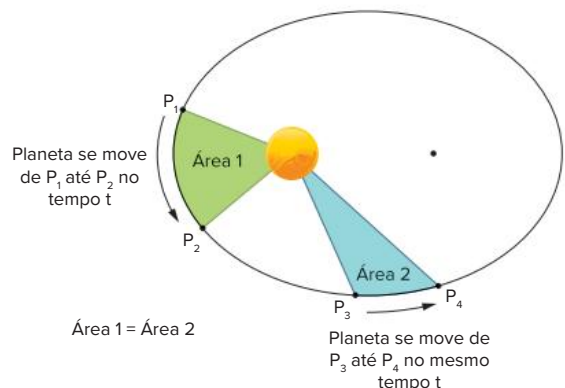


Fig. 13 Esquema da 2ª lei de Kepler, segundo a qual as áreas varridas serão iguais em tempos iguais de percurso.

Uma das consequências importantes dessa lei é que a velocidade do planeta não pode ser constante durante o movimento orbital. Quando o planeta está em posições mais próximas do Sol, ele se movimenta com velocidade maior do que quando está em posições mais afastadas, ou seja, a velocidade é máxima no periélio e mínima no afélio, obedecendo, assim, à lei das áreas. Portanto, o movimento em um trecho da elipse é acelerado, enquanto, no outro trecho, é retardado.

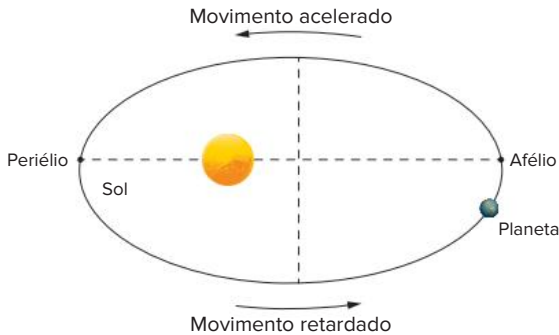


Fig. 14 A velocidade é máxima no periélio e mínima no afélio.

Atenção

A velocidade de um planeta não é constante durante o movimento orbital. Na figura a seguir, repare que o intervalo de tempo para ir da posição A até a posição B não é o mesmo para ir da posição B até a posição A, pois as áreas varridas pelo vetor posição são distintas.

Fig. 15 A área varrida pelo vetor posição de A até B (azul) é menor do que a área varrida de B até A (rosa). Portanto, os intervalos de tempo também são distintos, sendo $t_{AB} < t_{BA}$.

Outra consequência importante da 2ª lei de Kepler é que a velocidade areolar do planeta é constante. Não confunda velocidade areolar com a velocidade escalar da Cinemática: a velocidade escalar do planeta, que pode ser dada em km/s, por exemplo, é variável, porém a área percorrida em um intervalo de tempo, denominada **velocidade areolar**, é constante. Lembrando que a área total de uma elipse é dada por $A = \pi ab$, temos:

$$v_{\text{areolar}} = \frac{\dot{A}}{\Delta t} = \frac{\pi ab}{T} = \text{constante}$$

- a: semieixo maior (raio médio)
- b: semieixo menor
- T: período de revolução

Ainda em decorrência da lei das áreas, podemos citar a relação entre a velocidade do planeta e o módulo do vetor posição, tanto no afélio quanto no periélio. Nessas posições, para um pequeno intervalo de tempo, pode-se considerar que os arcos descritos pelo planeta são aproximadamente segmentos de reta. Como as áreas são iguais em tempos iguais, temos:

$$A_P = A_A \Rightarrow \Delta s_P r_P = \Delta s_A r_A$$

Dividindo ambos os membros da equação pelo intervalo de tempo, temos:

$$\frac{\Delta s_P}{\Delta t} r_P = \frac{\Delta s_A}{\Delta t} r_A \Rightarrow v_P r_P = v_A r_A$$

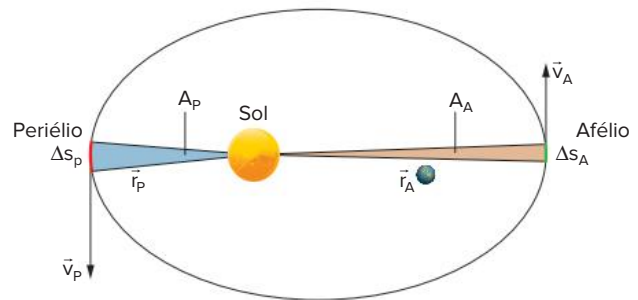


Fig. 16 Representação da lei das áreas.

Veremos a seguir que a força responsável por manter os planetas em órbita é a força gravitacional, que é um tipo de força central (com uma direção que passa sempre pela reta que une os corpos). Diferentemente da 1ª lei de Kepler, a 2ª lei é válida para todas as forças centrais, inclusive a força nula. Sendo assim, não é necessário que a força de penda do inverso do quadrado da distância.

Terceira lei de Kepler – lei dos períodos

O cubo do raio médio da órbita de um planeta é proporcional ao período de revolução ao quadrado.

O período de revolução de um planeta é o tempo necessário para que ele complete uma volta em torno do Sol. Para a Terra, esse período dura aproximadamente 365 dias, chamado de ano terrestre. Kepler descobriu que existe uma relação matemática entre o período de um planeta e o raio médio (semieixo maior) da órbita, de tal modo que:

$$\frac{a^3}{T^2} = K$$

- a: semieixo maior (raio médio da órbita)
- T: período de revolução
- K: constante de Kepler

Dessa forma, quanto mais distante o planeta estiver do Sol, maior a duração de seu ano. Com a lei dos períodos, é possível prever qual a duração do ano de outros planetas que também se movimentam ao redor do Sol.

Planeta	Raio médio (UA)	Período (anos terrestres)
Mercúrio	0,387	0,24
Vênus	0,723	0,62
Terra	1,000	1,000
Marte	1,524	1,88
Júpiter	5,203	11,86
Saturno	9,539	29,46
Urano	19,191	84,01
Netuno	30,061	164,79

Tab. 2 Raio médio e período orbital dos planetas do Sistema Solar

É importante ressaltar que essa relação só pode ser feita para corpos que orbitam em torno da mesma massa central, ou seja, a constante de Kepler muda se o corpo central for diferente do Sol.

A 3ª lei de Kepler foi deduzida por Newton e só é válida para forças que dependam do inverso do quadrado da distância, como é o caso da força gravitacional. Essa lei independe da excentricidade, no caso das órbitas elípticas, e praticamente independe da massa do corpo em movimento orbital, já que estamos considerando a massa do corpo central muito maior que a massa dos corpos ao seu redor.

Exercícios resolvidos

2 Adotando o Sol como referencial, aponte a alternativa que condiz com a 1ª lei de Kepler.

- A As órbitas planetárias são curvas quaisquer, desde que fechadas.
- B As órbitas planetárias são espiraladas.
- C As órbitas planetárias não podem ser circulares.
- D As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando o centro da elipse.
- E As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse.

Resolução:

A 1ª lei de Kepler afirma que as órbitas são elípticas, com o Sol em um dos focos da elipse.

Alternativa: E.

3 Unesp A Terra descreve uma elipse em torno do Sol cuja área é $A = 6,98 \cdot 10^{22} \text{ m}^2$.

- a) Qual a área varrida pelo raio que liga a Terra ao Sol desde zero hora do dia 1º de abril até as 24 horas do dia 30 de maio do mesmo ano?
- b) Qual foi o princípio ou lei que você usou para efetuar o cálculo acima?

Resolução:

a) Nesse intervalo de tempo, temos 2 meses. Para 12 meses, a área varrida pelo vetor posição é a área total da elipse. Então, em 2 meses, temos:

$$A = \frac{60}{365} \cdot 6,98 \cdot 10^{22} \Rightarrow A \simeq 1,15 \cdot 10^{22} \text{ m}^2$$

b) Foi utilizada a 2ª lei de Kepler, também denominada de lei das áreas; assim, as áreas serão iguais em

tempos iguais. Portanto, 60/365 do tempo nos fornecerá 60/365 da área.

4 Cesgranrio O raio médio da órbita de Marte em torno do Sol é aproximadamente quatro vezes maior do que o raio médio da órbita de Mercúrio em torno do Sol. Assim, a razão entre os períodos de revolução, T_A e T_B , de Marte e de Mercúrio, respectivamente, vale aproximadamente:

Resolução:

Como Marte e Mercúrio orbitam em torno da mesma massa central, podemos aplicar a 3ª lei de Kepler:

$$\frac{R_A^3}{T_A^2} = \frac{R_B^3}{T_B^2} \Rightarrow \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = 4^3 \Rightarrow \Rightarrow \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = 64 \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = 8$$

Força gravitacional

Em seus estudos sobre o movimento planetário, Kepler considerava, erroneamente, que os planetas eram empurrados ao longo de sua órbita por uma força emanada pelo Sol. Kepler enunciou, inclusive, uma 4ª lei, pouco conhecida (justamente por não ser válida sempre), chamada lei das distâncias. Ela afirmava que a velocidade do planeta é, em qualquer instante de seu movimento orbital, proporcional à distância do planeta ao Sol. Hoje sabemos que essa relação só se mostra válida no afélio e no periélio.

Com base nas conclusões de Kepler sobre as órbitas dos planetas, Newton propôs que a força de interação entre massas é atrativa e depende da relação direta das massas e do inverso do quadrado da distância entre elas; ou seja, se a distância dobra, a força se reduz a um quarto, e se a distância cair pela metade, a força quadruplica de valor, e assim por diante.

Considerando essa força, denominada **força gravitacional**, é possível obter equações que descrevem as órbitas dos planetas de maneira muito precisa e que determinam a trajetória exata para enviar satélites a outros planetas.

A força gravitacional é a mais dominante em escala cósmica, pois atua a longas distâncias nos corpos celestes, sem a necessidade de contato direto entre os corpos, que geralmente têm grandes concentrações de massa. Ela é responsável por manter a órbita dos planetas em torno do Sol e manter a Terra agregada (se não houvesse a atração gravitacional, não haveria a formação de grandes corpos celestes como planetas, asteroides entre outros). Ela também mantém o Sol coeso, já que a força gravitacional se contrapõe a forças como aquelas resultantes das reações nucleares que acontecem no interior do Sol, impedindo, assim, que ele se desintegre. Embora as forças elétrica e magnética também atuem sem a necessidade de contato direto, elas são menos significativas em escala cósmica, já que o universo é considerado eletricamente neutro.

A força gravitacional é dada pela **lei da gravitação universal**, chamada assim por atuar do mesmo modo entre

todos os corpos e em qualquer região do universo. Essa lei pode ser expressa matematicamente por:

$$F_G = \frac{GMm}{d^2}$$

F_G = força gravitacional [N]
 G = constante de gravitação universal $\left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \right]$
 M e m = massas dos corpos [kg]
 d = distância entre os corpos [m]

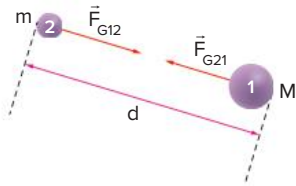


Fig. 17 Interação gravitacional entre dois corpos.

As forças \vec{F}_{G12} e \vec{F}_{G21} formam um par ação-reação, portanto apresentam as seguintes características:

- mesmo módulo (mesmo que as massas que interagem sejam diferentes).
- mesma direção.
- sentidos opostos.
- atuam em corpos distintos.
- mesma natureza (gravitacional).
- mesma linha de ação (alinhados).

Atenção

Força gravitacional e força peso são sinônimos. Ambos os termos se referem à interação entre massas.

Parece estranho, mas, quando alguém pula, a Terra está puxando a pessoa para baixo ao mesmo tempo em que a pessoa puxa a Terra para cima! Ou seja, a Terra se move em direção à pessoa quando ela pula, porém com uma aceleração muito pequena. No entanto, como calcular a aceleração da Terra nessa situação? Veja o exemplo:

Exercício resolvido

5 Determine a aceleração da Terra quando um homem, de massa $m = 60$ kg, está na altura máxima de um salto vertical.

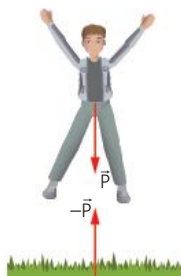
Resolução:

A força peso que atua no homem é dada por:

$$P = mg \Rightarrow P = 60 \cdot 10 \Rightarrow P = 600 \text{ N}$$

Porém, a reação dessa força peso está no centro da Terra e com sentido oposto, a acelerando para cima. Essa aceleração é dada por:

$$P = M_T a_T \Rightarrow 600 = 6,0 \cdot 10^{24} a_T \Rightarrow a_T = 10^{-22} \text{ m/s}^2$$



Forças de ação e reação entre uma pessoa e o planeta.

Perceba que, pelo fato de a Terra ter uma massa muito grande, sua aceleração é muito pequena, praticamente desprezível.

A constante G , chamada de constante de gravitação universal, tem o mesmo valor em todo o universo. Experimentalmente, não se verificou variação dessa constante em função da temperatura, do tempo ou do estado físico das massas envolvidas, embora ainda existam experimentos dedicados à detecção de possíveis variações dessa constante. A determinação do valor de G não foi uma tarefa simples, principalmente por ela ter um valor muito pequeno, fazendo-o praticamente desprezível para massas com que costumamos interagir diariamente.

A primeira determinação em laboratório do valor de G aconteceu em 1798 pelo químico e físico Henry Cavendish (1731-1810) por meio de um experimento baseado na balança de torção. Esse foi um dos experimentos mais famosos e importantes da história da ciência. O objetivo inicial de Cavendish era determinar a massa específica da Terra, porém, para isso, ele precisou determinar o valor da constante G .

Cavendish posicionou duas esferas de aproximadamente 1 kg nas extremidades de uma barra leve, que, por sua vez, foi suspensa por uma fibra de quartzo. Duas outras esferas maiores, de aproximadamente 160 kg, foram colocadas próximas às menores. Assim, massas maiores atraíram as menores, ocasionando um torque gravitacional e fazendo com que o conjunto rotacionasse. Durante essa rotação, a fibra gerou um torque no sentido contrário, impedindo que o conjunto continuasse rotacionando além de um certo limite, ficando, assim, o sistema em equilíbrio. Pense em uma toalha que vai sendo torcida apesar de conseguir dar algumas voltas, existe um “limite” de torção já que a toalha exerce uma resistência.

O ângulo de rotação da fibra pode ser medido por meio de um feixe de luz que incide sobre um espelho fixado no conjunto. Conhecendo a constante de torção da haste, Cavendish conseguiu medir a força entre as massas.

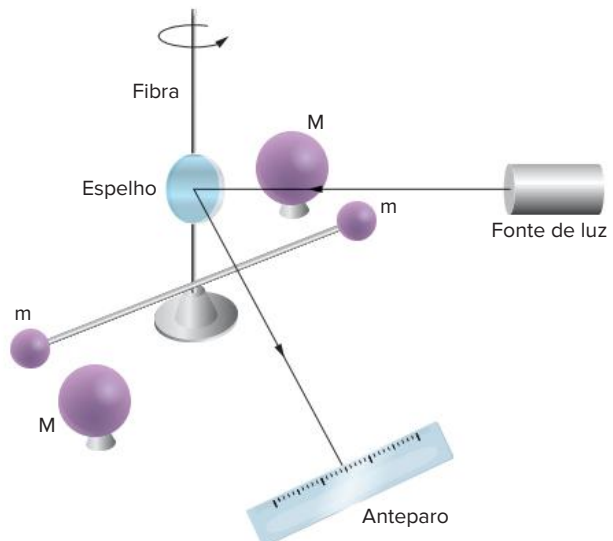


Fig. 18 Balança de torção. Ao posicionar as massas M próximas das massas m , a fibra de quartzo realiza um movimento de torção, cujo ângulo pode ser medido por meio da reflexão do raio de luz sobre o anteparo.

Por meio desse experimento, Cavendish determinou que a constante G valia aproximadamente $6,75 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, valor bem próximo do atualmente aceito, de aproximadamente $6,673 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, ou seja, uma excelente medição para uma grandeza com valor tão pequeno.

! Atenção

É muito comum confundir os símbolos g e G , embora eles representem grandezas físicas bem distintas.

A letra maiúscula **G** representa a constante de gravitação universal, que relaciona a força de interação entre corpos com a distância entre eles e com suas massas; sua unidade de medida no Sistema Internacional (SI) é $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, e seu valor é o mesmo para todas as regiões do universo.

A letra minúscula **g** representa a aceleração da gravidade. Sua unidade no SI é m/s^2 .

Exercícios resolvidos

- 6** Qual é a força de atração gravitacional entre duas massas, de 100 kg cada, distantes 1 metro uma da outra? (Considere $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$)

Resolução:

$$F_G = \frac{GMm}{d^2} \Rightarrow F_G = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 100 \cdot 100}{1^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow F_G = 6,67 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Repare que, nesse exemplo, a força gravitacional é extremamente reduzida, logo, concluímos que ela pode ser considerada desprezível para massas pequenas.

- 7 UFMA** Seja F a força de atração do Sol sobre um planeta. Se a massa do Sol se tornasse três vezes maior, a do planeta, cinco vezes maior, e a distância entre eles fosse reduzida à metade, a força de atração entre o Sol e o planeta passaria a ser:
A 3F **B** 15F **C** 7,5F **D** 60F

Resolução:

$$F = \frac{GMm}{d} \\ F' = G \cdot (3M) \cdot \frac{5m}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 15 \cdot \frac{4GMm}{d^2} = \frac{60GMm}{d^2} = 60F$$

Alternativa: D.

As descobertas de Newton relacionadas à lei da gravitação universal impactaram, de maneira profunda, o estudo das ciências naturais. Junto com o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral, essa lei colaborou para o desenvolvimento mais rápido da ciência, pois forneceu subsídios para avanços em outras áreas das ciências naturais, além da Física.

Note que a força gravitacional tem uma descrição matemática parecida com a da força elétrica, a diferença é que a força gravitacional é sempre atrativa. Vale ressaltar que a força gravitacional é significativa quando

consideramos a Terra e os corpos com os quais ela interage. Essa força, embora seja significativa na interação entre corpos celestes de grande massa, é muito pequena quando relaciona corpos com massa de ordem de grandeza bem menor, como os do nosso cotidiano.

Campo gravitacional

O conceito de campo gravitacional vem sendo desenvolvido há milhares de anos e, até hoje, é estudado de maneira profunda em física moderna. A teoria da gravitação de Newton nos deu subsídios para modelar matematicamente e descrever de maneira satisfatória fenômenos astronômicos e do cotidiano. Einstein, por meio da Teoria da Relatividade Geral, relacionou a gravidade com as dimensões de espaço e tempo. Essa teoria englobou a teoria newtoniana e, ainda, vai muito além, nos possibilitando descrever com mais precisão eventos astronômicos complexos em uma escala cósmica. Porém, a modelagem matemática utilizada por Einstein é muito complexa e desnecessária para as questões que vamos tratar neste capítulo.

Toda partícula que apresenta massa tem campo de influência ao seu redor, que é responsável pela interação entre porções distintas de matéria. Assim como cargas elétricas criam ao seu redor campos elétricos, massas criam ao seu redor campos gravitacionais. Outras massas “sentem” a presença desse campo gravitacional através de uma força, a chamada força gravitacional. Dessa forma, quanto maior a massa, maior o campo gerado por ela. Se considerarmos a Terra como um referencial inercial, a força peso e a força gravitacional podem ser consideradas iguais. Assim, temos:

$$P = F_G \\ mg = \frac{GMm}{(R_T + h)^2} \\ g = \frac{GM}{(R_T + h)^2}$$

Em que:

R_T = raio da Terra.

M = massa da Terra.

m = massa do corpo.

h = altura em relação à superfície terrestre.

G = constante de gravitação universal.

F_G = força gravitacional.

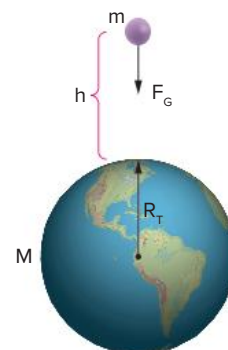


Fig. 19 Campo gravitacional gerado pela Terra.

Atenção

A massa que gera o campo gravitacional não é afetada pelo campo gerado por ela mesma. Portanto, é impossível um corpo ser acelerado pelo campo gravitacional que ele mesmo criou.

Em problemas de gravitação, vamos considerar os corpos com simetria esférica. Corpos desse tipo são comuns no universo, já que luas, estrelas e planetas de grande massa se aproximam desse formato devido à ação da força gravitacional, que tende a aproximar as partículas minimizando a distância entre elas. Embora a Terra, por exemplo, não seja uma esfera perfeita (ela é um elipsoide de revolução, quase como uma esfera achatada nos polos e saliente no Equador), para os nossos cálculos, a consideração de que a Terra é uma esfera perfeita é uma boa aproximação. Essa é uma hipótese importante, pois, para corpos com simetria esférica, podemos considerar toda a massa concentrada no centro de massa do corpo para cálculo de campos e forças gravitacionais (isso não é uma aproximação, mas sim uma relação exata que pode ser demonstrada por cálculo integral).

Observe que, para calcular o campo gravitacional gerado por um corpo, consideramos apenas a distância entre o centro desse corpo e um ponto do espaço; ou seja, se estamos falando do campo gravitacional gerado pela Terra, vamos considerar que toda a massa da Terra está concentrada no seu centro de massa. Só podemos fazer isso se:

- o corpo apresentar simetria esférica.
- a força gravitacional depender do inverso do quadrado da distância.
- o corpo tiver densidade constante em cada camada.

No caso da Terra, consideramos o formato esférico e sabemos, também, que a força gravitacional depende do inverso do quadrado da distância. A densidade da Terra não é constante, ou seja, não é a mesma em todas as profundidades, porém, em cada camada, podemos considerar a densidade aproximadamente constante, apesar de existirem pequenas variações locais.

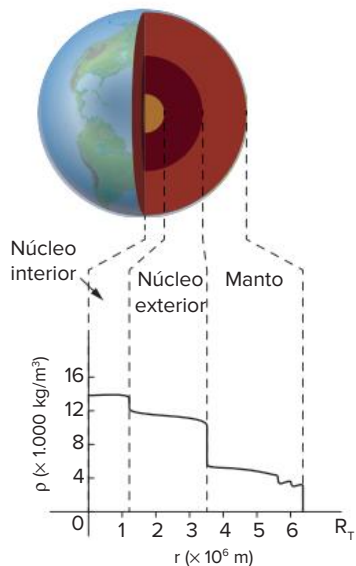


Fig. 20 Variação da densidade ρ da Terra em função da distância r ao centro da Terra.

É importante notar que a existência do campo gravitacional em uma região não implica que os corpos sujeitos a esse campo estão acelerados. É muito comum a confusão entre as expressões “campo gravitacional” e “aceleração da gravidade”. Um corpo em repouso em cima de uma mesa está sujeito ao campo gravitacional terrestre, porém não tem aceleração, já que permanece em repouso em relação à mesa. Esse corpo pode até estar acelerado para a direita, mas não necessariamente com aceleração da gravidade. No entanto, um corpo em queda livre, próximo à superfície terrestre (sujeito apenas à força gravitacional), apresenta, de acordo com a 2ª lei de Newton, uma aceleração de 10 m/s^2 , que é igual ao valor da intensidade do campo gravitacional naquela região.

A força gravitacional é essencialmente uma grandeza vetorial, pois, para ser bem definida, precisa de módulo, direção e sentido. Para seu módulo ser determinado, precisamos conhecer as massas que interagem e o campo gravitacional local. A massa de um corpo independe do campo gravitacional, ou seja, a massa de um corpo é a mesma independentemente do planeta ou astro no qual se situa. Podemos dizer que massa é uma propriedade intrínseca do corpo, pois independe de outros corpos.

	Peso	Massa
Classificação	Grandeza vetorial	Grandeza escalar
Unidade S.I.	N (newton)	kg (quilograma)
Depende do campo gravitacional (g)?	Depende	Independe

Tab. 3 Diferenças importantes entre peso e massa.

Agora, vamos analisar como varia o campo gravitacional em diferentes pontos da Terra.

Campo gravitacional na superfície

Para determinar o campo gravitacional na superfície de corpos esféricos (g_{SUP}), consideramos a altura h nula e a distância igual ao próprio raio R do corpo gerador do campo:

$$g_{\text{SUP}} = \frac{GM}{R^2}$$

Podemos considerar que o raio da Terra (R_T) vale 6400 km e que sua massa (M_T) é $6 \cdot 10^{24}$ kg, o que gera um campo gravitacional na superfície da Terra (g_{SUP}) de aproximadamente 10 m/s^2 . Esse valor não deve ser novidade, pois foi utilizado extensivamente nos capítulos iniciais de Cinemática e Dinâmica.

Corpos em queda livre estão sujeitos à mesma aceleração, independentemente da massa. Isso pode parecer contraintuitivo baseado em observações cotidianas, já que, quando se abandona uma maçã e uma pena a partir da mesma altura, a maçã chega antes ao solo. Porém, nessa situação, a força de resistência do ar tem um papel importante, afetando mais o movimento da pena do que o da maçã. Quando abandonados em uma câmara de vácuo, os dois corpos chegam ao mesmo tempo ao chão, pois ambos estão sujeitos apenas à força gravitacional.

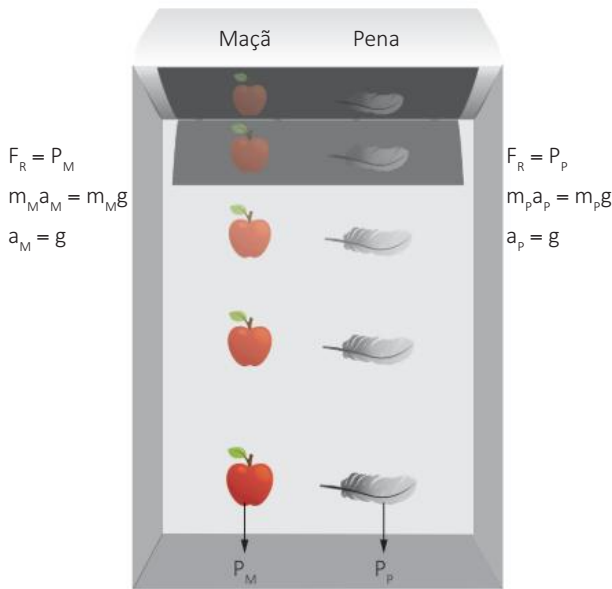


Fig. 21 Pena e maçã abandonadas de uma plataforma em uma câmara a vácuo.

Saiba mais

Martelo e pena na Lua

Em 1971, durante a missão Apollo 15, o astronauta americano David Scott realizou uma experiência para demonstrar a teoria de Galileu de que os corpos caem com a mesma aceleração, independentemente da massa, na ausência de resistência do ar. Na superfície da Lua, quando Scott abandonou, da mesma altura, um martelo e uma pena, ambos chegaram ao mesmo tempo ao chão, já que na Lua a resistência do ar é desprezível, pois sua atmosfera é muito tênue. No entanto, quando o experimento é feito na Terra, o martelo chega antes, pois a resistência do ar afeta de maneira mais significativa o movimento da pena, já que sua área de contato é maior.



Ilustração do experimento realizado pelo astronauta David Scott durante a missão Apollo 15.

A Lua cria, em sua superfície, um campo gravitacional menor do que o campo gerado pela Terra. Devido à relação entre massas e raios, temos que $g_{\text{Lua}} \simeq \frac{g_{\text{Terra}}}{6}$.

Quando observamos as antigas filmagens de astronautas andando na Lua, percebemos que, quando eles saltam, demoram muito mais tempo para voltar ao chão do que na Terra, por conta do baixo campo gravitacional na superfície lunar.

O campo gravitacional na superfície de um corpo celeste não depende apenas de sua massa, pois o raio também influencia no cálculo. Existem planetas que apresentam massa maior que a da Terra, porém, devido ao seu grande raio, eles têm campos gravitacionais menores em sua superfície.

Para relacionar campos gravitacionais na superfície de corpos distintos, podemos usar a seguinte relação:

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{\frac{GM_A}{R_A^2}}{\frac{GM_B}{R_B^2}} = \left(\frac{M_A}{M_B}\right) \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2$$

Podemos também relacionar esses campos com a densidade média (ρ) do corpo. Sabendo que $\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow M = \rho V$, temos:

$$\begin{aligned} \frac{g_A}{g_B} &= \left(\frac{M_A}{M_B}\right) \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{\rho_A V_A}{\rho_B V_B}\right) \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{\rho_A \cdot \frac{4\pi R_A^3}{3}}{\rho_B \cdot \frac{4\pi R_B^3}{3}}\right) \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_A R_A}{\rho_B R_B} \end{aligned}$$

Exercício resolvido

8 Considere um planeta que tenha raio e massa duas vezes maiores que os da Terra. Sendo que o campo gravitacional na superfície da Terra vale $g_{\text{Terra}} = 10 \text{ m/s}^2$, quanto vale, na superfície daquele planeta, o campo gravitacional, em m/s^2 ?

Resolução:

$$\begin{aligned} \frac{g_x}{g_{\text{Terra}}} &= \left(\frac{M_x}{M_{\text{Terra}}}\right) \left(\frac{R_{\text{Terra}}}{R_x}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_x}{g_{\text{Terra}}} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{g_x}{g_{\text{Terra}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow g_x = 5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Corpo celeste	Massa relativa (à massa da Terra)	Raio relativo (ao raio da Terra)	Intensidade do campo gravitacional na superfície (m/s^2)
Mercúrio	0,055	0,383	3,7
Vênus	0,815	0,949	8,9
Terra	1,000	1,000	9,8
Lua	0,012	0,272	1,6
Marte	0,107	0,532	3,7
Júpiter	317,800	11,210	24,8
Saturno	95,200	9,450	10,4
Urano	14,600	4,010	8,8
Netuno	17,200	3,880	11,1

Tab. 4 Comparações entre massas e raios de corpos celestes em relação aos da Terra e intensidade dos campos gravitacionais.

Campo gravitacional em pontos acima da superfície da Terra

Para determinar o campo gravitacional em pontos acima da superfície de um planeta, precisa-se levar em conta a distância entre o centro do planeta e o ponto considerado. Algumas questões se referem à altura de um corpo em relação à superfície de um planeta. Nesses casos, devemos lembrar de considerar o raio do planeta nos cálculos de campo gravitacional.

Exercício resolvido

- 9 Para que o valor da aceleração da gravidade seja reduzido à quarta parte de seu valor na superfície da Terra, é preciso que ele seja elevado a uma altura da superfície, medida em função do raio terrestre, igual a:

Resolução:

$$g_H = \frac{g_{\text{SUP}}}{4} \Rightarrow \frac{GM}{(R_T + h)^2} = 4 \frac{GM}{R_T^2} \Rightarrow (R_T + h)^2 = 4R_T^2 \Rightarrow R_T + h = 2R_T \Rightarrow h = R_T$$

O campo gravitacional diminui com o inverso do quadrado da distância. Porém, mesmo para grandes distâncias, a ação do campo gravitacional ainda é perceptível.

	Altitude (km)	Intensidade do campo gravitacional terrestre (m/s^2)
Superfície terrestre	0	9,8
Pico do Monte Everest	9	9,772
Altura de cruzeiro de um avião	11	9,766
Ambiente de órbita da estação espacial internacional (ISS)	400	8,681
Órbita geoestacionária	36000	0,223
Lua	384000	0,003

Tab. 5 Intensidade do campo gravitacional da Terra em função da altitude.

Campo gravitacional em pontos internos da Terra

Vamos abordar como calcular a intensidade do campo gravitacional em certo ponto de um poço muito profundo, em um planeta com densidade constante e formato esférico. Quando consideramos pontos internos desse planeta, o **campo gravitacional** não varia mais em função do inverso do quadrado da distância, mas sim **diminui com o aumento da profundidade**.

Para um ponto interno, só podemos considerar a massa do planeta até esse ponto, ou seja, para baixo. Toda a massa das cascas esféricas externas ao ponto considerado

não geram campo gravitacional nesse ponto. Esse teorema, denominado **teorema de casca**, pode ser demonstrado por meio da lei da gravitação universal e do cálculo diferencial.

Lembrando que: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$ e, para uma esfera, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, temos:

$$g_{\text{int}} = \frac{GM_{\text{int}}}{r^2} \Rightarrow g_{\text{int}} = \frac{G(\rho V_{\text{int}})}{r^2} \Rightarrow g_{\text{int}} = \frac{G\left(\rho \frac{4\pi r^3}{3}\right)}{r^2} \Rightarrow g_{\text{int}} = \underbrace{G\rho \frac{4}{3}\pi}_{\text{constante}} \cdot r$$

Assim, o campo em pontos interiores (g_{int}) depende linearmente da distância r entre o centro da Terra e o ponto em questão no interior dela.

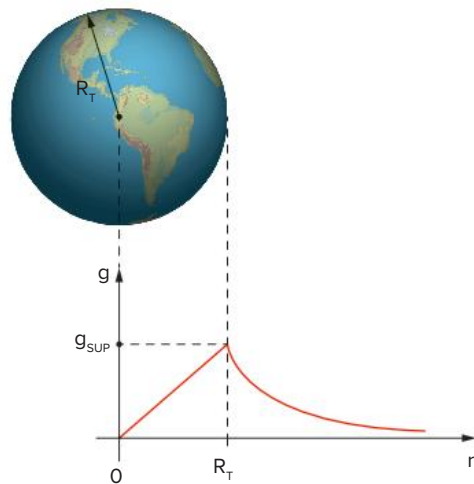


Fig. 22 Variação do campo gravitacional em relação à distância da superfície da Terra.

Atenção

Para pontos internos, o campo gravitacional varia linearmente com a distância ao centro do corpo.

Rotação da Terra e peso aparente

Em Dinâmica, aprendemos que a nossa sensação de estar pesado ou leve não é dada pela força peso, mas, sim, pela força normal. Dessa forma, podemos chamar a força normal de peso aparente. Quando uma pessoa está em equilíbrio sobre uma balança, a força peso é, em módulo, igual à força normal; a balança, que registra a intensidade da força normal, indica a sensação de peso da pessoa.

Em Gravitação, tem-se que considerar que a Terra também está rotacionando.

Vamos analisar um corpo que se situa na superfície da Terra, na Linha do Equador. Esse corpo, por mais que esteja em repouso em relação à Terra, está se movendo com ela em um movimento circular. Ao estudar o conceito de resultante centrípeta, aprendemos que, se um objeto realiza uma trajetória circular, ele muda a direção de sua velocidade vetorial.

Existe uma grandeza física que mede a variação da direção da velocidade, chamada **aceleração centrípeta**. Para ter aceleração centrípeta é necessária uma resultante de forças na direção do centro da trajetória, chamada de **resultante centrípeta ou força centrípeta**.



Nessa situação, o peso não pode ser igual à normal, caso contrário não teríamos resultante de forças na direção do centro.

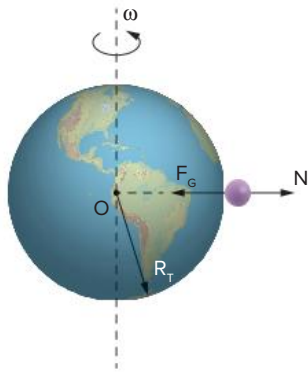


Fig. 23 Peso aparente de um corpo na superfície da Terra, levando-se em consideração sua rotação.

$$F_G - N = m\omega^2 R_T \Rightarrow mg_{SUP} - N = m\omega^2 R_T \Rightarrow N = m(g_{SUP} - \omega^2 R_T)$$

Como a normal é o peso aparente, também podemos escrever que $N = mg_{AP}$, em que g_{AP} é o campo gravitacional aparente. Logo:

$$mg_{AP} = m(g_{SUP} - \omega^2 R_T) \Rightarrow g_{AP} = g_{SUP} - \omega^2 R_T$$

O **peso aparente** (ou seja, a normal, que é a sensação de peso da pessoa) **varia em função da latitude**. Um corpo que está na linha equatorial e vai em direção ao Polo Norte aumenta sua latitude, o que faz com que o raio da trajetória diminua e, portanto, o peso aparente aumente. Dessa forma, o peso aparente (e a gravidade aparente) é máximo nos polos.

Latitude	g_{AP} (m/s ²)
0°	9,7804
30°	9,7933
60°	9,8192
90°	9,8322

Tab. 6 Variações do campo gravitacional aparente em relação à latitude.

Outra variação importante do peso aparente se dá em função da velocidade de rotação da Terra. A Terra apresenta uma velocidade angular ω que pode ser calculada por:

$$\omega_T = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_T = \frac{2\pi}{24 \text{ h} \cdot 60 \text{ min} \cdot 60 \text{ s}} \Rightarrow \omega_T \simeq 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

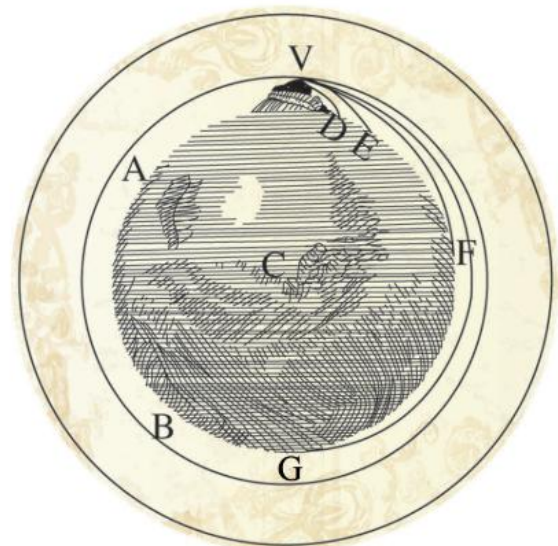
Se, hipoteticamente, a Terra começasse a girar cada vez mais rápido, o peso aparente diminuiria. Para um corpo que está na linha do Equador, podemos determinar a velocidade angular da Terra para que ele tenha sensação nula de peso, ou seja, $g_{AP} = 0$:

$$g_{AP} = g_{SUP} - \omega^2 R_T \Rightarrow \omega^2 R_T = g_{SUP} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g_{SUP}}{R_T}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{10}{6,4 \cdot 10^6}} \Rightarrow \omega = \frac{1}{8 \cdot 10^2} \Rightarrow \omega = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

Para corpos em outras latitudes, a direção da força normal não coincide necessariamente com a linha de ação da força gravitacional.

Movimento de satélites

O movimento dos satélites é uma análise fundamental no estudo da gravitação. Muito antes do Sputnik, o primeiro satélite artificial da Terra, Newton observou que qualquer objeto lançado horizontalmente é de alguma forma um satélite. Se a velocidade inicial de lançamento for suficientemente grande para o corpo não cair e colidir com o chão, ele entra em órbita com o centro da Terra em um dos focos dessa órbita.



Fonte: Isaac Newton, "Newton's system of the world" in: *The mathematical principles of natural philosophy*, Andrew Motte trad., Nova York: Dover, 1846, p. 53 (adapt.)

Fig. 24 Esquema da trajetória de um corpo lançado horizontalmente, publicado por Isaac Newton na obra *Principia*. As letras representam diferentes trajetórias.

Para as análises seguintes, adotaremos duas hipóteses importantes:

1. A massa central é muito maior que a massa do corpo em órbita.
2. As interações acontecem apenas entre dois corpos.

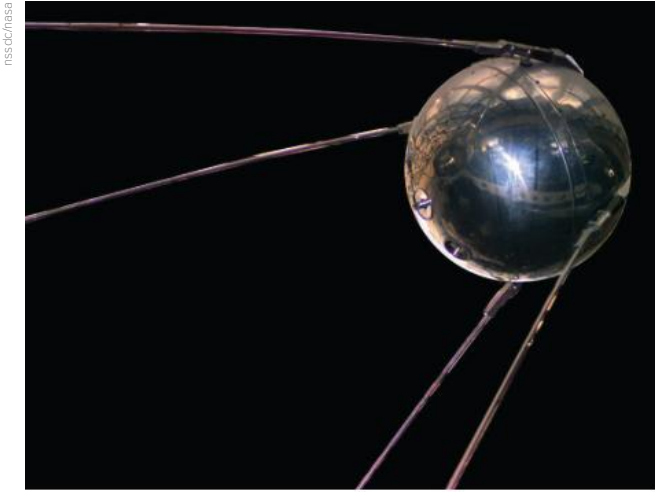


Fig. 25 Réplica do satélite Sputnik, o 1º satélite artificial da história, lançado pela antiga União Soviética em 1957, dando início à corrida espacial com os Estados Unidos durante a Guerra Fria.

Velocidade orbital

Em um ambiente de órbita, o corpo central cria ao seu redor um campo gravitacional. Um satélite, em uma órbita circular, percebe a presença do campo através da força gravitacional, porém, como o satélite apresenta uma velocidade tangencial, a força gravitacional atua como resultante centrípeta, que não muda o módulo, mas, sim, altera a direção da velocidade vetorial.

Sem essa força gravitacional atuando como resultante centrípeta, o satélite sairia pela tangente (é análogo a uma pessoa rodando uma esfera presa por um fio – se o fio romper, a bola sairá pela tangente).

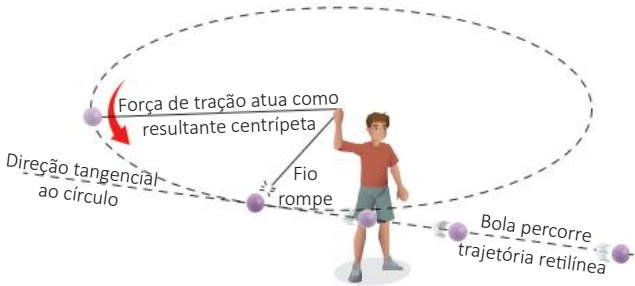


Fig. 26 Esquema de um sistema com movimento análogo ao movimento orbital. Se o fio romper, não existirá mais a força de tração (que atua como resultante centrípeta), e a esfera sairá pela direção tangencial à trajetória.

Vamos determinar a velocidade de um satélite no caso de órbitas circulares. Nessas situações, a força gravitacional atua como resultante centrípeta:

$$F_G = R_C \Rightarrow mg_{orb} = \frac{mv_{orb}^2}{R_{orb}} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{R_{orb}g_{orb}}$$

Note que R_{orb} não é necessariamente o raio do planeta e g_{orb} não é necessariamente o valor do campo em sua superfície. Para o caso da Terra, só poderíamos considerar $g_{orb} = 10 \text{ m/s}^2$ em órbitas rasantes (tangentes à superfície terrestre), nas quais o raio da órbita seria o próprio raio da Terra.

Para estudar como varia a velocidade orbital em função do raio da órbita não podemos analisar apenas a equação anterior, já que, variando o raio R_{orb} , o campo gravitacional g_{orb} também muda (caso contrário, teríamos um aumento da v_{orb} com o aumento do R_{orb} , o que não é verdade). Logo, desenvolvendo com a equação do campo gravitacional, temos:

$$v_{orb} = \sqrt{R_{orb}g_{orb}} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{R_{orb} \frac{GM}{R_{orb}^2}} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{R_{orb}}}$$

Assim, um **aumento de R_{orb} ocasiona uma diminuição de v_{orb}** . É importante notar que a velocidade orbital independe da massa do corpo em órbita (um astronauta dentro de uma estação espacial está orbitando a Terra com a mesma velocidade da estação, por exemplo). Essa conclusão é válida apenas nas situações em que **a massa central é muito maior que a massa do corpo em órbita**, como é o caso dos planetas em torno do Sol ou de satélites artificiais orbitando a Terra.

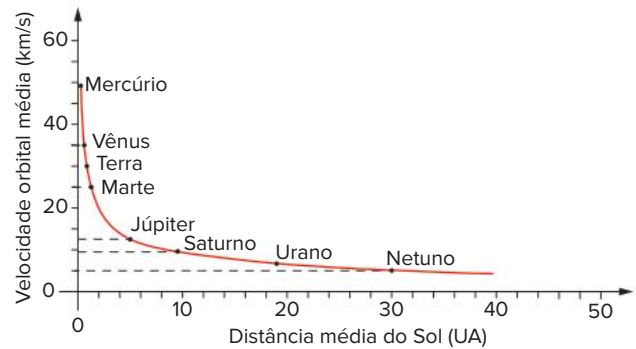


Fig. 27 Como a massa solar é muito maior que a massa dos outros planetas, o Sol é o corpo central, logo, a velocidade de cada um é proporcional ao inverso da raiz quadrada do raio da órbita. Assim, quanto maior o raio, menor a velocidade orbital.

Sem campo gravitacional no espaço, o satélite não conseguiria ficar em órbita, ou seja, existe gravidade no espaço. Se, subitamente, o campo gravitacional deixasse de existir, não haveria força gravitacional atuando no satélite, e, portanto, ele sairia pela tangente e percorreria uma trajetória retilínea em movimento uniforme. Outro detalhe importante: não é necessário o satélite ter propulsão para ficar em órbita, uma vez que a força gravitacional é responsável por mudar a direção da velocidade.



Fig. 28 Astronauta americano Rick Mastracchio em uma missão extraveicular na Estação Espacial Internacional, 2007. A estação orbita a uma altura de aproximadamente 400 km acima da superfície terrestre, onde o campo gravitacional vale cerca de $8,7 \text{ m/s}^2$.

É o fato de a força gravitacional atuar como resultante centrípeta que faz com que a Lua não “caia” na Terra. Se a Lua não tivesse velocidade, de fato ela estaria em rota de colisão na direção do centro da Terra, já que a força gravitacional atuaria como uma resultante de forças tangencial. Porém, como ela tem uma velocidade perpendicular à força, o peso atua como resultante centrípeta, alterando a direção da velocidade. Assim, a Lua consegue realizar o movimento curvilíneo.

Veremos adiante que, embora seja comum dizer que “a Lua orbita a Terra”, o movimento não é exatamente esse, já que ambos os corpos orbitam em torno do baricentro, o centro de massa do sistema.

Exercício resolvido

- 10** Determine a velocidade orbital de um satélite lançado horizontalmente em órbita circular rasante à superfície da Terra. Adote o raio da Terra igual a 6400 km.

Resolução:

Em uma órbita circular rasante, o raio da trajetória é o próprio raio da Terra. Logo, o valor da intensidade do campo gravitacional é $g_{\text{SUP}} = 10 \text{ m/s}^2$. Portanto:

$$v_{\text{orb}} = \sqrt{R_{\text{orb}} g_{\text{orb}}} \Rightarrow v_{\text{orb}} = \sqrt{(6400 \cdot 10^3) \cdot 10} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_{\text{orb}} = 8000 \text{ m/s}$$

No exemplo anterior, determinamos que a velocidade de uma órbita rasante à superfície da Terra deve ser de aproximadamente 8 km/s. Isso significa que um projétil lançado com essa velocidade entrará em órbita e não chegará ao solo.

Período orbital

Já deduzimos que a equação da velocidade orbital v_{orb} de um satélite em órbita circular é dada por:

$$v_{\text{orb}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Sabemos também, da Cinemática, que, quando um objeto percorre uma trajetória circular, $v_{\text{orb}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$, em que R é o raio da circunferência e T é o período do movimento.

Elevando ambas equações ao quadrado e as igualando, temos:

$$\frac{GM}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \Rightarrow \frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Essa é a dedução da 3ª lei de Kepler para órbitas circulares, na qual a **constante de Kepler** (K) é dada por $K = \frac{GM}{4\pi^2}$.

Para todos os corpos que orbitam em torno da mesma massa central, a constante de Kepler é sempre a mesma, e a razão entre R^3 e T^2 é constante. Para órbitas elípticas, podemos substituir o raio R pelo semieixo maior a , o raio médio da órbita.

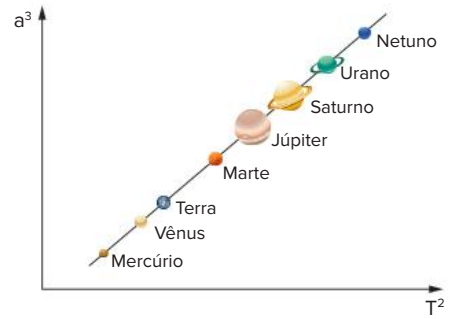


Fig. 29 A razão entre o semieixo maior (a) elevado ao cubo e o período de revolução (T) ao quadrado é uma constante para os planetas do Sistema Solar.

Um tipo de órbita especial é a órbita **geoestacionária (GEO)**. Um satélite nesse tipo de órbita acompanha o movimento de rotação terrestre, e a órbita está contida no plano equatorial. Nesse caso, o satélite sempre estará acima do mesmo ponto da Terra, não importa a hora do dia.

Outra órbita importante é a **geossíncrona (GSC)**, que apresenta um período de rotação de 24 horas, porém não precisa estar contida necessariamente no plano equatorial.

As órbitas naturais devem estar contidas em um plano que passa pelo centro do corpo central, já que a força gravitacional, que atua como resultante centrípeta, aponta para o centro desse corpo.



Fig. 30 Órbitas geoestacionária (GEO) e geossíncrona (GSC).

Exercício resolvido

- 11** Calcule o raio da órbita de um satélite geoestacionário.

Resolução:

De acordo com a 3ª lei de Kepler, temos:

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

Substituindo os valores de G ($6,7 \cdot 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$), M_{Terra} ($6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$) e T (24 h), obtemos:

$$R = 4,2 \cdot 10^4 \text{ km}$$

Assim, a altitude do satélite (altura acima da superfície) é de:

$$h = 3,6 \cdot 10^4 \text{ km}$$

Imponderabilidade

Quando observamos uma foto de um astronauta dentro de uma estação espacial, é comum imaginarmos que ele está em um ambiente de gravidade zero pelo fato de estar flutuando, mas esse é um erro conceitual muito frequente. Se o astronauta estivesse em uma região do espaço infinitamente longe de qualquer planeta, estrela ou outros corpos, ele realmente estaria flutuando na ausência de gravidade. Porém, nenhum corpo, em nosso universo, de aproximadamente 10^{22} estrelas, está livre da ação da gravidade, já que sempre há com o que interagir. No caso de um astronauta em uma estação espacial, por mais que ele esteja flutuando, existe um campo gravitacional no espaço, pois, sem a gravidade, a estação espacial não conseguiria se manter em órbita e sairia pela direção tangencial à trajetória. Por que, então, o astronauta tem a sensação de ausência de peso?

É importante lembrar que a nossa sensação de estar pesado ou leve não é dada pela força peso, e sim pela força normal. Quando um astronauta está flutuando, ele não está sendo comprimido ou empurrado pelas paredes ou pelo chão da espaçonave. Isso acontece porque a aceleração da nave é a mesma do astronauta, já que o campo gravitacional criado pela Terra independe da massa do astronauta ou da nave, ou seja, a aceleração relativa entre o astronauta e a nave é zero, e, assim, o astronauta está em uma situação chamada de imponderabilidade. Astronautas em situação de imponderabilidade estão com uma aparente ausência de peso, porém, na prática, é uma **ausência de força normal**.

força normal, não basta contato, deve haver compressão entre as superfícies), e a indicação da balança é zero. A imponderabilidade sempre ocorrerá quando um corpo estiver sujeito apenas à força gravitacional. Nessa situação, dizemos que o corpo está em queda livre.

! Atenção

Um corpo está em queda livre quando nele só atua a força gravitacional. Apesar de ser contraintuitivo, um corpo em queda livre pode estar:

- 1) **Subindo ou descendo:** pense em uma maçã que é jogada para cima – durante a subida ela está em movimento retardado, sujeita apenas à força peso.
- 2) **Em trajetória parabólica:** em um lançamento oblíquo, na ausência de resistência do ar, somente o peso atua.
- 3) **Em trajetória elíptica ou circular:** naves em órbita têm a força peso como a única força atuante (e que atua como resultante centrípeta).



Fig. 32 O astronauta canadense Chris Hadfield em uma situação de imponderabilidade na Estação Espacial Internacional (2012)

A agência espacial norte-americana (Nasa), para simular ambientes de órbita, utiliza um avião apelidado de “Vomit Comet” (“cometa do vômito”). Esse avião, ao atingir uma determinada altitude, entra em queda livre por aproximadamente 40 segundos, em uma trajetória parabólica, para que, assim, os astronautas consigam simular situações de imponderabilidade. Grande parte das filmagens do filme *Apollo 13*, com o ator Tom Hanks, foram feitas nesse avião. Uma réplica do ônibus espacial foi construída no interior da aeronave e, durante sucessivas quedas livres, foram realizadas as cenas das situações de imponderabilidade.

Uma das formas de simular o ambiente da superfície terrestre e impedir que os astronautas e objetos em uma estação espacial flutuem em seu interior é construir estações espaciais no formato toroidal, como uma rosquinha, de tal modo que a nave rotacione em torno de um eixo axial.

Porém, para que o astronauta consiga realizar o movimento circular em torno desse eixo, deve haver uma resultante de forças na direção do centro, sendo que essa força, no caso do astronauta, é a força de contato normal aplicada pelo chão da nave.

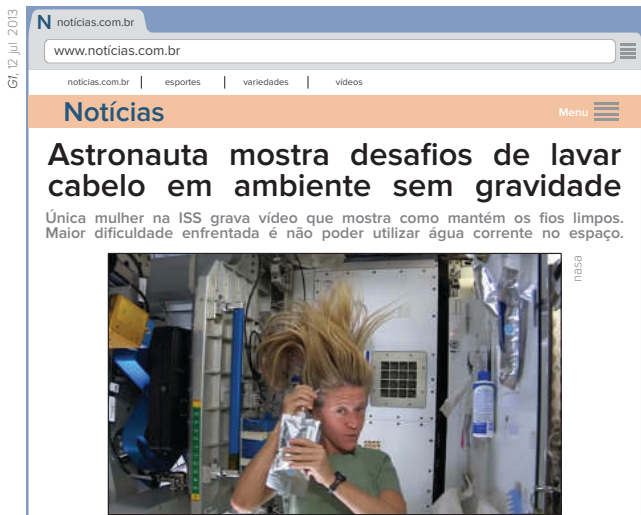


Fig. 31 Embora seja comum a mídia divulgar que ambientes de órbita não têm gravidade (“gravidade zero”), sem campo gravitacional a nave não conseguiria ficar em órbita.

A imponderabilidade não é uma situação exclusiva de ambientes de órbita. Se uma pessoa está dentro de um elevador e o elevador subitamente entra em queda livre, ou seja, cai sujeito apenas à aceleração da gravidade, a pessoa começa a flutuar com relação ao elevador, não sentindo a pressão das paredes ou do chão. Mesmo que, a princípio, ela esteja encostando no chão e em cima de uma balança, durante a queda livre não há força normal (lembre-se de que, para ter

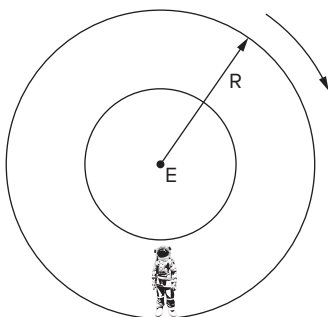
Dessa forma, além de não existir mais a situação de imponderabilidade, aumenta-se a mobilidade e melhora-se o gerenciamento das tarefas diárias da estação, diminuindo os efeitos físicos adversos da exposição à imponderabilidade a longo prazo. Apesar de ainda não existirem estações espaciais desse tipo, elas já foram popularizadas por filmes de ficção científica, como *2001: Uma odisseia no espaço* (1968).



Fig 33 Conceito artístico de uma estação espacial que simula um ambiente de gravidade terrestre

Exercício resolvido

- 12 Unicamp** Algo muito comum nos filmes de ficção científica é o fato dos personagens não flutuarem no interior das naves espaciais. Mesmo estando no espaço sideral, na ausência de campos gravitacionais externos, eles se movem como se existisse uma força que os prendesse ao chão das espaçonaves. Um filme que se preocupa com esta questão é *2001, Uma Odisseia no Espaço*, de Stanley Kubrick. Nesse filme, a gravidade é simulada pela rotação da estação espacial, que cria um peso efetivo agindo sobre o astronauta. A estação espacial, em forma de cilindro oco, mostrada a seguir, gira com velocidade angular constante de $0,2 \text{ rad/s}$ em torno de um eixo horizontal E perpendicular à página. O raio R da espaçonave é 40 m .



- Calcule a velocidade tangencial do astronauta representado na figura.
- Determine a força de reação que o chão da espaçonave aplica no astronauta que tem massa $m = 80 \text{ kg}$.

Resolução:

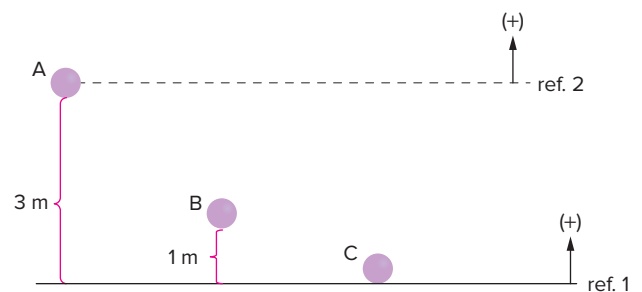
- $v = \omega R \Rightarrow v = 0,2 \cdot 40 \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$
- $N = m\omega^2 R \Rightarrow N = 80 \cdot 0,2^2 \cdot 40 \Rightarrow N = 128 \text{ N}$

Energia potencial gravitacional e conservação de energia mecânica

Agora, vamos analisar a energia em problemas de Gravitacão. Muitas vezes, é mais fácil trabalhar algebricamente com a energia em vez da força gravitacional para cálculo de velocidade e posição de satélites. Nos capítulos anteriores da frente 1, estudamos como manipular a energia cinética e a energia potencial gravitacional, e, também, estudamos as situações nas quais se conserva a energia mecânica total do sistema

Energia potencial gravitacional

Para determinar a energia potencial gravitacional, é necessário inicialmente definir um referencial. Normalmente, esse referencial é o chão, embora não precise ser sempre assim. Veja o exemplo a seguir em que temos três corpos de mesma massa, $m = 1 \text{ kg}$, em alturas diferentes e em um local onde $g = 10 \text{ m/s}^2$:



Adotando o referencial 1, temos os seguintes valores de energia potencial gravitacional:

$$E_{PG,A} = mgh_A = 1 \cdot 10 \cdot 3 = 30 \text{ J}$$

$$E_{PG,B} = mgh_B = 1 \cdot 10 \cdot 1 = 10 \text{ J}$$

$$E_{PG,C} = mgh_C = 1 \cdot 10 \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

Repare que $E_{PG,A} > E_{PG,B} > E_{PG,C}$.

Porém, adotando o referencial 2, temos:

$$E_{PG,A} = mgh_A = 1 \cdot 10 \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

$$E_{PG,B} = mgh_B = 1 \cdot 10 \cdot (-2) = -20 \text{ J}$$

$$E_{PG,C} = mgh_C = 1 \cdot 10 \cdot (-3) = -30 \text{ J}$$

Repare que ainda temos:

$$E_{PG,A} > E_{PG,B} > E_{PG,C}, \text{ já que } 0 > -20 \text{ e } -20 > -30.$$

Analisando os problemas de gravitacão, a situação torna-se um pouco mais complicada. Não podemos adotar o chão da Terra como referencial, pois, muitas vezes, tratamos de problemas que envolvem outros planetas ou astros. Outra questão importante: o valor do campo gravitacional não é constante, ou seja, $g = 10 \text{ m/s}^2$ só vale nas proximidades da superfície da Terra, onde as variações de altura são pequenas se comparadas ao seu raio

Portanto, a partir de agora, adotaremos o referencial no infinito. Parece um conceito estranho, pois não é usual, mas é importante para manter coerentes os cálculos de energia potencial gravitacional.

A equação da energia potencial gravitacional para esse referencial é:

$$E_{PG} = -\frac{GMm}{d}$$

G: constante de gravitação universal
M e m: massas que estão interagindo
d: distância entre o centro dos corpos

Atenção

No capítulo "Trabalho, potência e energia", aprendemos a determinar a energia potencial gravitacional utilizando a equação $E_{PG} = mgh$, em que h é a altura em relação a um referencial. Porém, nos problemas de gravitação, ao utilizar a fórmula $E_{PG} = -\frac{GMm}{d}$, a distância d utilizada é aquela entre o centro dos dois corpos em questão.

É preciso muita atenção com o sinal negativo na equação, pois ele indica que, quanto mais afastados os corpos ($\uparrow d$), maior a energia potencial gravitacional ($\uparrow E_{PG}$, pois ela vai se aproximando de zero). O sinal negativo aparece por conta do referencial no infinito. O maior valor de E_{PG} ocorre no infinito a maior distância possível entre os corpos e vale zero. Todos os outros valores de E_{PG} são negativos, portanto, menores do que zero.

Tente associar com o que foi aprendido no capítulo "Trabalho, potência e energia": quanto maior a altura de um corpo em relação ao chão, maior a energia potencial gravitacional. Assim, quanto maior a distância entre dois corpos, maior a energia potencial gravitacional do sistema formado por eles.

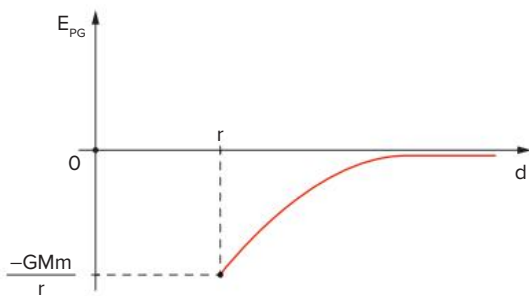


Fig. 34 Energia potencial gravitacional em função da distância entre o centro de dois corpos esféricos.

A energia potencial gravitacional é uma propriedade do sistema formado por dois corpos, e não de cada corpo separadamente. Por isso, está teoricamente errado afirmar que uma massa "tem" energia potencial gravitacional, já que essa energia é associada ao sistema das duas massas (na equação da E_{PG} , é necessário o valor de ambas as massas). Nos exercícios clássicos de conservação de energia, afirmamos que um objeto (uma pedra, por exemplo, que tem massa muito menor do que a da Terra) apresenta uma energia potencial; pois, durante o processo de transformação de energia potencial em cinética, como a massa da Terra é muito grande, ela praticamente não ganha energia cinética, sendo que a maior parte da energia é adquirida pelo objeto em questão.

Exercício resolvido

- 13 Determine a velocidade inicial que um objeto deve ter para que, lançado verticalmente da superfície terrestre, consiga atingir uma altura de $3R_T$, onde R_T é o raio da Terra.

Resolução:

De acordo com a conservação de energia mecânica desde a superfície da Terra até o ponto de altura máxima, onde a velocidade se anula, temos:

$$\begin{aligned} E_{M(\text{inicial})} &= E_{M(\text{final})} \\ E_{PG(\text{inicial})} + E_{C(\text{inicial})} &= E_{PG(\text{final})} + E_{C(\text{final})} \\ -\frac{GMm}{R_T} + \frac{mv_0^2}{2} &= -\frac{GMm}{4R_T} + 0 \\ v_0 &= \sqrt{\frac{3GM}{4R_T}} \end{aligned}$$

No ponto de altura máxima, a distância entre o centro da Terra e a posição do objeto é $d = R_T + 3R_T = 4R_T$.

Velocidade de escape

Um objeto, ao ser arremessado verticalmente para cima, perde velocidade a uma taxa constante (para pequenas alturas) e, ao atingir a altura máxima, inverte o sentido do movimento e volta para o ponto de partida. Quanto maior a velocidade inicial de lançamento, maior a altura máxima atingida. Porém, para alturas de ordem de grandeza próximas do raio da Terra, quanto maior a altura atingida, menor o campo gravitacional, já que o campo decresce com o inverso do quadrado da distância. Se fosse possível esse objeto chegar ao infinito – a maior altura possível –, ele não voltaria mais para a Terra, pois, no infinito, o campo gravitacional terrestre não atua mais. Parece difícil compreender que um objeto poderia chegar ao infinito, mas talvez seja mais simples pensar que o infinito é um ponto do espaço longínquo, onde o campo gravitacional terrestre simplesmente parou de atuar.

A velocidade mínima necessária para que um corpo, sem propulsão, consiga escapar do campo gravitacional de um planeta é chamada **velocidade de escape**. Com essa velocidade, o corpo não volta mais para o local de origem.

A velocidade de escape pode ser calculada por meio do princípio de conservação de energia mecânica:

$$\begin{aligned} E_{M(\text{inicial})} &= E_{M(\text{final})} \\ E_{PG(\text{inicial})} + E_{C(\text{inicial})} &= E_{PG(\text{final})} + E_{C(\text{final})} \\ -\frac{GMm}{R} + \frac{mv_E^2}{2} &= 0 + 0 \Rightarrow v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \end{aligned}$$

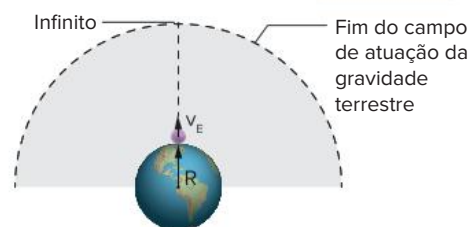


Fig. 35 Objeto sendo lançado da superfície da Terra com velocidade de escape (v_E).

No infinito, adotamos a energia cinética como zero, $E_{C(\text{final})} = 0$, pois queremos a velocidade inicial **mínima** para o corpo chegar lá, ou seja, o corpo deve chegar no infinito com velocidade nula. Também temos que $E_{PG(\text{final})} = 0$, pois o infinito é o referencial adotado.

Para a Terra, a velocidade de escape é de aproximadamente 11,2 km/s, ou seja, um corpo **sem propulsão** precisaria dessa velocidade para escapar da Terra e nunca mais voltar para a superfície, desconsiderando os efeitos de resistência do ar. Obviamente, nessas análises, estamos desprezando os efeitos de outros planetas, estrelas e quaisquer outros corpos no espaço.

Um foguete ou ônibus espacial não precisa dessa velocidade para escapar da Terra, pois eles têm propulsores, o que faz com que a força impulsora, devido aos gases que são ejetados para baixo, seja maior que a força gravitacional.

Atenção

É importante notar que a velocidade de escape independe da direção na qual o projétil foi lançado.

u. S. navy photo by mass communication specialist 1st class chad j. mitchell/released



Fig. 36 Decolagem do ônibus espacial Atlantis no Kennedy Space Center em Cabo Canaveral, Flórida (2011). O ônibus espacial, que possui propulsão, não precisa da velocidade de escape para sair da atmosfera.

Uma das grandes vantagens de as bases de lançamento de foguetes e satélites serem próximas à linha equatorial é aproveitar a já existente velocidade tangencial de rotação terrestre, necessitando, assim, de menos energia para escapar do campo gravitacional terrestre. Nas proximidades do Cabo Canaveral, na Flórida (EUA), a Terra já apresenta uma velocidade de aproximadamente 0,46 km/s, o que torna conveniente lançar foguetes (em direção ao Leste), já que eles possuem, por inércia, a mesma velocidade tangencial da Terra.

Se um satélite estiver em órbita circular em torno da Terra, sua velocidade será $v_{\text{orb}} = \sqrt{\frac{GM}{R_{\text{orb}}}}$. Para esse satélite escapar da órbita, é necessário que sua velocidade seja $v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R_{\text{orb}}}}$, ou seja, ela precisa aumentar de $\sqrt{2} \simeq 1,41$, o que significa incrementar em torno de 41% a velocidade do satélite.

Saiba mais

Buracos negros

Considere uma estrela esférica de massa M e raio R . Suponha que, por algum motivo, o volume dessa estrela diminua enquanto a massa permanece a mesma. A velocidade de escape $v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ desse corpo aumenta com a diminuição do raio. Suponha, também, que o raio é pequeno de tal forma que:

$$\sqrt{\frac{2GM}{R}} \geq c,$$

em que $c = 3 \cdot 10^8$ m/s é a velocidade da luz no vácuo. Isso significa que a velocidade de escape é maior que a velocidade da luz. Porém, de acordo com a Teoria da Relatividade Restrita, nenhum objeto consegue ultrapassar a velocidade da luz. Tais corpos, que apresentam uma velocidade de escape maior do que a da luz para pontos próximos de sua superfície, existem no universo e são conhecidos como **buracos negros**. Nem mesmo a luz consegue escapar de um buraco negro, devido ao seu intenso campo gravitacional em regiões próximas de sua superfície. Em 1916, um astrônomo alemão chamado Karl Schwarzschild usou a Teoria da Relatividade Geral de Einstein para determinar o menor raio que um corpo pode ter para se tornar um buraco negro. Esse raio, denominado **raio crítico (R_c)**

$$\text{é dado por: } R_c = \frac{2GM}{c^2}.$$

A superfície da esfera de raio R_c , que cerca o buraco negro, é chamada de horizonte de eventos, uma vez que, como nem a luz consegue escapar de seu interior, também não conseguimos ver nenhum evento que acontece nessa região.

Conservação de energia mecânica em órbitas

Em interações entre dois corpos apenas, a única força que existe é a força gravitacional, sendo uma força conservativa. Em um sistema em que só atuam forças conservativas, a energia mecânica se conserva. Portanto, em órbitas, como só atua a força gravitacional, temos a conservação de energia mecânica. Observe o esquema a seguir:

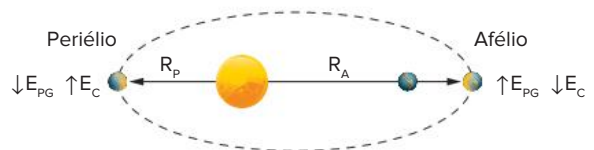


Fig. 37 Variação das energias potencial gravitacional e cinética no periélio e no afélio.

No periélio, a distância entre o planeta e o Sol é mínima. Assim, a energia potencial gravitacional também é mínima (muito negativa). Para compensar, temos que ter o máximo de energia cinética (ou seja, a velocidade é máxima no periélio). Analogamente, no afélio, a distância é grande, o que faz com que a energia potencial gravitacional também seja grande (pouco negativa, mais próxima de zero). Portanto, a energia cinética é mínima (ou seja, a velocidade é mínima no afélio). Esse resultado está em concordância com a 2ª lei de Kepler.

Para órbitas circulares, a energia mecânica total (E_{Total}) é dada por:

$$E_{\text{Total}} = E_{\text{Cinética}} + E_{\text{Potencial}} \Rightarrow E_{\text{Total}} = \frac{mv_{\text{orb}}^2}{2} - \frac{GMm}{R_{\text{orb}}}$$

Com $v_{\text{orb}} = \sqrt{\frac{GM}{R_{\text{orb}}}}$, temos:

$$E_{\text{Total}} = \frac{GMm}{2R_{\text{orb}}} - \frac{GMm}{R_{\text{orb}}} \Rightarrow E_{\text{Total}} = -\frac{GMm}{2R_{\text{orb}}}$$

Note que, no caso de órbitas circulares:

$$E_{\text{Potencial}} = \frac{1}{2}E_{\text{Cinética}}$$

Para órbitas elípticas, a energia mecânica total é

$$E_{\text{Total}} = -\frac{GMm}{2a}, \text{ em que } a \text{ é o semieixo maior da elipse.}$$

Saiba mais

Órbita de transferência de Hohmann

Em 1925, o cientista alemão Walter Hohmann (1880-1945) publicou um trabalho sobre a transferência de uma nave espacial de uma órbita planetária para outra. Esse método de Hohmann tem a particularidade de ser o modo mais eficiente de transferência de órbitas, ou seja, requer o mínimo de energia possível (existem outras órbitas de transferência que minimizam tempo ou distância).

Se a órbita de partida e a órbita de destino forem circulares, a órbita de transferência de Hohmann será uma elipse cujo periélio tangencia a órbita de um dos planetas e o afélio tangencia a órbita do outro planeta.

Vamos supor que uma espaçonave está na órbita circular em azul (1) e deseja ir para a órbita circular vermelha (3), conforme a figura:

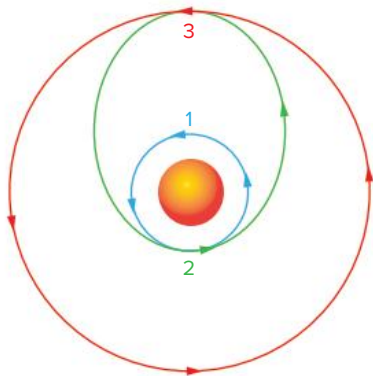


Fig. 38 Transferência da órbita circular 1 para a órbita circular 3 através da órbita elíptica 2.

Os foguetes são acionados brevemente na órbita de partida, no ponto 2. Assim, a espaçonave entra na órbita de transferência, com os foguetes já desligados, pois ocorrerá um aumento da energia mecânica total do sistema. Durante a órbita elíptica, a espaçonave viaja até atingir a outra órbita, conduzida pela força gravitacional. Ao chegar ao ponto 3, os foguetes são novamente acionados, por um breve intervalo de tempo, para que a espaçonave entre em sua nova órbita circular.

Sistema binário

No estudo do movimento de satélites, analisamos apenas os casos nos quais o corpo central apresenta uma massa muito maior que a do corpo em órbita. Essa hipótese era válida para os movimentos dos planetas em torno do Sol, uma vez que este concentra cerca de 99,9% da massa de todo o Sistema Solar, ou seja, o centro do Sol é aproximadamente o centro de massa do Sistema Solar.

Agora, estudaremos sistemas em que as massas têm ordens de grandeza próximas. Esses casos não são tão incomuns quanto pensamos: a Lua e a Terra fazem parte de um exemplo de sistema no qual as massas, por terem ordem de grandeza não muito distintas, alteram a análise cinemática do movimento dos corpos.

Dessa forma, não há um corpo orbitando outro. Na verdade, ambos se movem em torno de um ponto em comum: o **baricentro**, que é o **centro de massa do sistema** (CM).

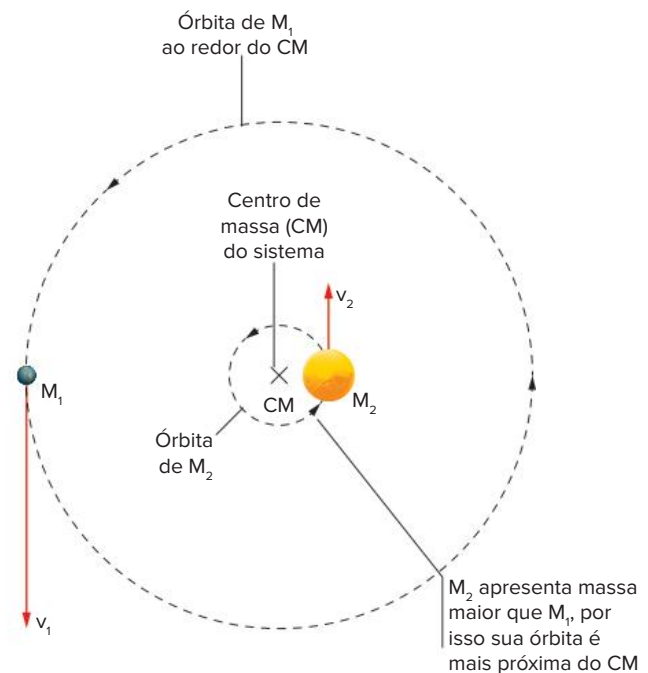


Fig. 39 Sistema binário.

Para determinar o centro de massa do sistema, podemos realizar uma média ponderada:

$$x_{\text{CM}} = \frac{M_1x_1 + M_2x_2}{M_1 + M_2}$$

No sistema Terra-Lua, o baricentro é um ponto mais próximo da Terra do que da Lua, já que a massa de nosso planeta é maior que a da Lua. De fato, esse ponto está localizado no interior terrestre, porém não coincide com o centro de massa da Terra.

Nosso planeta não realiza somente rotação e translação. Além desses movimentos, ele realiza vários outros, incluindo o movimento em torno do centro de massa do sistema Terra-Lua. Na verdade, é o baricentro desse sistema que orbita em torno do Sol, em uma trajetória elíptica.

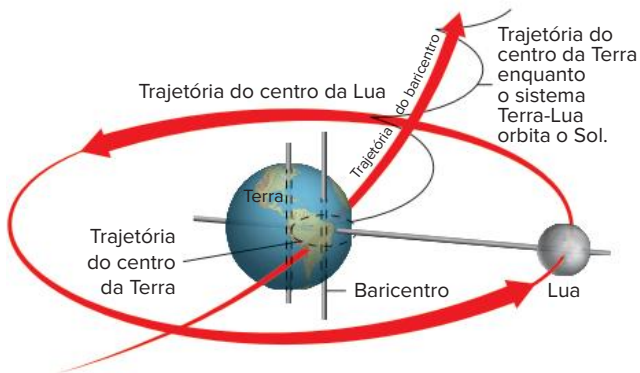


Fig 40 O baricentro do sistema Terra-Lua se move em uma órbita elíptica (quase circular) em torno do Sol

Vamos determinar o período da órbita de um sistema de dois corpos, de massas M_1 e M_2 . Para o corpo de massa m_1 , a força gravitacional atua como resultante centrípeta. Considere o esquema a seguir:

$$F_G = R_C \Rightarrow \frac{Gm_1m_2}{d^2} = m_1\omega^2r_1 \Rightarrow \omega^2 = \frac{Gm_2}{d^2r_1}$$

Porém, a posição do centro de massa é dada por:

$$r_1 = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 d}{m_1 + m_2} \Rightarrow r_1 = \frac{m_2 d}{m_1 + m_2}$$

Portanto, lembrando que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, temos:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{Gm_2}{d^2 \left(\frac{m_2 d}{m_1 + m_2}\right)} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{d^3} \Rightarrow \frac{d^3}{T^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

Essa é a 3ª lei de Kepler para um sistema binário. A distância d é a distância entre os corpos e, no caso em que uma massa é muito maior que a outra, chegamos à equação original da 3ª lei de Kepler, obtida anteriormente.

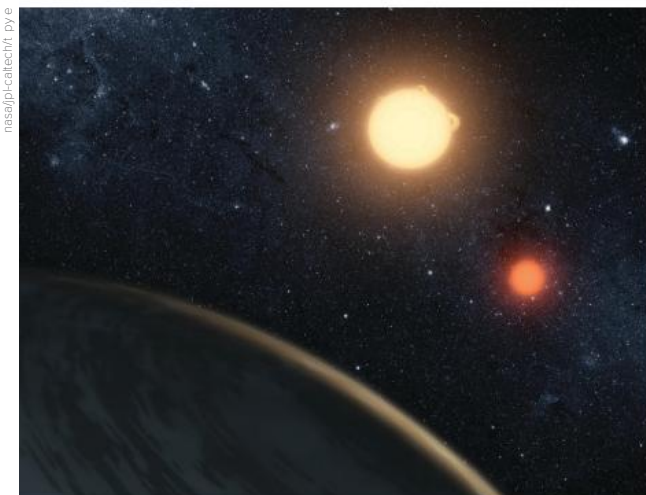


Fig. 41 Concepção artística do planeta Kepler-16b, o primeiro planeta conhecido que orbita um sistema binário de estrelas. Ele foi descoberto pela missão Kepler da Nasa em 2011.

Fases da Lua

Quando olhamos para o céu, nem sempre observamos a face visível da Lua com o mesmo formato. Algumas vezes, conseguimos vê-la durante o dia, outras vezes, durante a noite e, em alguns dias do mês, não conseguimos vê-la. Essas mudanças na face visível da Lua são denominadas fases da Lua.

O período lunar — tempo necessário para a Lua dar uma volta em torno da Terra — é de aproximadamente 28 dias e é também chamado de **mês lunar**. Durante o mês lunar, estão presentes as quatro principais fases da Lua, que acontecem na sequência: cheia, quarto minguante, nova e quarto crescente:

- **Lua cheia:** a face lunar visível está completamente iluminada; fase que acontece cerca de sete dias após a de quarto crescente.
- **Quarto minguante:** ocorre quando a iluminação da face visível da Lua está pela metade; antecede a fase de Lua nova.
- **Lua nova:** a face não iluminada está completamente voltada para a Terra. Logo, ela não é visível no céu.
- **Quarto crescente:** a esfera lunar que conseguimos ver está iluminada pela metade; acontece cerca de uma semana depois da Lua nova.

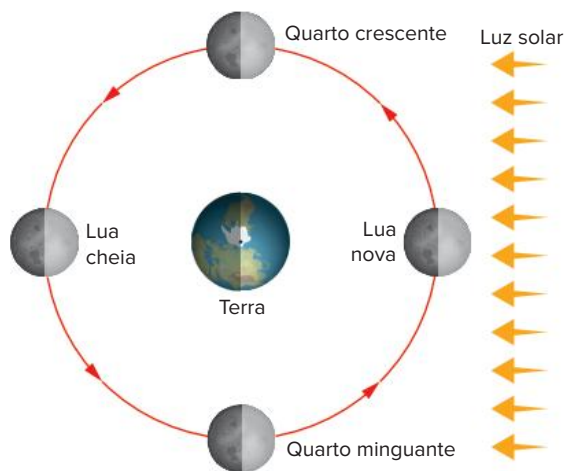


Fig. 42 Fases da Lua.

Uma particularidade importante do movimento lunar é que seu período de translação em torno da Terra está sincronizado com o período de rotação ao redor de seu eixo; a translação e a rotação ocorrem no mesmo sentido. Dessa forma, a Lua exhibe sempre a mesma face para a Terra. Sobre isso, é comum ser utilizada, erroneamente, a expressão “lado escuro da Lua” para sua face não visível, porém a face não visível não necessariamente deixa de ser iluminada pelo Sol.



Fig. 43 Imagem registrada durante a missão Apollo 16, em que, por estar parcialmente iluminada pelo Sol, a face lunar não é visível da Terra.

apollo 6/mesa

Eclipses

Em todos os meses, podemos observar pelo menos uma Lua cheia e uma Lua nova, entretanto, não são em todos os meses que observamos um eclipse solar e um eclipse lunar. Os eclipses não acontecem com essa frequência, pois o plano de órbita do sistema Terra-Lua não é o mesmo do sistema Terra-Sol. Isso faz com que os três corpos celestes não estejam sempre alinhados.

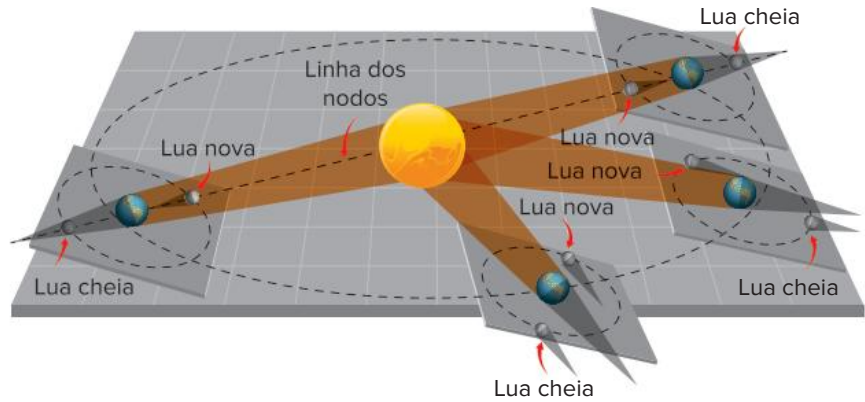


Fig. 44 O plano da órbita da Lua em torno da Terra não é o mesmo que o da órbita da Terra ao redor do Sol.

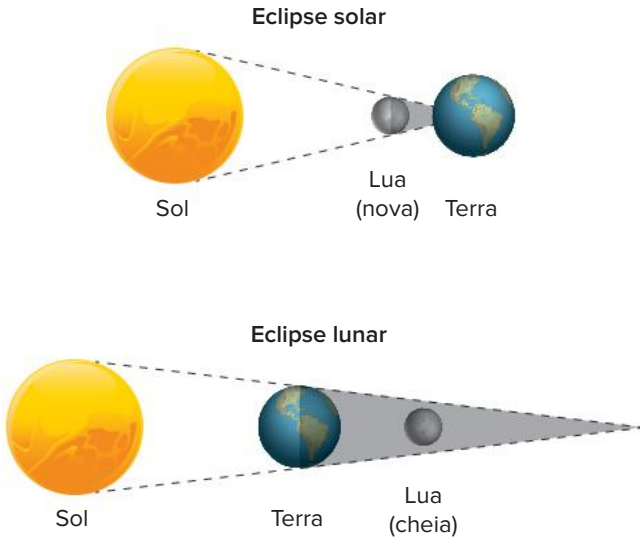


Fig. 45 Esquemas de eclipses solar e lunar.

Assim, temos duas condições para ter eclipse:

1. Lua nova (eclipse solar) ou Lua cheia (eclipse lunar).
2. Sol, Terra e Lua alinhados. A linha que une os três corpos, nesse caso, chama-se linha nodal ou **linha dos nodos**.

Embora ocorram mais eclipses solares do que lunares, estes são mais vistos, já que podem ser observados de todos os lugares da Terra em que a Lua se encontra acima do horizonte, enquanto os eclipses solares só são vistos em uma estreita faixa no hemisfério iluminado.



Fig. 46 Eclipse solar.

Revisando

1 Sobre os conceitos fundamentais de Astronomia e Gravitação, responda:

- a) Qual a diferença entre a teoria geocêntrica e a heliocêntrica?

- b) Qual a diferença entre ano-luz e unidade astronômica?

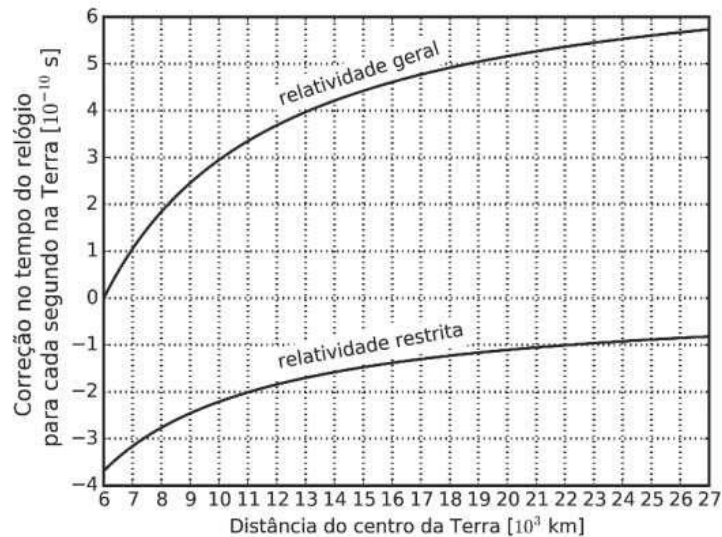
- c) Por que existem as estações do ano?

- 2 Um planeta descreve uma órbita elíptica em torno do Sol. Em qual posição a velocidade de translação desse planeta é maior: no periélio ou no afélio? Qual lei de Kepler você utilizou para chegar a essa conclusão?

- 3 **Unicamp 2017** O uso do sistema de localização GPS (*Global Positioning System*) cresceu bastante nos últimos tempos devido principalmente à existência do sensor GPS na maioria dos celulares disponíveis no mercado. Nesses celulares, o sinal de GPS tem sido usado para localização do aparelho em mapas, para obter sugestões de rotas e até em jogos. Considere que os satélites responsáveis por enviar o sinal GPS encontram-se a aproximadamente $R_{\text{GPS}} = 27000$ km do centro da Terra, seu período de rotação em torno do centro da Terra é $T_{\text{GPS}} = 12$ horas e sua órbita é circular.

► Use: $\pi = 3$.

- a) Qual é a velocidade escalar média de um satélite do sistema GPS?
- b) Os satélites de GPS enviam continuamente as três coordenadas que determinam sua posição atual e o horário do envio da mensagem. Com as informações de 4 satélites, o receptor pode determinar a sua posição e o horário local. Para garantir a precisão dessas informações, efeitos relativísticos são considerados na determinação do horário enviado pelos satélites. Os relógios localizados nos satélites são afetados principalmente por efeitos da relatividade restrita, que atrasam os relógios, e da relatividade geral, que adiantam os relógios, conforme mostra a figura abaixo. Qual é a distância do centro da Terra R e o período T da órbita em que os efeitos da relatividade geral e da relatividade restrita se cancelam, ou seja, quando a soma dos dois efeitos é zero?



4 UFSM Dois corpos esféricos e homogêneos de mesma massa têm seus centros separados por uma certa distância, maior que o seu diâmetro. Se a massa de um deles for reduzida à metade e a distância entre seus centros, duplicada, o módulo da força de atração gravitacional que existe entre eles ficará multiplicado por qual valor?

5 UFU 2016 Em 2009, foi realizada uma missão de reparos no Telescópio Espacial Hubble, que se encontra em órbita em torno da Terra a, aproximadamente, 600 km de altitude. Isso foi feito para que o equipamento pudesse ainda operar por mais alguns anos. Na ocasião, os astronautas foram vistos em uma condição em que pareciam flutuar do lado de fora do instrumento, levando à ideia equivocada de que estavam sem ação da força gravitacional terrestre.

a) Assumindo que o raio da Terra é aproximadamente igual a 6400 km, a massa de nosso planeta é de $6 \cdot 10^{24}$ kg e a massa do Telescópio Hubble é de $11 \cdot 10^3$ kg, qual é o valor da aceleração da gravidade terrestre a que os astronautas estavam sujeitos durante a missão de reparos?

► Considere: $= 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$.

b) Supondo que no Universo somente existisse o planeta Terra, a que distância em relação a ele os astronautas deveriam ser colocados para que a aceleração gravitacional terrestre fosse nula?

6 UFPR 2017 Em 18 de junho de 2016, foi lançado o foguete Ariane 5 ECA, que transportava o satélite de comunicação EchoStar XVIII, com o objetivo de transferi-lo para uma órbita geoestacionária. As órbitas geoestacionárias são aquelas em que o período de revolução do satélite é de 24 h, o que corresponde a seu posicionamento sempre sobre um mesmo ponto da superfície terrestre no plano do Equador. Considere o raio R_1 da órbita desse satélite como sendo de 42000 km.

Em 15 de setembro de 2016, foi lançado o foguete Vega, transportando os satélites SkySats, denominados de 4 a 7 (satélites de uma empresa do Google), para mapeamento com alta precisão da Terra inteira. A altitude da órbita desses satélites, em relação à superfície terrestre, é de 500 km. Considerando o raio da terra como sendo de aproximadamente 6500 km e que a velocidade de um satélite, tangencial à órbita, pode ser calculada pela raiz quadrada do produto da constante gravitacional G pela massa M da terra dividida pelo raio da órbita do satélite, determine:

(Obs.: Não é necessário o conhecimento dos valores de G e M e todos os cálculos devem ser claramente apresentados. Alguns dos valores estão com aproximações por conveniência de cálculo. Não é necessário determinar os valores das raízes quadradas, basta deixar os valores numéricos, após os devidos cálculos, indicados no radical.)

a) O valor numérico da velocidade V_2 do satélite EchoStar XVIII, em relação à velocidade V_1 de um dos satélites SkySats.

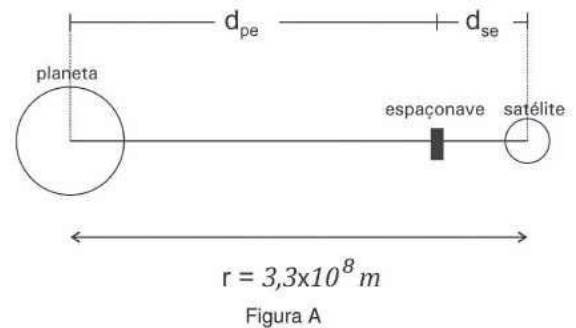
b) O valor do período T_2 dos satélites SkySats, em horas, por aplicação da terceira Lei de Kepler.

7 UEL 2020 Uma espaçonave, de massa igual a $1 \cdot 10^4$ kg, está passando pelas imediações de um planeta remoto, cuja massa é de $8 \cdot 10^{24}$ kg. Esse planeta possui um satélite natural, que tem 1% da sua massa e cujo raio da órbita em torno do planeta é de $3,3 \cdot 10^8$ m.

Com base nessas informações, responda aos itens a seguir.

a) Considere a figura A ao lado (note que a figura não está em escala). A rota da espaçonave prevê que ela passe exatamente pelo ponto, entre o planeta e o satélite, onde a força gravitacional resultante sobre a nave é nula.

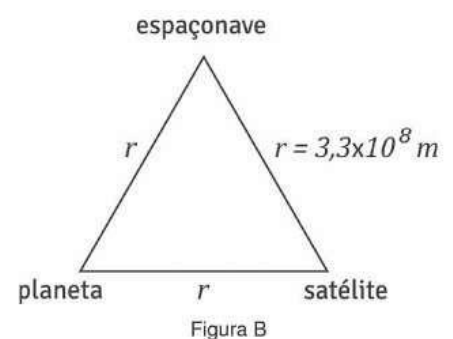
Calcule a distância em que a espaçonave estará do centro do satélite nesse exato instante.



b) A magnitude da energia devida à atração gravitacional entre dois corpos de massas m_1 e m_2 é dada por $U = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d}$, onde d é a distância entre os dois corpos.

Ao longo de sua viagem, a espaçonave passa por um ponto, onde ela, o planeta e o satélite ocupam os vértices de um triângulo equilátero, conforme a figura B ao lado. A partir dessa posição, calcule o trabalho mínimo que deveria ser realizado pelos motores da espaçonave para que ela escapasse da atração gravitacional exercida sobre ela pelo planeta e pelo satélite. Para essa estimativa, despreze o movimento do planeta e do satélite. Considere a constante de gravitação universal $G = 6,6 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Observação: Ao escapar da atração gravitacional, $U = 0$.



Exercícios propostos

1 IFSP 2012 Muitos ainda acreditam que como a órbita da Terra em torno do Sol é uma elipse e o Sol não está no centro dessa elipse, as estações do ano ocorrem porque a Terra ora fica mais próxima do Sol, ora mais afastada. Se isso fosse verdade, como se explica o fato de o Natal ocorrer numa época fria (até nevar) nos países do hemisfério Norte e no Brasil ocorrer numa época de muito calor? Será que metade da Terra está mais próxima do Sol e a outra metade está mais afastada? Isso não faz sentido. A existência das estações do ano é mais bem explicada

- A pelo fato de o eixo imaginário de rotação da Terra ser perpendicular ao plano de sua órbita ao redor do Sol.
- B pelo fato de em certas épocas do ano a velocidade de translação da Terra ao redor do Sol ser maior do que em outras épocas.
- C pela inclinação do eixo imaginário de rotação da Terra em relação ao plano de sua órbita ao redor do Sol.
- D pela velocidade de rotação da Terra em relação ao seu eixo imaginário não ser constante.
- E pela presença da Lua em órbita ao redor da Terra, exercendo influência no período de translação da Terra ao redor do Sol.

2 UFRGS Selecione a alternativa que preenche corretamente as lacunas nas afirmações a seguir, na ordem em que elas aparecem.

_____ descreveu movimentos acelerados sobre um plano inclinado e estudou os efeitos da gravidade terrestre local sobre tais movimentos.

_____ usando dados coletados por Tycho Brahe, elaborou enunciados concisos para descrever os movimentos dos planetas em suas órbitas em torno do Sol.

_____ propôs uma teoria que explica o movimento dos corpos celestes, segundo a qual a gravidade terrestre atinge a Lua, assim como a gravidade solar se estende à Terra e aos demais planetas.

- A Newton – Kepler – Galileu
- B Galileu – Kepler – Newton
- C Galileu – Newton – Kepler
- D Kepler – Newton – Galileu
- E Kepler – Galileu – Newton

3 UEL É oficial: Plutão foi rebaixado. A partir de agora, o Sistema Solar é composto por oito planetas (de Mercúrio a Netuno), por planetas-anões (incluindo Plutão) e por corpos pequenos (asteroides, cometas). A decisão saiu da Assembleia Geral da União Astronômica Internacional (IAU), realizada em Praga, capital da República Checa. Os astrônomos seguirão trabalhando para classificar os

casos duvidosos entre as categorias de “planeta-anão” e “corpo pequeno do Sistema Solar”.

Dois corpos celestes do Sistema Solar que tinham sido cotados para promoção a planetas, o asteroide Ceres e o planetóide 2003 UB313, de codinome Xena, ganham a condição de “planeta-anão”.

Com base no texto, é correto afirmar:

- A A partir de agora, o sistema solar é composto exclusivamente por oito planetas.
- B O planetóide 2003 UB313 pertence ao Sistema Solar e foi classificado como “planeta-anão”.
- C A decisão de excluir Plutão do Sistema Solar foi tomada pela União Astronômica Internacional (IAU).
- D Corpos pequenos como asteroides e cometas serão agora classificados como “anões”.
- E Os asteroides Ceres e o planetóide 2003 UB313 foram promovidos a planetas

4 Unesp 2020 Para completar minha obra, restava uma última tarefa: encontrar a lei que relaciona a distância do planeta ao Sol ao tempo que ele leva para completar sua órbita.

Por fim, já quase sem esperanças, tentei T^2/D^3 E funcionou! Essa razão é igual para todos os planetas! No início, pensei que se tratava de um sonho. Essa é a lei que tanto procurei, a lei que liga cosmo e mente, que demonstra que toda a Criação provém de Deus. Minha busca está encerrada.

(*Apud* Marcelo Gleiser. *A harmonia do mundo*, 2006. Adaptado.)

A lei mencionada no texto refere-se ao trabalho de um importante pensador, que viveu

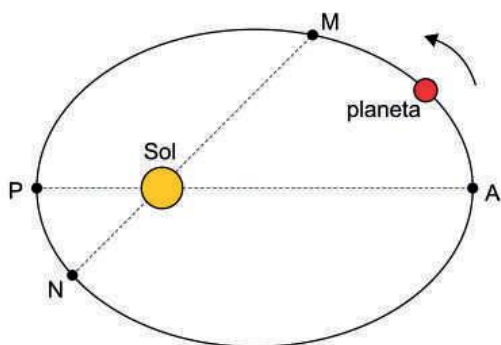
- A na Idade Média, período influenciado pelo pensamento da Igreja católica, e que buscava explicar os fenômenos da natureza por meio da intervenção divina.
- B na Europa posteriormente a Isaac Newton e que, sob forte influência deste filósofo e cientista, estabeleceu as bases da mecânica celeste.
- C em uma época de exacerbados conflitos religiosos, que culminariam na Contrarreforma católica, opondo-se ao modelo heliocêntrico de Nicolau Copérnico.
- D no período do Renascimento científico e que formulou três leis fundamentais do movimento planetário, baseando-se em observações do planeta Marte.
- E no fim da era medieval e início da Idade Moderna, período de triunfo da fé sobre a razão, o que facilitou seus trabalhos na tentativa de compreender a natureza.

5 UEPG 2020 Em relação às Leis de Kepler, assinale o que for correto.

- 01 A lei das áreas estabelece que o segmento de reta que une o Sol a um planeta descreve áreas iguais em intervalos de tempos iguais.
- 02 Os planetas descrevem órbitas perfeitamente circulares em torno do Sol.
- 04 Quanto mais afastado estiver um planeta do Sol, maior será o período de rotação desse planeta em torno do Sol.
- 08 O modelo desenvolvido por Kepler é um modelo geocêntrico.

Soma:

6 Uefs 2018 A figura representa a trajetória elíptica de um planeta em movimento de translação ao redor do Sol e quatro pontos sobre essa trajetória: M, P (periélio da órbita), N e A (afélio da órbita).



O módulo da velocidade escalar desse planeta

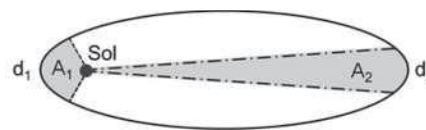
- A sempre aumenta no trecho MPN.
- B sempre diminui no trecho NAM.
- C tem o mesmo valor no ponto A e no ponto P.
- D está aumentando no ponto M e diminuindo no ponto N.
- E é mínimo no ponto P e máximo no ponto A.

7 Eformm 2019 Um planeta possui distância ao Sol no afélio que é o dobro de sua distância ao Sol no periélio. Considere um intervalo de tempo Δt muito pequeno e assuma que o deslocamento efetuado pelo planeta durante esse pequeno intervalo de tempo é praticamente retilíneo. Dessa forma, a razão entre a velocidade média desse planeta no afélio e sua velocidade média no periélio, ambas calculadas durante o mesmo intervalo Δt , vale aproximadamente

- A $\frac{1}{2}$
- B $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
- D $\frac{1}{\sqrt{8}}$
- E 2

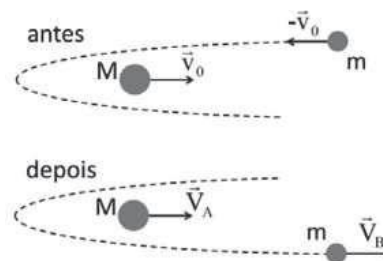
8 Unicamp 2019 Em agosto de 2018 a Nasa lançou a Sonda Solar Parker, destinada a investigar o Sol, passando pela coroa solar. A sonda seguirá uma trajetória dando várias voltas em torno do Sol, em órbitas elípticas com grande excentricidade.

a) Considere um corpo que descreve uma órbita elíptica em torno do Sol, como ilustra a figura A. A área da elipse varrida pela linha que liga o corpo ao Sol no trecho 2 é o dobro da área varrida no trecho 1 ($A_2 = 2 \cdot A_1$); já as distâncias percorridas nos trechos são tais que $d_2 = 0,8 \cdot d_1$. Se a velocidade escalar média do corpo no trecho 1 é igual a $v_1 = 172000$ km/h, quanto vale a velocidade escalar média no trecho 2?



(A)

b) A sonda terá sua velocidade modificada (sem consumo adicional de combustível) nas passagens próximas ao planeta Vênus, explorando o efeito conhecido como catapulta gravitacional. Para ilustrar esse efeito, considere dois corpos de massas M e m , inicialmente com velocidades de mesmo módulo (v_0), mesma direção e sentidos contrários. Após a aproximação, os corpos se afastam com velocidades de módulos V_A e V_B , seguindo na mesma direção inicial, conforme mostra a figura B. Como a energia cinética se conserva, a velocidade de afastamento dos corpos é igual à de aproximação: $2v_0 = V_B - V_A$. Encontre a velocidade V_B da massa m em termos de M , m e v_0 . Em seguida, use $M = 100m$ e encontre a razão V_B/v_0 .



(B)

9 UFRGS 2020 A figura abaixo mostra a imagem de um buraco negro na galáxia elíptica Messier 87, obtida através do uso de um conjunto de telescópios espalhados ao redor da Terra.



No centro da galáxia, também há um buraco negro, chamado Sagittarius A*.

Usando o Sistema Internacional de unidades, a relação entre o raio da órbita, R , e o período de revolução T de um corpo que orbita em torno de um astro de

massa M é dada pela 3ª Lei de Kepler $R^3 = \frac{G}{4\pi^2} MT^2$,

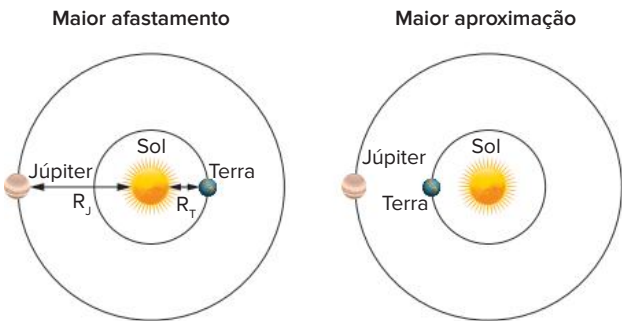
em que $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ é a constante de gravitação universal.

Quando T e R são expressos, respectivamente, em anos e em unidades astronômicas (UA), a 3ª Lei de Kepler pode ser escrita como $\frac{R^3}{T^2} = M$, em que a massa

M é expressa em unidades de massa do Sol, M_{Sol} . Tendo sido observada uma estrela em órbita circular com $R \cong 800 \text{ UA}$ e $T \cong 16 \text{ anos}$, conclui-se que a massa do buraco negro na nossa galáxia é, aproximadamente,

- A $2,0 \cdot 10^6 M_{\text{Sol}}$.
- B $6,4 \cdot 10^4 M_{\text{Sol}}$.
- C $2,0 \cdot 10^4 M_{\text{Sol}}$.
- D $6,4 \cdot 10^3 M_{\text{Sol}}$.
- E $2,0 \cdot 10^2 M_{\text{Sol}}$.

10 Unicamp 2012 Em setembro de 2010, Júpiter atingiu a menor distância da Terra em muitos anos. As figuras abaixo ilustram a situação de maior afastamento e a de maior aproximação dos planetas, considerando que suas órbitas são circulares, que o raio da órbita terrestre (R_T) mede $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ e que o raio da órbita de Júpiter (R_J) equivale a $7,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.



De acordo com a terceira lei de Kepler, o período de revolução e o raio da órbita desses planetas em

torno do Sol obedecem à relação $\left(\frac{T_J}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{R_J}{R_T}\right)^3$ em

que T_J e T_T são os períodos de Júpiter e da Terra, respectivamente.

Considerando as órbitas circulares representadas na figura, o valor de T_J em anos terrestres é mais próximo de:

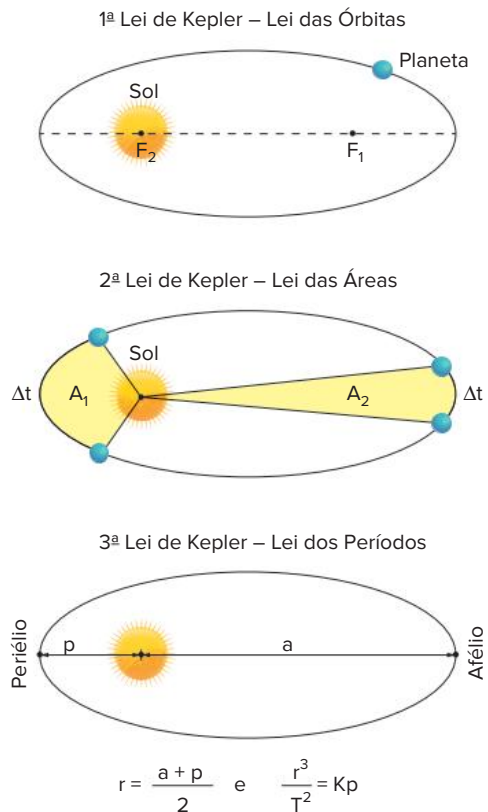
- A 0,1
- B 5
- C 12
- D 125

11 Unesp 2014 Saturno é o sexto planeta a partir do Sol e o segundo maior, em tamanho, do Sistema Solar. Hoje, são conhecidos mais de sessenta satélites naturais de Saturno, sendo que o maior deles, Titã, está a uma distância média de 1200000 km de Saturno e tem um período de translação de, aproximadamente, 16 dias terrestres ao redor do planeta



Fora de escala Disponível em: <<http://caronteiff.blogspot.com>>.

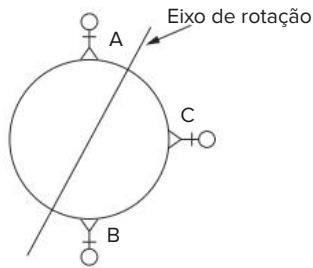
Tétis é outro dos maiores satélites de Saturno e está a uma distância média de Saturno de 300000 km. Considere:



O período aproximado de translação de Tétis ao redor de Saturno, em dias terrestres, é

- A 4
- B 2
- C 6
- D 8
- E 10

- 12 UFJF** Sabemos que o planeta Terra, onde habitamos sua superfície, pode ser considerado uma esfera achatada nos polos. A figura a seguir representa a Terra com pessoas em algumas posições sobre ela (A, B e C). Levando-se em consideração a Lei da Gravitação Universal, qual ou quais posições são realmente possíveis?



- A A.
 B A e B.
 C A e C.
 D A, B e C.
 E B e C.

- 13 UEPG 2019** O planeta Terra tem massa aproximadamente igual a $6 \cdot 10^{24}$ kg e dista a 41400000 de quilômetros do planeta Vênus de massa aproximadamente igual a $5 \cdot 10^{24}$ kg. De acordo com as informações e, adotando $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$, assinale o que for correto

- 01 A força gravitacional, que atua a distância, numa direção que une os centros dos corpos, é uma força de campo. Na verdade, o que temos é um par de forças de ação e reação, cada uma agindo em um planeta, e que têm a mesma intensidade.
 02 A intensidade da força de atração gravitacional entre a Terra e Vênus é de aproximadamente $0,0000048 \cdot 10^{37}$ N.
 04 De acordo com a Lei da Gravitação Universal, o valor da constante de gravitação ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$) é válido somente para corpos no vácuo.
 08 A intensidade da força de atração gravitacional entre a Terra e Vênus é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa os centros dos planetas.

Soma:

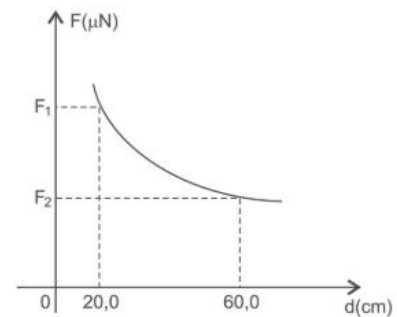
- 14 UEM 2011** Sobre as leis de Kepler e a Lei da Gravitação Universal, assinale o que for correto.

- 01 A Terra exerce uma força de atração sobre a Lua.
 02 Existe sempre um par de forças de ação e reação entre dois corpos materiais quaisquer.
 04 O período de tempo que um planeta leva para dar uma volta completa em torno do Sol é inversamente proporcional à distância do planeta até o Sol.

- 08 O segmento de reta traçado de um planeta ao Sol varrerá áreas iguais, em tempos iguais, durante a revolução do planeta em torno do Sol.
 16 As órbitas dos planetas em torno do Sol são elípticas, e o Sol ocupa um dos focos da elipse correspondente à órbita de cada planeta.

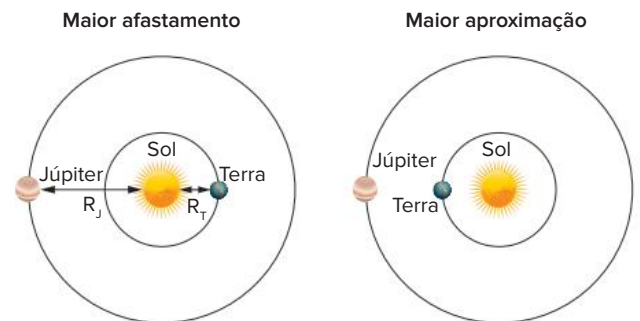
Soma:

- 15 Uefs 2017** A figura mostra como a força gravitacional entre dois corpos de massas M_1 e M_2 varia com a distância entre seus centros de massas. Baseado nas informações contidas no diagrama, é correto afirmar que a razão F_1/F_2 é dada por



- A $\frac{1}{3}$ B $\frac{2}{5}$ C 3 D 6 E 9

- 16 Unicamp 2012** Em setembro de 2010, Júpiter atingiu a menor distância da Terra em muitos anos. As figuras abaixo ilustram a situação de maior afastamento e a de maior aproximação dos planetas, considerando que suas órbitas são circulares, que o raio da órbita terrestre (R_T) mede $1,5 \cdot 10^{11}$ m e que o raio da órbita de Júpiter (R_J) equivale a $7,5 \cdot 10^{11}$ m.



A força gravitacional entre dois corpos de massas m_1 e m_2 tem módulo $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$ em que r é a distância entre eles e $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$. Sabendo que a massa de Júpiter é $M_J = 2,0 \cdot 10^{27}$ kg e que a massa da

Terra é $M_T = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg, o módulo da força gravitacional entre Júpiter e a Terra no momento de maior proximidade é:

- A $1,4 \cdot 10^{18}$ N C $3,5 \cdot 10^{19}$ N
 B $2,2 \cdot 10^{18}$ N D $1,3 \cdot 10^{30}$ N

17 EEAR 2017 Dois corpos de massas m_1 e m_2 estão separados por uma distância d e interagem entre si com uma força gravitacional F . Se duplicarmos o valor de m_1 e reduzirmos a distância entre os corpos pela metade, a nova força de interação gravitacional entre eles, em função de F , será

- A $F/8$ C $4F$
B $F/4$ D $8F$

18 FGV 2013 A massa da Terra é de $6,0 \cdot 10^{24}$ kg, e a de Netuno é de $1,0 \cdot 10^{26}$ kg. A distância média da Terra ao Sol é de $1,5 \cdot 10^{11}$ m e a de Netuno ao Sol é de $4,5 \cdot 10^{12}$ m. A razão entre as forças de interação Sol-Terra e Sol-Netuno, nessa ordem, é mais próxima de:

- A 0,05 D 50
B 0,5 E 500
C 5

19 Fuvest No Sistema Solar, o planeta Saturno tem massa cerca de 100 vezes maior do que a da Terra e descreve uma órbita, em torno do Sol, a uma distância média 10 vezes maior do que a distância média da Terra ao Sol (valores aproximados). A razão (F_{Sat} / F_T) entre a força gravitacional com que o Sol atrai Saturno e a força gravitacional com que o Sol atrai a Terra é de aproximadamente:

- A 1000 D 0,1
B 10 E 0,001
C 1

20 UPE Considere a massa do Sol $2 \cdot 10^{30}$ kg, a massa da Terra $6 \cdot 10^{24}$ kg, a distância Terra-Sol (centro a centro) aproximadamente $d_{TS} = 1 \cdot 10^{11}$ m e a constante de gravitação universal $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻². A ordem de grandeza da força de atração gravitacional entre o Sol e a Terra vale em N:

- A 10^{23} D 10^{18}
B 10^{32} E 10^{21}
C 10^{54}

21 UFRGS 2019 Em 12 de agosto de 2018, a NASA lançou uma sonda espacial, a *Parker Solar Probe*, com objetivo de aprofundar estudos sobre o Sol e o vento solar (o fluxo contínuo de partículas emitidas pela coroa solar). A sonda deverá ser colocada em uma órbita tal que, em seu ponto de máxima aproximação do Sol, chegará a uma distância deste menor que 1/24 da distância Sol-Terra.

Considere F_T o módulo da força gravitacional exercida pelo Sol sobre a sonda, quando esta se encontra na atmosfera terrestre, e considere F_S o módulo da força gravitacional exercida pelo Sol sobre a sonda, quando a distância desta ao Sol for igual a 1/24 da distância Sol-Terra.

A razão F_S/F_T entre os módulos dessas forças sobre a sonda é igual a

- A 1. C 24. E 576.
B 12. D 144.

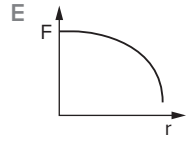
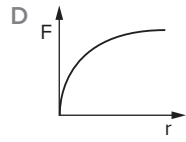
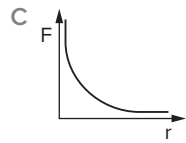
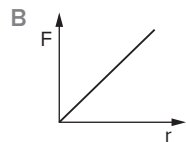
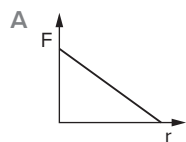
22 Unesp A Lei da Gravitação Universal foi publicada em 1687 pelo físico e matemático inglês Isaac Newton. Através dessa lei, pode-se determinar as intensidades das forças de interação gravitacional entre a Terra e a Lua, $F_{(TL)}$, e entre o Sol e a Lua, $F_{(SL)}$. Considerando a massa do Sol de $3,2 \times 10^5$ vezes a massa da Terra e a distância média do Sol à Lua de 400 vezes a distância média da Terra à Lua, a relação aproximada entre estas duas intensidades de força é:

- A $F_{(TL)} = 0,5F_{(SL)}$
B $F_{(TL)} = F_{(SL)}$
C $F_{(TL)} = 1,5F_{(SL)}$
D $F_{(TL)} = 2F_{(SL)}$
E $F_{(TL)} = 2,5F_{(SL)}$

23 Unemat Um objeto de massa igual a 60 kg tem peso na superfície da Terra igual a 600 N. O peso deste objeto, estando ele a uma altura correspondente a 2/3 do raio da Terra, será igual a: (Considere na superfície da Terra: $g = 10$ m/s²).

- A 400 N
B 216 N
C 900 N
D 150 N
E 780 N

24 UFC Considere duas massas puntiformes sob ação da força gravitacional mútua. Assinale a alternativa que contém a melhor representação gráfica da variação do módulo da força gravitacional sobre uma das massas, em função da distância entre ambas.



- 25 UFRGS** O diagrama da figura 1 representa duas pequenas esferas, separadas entre si por uma certa distância. As setas representam as forças gravitacionais que as esferas exercem entre si.

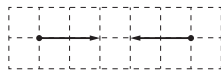


Figura 1

A figura 2 mostra cinco diagramas, representando possibilidades de alteração daquelas forças, quando a distância entre as esferas é modificada.

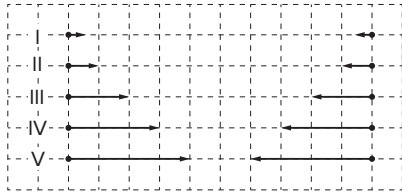
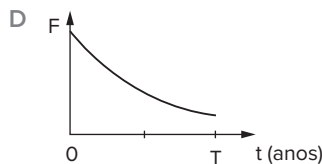
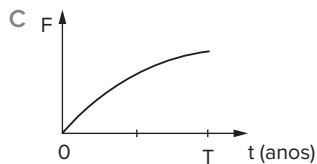
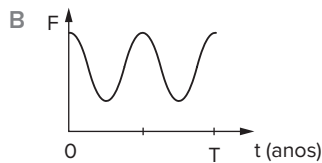
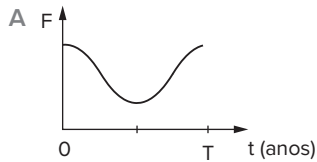


Figura 2

Segundo a Lei da Gravitação Universal, qual dos diagramas da figura 2 é coerente com o diagrama da figura 1?

- A I B II C III D IV E V

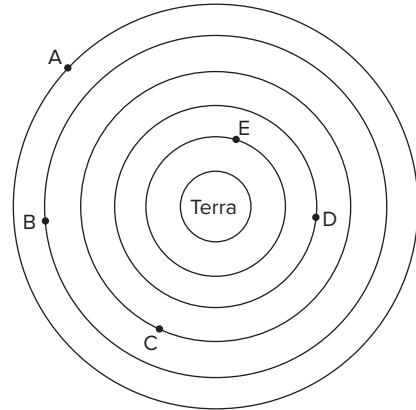
- 26 UFV** Seja F o módulo da força da gravidade que o Sol faz sobre um cometa, de massa constante, cujo período orbital é T (em anos). Dos gráficos adiante, aquele que representa corretamente a variação de F com o tempo t é:



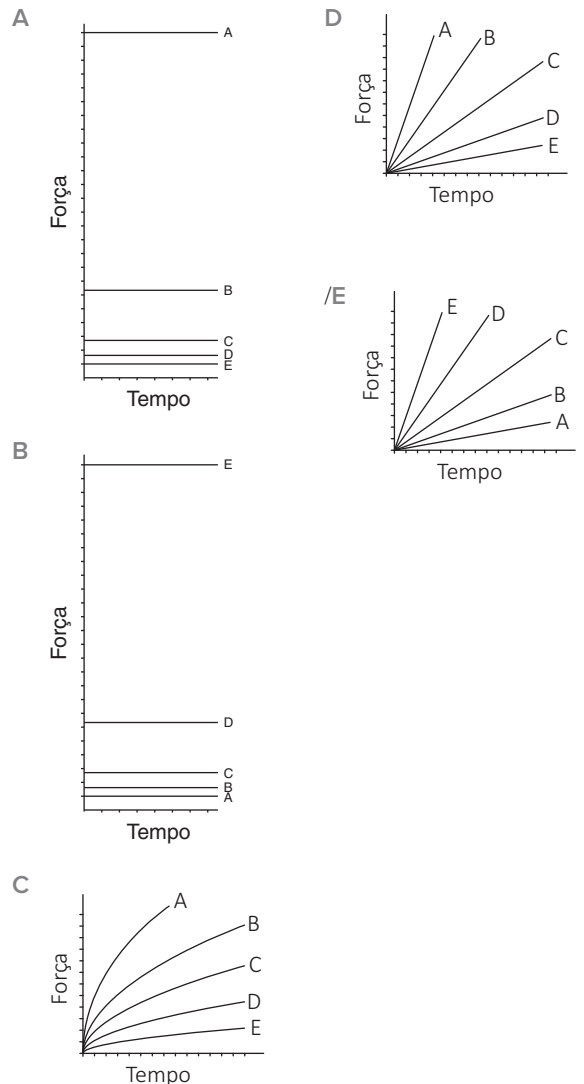
- 27 Enem 2013 (Adapt.)** A Lei da Gravitação Universal, de Isaac Newton, estabelece a intensidade da força de atração entre duas massas. Ela é representada pela expressão:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Onde m_1 e m_2 correspondem às massas dos corpos, d à distância entre eles, G à constante universal da gravitação e F à força que um corpo exerce sobre o outro. O esquema representa as trajetórias circulares de cinco satélites, de mesma massa, orbitando a Terra.



Qual gráfico melhor representa as intensidades das forças que a Terra exerce sobre cada satélite em função do tempo? (Considere desprezível o raio da Terra em relação aos raios das órbitas dos satélites.)



28 UFSCar Leia a tirinha.



Quino *Toda Mafalda*. (Adapt.)

Não é difícil imaginar que Manolito desconheça a relação entre a força da gravidade e a forma de nosso planeta. Brilhantemente traduzida pela expressão criada por Newton, conhecida como a Lei de Gravitação Universal, esta lei é por alguns aclamada como a quarta lei de Newton. De sua apreciação, é correto entender que:

- A em problemas que envolvem a atração gravitacional de corpos sobre o planeta Terra, a constante de gravitação universal, inserida na expressão newtoniana da lei de gravitação, é chamada de aceleração da gravidade.
- B é o planeta que atrai os objetos sobre sua superfície e não o contrário, uma vez que a massa da Terra supera muitas vezes a massa de qualquer corpo que se encontre sobre sua superfície.
- C o que caracteriza o movimento orbital de um satélite terrestre é seu distanciamento do planeta Terra, longe o suficiente para que o satélite esteja fora do alcance da força gravitacional do planeta.
- D a força gravitacional entre dois corpos diminui linearmente conforme é aumentada a distância que separa esses dois corpos
- E aqui na Terra, o peso de um corpo é o resultado da interação atrativa entre o corpo e o planeta e depende diretamente das massas do corpo e da Terra.

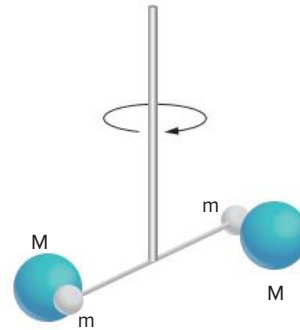
29 UFRGS 2017 A figura abaixo representa dois planetas, de massas m_1 e m_2 , cujos centros estão separados por uma distância D , muito maior que os raios dos planetas.



Sabendo que é nula a força gravitacional sobre uma terceira massa colocada no ponto P, a uma distância $D/3$ de m_1 , a razão m_1/m_2 entre as massas dos planetas é

- A 1/4.
- B 1/3.
- C 1/2.
- D 2/3.
- E 3/2.

30 Unifesp Henry Cavendish, físico inglês, realizou em 1797 uma das mais importantes experiências da história da física com o objetivo, segundo ele, de determinar o peso da Terra. Para isso construiu uma balança de torção, instrumento extraordinariamente sensível e com o qual pôde medir a força de atração gravitacional entre dois pares de esferas de chumbo a partir do ângulo de torção que essa força causou em um fio. A figura mostra esquematicamente a ideia básica dessa experiência.



Ao final de seu experimento, Cavendish determinou a densidade média da Terra em relação à densidade da água, a partir da expressão matemática da Lei da Gravitação Universal, $F = Gm_1m_2/r^2$, mas a experiência celebrou-se pela determinação de G , constante gravitacional universal. Sendo F o módulo da força medido por meio de sua balança, conhecendo M , massa da esfera maior, e m , massa da esfera menor, Cavendish pôde determinar G pela seguinte expressão:

- A $G = Fr^2/(Mm)$, sendo r a distância entre os centros das esferas maior e menor.
- B $G = Fr^2/(Mm)$, sendo r o comprimento da barra que liga as duas esferas menores.
- C $G = Fr^2/M^2$, sendo r a distância entre os centros das esferas maiores.
- D $G = Fr^2/m^2$, sendo r o comprimento da barra que liga as duas esferas menores.
- E $G = Mm/(Fr^2)$, sendo r a distância entre os centros das esferas maior e menor.

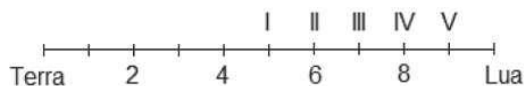
31 UFRGS 2020 Em 16 de julho de 1969, o foguete Saturno V, com aproximadamente 3000 toneladas de massa, foi lançado carregando a cápsula tripulada Apollo 11, que pousaria na Lua quatro dias depois.



Disponível em: <<https://airandspace.si.edu/multimedialogallery/39526jgg>>. Acesso em: 29 ago. 2019.

Em sua trajetória rumo à Lua, a espaçonave Apollo 11 esteve sujeita às forças de atração gravitacional exercidas pela Terra e pela Lua, com preponderância de uma ou de outra, dependendo da sua distância à Terra ou à Lua. Considere $M_L = M_T/81$, em que M_L e M_T são, respectivamente, as massas da Lua e da Terra.

Na figura abaixo, a distância do centro da Terra ao centro da Lua está representada pelo segmento de reta, dividido em 10 partes iguais.

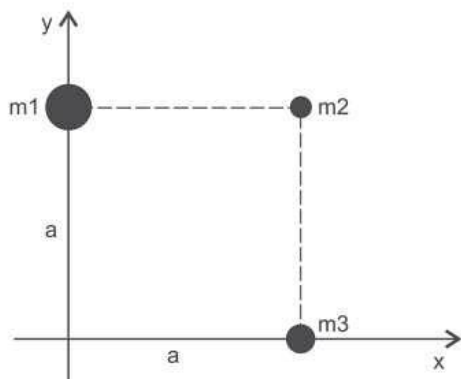


Assinale a alternativa que preenche corretamente a lacuna do enunciado abaixo.

Em sua viagem para a Lua, quando a Apollo 11 ultrapassa o ponto, o módulo da força gravitacional da Lua sobre a espaçonave passa a ser maior do que o módulo da força gravitacional que a Terra exerce sobre essa espaçonave.

- A I. C III. E V.
 B II. D IV.

32 Uefs 2016



A figura mostra a configuração de três corpos de massas m_1 , m_2 e m_3 , respectivamente, iguais a $4m$, $2m$ e $3m$, que se encontram localizados em três vértices de um quadrado de lado a .

Com base nessas informações, é correto afirmar que a intensidade da força resultante sobre o corpo de massa m_2 em termos de G , constante da gravitação universal, m e a , é igual a

- A $10 Gm^2/a^2$
 B $8 Gm^2/a^2$
 C $6 Gm^2/a^2$
 D $4 Gm^2/a^2$
 E $2 Gm^2/a^2$

33 Fuvest Um homem na Terra pesa 1000 N. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Qual a massa do homem?
 b) Qual é o peso em Júpiter, sabendo que comparado com a Terra, esse planeta tem massa 320 vezes maior e raio 11 vezes maior?

34 UFRJ Leia atentamente os quadrinhos a seguir.



A solução pensada pelo gato Garfield para atender à ordem recebida de seu dono está fisicamente correta? Justifique sua resposta.

35 Uece 2016 A força da gravidade sobre uma massa m acima da superfície e a uma distância d do centro da Terra é dada por mGM/d^2 , onde M é a massa da Terra e G é a constante de gravitação universal. Assim, a aceleração da gravidade sobre o corpo de massa m pode ser corretamente escrita como

- A GM/d^2 .
 B mG/d^2 .
 C mGM/d^2 .
 D mM/d^2 .

36 Uerj 2012 Na tirinha a seguir, o diálogo entre a maçã, a bola e a Lua, que estão sob a ação da Terra, faz alusão a uma lei da Física.



Luisa Daou; Francisco Caruso. *Tirinhas de Física*. Rio de Janeiro: CBPF, 2000.

- a) Aponte a constante física introduzida por essa lei.
 b) Indique a razão entre os valores dessa constante física para a interação gravitacional Lua-Terra e para a interação maçã-Terra.

37 Unicamp 2011 Em 1665, Isaac Newton enunciou a Lei da Gravitação Universal, e dela pode-se obter a aceleração gravitacional a uma distância d de um corpo de massa M , dada por $g = G\left(\frac{M}{d^2}\right)$, sendo

$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ a constante de gravitação universal. Sabendo-se o valor de G , o raio da Terra, e a aceleração da gravidade na superfície da Terra, foi possível encontrar a massa da Terra, $M_t = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. A aceleração gravitacional sobre um determinado satélite orbitando a Terra é igual a $g = 0,25 \text{ m/s}^2$.

A distância aproximada do satélite ao centro da Terra é de:

- A $1,7 \cdot 10^3 \text{ km}$ C $7,0 \cdot 10^3 \text{ km}$
 B $4,0 \cdot 10^4 \text{ km}$ D $3,8 \cdot 10^5 \text{ km}$

- 38 Fepar 2019** Leia com atenção o texto que se segue.
Estação Espacial Internacional (EEI) vai ter equipamento brasileiro para reciclar plástico

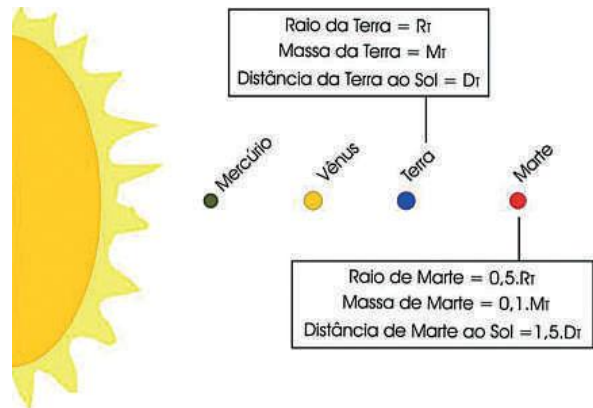


Primeira peça produzida com plástico verde foi um conector de tubos para irrigação.

Com o objetivo de construir bases espaciais na Lua e em Marte, uma empresa brasileira e uma norte-americana levarão à estação espacial internacional, como teste, a primeira recicladora de embalagens plásticas. A ideia é tornar a exploração espacial cada vez mais independente de recursos da Terra, passo inicial para o futuro estabelecimento de colônias nesses astros vizinhos, isso já para as próximas décadas. Na foto acima, temos, a bordo da EEI, uma ferramenta construída pela recicladora Sabendo que, na superfície terrestre, essa ferramenta tem peso de 2 N, julgue as afirmativas.

$$F_R = m \cdot a$$

- No interior da estação espacial internacional, a ferramenta tem peso nulo, pois a aceleração da gravidade na estação é nula.
 - Considerando $9,8 \text{ m/s}^2$ a aceleração da gravidade terrestre, a massa dessa ferramenta é de aproximadamente 204 g.
 - No estudo da física newtoniana, a massa de um corpo é constante, independentemente de sua velocidade e do lugar em que ele se encontre.
 - Considerando que a Estação Espacial Internacional descreva uma órbita elíptica estável em torno do planeta Terra, com um período de revolução T e raio médio de órbita R , durante esse movimento o período de revolução da estação depende de sua massa.
 - Considerando sua órbita como elíptica, a EEI possui maior energia cinética no periélio.
- 39 Acafe 2019** A Nasa planeja uma viagem ao planeta Marte em 2033. Esse é o título da matéria de vários sites, após a confirmação do administrador da Agência Espacial Norte americana, Jim Bridenstine. A ida até o planeta vermelho durará, aproximadamente, seis meses, mas a viagem terá uma duração de dois anos, já que a volta só é possível quando Marte estiver do mesmo lado do Sol que a Terra. No esquema a seguir têm-se alguns dados de Marte em comparação a Terra.



Com base no exposto, marque com V as afirmações verdadeiras e com F as falsas.

- A gravidade de Marte é, aproximadamente, $0,4 \cdot g_{\text{Terra}}$.
 - A força gravitacional entre Marte e o Sol é, aproximadamente, $6,6 \cdot 10^{-2}$ da força gravitacional entre a Terra e o Sol.
 - O período de translação de Marte é maior que o período de translação da Terra.
 - A velocidade de translação de Marte é maior no periélio.
 - A órbita de Marte ao redor do Sol é circular.
- A sequência correta, de cima para baixo, é:
- A** V - F - V - F - F
B F - F - V - V - F
C F - V - V - F - F
D V - F - V - V - F
- 40 UFRGS 2012** Considerando que o módulo da aceleração da gravidade na Terra é igual a 10 m/s^2 , é correto afirmar que, se existisse um planeta cuja massa e cujo raio fossem quatro vezes superiores aos da Terra, a aceleração da gravidade seria de:
- A** $2,5 \text{ m/s}^2$
B 5 m/s^2
C 10 m/s^2
D 20 m/s^2
E 40 m/s^2
- 41 UFPR** A descoberta de planetas extrassolares tem sido anunciada, com certa frequência, pelos meios de comunicação. Numa dessas descobertas, o planeta em questão foi estimado como tendo o triplo da massa e o dobro do diâmetro da Terra. Considerando a aceleração da gravidade na superfície da Terra como g , assinale a alternativa correta para a aceleração na superfície do planeta em termos da g da Terra.
- A** $3/4 g$
B $2 g$
C $3 g$
D $4/3 g$
E $1/2 g$

42 UFU 2018 Muitas estrelas, em sua fase final de existência, começam a colapsar e a diminuir seu diâmetro, ainda que preservem sua massa. Imagine que fosse possível você viajar até uma estrela em sua fase final de existência, usando uma espaçonave preparada para isso.

Se na superfície de uma estrela nessas condições seu peso fosse P , o que ocorreria com ele à medida que ela colapsa?

- A Diminuiria, conforme a massa total da pessoa fosse contraindo.
- B Aumentaria, conforme o inverso de sua distância ao centro da estrela.
- C Diminuiria, conforme o volume da estrela fosse contraindo.
- D Aumentaria, conforme o quadrado do inverso de sua distância ao centro da estrela.

43 UFRGS 2016 Em 23 de julho de 2015, a NASA, agência espacial americana, divulgou informações sobre a existência de um exoplaneta (planeta que orbita uma estrela que não seja o Sol) com características semelhantes às da Terra. O planeta foi denominado Kepler 452-b. Sua massa foi estimada em cerca de 5 vezes a massa da Terra e seu raio em torno de 1,6 vezes o raio da Terra.

Considerando g o módulo do campo gravitacional na superfície da Terra, o módulo do campo gravitacional na superfície do planeta Kepler 452-b deve ser aproximadamente igual a

- A $g/2$
- B g .
- C $2g$.
- D $3g$.
- E $5g$.

44 UFU 2019 A intensidade da força gravitacional em cada um dos planetas do Sistema Solar é diferente. Comparando-se dados da Terra com os de Saturno, tem-se que a massa de nosso planeta é aproximadamente cem vezes menor que a de Saturno, e o raio de Saturno é cerca de nove vezes maior do que o terrestre.

Se um objeto na superfície da Terra tem peso P , quando colocado na imaginária superfície de Saturno, terá peso, aproximadamente, de

- A $10P$.
- B $0,01P$.
- C $100P$.
- D $1,2P$.

45 UFSCar No filme *Armageddon*, para salvar a Terra do impacto de um gigantesco asteroide, a NASA envia a esse asteroide um grupo de perfuradores de petróleo. Lá, sem nenhuma experiência em atividades no espaço, trabalhando na superfície do asteroide como se estivessem na superfície da Terra, esses trabalhadores

perfuram um poço no fundo do qual colocam um artefato nuclear de 9,0 megatons (cerca de $4,0 \cdot 10^{14}$ J). A explosão desse artefato dividiu o asteroide em duas metades de igual massa que, em relação ao asteroide, se deslocaram perpendicularmente à trajetória inicial de colisão, livrando a Terra do catastrófico impacto.

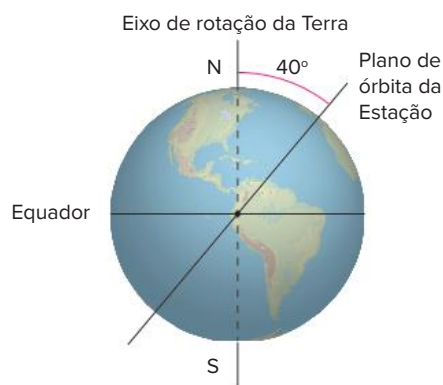
A partir de outras informações fornecidas no filme e admitindo-se o asteroide esférico, é possível concluir que o seu raio seria de $6,5 \cdot 10^5$ m, a sua massa de $6,0 \cdot 10^{21}$ kg e cada uma das metades em que ele se dividiu na explosão deveria ter adquirido velocidade inicial mínima de $2,1 \cdot 10^3$ m/s, em relação ao centro de massa do asteroide, para que elas também não atingissem a Terra.

a) Qual seria a aceleração da gravidade na superfície desse asteroide? O valor obtido está de acordo com o que descrevemos do filme? Justifique.

Dado: constante da gravitação universal, $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$.

b) A energia do artefato nuclear utilizado tinha o valor suficiente para separar o asteroide em duas metades e dar a elas a velocidade inicial necessária para livrar a Terra do choque? Justifique.

46 Fuvest A Estação Espacial Internacional mantém atualmente uma órbita circular em torno da Terra, de tal forma que permanece sempre em um plano, normal a uma direção fixa no espaço. Esse plano contém o centro da Terra e faz um ângulo de 40° com o eixo de rotação da Terra. Em um certo momento, a Estação passa sobre Macapá, que se encontra na linha do Equador. Depois de uma volta completa em sua órbita, a Estação passará novamente sobre o Equador em um ponto que está a uma distância de Macapá de, aproximadamente:



Dados da Estação:	Período aproximado: 90 minutos Altura acima da Terra \approx 350 km
Dados da Terra:	Circunferência no Equador = 40.000 km

- A zero km
- B 500 km
- C 1000 km
- D 2500 km
- E 5000 km

47 UFJF 2017 Um satélite geoestacionário é um satélite que se move em uma órbita circular acima do Equador da Terra seguindo o movimento de rotação do planeta em uma altitude de 35786 km. Nesta órbita, o satélite parece parado em relação a um observador na Terra. Satélites de comunicação, como os de TV por assinatura, são geralmente colocados nestas órbitas geoestacionárias. Assim, as antenas colocadas nas casas dos consumidores podem ser apontadas diretamente para o satélite para receber o sinal. Sobre um satélite geoestacionário é correto afirmar que:

- A a força resultante sobre ele é nula, pois a força centrípeta é igual à força centrífuga.
- B como no espaço não existe gravidade, ele permanece em repouso em relação a um ponto fixo na superfície Terra.
- C o satélite somente permanece em repouso em relação à Terra se mantiver acionados jatos propulsores no sentido oposto ao movimento de queda.
- D a força de atração gravitacional da Terra é a responsável por ele estar em repouso em relação a um ponto fixo na superfície da Terra.
- E por estar fora da atmosfera terrestre, seu peso é nulo.

48 Fuvest Satélites utilizados para telecomunicações são colocados em órbitas geoestacionárias ao redor da Terra, ou seja, de tal forma que permaneçam sempre acima de um mesmo ponto da superfície da Terra. Considere algumas condições que poderiam corresponder a esses satélites:

- I. ter o mesmo período, de cerca de 24 horas.
- II. ter aproximadamente a mesma massa.
- III. estar aproximadamente à mesma altitude.
- IV. manter-se num plano que contenha o círculo do equador terrestre.

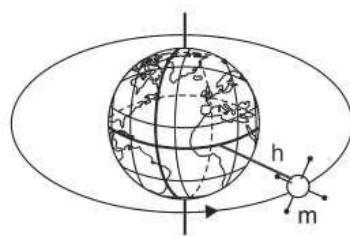
O conjunto de todas as condições, que satélites em órbita geoestacionária devem necessariamente obedecer, corresponde a:

- A I e III.
- B I, II, III.
- C I, III e IV.
- D II e III.
- E II, IV.

49 Famerp 2020 Um satélite geoestacionário é aquele que se encontra parado em relação a um ponto sobre a superfície da Terra. Se a Terra fosse perfeitamente esférica, com distribuição homogênea de massa, esses pontos só poderiam estar no plano que contém a Linha do Equador terrestre. Na realidade, os satélites geoestacionários encontram-se sobre pontos ligeiramente fora desse plano. Para colocar um satélite estacionário em órbita ao redor de outro astro, como a Lua ou Marte, considerando-os perfeitamente esféricos e com distribuição homogênea de massa, o raio da órbita do satélite dependerá apenas

- A do período de rotação do astro e da massa do satélite.
- B da massa e do raio do astro e da massa do satélite.
- C do raio e do período de rotação do astro e da massa do satélite.
- D da massa e do período de rotação do astro.
- E da massa e do raio do astro.

50 Famerp 2018 Um satélite de massa m foi colocado em órbita ao redor da Terra a uma altitude h em relação à superfície do planeta, com velocidade angular ω .



(www.inpe.br. Adaptado.)

Para que um satélite de massa $2 \cdot m$ possa ser colocado em órbita ao redor da Terra, na mesma altitude h , sua velocidade angular deve ser

- A $\frac{3 \cdot \omega}{4}$
- B ω
- C $2 \cdot \omega$
- D $\frac{\omega}{2}$
- E $\frac{4 \cdot \omega}{3}$

51 UFMS Um satélite artificial está em órbita em torno da Terra, de forma que mantém sempre a mesma posição relativa a um ponto na superfície da Terra. Qual(is) da(s) afirmação(ões) a seguir é (são) correta(s)?

- 01 A velocidade angular do satélite é igual à velocidade angular de rotação da Terra.
- 02 A velocidade tangencial do satélite é igual à velocidade tangencial de um ponto na superfície da Terra.
- 04 A força centrípeta que atua sob o satélite é a força gravitacional e tem o mesmo valor da força centrípeta de um corpo na superfície da Terra.
- 08 A velocidade tangencial do satélite depende da altura de órbita em relação à Terra.
- 16 A aceleração gravitacional do satélite é nula porque ele está em órbita.

Soma:

52 Fuvest 2016 A Estação Espacial Internacional orbita a Terra em uma altitude h . A aceleração da gravidade terrestre dentro dessa espaçonave é

- A nula.
- B $g_T \left(\frac{h}{R_T} \right)^2$
- C $g_T \left(\frac{R_T - h}{R_T} \right)^2$
- D $g_T \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2$
- E $g_T \left(\frac{R_T - h}{R_T + h} \right)^2$

53 UFPE 2011 Descobre-se que uma estrela de massa igual a quatro vezes a massa do Sol, localizada na Via Láctea, possui um planeta orbitando ao seu redor, em movimento circular uniforme (MCU) de raio R . O tempo necessário para que esse exoplaneta percorra uma circunferência completa ao redor da estrela é a metade de um ano terrestre. Considere que a Terra realiza um MCU ao redor do Sol de raio R_{TS} e despreze a influência gravitacional de outros corpos do Sistema Solar. Quanto vale a razão R/R_{TS} ?

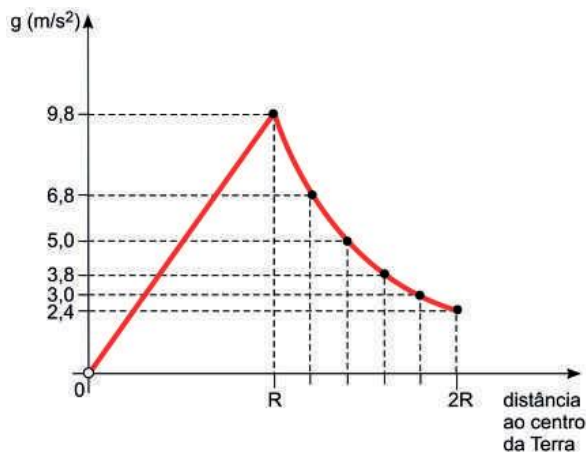
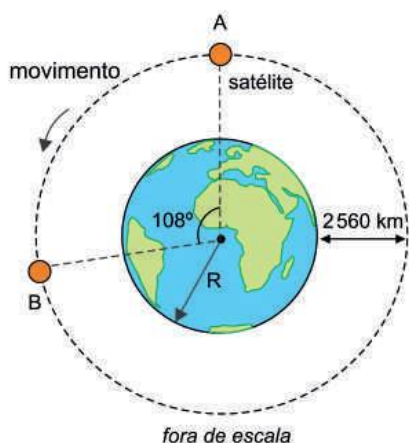
54 UFJF Considere dois satélites A e B, com massas m_A e m_B ($m_A > m_B$), respectivamente, que giram em torno da Terra em órbitas circulares, com velocidades constantes de módulo v . Considerando que somente atue sobre eles a força gravitacional da Terra, podemos afirmar que:

- A a tem órbita de raio maior que B.
- B a tem órbita de raio menor que B.
- C os dois satélites têm órbitas de raios iguais.
- D a razão entre os raios das órbitas de A e de B é m_A/m_B .
- E a razão entre os raios das órbitas de A e de B é m_B/m_A .

55 FGV 2016 A nave americana New Horizons passou, recentemente, bem perto da superfície de Plutão, revelando importantes informações a respeito desse planeta anão. Ela orbitou a uma distância d do centro de Plutão, cuja massa é 500 vezes menor que a da Terra, com uma velocidade orbital V_p . Se orbitasse ao redor da Terra, a uma distância $2d$ de seu centro, sua velocidade orbital seria V_T . A relação V_T/V_p entre essas velocidades valeria $\sqrt{10}$ pelo fator

- A 2. B 3. C 4. D 5. E 10.

56 Famerp 2017 A figura representa um satélite artificial girando ao redor da Terra em movimento circular e uniforme com período de rotação de 140 minutos. O gráfico representa como varia o módulo da aceleração da gravidade terrestre para pontos situados até uma distância $2R$ do centro da Terra, onde $R = 6400$ km é o raio da Terra.



Considere a Terra perfeitamente esférica e as informações contidas na figura e no gráfico.

- a) Calcule o menor intervalo de tempo, em minutos, para que o satélite se movimente da posição A para a posição B.
- b) Determine o módulo da aceleração da gravidade terrestre, em m/s^2 , na posição em que se encontra o satélite.

57 UFPR Neste ano, comemoram-se os 400 anos das primeiras descobertas astronômicas com a utilização de um telescópio, realizadas pelo cientista italiano Galileu Galilei. Além de revelar ao mundo que a Lua tem montanhas e crateras e que o Sol possui manchas, ele também foi o primeiro a apontar um telescópio para o planeta Júpiter e observar os seus quatro maiores satélites, posteriormente denominados de Io, Europa, Ganimedes e Calisto.

Satélite	Raio orbital (10^5 km)	Massa (10^{22} kg)
Io	4	9
Europa	6	5
Ganimedes	10	15
Calisto	20	11

Supondo que as órbitas desses satélites ao redor de Júpiter sejam circulares, e com base nas informações da tabela acima, assinale a alternativa correta. (Os valores da tabela foram arredondados por conveniência)

- A A força de atração entre Júpiter e Ganimedes é maior do que entre Júpiter e Io.
- B Quanto maior a massa de um satélite, maior será o seu período orbital.
- C A circunferência descrita pelo satélite Calisto é quatro vezes maior que a circunferência descrita pelo satélite Europa.
- D A maior velocidade angular é a do satélite Calisto, por possuir maior período orbital.
- E O período orbital de Europa é aproximadamente o dobro do período orbital de Io.

58 ITA 2017 Com os motores desligados, uma nave executa uma trajetória circular com período de 5400 s próxima à superfície do planeta em que orbita. Assinale a massa específica média desse planeta.

- A 1,0 g/cm³ D 4,8 g/cm³
 B 1,8 g/cm³ E 20,0 g/cm³
 C 2,4 g/cm³

59 FGV-RJ Muitos satélites utilizados em telefonia, transmissões de rádio e TV, internet e outros serviços de telecomunicações ocupam a órbita geoestacionária. Nesta órbita, situada no plano da linha do Equador, os satélites permanecem sempre acima de um mesmo ponto da superfície terrestre, parecendo parados para um observador no Equador. A altura de um satélite geocêntrico, em relação à superfície da Terra, em órbita circular, é aproximadamente igual a:

▶ **Dados:** G = constante de gravitação universal

M = massa da Terra

R = raio da Terra = $6,4 \cdot 10^6$ m

$[GM/4\pi^2]^{1/3} = 2,2 \cdot 10^4$ m·s^{-2/3}

$[24 \text{ horas}]^{2/3} = 2,0 \cdot 10^3$ s^{2/3}

- A 37600 km
 B 50000 km
 C 64000 km
 D 12800 km
 E 25000 km

60 Unesp Dois satélites giram ao redor da Terra em órbitas circulares de raios R_1 e R_2 , com velocidades v_1 e v_2 , respectivamente. Se R_2 tiver o dobro do valor de R_1 , pode-se dizer que:

- A $v_2 = v_1/2$
 B $v_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)v_1$
 C $v_2 = (\sqrt{2})v_1$
 D $v_2 = 2v_1$
 E $v_2 = 4v_1$

Dados para a questão **61**.

Constante da gravitação universal = $6,7 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg²

Massa do Sol = $2,0 \cdot 10^{30}$ kg

Raio médio da órbita do Sol = $3,0 \cdot 10^{20}$ m

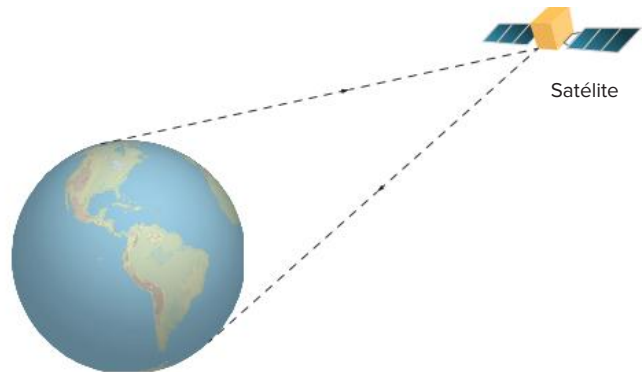
1 ano = $3,14 \cdot 10^7$ s

$\pi = 3,14$

61 Uerj O período do movimento de translação do Sol em torno do centro de nossa galáxia, a Via Láctea, é da ordem de 200 milhões de anos. Esse movimento deve-se à grande aglomeração das estrelas da galáxia em seu centro.

Uma estimativa do número N de estrelas da Via Láctea pode ser obtida considerando que a massa média das estrelas é igual à massa do Sol. Calcule o valor de N.

62 Uerj As comunicações entre o transatlântico e a Terra são realizadas por meio de satélites que se encontram em órbitas geoestacionárias a 29600 km de altitude em relação à superfície terrestre, como ilustra a figura a seguir.



Terra

Para essa altitude, determine:

- a) a aceleração da gravidade;
 b) a velocidade linear do satélite.

▶ **Dado:** aceleração na gravidade na superfície da Terra $g = 10$ m/s² e raio da Terra $R = 6400$ km

63 Unicamp 2016 Plutão é considerado um planeta anão, com massa $M_p = 1 \cdot 10^{22}$ kg, bem menor que a massa da Terra. O módulo da força gravitacional entre duas massas m_1 e m_2 é dado por $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ em que r é a distância entre as massas e G é a constante gravitacional. Em situações que envolvem distâncias astronômicas, a unidade de comprimento comumente utilizada é a Unidade Astronômica (UA).

- a) Considere que, durante a sua aproximação a Plutão, a sonda se encontra em uma posição que está $d_p = 0,15$ UA distante do centro de Plutão e $d_T = 30$ UA distante do centro da Terra. Calcule a razão $\left(\frac{F_{gT}}{F_{gP}}\right)$ entre o módulo da força gravitacional com que a Terra atrai a sonda e o módulo da força gravitacional com que Plutão atrai a sonda. Caso necessário, use a massa da Terra $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg.
- b) Suponha que a sonda New Horizons estabeleça uma órbita circular com velocidade escalar orbital constante em torno de Plutão com um raio de $r_p = 1 \cdot 10^{-4}$ UA. Obtenha o módulo da velocidade orbital nesse caso. Se necessário, use a constante gravitacional $G = 6 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg². Caso necessário, use 1 UA (Unidade astronômica) = $1,5 \cdot 10^8$ km.

64 ITA Derive a 3ª Lei de Kepler do movimento planetário a partir da Lei da Gravitação Universal de Newton considerando órbitas circulares.

70 Uerj Leia as informações a seguir para a solução desta questão.

O valor da energia potencial E_p , de uma partícula de massa m sob a ação do campo gravitacional de um corpo celeste de massa M é dado pela seguinte expressão:

$$E_p = \frac{GmM}{r}$$

Nessa expressão, G é a constante de gravitação universal e r é a distância entre a partícula e o centro de massa do corpo celeste.

A menor velocidade inicial necessária para que uma partícula livre-se da ação do campo gravitacional de um corpo celeste, ao ser lançada da superfície deste, é denominada *velocidade de escape*. A essa velocidade, a energia cinética inicial da partícula é igual ao valor de sua energia potencial gravitacional na superfície desse corpo celeste.

Buracos negros são corpos celestes, em geral, extremamente densos. Em qualquer instante, o raio de um buraco negro é menor que o raio R de um outro corpo celeste de mesma massa, para o qual a velocidade de escape de uma partícula corresponde à velocidade c da luz no vácuo.

Determine a densidade mínima de um buraco negro, em função de R , de c e da constante G .

71 UEM 2018 Em um livro do escritor estadunidense de ficção científica Robert Anson Heinlein (1907-1988), lê-se: “A escolha do pessoal para a primeira expedição humana a Marte foi feita tendo como base a teoria de que o maior perigo para o homem era o próprio homem. Naquele tempo – oito anos terrestres depois da fundação da primeira colônia humana em Luna – uma viagem interplanetária de seres humanos devia ser feita em órbitas de queda livre, levando, da Terra a Marte, cento e cinquenta e oito dias terrestres e vice-versa, além de uma espera em Marte de cento e cinquenta e cinco dias, até que os planetas voltassem lentamente às posições anteriores, permitindo a existência de uma órbita de retorno.” (HEINLEIN, R. A. *Um estranho numa terra estranha* Rio de Janeiro: Artenova, 1973, p. 3). Considere a razão entre as massas da Terra e de Marte igual a 9 e a razão entre os raios da Terra e de Marte igual a 2; considere, ainda, que não há forças de atrito e que a velocidade de escape de um corpo é a velocidade mínima com que se deve lançá-lo a partir da superfície de um astro para que ele consiga vencer a atração gravitacional desse astro. Assinale o que for correto.

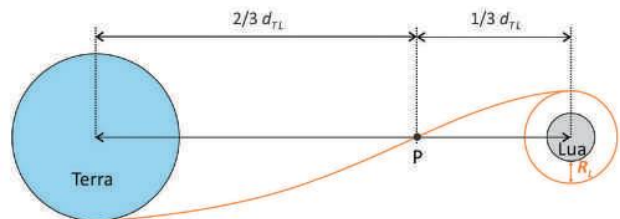
- 01 A velocidade de escape de um corpo é diretamente proporcional à raiz quadrada da razão entre a massa e o raio do planeta.
- 02 A velocidade de escape de uma espaçonave a partir da superfície da Terra é menor do que a velocidade de escape com que se deve lançar a mesma espaçonave a partir da superfície de Marte.
- 04 A velocidade de escape de uma espaçonave não depende de sua massa.

- 08 Para que uma espaçonave orbite o planeta Marte, a velocidade dela deve ser proporcional ao raio da órbita.
- 16 Uma espaçonave com os motores desligados e aproximando-se de Marte está sujeita a uma força que depende de sua velocidade.

Soma:

72 OBA Sabemos que a velocidade de escape da Terra é aproximadamente 11 km/s. Entretanto, quando observamos o lançamento de um foguete, é fácil perceber que sua velocidade nos instantes iniciais é muito inferior a este valor. Por quê?

73 Fuvest 2020 Em janeiro de 2019, a sonda chinesa *Chang'e 4* fez o primeiro pouso suave de um objeto terrestre no lado oculto da Lua, reavivando a discussão internacional sobre programas de exploração lunar. Considere que a trajetória de uma sonda com destino à Lua passa por um ponto P, localizado a $2/3 d_{TL}$ do centro da Terra e a $1/3 d_{TL}$ do centro da Lua, sendo d_{TL} a distância entre os centros da Terra e da Lua.



- a) Considerando que a massa da Terra é cerca de 82 vezes maior que a massa da Lua, determine a razão F_T / F_L entre os módulos da força gravitacional que a Terra e a Lua, respectivamente, exercem sobre a sonda no ponto P.

Ao chegar próximo à Lua, a sonda foi colocada em uma órbita lunar circular a uma altura igual ao raio da Lua (R_L), acima de sua superfície, como mostra a figura. Desprezando os efeitos da força gravitacional da Terra e de outros corpos celestes ao longo da órbita da sonda,

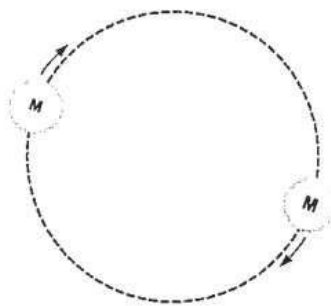
- b) determine a velocidade orbital da sonda em torno da Lua em termos da constante gravitacional G , da massa da Lua M_L e do raio da Lua R_L ;
- c) determine a variação da energia mecânica da nave quando a altura da órbita, em relação à superfície da Lua, é reduzida para $0,5 R_L$. Expresse seu resultado em termos de G , R_L , M_L e da massa da sonda m_s .

Note e adote:

O módulo da força gravitacional entre dois objetos de massas M e m separados por uma distância d é dado $F = \frac{GMm}{d^2}$

A energia potencial gravitacional correspondente é dada por $U = -\frac{GMm}{d}$. Assuma a distância da Terra à Lua como sendo constante.

74 Esc. Naval 2017 Analise a figura a seguir.



A figura acima apresenta um sistema binário de estrelas, isolado, que é composto por duas estrelas de mesmo tamanho e de mesma massa M . O sistema, estável, gira em torno de seu centro de massa com um período de rotação constante T . Sendo D a distância entre as estrelas e G a constante gravitacional universal, assinale a opção correta.

- A $GMT^2 = 2\pi^2D$; o vetor velocidade linear de cada uma das estrelas em relação ao centro de massa do sistema é constante; a energia mecânica do sistema é conservada.
- B $GMT^2 = 2\pi^2D^3$; a velocidade angular de cada uma das estrelas em relação ao centro de massa do sistema é constante; a energia cinética do sistema é conservada.
- C $GMT^2 = \pi^2D^3$; a velocidade angular de cada uma das estrelas em relação ao centro de massa do sistema é constante; a energia mecânica de cada uma das estrelas é conservada.
- D $2GMT^2 = \pi^2D^3$; o vetor velocidade linear de cada uma das estrelas em relação ao centro de massa do sistema é constante; a energia mecânica do sistema é conservada.
- E $2GMT^2 = \pi^2D^3$; a velocidade angular de cada uma das estrelas em relação ao centro de massa do sistema é constante; a energia mecânica de cada uma das estrelas é conservada.

75 UFRGS 2018 Considere as afirmações abaixo, sobre o sistema Terra-Lua.

- I. Para acontecer um eclipse lunar, a Lua deve estar na fase Cheia.
- II. Quando acontece um eclipse solar, a Terra está entre o Sol e a Lua.

III. Da Terra, vê-se sempre a mesma face da Lua, porque a Lua gira em torno do próprio eixo no mesmo tempo em que gira em torno da Terra.

Quais estão corretas?

- A Apenas I.
- B Apenas II.
- C Apenas I e III.
- D Apenas II e III.
- E I, II e III.

76 Unirio Em 1973, o Pink Floyd, uma famosa banda do cenário musical, publicou seu disco *The dark side of the Moon*, cujo título pode ser traduzido como "O lado escuro da Lua". Este título está relacionado ao fato de a Lua mostrar apenas uma de suas faces para nós, os seres humanos. Este fato ocorre porque:

- A os períodos de translação da Lua e da Terra em torno do Sol são iguais.
- B o período de rotação da Lua em torno do próprio eixo é igual ao período de rotação da Terra em torno de seu eixo.
- C o período de rotação da Lua em torno do próprio eixo é igual ao seu período de translação em torno da Terra.
- D o período de translação da Lua em torno da Terra é igual ao período de rotação desta em relação ao seu próprio eixo.
- E a luz do Sol não incide sobre o "lado escuro" da Lua.

77 UFU 2018 Eclipses são fenômenos naturais, nos quais um corpo extenso como a Lua ou a Terra bloqueia a passagem dos raios solares quando Sol, Terra e Lua se encontram alinhados espacialmente. No exato momento de um eclipse total da Lua, uma pessoa que estivesse em nosso satélite natural, justamente na face voltada para nosso planeta, presenciaria de lá, o que, na Terra, seria

- A um eclipse total do Sol.
- B um eclipse parcial da Lua.
- C um eclipse parcial do Sol.
- D uma visão do Sol sem eclipse.

Efeito das marés

Ao passar um dia no litoral, é possível notar o fenômeno de subida e descida da água do mar. Os motivos do aumento e da diminuição periódicos do nível da água dos oceanos, o chamado efeito de marés, foram questionados por vários cientistas ao longo da história. Desde a Antiguidade Clássica, esse efeito é observado e previsto, porém, não completamente compreendido. Já no século XVII, Galileu não foi bem-sucedido ao explicar o efeito das marés, já que não encontrou uma justificativa satisfatória para a existência das duas marés altas por dia, apenas para a existência de uma. Algumas literaturas afirmavam que as marés são originadas da rotação terrestre, o que hoje sabemos que é incorreto.

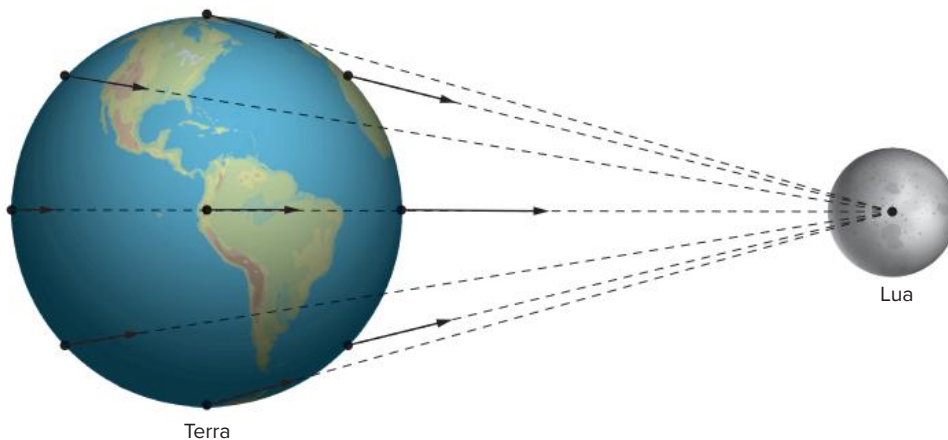


Variação do nível das águas na Baía de Fundy, Canadá. Devido a sua forma, tamanho e profundidade, as marés nessa baía podem ter uma amplitude de até 16 metros.

Conhecer o funcionamento das marés é importante para várias atividades, como atracar barcos, colecionar conchas, surfar, pescar, navegar e se preparar para tempestades. Engenheiros de petróleo, que monitoram a pressão nos imensos reservatórios naturais subterrâneos, percebem a variação da pressão do petróleo ao longo do dia devido às marés.

Coube a Newton explicar corretamente que a força de atração gravitacional entre a Lua e a Terra é a causa principal desse fenômeno.

A interação gravitacional da Lua com a Terra resulta em forças de intensidades diferentes sobre objetos localizados em diferentes partes do planeta, já que a força gravitacional depende do inverso do quadrado da distância. Observe o esquema a seguir:



Os vetores representam a força gravitacional em objetos situados em diferentes posições na Terra. A variação do módulo da força gravitacional é a grande responsável pela existência das marés.

A força resultante dada pela diferença entre a força gravitacional da Lua em um ponto da Terra e a força que ela exerce no centro da Terra é chamada força de maré. Observe o esquema:

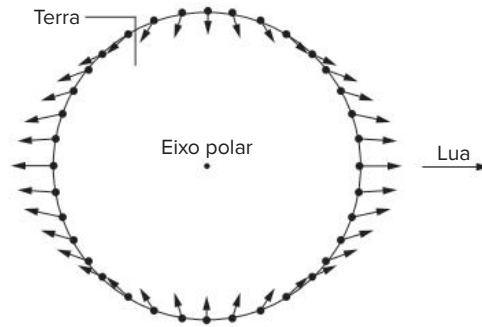


Diagrama das forças de maré em diferentes pontos da superfície da Terra devido à interação gravitacional do planeta com a Lua.

As forças de maré fazem com que ocorra uma pequena deformação da crosta terrestre e com que a massa de água se desloque em direção à linha que une a Terra e a Lua.

As forças de maré dependem do inverso do cubo da distância e é por isso que as forças de maré devido à Lua são muito mais significativas do que as devido ao Sol, que, embora tenha uma massa maior que a da Lua, está muito afastado da Terra. De fato, a contribuição solar para as marés é aproximadamente metade da contribuição lunar.



Em uma situação idealizada, a interação da Terra com a Lua resulta em duas marés altas, uma no lado da Terra que está mais próximo da Lua e outra no lado mais afastado.

Como a Terra rotaciona, temos, em um período de aproximadamente 24 horas, duas marés altas e duas baixas. Observe que existe uma maré alta na região mais próxima da Lua e também na região mais afastada.

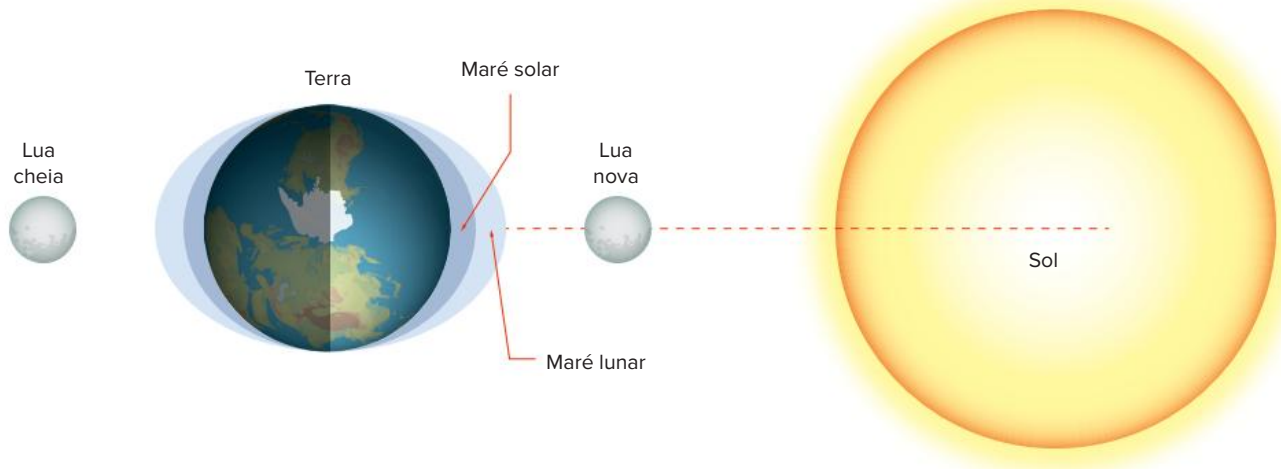
É interessante notar que as marés altas, para uma determinada região, na verdade ocorrem a cada 12 horas e 25 minutos, já que a duração do dia lunar (aproximadamente 24 horas e 50 minutos) é diferente da duração do dia solar (24 horas). Isso é explicado pelo fato de a Lua não estar imóvel, mas sim se movimentando ao mesmo tempo em que a Terra rotaciona. Portanto, o dia lunar é medido desde o instante em que a Lua está diretamente acima de um observador na Terra até o próximo instante em que isso ocorre novamente. A diferença entre o dia lunar e o dia solar pode ser percebida pelo fato de as marés altas acontecerem com um atraso de 50 minutos a cada dia e da Lua nascer 50 minutos mais tarde a cada noite. Observe a figura:



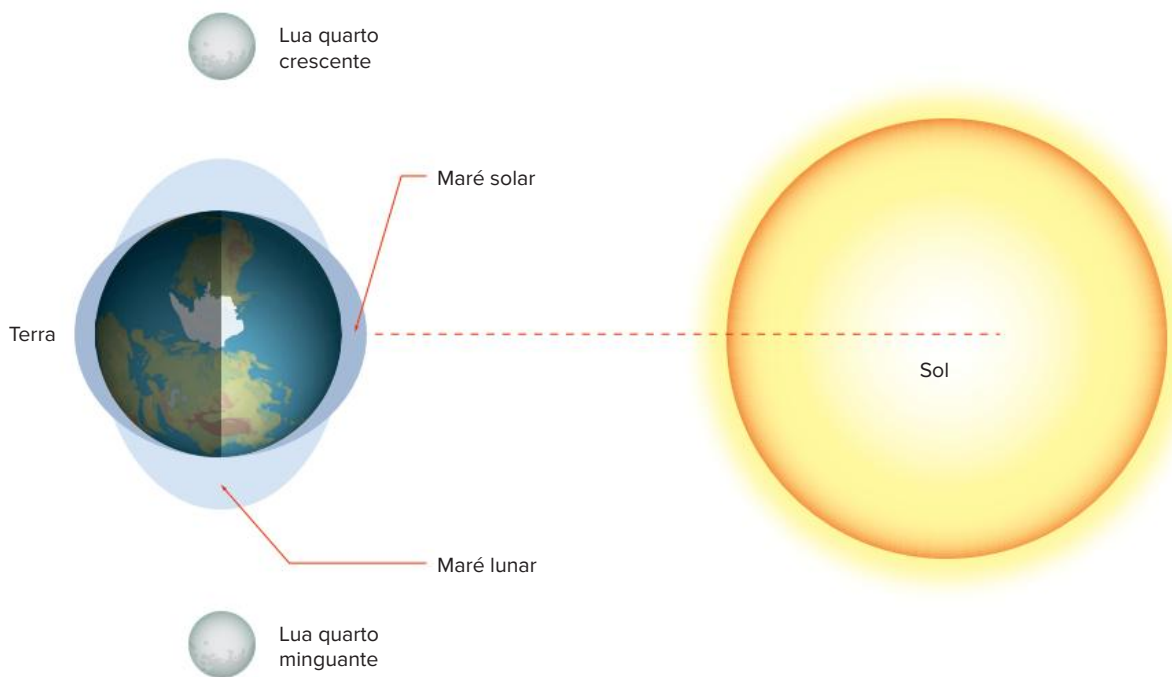
Atenção
Em pequenas porções de água, como em piscinas e lagos, a força de maré é tão reduzida que a consideramos desprezível.

Em situações de Lua cheia ou nova, ocorrem as marés mais altas, chamadas **marés de sizígia** (ou de águas vivas), que ocorrem a cada 2 semanas. Nas situações de Lua quarto crescente ou quarto minguante, ocorrem as **marés de quadratura** (ou de águas mortas). Nesses casos, ainda existem as marés altas, mas não tão altas como as de sizígia, justamente pelo fato de o efeito gravitacional do Sol diminuir um pouco a amplitude máxima dessas marés.

Marés de sizígia



Marés de quadratura



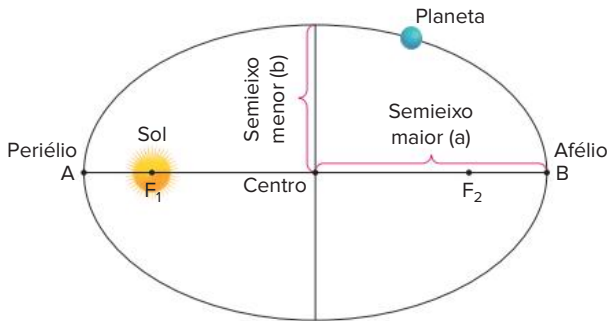
Posições da Terra, do Sol, da Lua e das marés correspondentes.

As marés de sizígia contribuem, teoricamente, para uma variação de amplitude de 0,83 metros, porém, podemos observar marés maiores, já que outros efeitos devem ser levados em conta, como o fato de a Terra não estar completamente coberta por água, a topografia do fundo dos oceanos, a geologia da região (estreitamentos continentais), a declinação do eixo de rotação lunar, entre outras perturbações.

Resumindo

Neste capítulo, estudamos a gravitação e suas leis, que regem os movimentos planetários.

Leis de Kepler



- **1ª lei (Órbitas):** os planetas descrevem órbitas elípticas com o Sol ocupando um dos focos. Quanto mais distantes forem os focos, mais excêntrica (achatada) é a elipse.
- **2ª lei (Áreas):** o vetor posição de um planeta varre áreas iguais em tempos iguais. Os planetas se movem mais rapidamente quando estão mais próximos do Sol.
- **3ª lei (Períodos):** o cubo do raio médio da órbita de um planeta é proporcional ao período de revolução ao quadrado

$$\frac{a^3}{T^2} = K$$

Só podemos utilizar essa relação para corpos que orbitam em torno da mesma massa central.

Força gravitacional

A força de interação entre duas massas é dada por:

$$F_G = \frac{GMm}{d^2}$$

sabendo que d é a distância entre o centro dos corpos e G é a constante de gravitação universal, que vale aproximadamente $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$

Campo gravitacional

Massas têm ao seu redor um campo gravitacional que pode ser calculado por:

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

Sendo que h é a altura acima da superfície do planeta e R é o raio do planeta. Quando $h = 0$, para a Terra, temos $g_{\text{SUP}} = 10 \text{ m/s}^2$.

Para comparar campos gravitacionais em locais distintos, temos:

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{\left(\frac{GM_A}{R_A^2}\right)}{\left(\frac{GM_B}{R_B^2}\right)} = \left(\frac{M_A}{M_B}\right) \cdot \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2$$

Rotação da Terra e peso aparente

Corpos em repouso na superfície da Terra também estão em rotação com ela e, portanto, apresentam uma resultante centrípeta. Isso faz com que o peso aparente, dado pela força normal, varie em função da latitude. No Equador, temos:

$$N = m(g_{\text{SUP}} - \omega^2 R_T)$$

O campo gravitacional aparente no Equador é dado por:

$$g_{\text{AP}} = g_{\text{SUP}} - \omega^2 R_T$$

Movimento de satélites

- **Velocidade orbital:**

$$v_{\text{orb}} = \sqrt{R_{\text{orb}} g_{\text{orb}}} \Rightarrow v_{\text{orb}} = \sqrt{R_{\text{orb}} \frac{GM}{R_{\text{orb}}^2}} \Rightarrow v_{\text{orb}} = \sqrt{\frac{GM}{R_{\text{orb}}}}$$

- **Período orbital:**

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

- **Imponderabilidade:** aparente ausência de peso devido à ausência de força de contato normal.
- **Queda livre:** quando um corpo em movimento vertical está sujeito apenas à força peso.

Energia potencial gravitacional e conservação de energia mecânica

Para um sistema de dois corpos, a energia potencial gravitacional é dada por:

$$E_{\text{PG}} = \frac{GMm}{d}$$

Sendo que d é a distância entre o centro dos corpos.

Em movimentos orbitais, existe conservação da energia mecânica, então, podemos considerar que:

$$E_{\text{M(inicial)}} = E_{\text{M(final)}}$$

$$E_{\text{PG(inicial)}} + E_{\text{C(inicial)}} = E_{\text{PG(final)}} + E_{\text{C(final)}}$$

Velocidade de escape

A velocidade mínima para que um corpo, sem propulsão, consiga escapar do campo gravitacional terrestre é dada por:

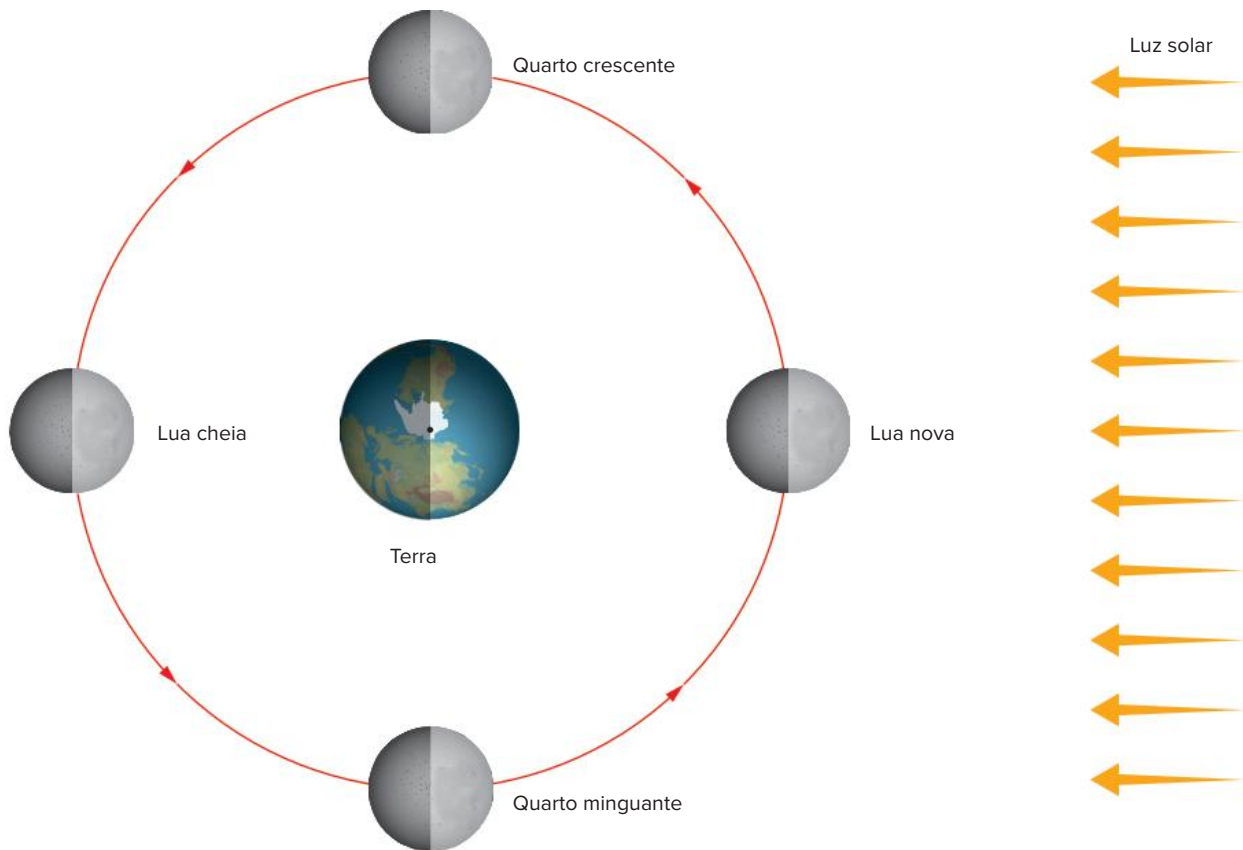
$$V_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Sistema binário

Em um sistema de massas de ordem de grandeza próximas, os corpos rotacionam em torno do centro de massa do sistema. Nessa situação, a 3ª lei de Kepler é dada por:

$$\frac{d^3}{T^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$

Fases da Lua e eclipses



Para que ocorra eclipse, é necessário que o Sol, a Terra e a Lua estejam alinhados. Os eclipses solares ocorrem durante a Lua nova e os eclipses lunares ocorrem durante a Lua cheia

Quer saber mais?



Livros

- **HAWKING, Stephen.** *O Universo numa casca de noz.* Trad. Ivo Korytowski. São Paulo: Nova Fronteira, 2009.
- **KAKU, Michio.** *Hiperespaço.* Trad. Maria Luiza de A. Borges. Rio de Janeiro: Rocco.



Sites

- Astronomia e Astrofísica.
Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br>>.
Disponível em: <www.siteastronomia.com>.
- Curiosidades sobre gravitação.
Disponível em: <ednene.wordpress.com/2009/08/17/espaco/>.
- Litotripsia (em inglês).
Disponível em: <<http://mathcentral.uregina.ca/beyond/articles/Lithotripsy/lithotripsy1.html>>.
- Sistema binário – *Encontrado o planeta Tatooine, de Star Wars!*
Disponível em: <<http://astropt.org/blog/2011/09/16/encontrado-o-planeta-tatooine-de-star-wars/>>.
- Ciclo da maré na Baía de Fundy
Disponível em: <www.youtube.com/watch?v=TqM697dYaB8>.

Exercícios complementares

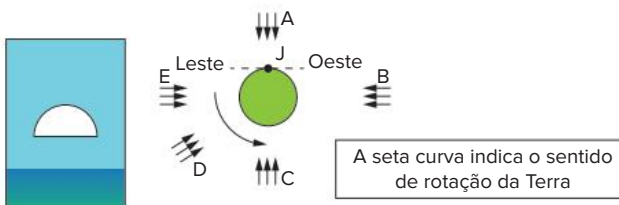
1 UFJF Em uma passagem do poema *Os Lusíadas* (canto X, 89) de Luís de Camões (1525-1580), brilharam os astros. Um belo exemplo da influência do pensamento científico nas artes. O Sol é descrito poeticamente como “O claro olho do céu” e a Lua, no verso final da estrofe, aparece sob a denominação de “Diana”:

Debaixo deste grande firmamento,
Vês o céu de Saturno, deus antigo;
Júpiter logo faz o movimento,
E Marte abaixo, bélico inimigo;
O claro olho do céu, no quarto assento,
E Vênus, que os amores traz consigo;
Mercúrio, de eloquência soberana;
Com três rostos, debaixo vai Diana.

Nesta bela e curiosa estrofe, os astros aparecem em versos sucessivos. Essa passagem revela que:

- A Camões admitia a concepção prevalecente em sua época, segundo a qual a Terra era fixa e ocupava o centro do Universo.
- B Camões se mostrava afinado ao pensamento de Kepler, já descrevendo qualitativamente o sistema de acordo com as Leis de Kepler.
- C A concepção admitida por Camões encontra-se de pleno acordo com uma análise qualitativa da lei da gravitação universal de Newton.
- D Essa descrição de Camões concorda com a visão de Galileu de que a Terra estaria em movimento.
- E Camões acreditava no modelo heliocêntrico de Copérnico.

2 Fuvest Um jovem, em uma praia do Nordeste, vê a Lua a Leste, próxima ao mar. Ele observa que a Lua apresenta sua metade superior iluminada, enquanto a metade inferior permanece escura. Essa mesma situação, vista do espaço, a partir de um satélite artificial da Terra, que se encontra no prolongamento do eixo que passa pelos polos, está esquematizada (parcialmente) na figura, onde J é a posição do jovem.



Pode-se concluir que, nesse momento, a direção dos raios solares que se dirigem para a Terra é melhor representada por:

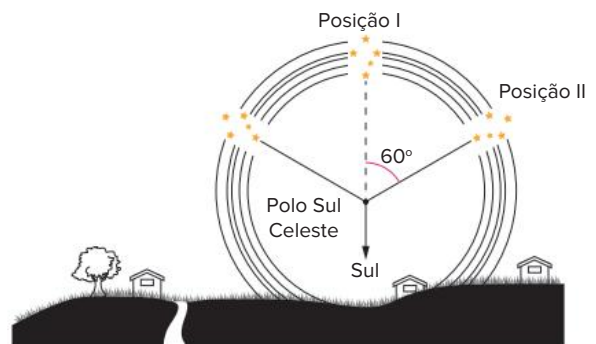
- A A
- B B
- C C
- D D
- E E

Texto para a questão 3.

O ano de 2009 foi proclamado pela UNESCO o Ano Internacional da Astronomia para comemorar os 400 anos das primeiras observações astronômicas realizadas por Galileu Galilei através de telescópios e, também, para celebrar a Astronomia e suas contribuições para o conhecimento humano.

O ano de 2009 também celebrou os 400 anos da formulação da Lei das Órbitas e da Lei das Áreas por Johannes Kepler. A terceira Lei, conhecida como Lei dos Períodos, foi por ele formulada posteriormente.

3 Fuvest Uma regra prática para orientação no hemisfério Sul, em uma noite estrelada, consiste em identificar a constelação do Cruzeiro do Sul e prolongar três vezes e meia o braço maior da cruz, obtendo-se assim o chamado Polo Sul Celeste, que indica a direção Sul. Suponha que, em determinada hora da noite, a constelação seja observada na Posição I. Nessa mesma noite, a constelação foi/será observada na Posição II, cerca de:



- A duas horas antes.
- B duas horas depois.
- C quatro horas antes.
- D quatro horas depois.
- E seis horas depois.

4 Udesc 2018 Analise as proposições com relação às Leis de Kepler sobre o movimento planetário.

- I. A velocidade de um planeta é maior no periélio.
 - II. Os planetas movem-se em órbitas circulares, estando o Sol no centro da órbita.
 - III. O período orbital de um planeta aumenta com o raio médio de sua órbita.
 - IV. Os planetas movem-se em órbitas elípticas, estando o Sol em um dos focos.
 - V. A velocidade de um planeta é maior no afélio.
- Assinale a alternativa correta.

- A Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
- B Somente as afirmativas II, III e V são verdadeiras.
- C Somente as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.
- D Somente as afirmativas III, IV e V são verdadeiras.
- E Somente as afirmativas I, III e V são verdadeiras.

5 AFA 2012 A tabela a seguir resume alguns dados sobre dois satélites de Júpiter.

Nome	Diâmetro aproximado (km)	Raio médio da órbita em relação ao centro de Júpiter (km)
Io	$3,64 \cdot 10^3$	$4,20 \cdot 10^5$
Europa	$3,14 \cdot 10^3$	$6,72 \cdot 10^5$

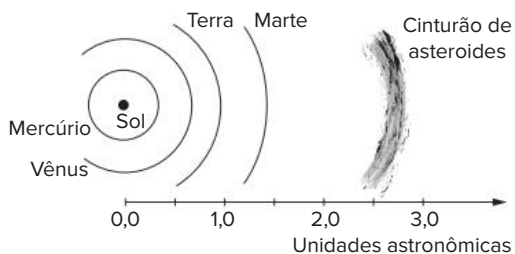
Sabendo-se que o período orbital de Io é de aproximadamente 1,8 dia terrestre, pode-se afirmar que o período orbital de Europa expresso em dia(s) terrestre(s), é um valor mais próximo de:

- A 0,90 B 1,50 C 3,60 D 7,20

6 FGV 2017 Johannes Kepler (1571-1630) foi um cientista dedicado ao estudo do sistema solar. Uma das suas leis enuncia que as órbitas dos planetas, em torno do Sol, são elípticas, com o Sol situado em um dos focos dessas elipses. Uma das consequências dessa lei resulta na variação

- A do módulo da aceleração da gravidade na superfície dos planetas.
 B da quantidade de matéria gasosa presente na atmosfera dos planetas.
 C da duração do dia e da noite em cada planeta.
 D da duração do ano de cada planeta.
 E da velocidade orbital de cada planeta em torno do Sol.

7 Unicamp A Terceira Lei de Kepler diz que “o quadrado do período de revolução de um planeta (tempo para dar uma volta em torno do Sol) dividido pelo cubo da distância do planeta ao Sol é uma CONSTANTE”. A distância da Terra ao Sol é equivalente a 1 UA (unidade astronômica)



- a) Entre Marte e Júpiter existe um cinturão de asteroides (vide figura). Os asteroides são corpos sólidos que teriam sido originados do resíduo de matéria existente por ocasião da formação do sistema solar. Se no lugar do cinturão de asteroides essa matéria tivesse se aglutinado formando um planeta, quanto duraria o ano deste planeta (tempo para dar uma volta em torno do Sol)?
- b) De acordo com a Terceira Lei de Kepler, o ano de Mercúrio é mais longo ou mais curto que o ano terrestre?

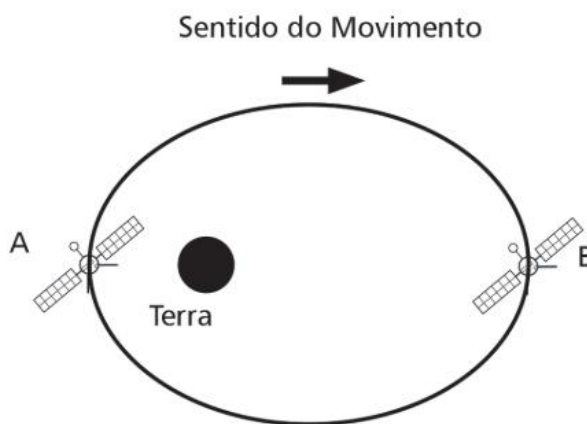
8 Unicamp Em agosto de 2006, Plutão foi reclassificado pela União Astronômica Internacional, passando a ser considerado um planeta-anão. A Terceira Lei de

Kepler diz que $T^2 = Ka^3$, onde T é o tempo para um planeta completar uma volta em torno do Sol, e 'a' é a média entre a maior e a menor distância do planeta ao Sol. No caso da Terra, essa média é $a_T = 1,5 \cdot 10^{11}$ m, enquanto que para Plutão $a_P = 60 \cdot 10^{11}$ m. A constante K é a mesma para todos os objetos em órbita em torno do Sol. A velocidade da luz no vácuo é igual a $3,0 \cdot 10^8$ m/s.

► Dado: $\sqrt{10} \approx 3,2$

- a) Considerando-se as distâncias médias, quanto tempo leva a luz do Sol para atingir a Terra? E para atingir Plutão?
- b) Quantos anos terrestres Plutão leva para dar uma volta em torno do Sol? Expresse o resultado de forma aproximada como um número inteiro.

9 Cefet-MG 2020 Um satélite artificial está descrevendo uma órbita elíptica estável ao redor da Terra, como é mostrado na figura abaixo:



Os pontos A e B pertencem à trajetória do satélite, sendo que a distância da Terra ao ponto A é menor do que a distância do planeta ao ponto B.

Analisando a trajetória do satélite, é correto afirmar que sua

- A aceleração diminui de B para A.
 B velocidade aumenta de A para B.
 C velocidade é maior quando está em A.
 D aceleração é maior quando está em B.

10 ITA Considere um segmento de reta que liga o centro de qualquer planeta do Sistema Solar ao centro do Sol. De acordo com a 2ª Lei de Kepler, tal segmento percorre áreas iguais em tempos iguais.

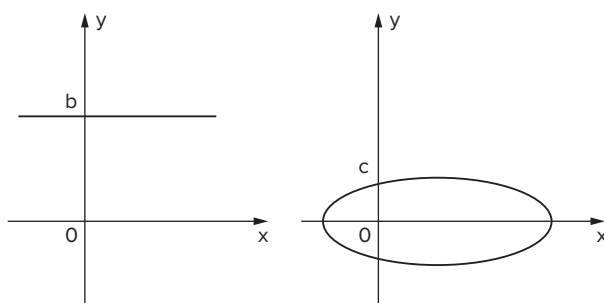
Considere, então, que em dado instante deixasse de existir o efeito da gravitação ente o Sol e o planeta. Assinale a alternativa correta.

- A O segmento de reta em questão continuaria a percorrer áreas iguais em tempos iguais.
 B A órbita do planeta continuaria a ser elíptica, porém com focos diferentes e a 2ª Lei de Kepler continuaria válida.
 C A órbita do planeta deixaria de ser elíptica e a 2ª Lei de Kepler não seria mais válida.

D A 2ª Lei de Kepler só é válida quando se considera uma força que depende do inverso do quadrado das distâncias entre os corpos e, portanto, deixaria de ser válida.

E O planeta iria se dirigir em direção ao Sol.

- 11 UEL** Observe a figura a seguir. Os eixos cartesianos representam dois sistemas de referência independentes e isolados. O sistema da esquerda apresenta uma partícula com massa m_1 em movimento retilíneo e de velocidade constante, com trajetória dada por $y = 0$; $x = x_0 + vt$. O sistema da direita representa uma outra partícula com massa m_2 , percorrendo uma trajetória elíptica sob ação do campo gravitacional gerado por uma massa $M \gg m_2$ estacionária em um dos focos. Com base no texto, na figura e nos conhecimentos sobre o tema, é correto afirmar:



- A Os raios vetores que ligam as origens às partículas, nos dois sistemas, varrem áreas iguais em tempos iguais.
- B Somente no sistema da direita, o raio vetor, que liga a origem à partícula, varre áreas iguais em tempos iguais.
- C Somente no sistema da esquerda, o raio vetor, que liga a origem à partícula, varre áreas iguais em tempos iguais.
- D Se a massa da partícula m_2 do sistema da direita for dobrada, mas permanecer girando na mesma trajetória elíptica, o seu período de revolução mudará.
- E O período de revolução da partícula do sistema da direita é proporcional ao cubo da distância média entre as duas massas.

- 12 Fuvest** A razão entre as massas de um planeta e de um satélite é 81. Um foguete está a uma distância R do planeta e a uma distância r do satélite. Qual deve ser o valor da razão R/r para que as duas forças de atração sobre o foguete se equilibrem?

- A 1
- B 3
- C 9
- D 27
- E 81

- 13 Fuvest** A Estação Espacial Internacional, que está sendo construída num esforço conjunto de diversos países deverá orbitar a uma distância do centro da Terra igual a 1,05 do raio médio da Terra. A razão $R = F_g/F$, entre a

força F_g com que a Terra atrai um corpo nessa Estação e a força F com que a Terra atrai o mesmo corpo na superfície da Terra, é aproximadamente de:

- A 0,02
- B 0,05
- C 0,10
- D 0,50
- E 0,90

- 14 Uerj** Segundo a lei da gravitação universal de Newton, a força gravitacional entre dois corpos é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre seus centros de gravidade.

Mesmo que não seja obrigatoriamente conhecido pelos artistas, é possível identificar o conceito básico dessa lei na seguinte citação:

- A “Trate a natureza em termos do cilindro, da esfera e do cone, todos em perspectiva.”

Paul Cézanne.

- B “Hoje, a beleza é o único meio que nos manifesta puramente a força universal que todas as coisas contêm.”

Piet Mondrian.

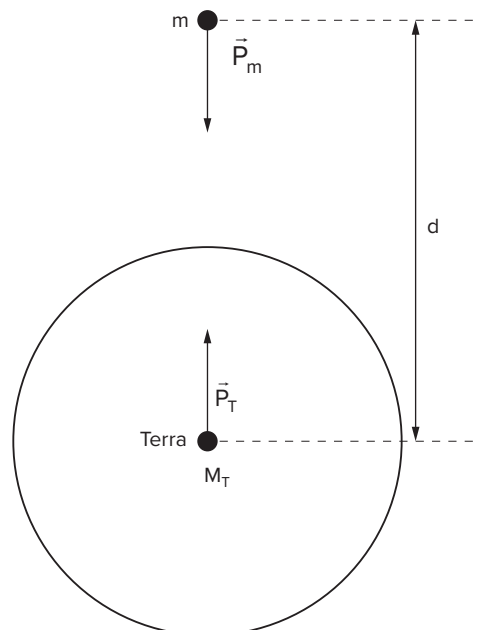
- C “Na natureza jamais vemos coisa alguma isolada, mas tudo sempre em conexão com algo que lhe está diante, ao lado, abaixo ou acima.”

Goethe.

- D “Ocorre na natureza alguma coisa semelhante ao que acontece na música de Wagner, que embora tocada por uma grande orquestra, é intimista.”

Van Gogh

- 15 UFSC** Considere o sistema constituído por um ponto material de massa m e a Terra de massa M_T . Admita que d é a distância do centro da Terra a m e que \vec{P}_m e \vec{P}_T formam um par de forças, conforme a figura, devido à interação gravitacional entre as massas m e M_T



Assim sendo, assinale a(s) proposiç(ões) correta(s).

- 01 \vec{P}_m é uma força do ponto material de massa m sobre si próprio.
- 02 \vec{P}_m é uma força da Terra sobre o ponto material de massa m
- 04 A intensidade de \vec{P}_m é maior que a intensidade de \vec{P}_T .
- 08 A intensidade de \vec{P}_m não depende da distância entre os dois corpos.
- 16 A intensidade de \vec{P}_m depende das massas M_T e m .
- 32 A intensidade de \vec{P}_m depende somente da massa m .

Soma:

16 Famerp 2019 A tabela mostra alguns dados referentes ao planeta Urano.

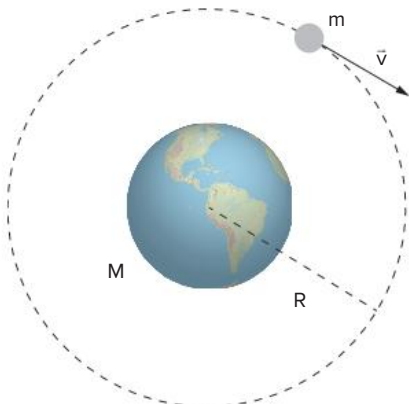
Distância média ao Sol	$2,87 \cdot 10^9$ km
Período de translação ao redor do Sol	84 anos
Período de rotação	18 horas
Massa	$8,76 \cdot 10^{25}$ kg
Diâmetro equatorial	$5,11 \cdot 10^4$ km
Aceleração gravitacional na superfície	$11,45 \text{ m/s}^2$

(<http://astro.if.ufrgs.br>. Adaptado.)

Para calcular a força de atração gravitacional média entre o Sol e Urano, somente com os dados da tabela, deve-se usar apenas e necessariamente

- A a distância média ao Sol, o período de translação ao redor do Sol e a massa.
- B a distância média ao Sol, a massa e o diâmetro equatorial.
- C a distância média ao Sol, a aceleração gravitacional na superfície e o período de rotação.
- D o período de rotação, o diâmetro equatorial e a aceleração gravitacional na superfície.
- E o período de translação ao redor do Sol, a massa e o diâmetro equatorial.

17 UFSC Um satélite artificial, de massa m , descreve uma órbita circular de raio R em torno da Terra, com velocidade orbital \vec{v} de valor constante, conforme representado esquematicamente na figura (Desprezam-se interações da Terra e do satélite com outros corpos.)

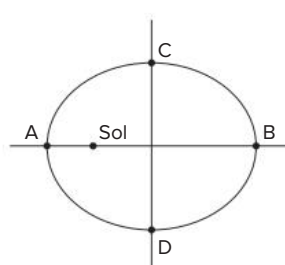


Considerando a Terra como referencial na situação descrita, assinale a(s) proposiç(ões) correta(s):

- 01 O satélite sofre a ação da força gravitacional exercida pela Terra, de módulo igual a $F_G = GMm/R^2$, onde G é a constante de gravitação universal e M é a massa da Terra.
- 02 Para um observador na Terra, o satélite não possui aceleração.
- 04 A força centrípeta sobre o satélite é igual à força gravitacional que a Terra exerce sobre ele.
- 08 A força exercida pelo satélite sobre a Terra tem intensidade menor do que aquela que a Terra exerce sobre o satélite; tanto assim que é o satélite que orbita em torno da Terra e não o contrário.
- 16 A aceleração resultante sobre o satélite independe da sua massa e é igual a GM/R^2 , onde G é a constante de gravitação universal e M é a massa da Terra.
- 32 A aceleração resultante sobre o satélite tem a mesma direção e sentido da força gravitacional que atua sobre ele.

Soma:

18 UFSC A figura a seguir representa a trajetória de um planeta em torno do Sol. Esta trajetória é elíptica e os segmentos de reta entre os pontos A e B e entre C e D são, respectivamente, o eixo maior e o eixo menor da elipse. Esta figura está fora de escala, pois a excentricidade das órbitas planetárias é pequena e as suas trajetórias aproximam-se de circunferências. A tabela a seguir apresenta dados astronômicos aproximados de alguns planetas:



	DISTÂNCIA MÉDIA AO SOL	MASSA	RAIO MÉDIO
Terra	d_{TS}	m_T	R_T
Saturno	$10d_{TS}$	$95m_T$	$9R_T$
Urano	$20d_{TS}$	$14m_T$	$4R_T$
Netuno	$30d_{TS}$	$17m_T$	$4R_T$

d_{TS} : distância média da Terra ao Sol
 m_T : massa da Terra
 R_T : raio da Terra

Assinale a(s) proposiç(ões) correta(s).

- 01 O módulo da velocidade de um planeta quando passa por A é maior do que quando passa por B.
- 02 O período de Urano é cerca de 2,8 vezes o período de Saturno.
- 04 O período de Netuno é de aproximadamente 52 anos.
- 08 O módulo da força média que o Sol exerce sobre Saturno é cerca de nove vezes maior que o módulo da força média que o Sol exerce sobre a Terra.
- 16 O módulo da força que Urano exerce sobre um corpo na sua superfície é aproximadamente quatro vezes maior que o módulo da força que a Terra exerce sobre este corpo na sua superfície.

Soma:

- 19 Uerj 2018** Considere a existência de um planeta homogêneo, situado em uma galáxia distante, e as informações sobre seus dois satélites apresentadas na tabela.

Satélite	Raio da órbita circular	Velocidade orbital
X	9R	v_X
Y	4R	v_Y

Sabe-se que o movimento de X e Y ocorre exclusivamente sob ação da força gravitacional do planeta.

Determine a $\frac{v_X}{v_Y}$.

- 20 Fuvest** Recentemente Plutão foi “rebaixado”, perdendo sua classificação como planeta. Para avaliar os efeitos da gravidade em Plutão, considere suas características físicas, comparadas com as da Terra, que estão apresentadas, com valores aproximados, no quadro abaixo.

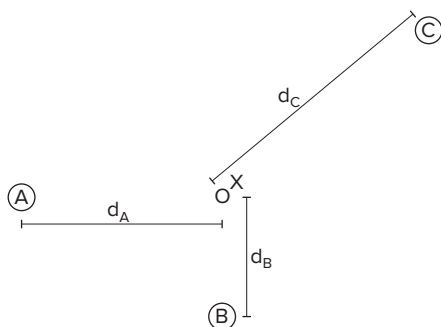
Massa da Terra (M_T) = 500 × Massa de Plutão (M_P)

Raio da Terra (R_T) = 5 × Raio de Plutão (R_P)

- Determine o peso, na superfície de Plutão (P_P), de uma massa que na superfície da Terra pesa 40 N ($P_T = 40$ N).
- Estime a altura máxima H, em metros, que uma bola, lançada verticalmente com velocidade V, atingiria em Plutão. Na Terra, essa mesma bola, lançada com a mesma velocidade, atinge uma altura $h_T = 1,5$ m.

► **Note e adote:** $F = \frac{GMm}{R^2}$; Peso = mg

- 21 Uerj** A figura a seguir representa o instante no qual a resultante das forças de interação gravitacional entre um asteroide X e os planetas A, B e C é nula.



Admita que:

- d_A , d_B e d_C representam as distâncias entre cada planeta e o asteroide; os segmentos de reta que ligam os planetas A e B ao asteroide são perpendiculares e $d_C = 2d_A = 3d_B$
- m_A , m_B , m_C e m_X representam, respectivamente, as massas de A, B, C e X e $m_A = 3m_B$

Determine a razão m_C/m_B nas condições indicadas.

- 22 ITA** Numa dada balança, a leitura é baseada na deformação de uma mola quando um objeto é colocado sobre sua plataforma. Considerando a Terra como uma esfera homogênea, assinale a opção que indica uma posição da balança sobre a superfície terrestre onde o objeto terá a maior leitura.

- Latitude de 45° .
- Latitude de 60° .
- Latitude de 90° .
- Em qualquer ponto do Equador.
- A leitura independe da localização da balança já que a massa do objeto é invariável.

- 23 Uece 2017** Considere duas massas puntiformes de mesmo valor m , com cargas elétricas de mesmo valor Q e sinais opostos, e mantidas separadas de uma certa distância. Seja G a constante de gravitação universal e k a constante eletrostática. A razão entre as forças de atração eletrostática e gravitacional é

- $\frac{Gm^2}{Q^2k}$.
- $\frac{Q^2G}{km^2}$.
- $\frac{Q^2k}{Gm^2}$.
- $\frac{QG}{km}$.

- 24 ITA 2019** Considere um corpo celeste esférico e homogêneo de massa M e raio R atravessado de polo a polo por um túnel cilíndrico retilíneo de diâmetro desprezível. Em um desses polos um objeto pontual é solto a partir do repouso no instante $t = 0$. Sendo G a constante universal de gravitação, esse objeto vai alcançar o outro polo após o intervalo de tempo dado por

- $\left(\frac{R^3}{GM}\right)^{1/2}$.
- $\pi\left(\frac{R^3}{GM}\right)^{1/2}$.
- $\left(\frac{4R^3}{3GM}\right)^{1/2}$.
- $2\pi\left(\frac{R^3}{GM}\right)^{1/2}$.
- $2\pi\left(\frac{4R^3}{3GM}\right)^{1/2}$.

- 25 UFPR** As leis sobre o movimento dos planetas, que transformaram a compreensão do Sistema Solar, e a crença de que o universo obedece a leis exatas e simples foram os legados deixados por Kepler e Newton. Considere as seguintes afirmativas sobre a força de atração gravitacional e o movimento de satélites.

- A constante gravitacional universal no SI pode ser expressa em $m^3 s^{-2} kg^{-1}$.
- A força resultante sobre um satélite geoestacionário é nula.
- Usando os dados de um satélite que se encontra em uma órbita de raio aproximadamente igual a seis vezes o raio da Terra, é possível obter o período de um outro satélite artificial que se encontra em uma órbita de raio igual a duas vezes o raio da Terra.
- Um satélite artificial encontra-se em uma órbita de raio igual a três vezes o raio da Terra. A aceleração da gravidade na posição onde se encontra o satélite é menor que a aceleração na superfície da Terra.

Assinale a alternativa correta.

- A Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- B Somente as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.
- C Somente as afirmativas I e IV são verdadeiras.
- D Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
- E Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

26 Unesp Desde maio de 2008 o IBAMA recebe imagens do ALOS (satélite de observação avançada da Terra) para monitorar o desmatamento na floresta Amazônica. O ALOS é um satélite japonês que descreve uma órbita circular a aproximadamente 700 km de altitude. São dados o raio e a massa da Terra, $R = 6400$ km e $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg, respectivamente, e a constante gravitacional, $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg². Determine o módulo da aceleração da gravidade terrestre, em m/s², na altitude em que esse satélite se encontra.

27 Unesp Considere um corpo na superfície da Lua. Pela Segunda Lei de Newton, o seu peso é definido como o produto de sua massa m pela aceleração da gravidade g . Por outro lado, pela Lei da Gravitação Universal, o peso pode ser interpretado como a força de atração entre esse corpo e a Lua. Considerando a Lua como uma esfera de raio $R = 2 \cdot 10^6$ m e massa $M = 7 \cdot 10^{22}$ kg, e sendo a constante de gravitação universal $G = 7,0 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg², calcule:

- a) a aceleração da gravidade na superfície da Lua;
- b) o peso de um astronauta, com 80 kg de massa, na superfície da Lua.

28 Unicamp 2018 Use a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s².

Recentemente, a agência espacial americana anunciou a descoberta de um planeta a trinta e nove anos-luz da Terra, orbitando uma estrela anã vermelha que faz parte da constelação de Cetus. O novo planeta possui dimensões e massa pouco maiores do que as da Terra e se tornou um dos principais candidatos a abrigar vida fora do sistema solar. Considere este novo planeta esférico com um raio igual a $R_p = 2R_T$ e massa $M_p = 8M_T$, em que R_T e M_T são o raio e a massa da Terra, respectivamente. Para planetas esféricos de massa M e raio R , a aceleração da gravidade na superfície do planeta é dada $g = \frac{GM}{R^2}$, em que G é uma constante universal. Assim, considerando a Terra esférica e usando

a aceleração da gravidade na sua superfície, o valor da aceleração da gravidade na superfície do novo planeta será de

- A 5 m/s².
- B 20 m/s².
- C 40 m/s².
- D 80 m/s².

29 IFSC 2017 De acordo com a lei da gravitação universal de Newton, a atração gravitacional entre dois corpos é diretamente proporcional ao produto de suas

massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles.

Com base nesta lei e considerando que a tabela abaixo fornece valores aproximados das massas e raios dos planetas em relação à Terra, analise as afirmações a seguir e marque no cartão-resposta a soma da(s) pro posição(ões) correta(s).

Planeta	Massa	Raio médio
Terra	M_T	R_T
Júpiter	$318M_T$	$11R_T$
Saturno	$95M_T$	$9R_T$
Urano	$14M_T$	$4R_T$

M_T : massa da Terra R_T : raio da Terra

- 01 A intensidade da força que Júpiter exerce sobre um corpo na sua superfície é aproximadamente 29 vezes maior que a intensidade da força que a Terra exerce sobre o mesmo corpo na superfície terrestre.
- 02 A aceleração da gravidade sobre um corpo a uma altura h da superfície terrestre será dada pela relação $g = \frac{G \cdot M}{h^2}$.
- 04 A força que a Terra exerce sobre Saturno é menor que a força que Saturno exerce sobre a Terra.
- 08 Se considerarmos que a aceleração da gravidade na Terra é igual a 9,8 m/s², a aceleração da gravidade em Urano será de aproximadamente 8,6 m/s².
- 16 A intensidade da força que Saturno exerce sobre um corpo na sua superfície é aproximadamente 11 vezes maior que a intensidade da força que a Terra exerce sobre o mesmo corpo na superfície terrestre.
- 32 A força de atração gravitacional exercida pela Terra sobre um objeto em sua superfície é equivalente ao peso desse objeto.

Soma:

30 UFRGS 2013 Em 6 de agosto de 2012, o jipe Curiosity pousou em Marte. Em um dos mais espetaculares empreendimentos da era espacial, o veículo foi colocado na superfície do planeta vermelho com muita precisão. Diferentemente das missões anteriores, nesta, depois da usual descida balística na atmosfera do planeta e da diminuição da velocidade provocada por um enorme paraquedas, o veículo de quase 900 kg de massa, a partir de 20 m de altura, foi suave e lentamente baixado até o solo, suspenso por três cabos, por um tipo de guindaste voador estabilizado no ar por meio de 4 pares de foguetes direcionais. A ilustração a seguir representa o evento.

O cabo ondulado que aparece na figura serve apenas para comunicação e transmissão de energia entre os módulos.



Disponível em: <www.nasa.gov/mission_pages/msl/multimedia/gallery/pia14839.html>. Acesso em: 19 set. 2012.

Considerando as seguintes razões: massa da Terra/massa de Marte ~ 10 e raio médio da Terra/raio médio de Marte ~ 2 , a comparação com descida similar, realizada na superfície terrestre, resulta que a razão correta entre a tensão em cada cabo de suspensão do jipe em Marte e na Terra (T_M/T_T) é, aproximadamente, de:

- A 0,1 C 0,4 E 5,0
B 0,2 D 2,5

- 31 Efoimm 2018** Patrick é um astronauta que está em um planeta onde a altura máxima que atinge com seus pulos verticais é de 0,5 m. Em um segundo planeta, a altura máxima alcançada por ele é seis vezes maior. Considere que os dois planetas tenham densidades uniformes μ e $2\mu/3$, respectivamente. Determine a razão entre o raio do segundo planeta e o raio do primeiro.

- A 1/2 C 1/6 E 1/10
B 1/4 D 1/8

- 32 Uece** Considerando que o diâmetro da Lua é, aproximadamente, 4 vezes menor que o da Terra, e que a densidade da Lua é, aproximadamente, 2 vezes menor que a densidade da Terra e considerando que ambas, a Terra e a Lua, sejam esféricas e com densidades uniformes, a aceleração da gravidade na superfície da lua é, aproximadamente, igual a:

- A $\frac{1}{8}$ da aceleração da gravidade na superfície da Terra.
B $\frac{1}{32}$ da aceleração da gravidade na superfície da Terra.
C $\frac{1}{64}$ da aceleração da gravidade na superfície da Terra.
D $\frac{1}{128}$ da aceleração da gravidade na superfície da Terra.

- 33 Unesp** Em abril deste ano, foi anunciada a descoberta de G581c, um novo planeta fora de nosso Sistema Solar e que tem algumas semelhanças com a Terra. Entre as várias características anunciadas está o seu raio, 1,5 vezes maior que o da Terra. Considerando que a massa específica desse planeta seja uniforme e igual à da Terra, utilize a Lei da Gravitação Universal de Newton para calcular a aceleração da gravidade na superfície de G581c, em termos da aceleração da gravidade g , na superfície da Terra.

- 34 Fuvest** Imagine que, no final deste século XXI, os habitantes da Lua vivam em um grande complexo pressurizado, em condições equivalentes às da Terra, tendo como única diferença a aceleração da gravidade, que é menor na Lua.

Considere as situações imaginadas bem como as possíveis descrições de seus resultados, se realizadas dentro desse complexo, na Lua:

- I. Ao saltar, atinge-se uma altura maior do que quando o salto é realizado na Terra.
- II. Se uma bola está boiando em uma piscina, essa bola manterá maior volume fora da água do que quando a experiência é realizada na Terra.
- III. Em pista horizontal, um carro, com velocidade V_0 , consegue parar completamente em uma distância maior do que quando o carro é freado na Terra.

Assim, pode-se afirmar que estão corretos apenas os resultados propostos em:

- A I D II e III
B I e II E I, II e III
C I e III

- 35 UFMS (Adapt.)** Na cobertura jornalística da viagem espacial realizada pelo brasileiro Marcos Pontes, no início deste ano de 2006, foram apresentadas imagens do astronauta flutuando. Os jornalistas afirmavam que isso se devia à ausência de gravidade. Quanto a essa afirmação, assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- 01 Ela é correta já que a nave está em ambiente de órbita.
- 02 Ela é correta independente do referencial.
- 04 Ela seria correta se os jornalistas substituíssem o termo “ausência de gravidade” por “aceleração aparente ser nula”.
- 08 Ela é correta porque o astronauta está em órbita.
- 16 Ela é incorreta.

Soma:

- 36 UFPA 2012** O Brasil possui um centro de lançamento de satélites em Alcântara (MA), pois, devido à rotação da Terra, quanto mais próximo da linha do Equador for lançado um foguete, menor a variação de velocidade necessária para que este entre em órbita. A esse respeito, considere um sistema de referência inercial em que o centro da Terra está em repouso, estime tanto o módulo da velocidade V_E de um ponto da superfície da Terra na linha do Equador quanto o módulo da velocidade V_S de um satélite cuja órbita tem um raio de $1,29 \cdot 10^4$ km. É correto afirmar que V_E é aproximadamente:

Obs.: Considere que o perímetro da Terra no Equador é 40080 km, que a aceleração da gravidade na órbita do satélite é $3,1 \cdot 10^4$ km/h² e que a Terra dá uma volta completa a cada 24 horas.

- A 1% de V_S . D 6% de V_S .
B 2% de V_S . E 8% de V_S .
C 4% de V_S .

37 UFSC Durante aproximados 20 anos, o astrônomo dinamarquês Tycho Brahe realizou rigorosas observações dos movimentos planetários, reunindo dados que serviram de base para o trabalho desenvolvido, após sua morte, por seu discípulo, o astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630). Kepler, possuidor de grande habilidade matemática, analisou cuidadosamente os dados coletados por Tycho Brahe, ao longo de vários anos, tendo descoberto três leis para o movimento dos planetas. Apresentamos, a seguir, o enunciado das três leis de Kepler.

1ª Lei de Kepler: Cada planeta descreve uma órbita elíptica em torno do Sol, da qual o Sol ocupa um dos focos.

2ª Lei de Kepler: O raio-vetor (segmento de reta imaginário que liga o Sol ao planeta) “varre” áreas iguais, em intervalos de tempo iguais.

3ª Lei de Kepler: Os quadrados dos períodos de translação dos planetas em torno do Sol são proporcionais aos cubos dos raios médios de suas órbitas.

Assinale a(s) proposição(ões) que apresenta(m) conclusão(ões) correta(s) das leis de Kepler:

- 01 A velocidade média de translação de um planeta em torno do Sol é diretamente proporcional ao raio médio de sua órbita.
- 02 O período de translação dos planetas em torno do Sol não depende da massa dos mesmos.
- 04 Quanto maior o raio médio da órbita de um planeta em torno do Sol, maior será o período de seu movimento.
- 08 A 2ª Lei de Kepler assegura que o módulo da velocidade de translação de um planeta em torno do Sol é constante.
- 16 A velocidade de translação da Terra em sua órbita aumenta à medida que ela se aproxima do Sol e diminui à medida que ela se afasta.
- 32 Os planetas situados à mesma distância do Sol devem ter a mesma massa.
- 64 A razão entre os quadrados dos períodos de translação dos planetas em torno do Sol e os cubos dos raios médios de suas órbitas apresentam um valor constante.

Soma:

38 Unesp Depois de anos de interrupção, ocorreu neste ano (2005) a retomada de lançamentos do ônibus espacial pela NASA, desta vez com sucesso. Nas imagens divulgadas do dia no ônibus espacial girando ao redor da Terra, pudemos ver os astronautas realizando suas atividades, tanto fora da nave como no seu interior. Considerando que as órbitas da nave e dos astronautas sejam circulares, analise as afirmações seguintes.

- I. Não há trabalho realizado pela força gravitacional para manter um astronauta em órbita ao redor da Terra.

- II. A aceleração de um astronauta girando ao redor da Terra deve-se exclusivamente à ação da força gravitacional.
- III. A velocidade vetorial do astronauta ao redor da Terra é constante.

Estão corretas as afirmações:

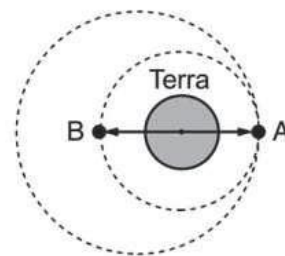
- A II, somente.
- B III, somente.
- C I e II, somente.
- D II e III, somente.
- E I, II e III.

39 UFMG Um astronauta, de pé sobre a superfície da Lua, arremessa uma pedra, horizontalmente, a partir de uma altura de 1,25 m, e verifica que ela atinge o solo a uma distância de 15 m.

Considere que o raio da Lua é de $1,6 \cdot 10^6$ m e que a aceleração da gravidade na sua superfície vale $1,6 \text{ m/s}^2$. Com base nessas informações,

- a) Calcule o módulo da velocidade com que o astronauta arremessou a pedra.
- b) Calcule o módulo da velocidade com que, nas mesmas condições e do mesmo lugar, uma pedra deve ser lançada, também horizontalmente, para que, após algum tempo, ela passe novamente pelo local de lançamento.

40 UPE 2018 Dois satélites artificiais, A e B, orbitam o planeta Terra, de massa M, no mesmo sentido, de forma que suas velocidades angulares são iguais a $\omega_A = 2\omega$ e $\omega_B = \omega$. O satélite A gira por meios próprios em uma órbita que não possui a Terra como centro. Em $t = 0$, suas posições, diametralmente opostas, estão ilustradas na figura. Então, o tempo necessário para que elas se encontrem pela primeira vez e o raio da órbita de B ao cubo valem, respectivamente,



- A π/ω e GM/ω^2
- B π/ω e $GM/4\omega^2$
- C $3\pi/\omega$ e $2GM/\omega^2$
- D $3\pi/\omega$ e GM/ω^2
- E $5\pi/2\omega$ e GM/ω^2

Texto para a questão **41**.

Quando necessário, adote os seguintes valores:

Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Constante da gravitação universal: $G = 6 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$.

Massa da Terra: $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

Constante $\pi = 3$.

41 UFPB 2011 Os satélites artificiais são uma conquista da tecnologia moderna e os seus propósitos são variados. Existem satélites com fins militares, de comunicação, de monitoramento etc. e todo satélite tem uma órbita e uma velocidade orbital bem determinadas. Nesse contexto, considere um satélite de comunicação que descreve uma órbita circular em torno da Terra com um período de revolução de $8 \cdot 10^4$ s.

Com base nessas informações e desprezando o movimento da Terra, é correto afirmar que esse satélite gira em torno da Terra com uma velocidade orbital de:

- A 1000 m/s
- B 1500 m/s
- C 2000 m/s
- D 3000 m/s
- E 3500 m/s

42 UFPA (Adapt.) Em 4 de outubro de 2007 fez 50 anos do lançamento do Sputnik, que foi o primeiro satélite artificial da Terra. Lançado pela antiga União Soviética, consistia em uma esfera metálica de 58 cm de diâmetro e massa de 83 kg. Sua órbita era elíptica, inclinada de 64° em relação ao equador terrestre, com período de 96 min. Seu foguete de lançamento era de dois estágios, tendo o 2º estágio também entrado em órbita ao redor da Terra. O Sputnik, cuja função básica era transmitir sinais de rádio para Terra, ficou em órbita por aproximadamente seis meses antes de cair.

Baseado no texto, julgue as afirmações a seguir:

- I. O Sputnik era um satélite do tipo geostacionário.
- II. Se o Sputnik mudasse de trajetória, vindo a ocupar uma órbita circular, de menor raio, a sua velocidade certamente deveria diminuir.
- III. A 3ª Lei de Kepler pode ser usada para comparar os raios das órbitas e períodos da Lua e do Sputnik.

Estão corretas somente:

- A Apenas II.
- B Apenas III.
- C II e III
- D I, II e III.
- E Nenhuma.

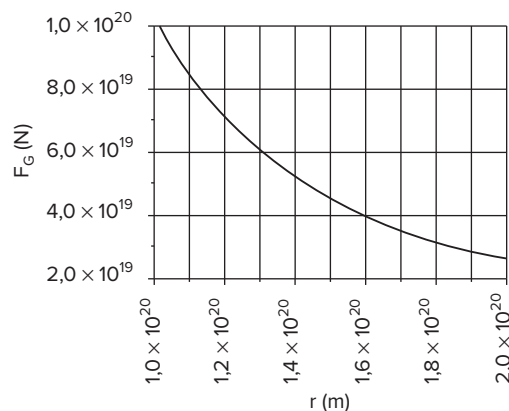
43 Unesp O período de revolução T e o raio médio r da órbita de um planeta que gira ao redor de uma estrela de massa m satisfazem à relação $\frac{mT^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G}$ onde G

é a constante de gravitação universal. Considere dois planetas e suas respectivas estrelas. O primeiro, o planeta G581c, recentemente descoberto, que gira em torno da estrela Gliese581 e o nosso, a Terra, girando ao redor do Sol.

Considere o período de revolução da Terra 27 vezes o de G581c e o raio da órbita da Terra 18 vezes o raio da órbita daquele planeta. Determine qual seria a massa da estrela Gliese581 em unidades da massa M do Sol.

44 Unicamp Observações astronômicas indicam que as velocidades de rotação das estrelas em torno de galáxias são incompatíveis com a distribuição de massa visível das galáxias, sugerindo que grande parte da matéria do universo é escura, isto é, matéria que não interage com a luz. O movimento de rotação das estrelas resulta da força de atração gravitacional que as galáxias exercem sobre elas.

A curva no gráfico a seguir mostra como a força gravitacional $F_G = (GMm)/r^2$, que uma galáxia de massa M exerce sobre uma estrela externa à galáxia, deve variar em função da distância r da estrela em relação ao centro da galáxia, considerando-se $m = 1,0 \cdot 10^{30}$ kg para a massa da estrela. A constante de gravitação G vale $6,7 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.



- a) Determine a massa M da galáxia.
- b) Calcule a velocidade de uma estrela em órbita circular a uma distância $r = 1,6 \cdot 10^{20}$ m do centro da galáxia

45 Unesp Um satélite com massa m gira em torno da Terra com velocidade constante, em uma órbita circular de raio R , em relação ao centro da Terra. Represente a massa da Terra por M e a constante gravitacional por G . Utilizando os conceitos de forças centrípeta e gravitacional, calcule, em função de m , M , R e G ,

- a) a velocidade do satélite;
- b) a constante K que aparece na Terceira Lei de Kepler, $T^2 = KR^3$, onde T é o período do movimento.

46 UEL 2011 (Adapt.) Considere um modelo simplificado da Via Láctea no qual toda a sua massa M , com exceção do Sistema Solar, está concentrada em seu núcleo, enquanto o Sistema Solar, com massa m , está em movimento com velocidade de módulo $v = 200$ km/s em órbita circular de raio $r = 26 \cdot 10^3$ anos-luz, com relação ao núcleo galáctico.

► **Dados:**

$$G = 7 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-2}\text{s}^{-2}$$

$$1 \text{ ano-luz} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Com base nessas informações e utilizando os dados, considere as afirmativas a seguir.

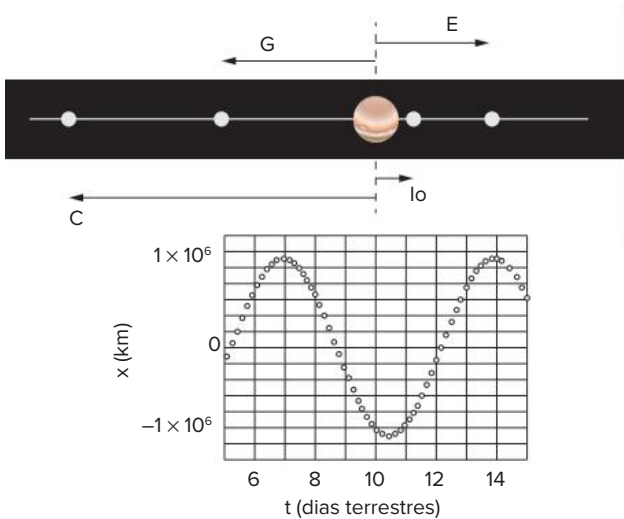
- I. No núcleo galáctico, existe um buraco negro supermassivo.

- II. Uma estimativa do número de estrelas na Via Láctea será da ordem de 10^{11} estrelas, se considerarmos que todas as estrelas da Via Láctea possuem a mesma massa que o Sol e que a massa do Sistema Solar é aproximadamente igual à massa do Sol, $m = 2 \cdot 10^{30}$ kg.
- III. A massa da Via Láctea será: $1,5 \cdot 10^{41}$ kg se considerarmos que a massa do Sistema Solar é aproximadamente igual à massa do Sol $m = 2 \cdot 10^{30}$ kg.
- IV. O módulo da velocidade orbital do Sistema Solar será de 720000 km/h e, devido a esta grande velocidade, o sistema não é estável.

Assinale a alternativa correta.

- A Somente as afirmativas I e IV são corretas.
 B Somente as afirmativas II e III são corretas.
 C Somente as afirmativas III e IV são corretas.
 D Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
 E Somente as afirmativas I, II e IV são corretas.

47 UFF Em 1610 Galileu descobriu quatro luas de Júpiter, denominadas Io, Europa, Ganimedes e Calisto. Do seu ângulo de visão, ele observou que elas deslocavam-se, periodicamente, de um lado para outro em relação ao centro do planeta, e concluiu que as luas moviam-se, aproximadamente, em órbitas circulares ao redor de Júpiter. Conhecendo a distância da Terra a Júpiter é possível medir o deslocamento lateral $x(t)$ de cada lua em função do tempo. O gráfico representa medidas feitas para a lua Ganimedes.



- a) Determine a velocidade angular de rotação da lua Ganimedes ao redor de Júpiter.
- b) Considere que cada lua de Júpiter se move em movimento circular em torno do planeta, sob ação exclusiva da atração gravitacional exercida por este. Demonstre, desta forma, que a razão R^3/T^2 entre o cubo do raio R da órbita de uma lua de Júpiter e o quadrado de seu período T depende apenas da massa do planeta e de constantes universais. Essa razão é, portanto, a mesma para qualquer uma das luas, resultado conhecido como a 3ª Lei de Kepler.

- c) Medidas experimentais feitas pelo físico inglês Henry Cavendish em 1797 permitiram a primeira estimativa do valor da constante universal da gravitação G. Use as informações do gráfico apresentado e o valor experimental de G para estimar a massa de Júpiter.

▶ Dado: $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

48 UFRJ Um satélite descreve uma órbita circular em torno de um planeta. O satélite pode ser considerado uma partícula e o planeta, uma esfera homogênea de raio R. O período de revolução do satélite em torno do planeta é T e o módulo da aceleração da gravidade na superfície do planeta é g. Calcule a distância entre o satélite e o centro do planeta em função de R, T e g.

49 PUC-SP A região denominada Amazônia Legal, com 5 milhões de km^2 , cobre 60% da área do território nacional, abrangendo Amazonas, Acre, Amapá, oeste do Maranhão, Mato Grosso, Rondônia, Pará, Roraima e Tocantins (Figura 1). Nessa região está a Floresta Amazônica que já há algum tempo vem sendo devastada. Se por um lado não se tem evitado a progressiva diminuição da floresta, por outro, pelo menos, nunca foi possível medir a devastação com tanta precisão, devido às imagens captadas por satélites.

Parte do monitoramento da devastação é feita por meio dos dados enviados pelos satélites Landsat e CBERS-2 ao INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) onde os cientistas produzem boletins diários, identificando os locais e as características dos desmatamentos mais recentes. Esses satélites giram ao redor da Terra em uma órbita praticamente polar e circular (Figura 2), de maneira que a combinação sincronizada entre as velocidades do satélite e da rotação da Terra torna possível “mapear” todo o planeta após certo número de dias.

Dependendo do satélite, a faixa de território que ele consegue observar pode ser mais larga ou mais estreita (Figura 3). O satélite Landsat “varre” todo o planeta a cada 16 dias, completando uma volta em torno da Terra em aproximadamente 100 minutos. O CBERS-2, que também tem período de revolução de 100 minutos, observa uma faixa mais larga que a observada pelo Landsat e consegue “varrer” todo o planeta em apenas 5 dias.

Disponível em: <www.inpe.br>.



Figura 1

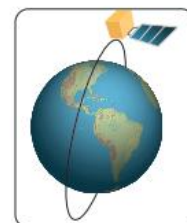


Figura 2



Figura 3

► **Dados:**

Constante da gravitação universal: $G = 6,0 \cdot 10^{-11}$ (S.I.)

Massa da Terra: $M(T) = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg

Raio da Terra: $R(T) = 6.200$ km = $6,2 \cdot 10^6$ m

Período de rotação da Terra em torno de seu eixo: $T = 24$ h

$\pi \approx 3$

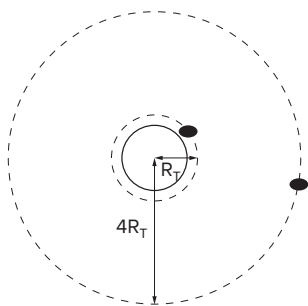
- a) Baseando-se nas leis de Newton da mecânica clássica explique por que um satélite:
- não necessita de combustível para permanecer em órbita por longo tempo.
 - mantém sua órbita circular sem se afastar ou se aproximar da superfície da Terra.
- b) Calcule, em m/s^2 , o valor da aceleração centrípeta que atua sobre o satélite Landsat em sua órbita a 800 km de altitude em relação à superfície da Terra.

Despreze possíveis efeitos advindos do movimento de rotação da Terra.

- 50 Unesp** Uma espaçonave de massa m gira em torno da Terra com velocidade constante, em uma órbita circular de raio R . A força centrípeta sobre a nave é $\frac{1,5GMm}{R^2}$, onde G é a constante de gravitação universal e M a massa da Terra.

- a) Desenhe a trajetória dessa nave. Em um ponto de sua trajetória, desenhe e identifique os vetores velocidade \vec{v} e aceleração centrípeta \vec{a} da nave.
- b) Determine, em função de M , G e R , os módulos da aceleração centrípeta e da velocidade da nave.

- 51 Fuvest** Um satélite artificial, em órbita circular em torno da Terra, mantém um período que depende de sua altura em relação à superfície da Terra.



► **Note e adote:**

A força de atração gravitacional sobre um corpo de massa m é $F = \frac{GmM}{r^2}$, em que r é a distância entre a massa e o centro da Terra, G é a constante gravitacional e M é a massa da Terra.

Na superfície da Terra, $F = mg$ em que $g = \frac{GM}{R^2}$;
 $g = 10$ m/s^2 e $R = 6,4 \cdot 10^6$ m.

(Para resolver essa questão, não é necessário conhecer nem G nem M).

Considere $\pi \approx 3$

Determine:

- a) o período T_0 do satélite, em minutos, quando sua órbita está muito próxima da superfície. (Ou seja, está a uma distância do centro da Terra praticamente igual ao raio da Terra).
- b) o período T_4 do satélite, em minutos, quando sua órbita está a uma distância do centro da Terra aproximadamente igual a quatro vezes o raio da Terra.

- 52 UFTM 2012** Foi divulgado pela imprensa que a ISS (sigla em inglês para Estação Espacial Internacional) retornará à Terra por volta de 2020 e afundará no mar, encerrando suas atividades, como ocorreu com a Estação Orbital MIR, em 2001. Atualmente, a ISS realiza sua órbita a 350 km da Terra e seu período orbital é de aproximadamente 90 minutos.

Considerando o raio da Terra igual a 6.400 km e $\pi \approx 3$, pode-se afirmar que:

- A** ao afundar no mar o peso da água deslocada pela estação espacial será igual ao seu próprio peso.
- B** a pressão total exercida pela água do mar é exatamente a mesma em todos os pontos da estação.
- C** a velocidade linear orbital da estação é, aproximadamente, $27 \cdot 10^3$ km/h
- D** a velocidade angular orbital da estação é, aproximadamente, 0,25 rad/h.
- E** ao reingressar na atmosfera a aceleração resultante da estação espacial será radial e de módulo constante.

- 53 Uerj 2014** A intensidade F da força de atração gravitacional entre o Sol e um planeta é expressa pela seguinte relação:

$$F = \frac{GmM}{r^2}$$

G = constante universal da gravitação

m = massa do planeta

M = massa do Sol

r = raio da órbita do planeta

Admitindo que o movimento orbital dos planetas do sistema solar é circular uniforme, estime a massa do Sol.

► **Dado:**

Caso necessário, utilize:

Aceleração da gravidade: $g = 10$ m/s^2

Constante de gravitação universal: $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2/kg^2$

Raio da órbita da Terra: $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ m

$\pi \approx 3,14$

1 ano = $3 \cdot 10^7$ s

- 54 Uerj A 3ª Lei de Kepler** relaciona o período (T) do movimento de um planeta ao redor do Sol com a distância média (R) entre ambos, conforme a equação a seguir, na qual K é uma constante:

$$T^2 = KR^3$$

Admitindo que os planetas descrevem órbitas circulares, Newton deduziu, a partir dessa lei de Kepler, sua famosa Lei da Gravitação Universal, na qual G é a constante da gravitação universal, M a massa do Sol, m a do planeta e r a distância entre eles:

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

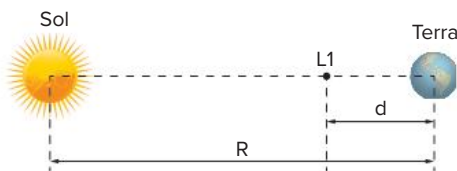
Suponha que Newton tivesse encontrado a seguinte lei de gravitação, na qual n é um número inteiro:

$$F = \frac{GmM}{R^n}$$

Neste caso, o segundo membro da equação da 3ª lei de Kepler deveria ser igual a:

- A KR^{n-2} C KR^{n+1}
 B KR^{n-1} D KR^{n+2}

- 55 Fuvest 2014** Há um ponto no segmento de reta unindo o Sol à Terra, denominado “Ponto de Lagrange L1”. Um satélite artificial colocado nesse ponto, em órbita ao redor do Sol, permanecerá sempre na mesma posição relativa entre o Sol e a Terra. Nessa situação, ilustrada na figura abaixo, a velocidade angular orbital ω_A do satélite em torno do Sol será igual à da Terra, ω_T . Para essa condição, determine:



- a) ω_T em função da constante gravitacional G , da massa M_S do Sol e da distância R entre a Terra e o Sol;
 b) o valor de ω_A em rad/s;
 c) a expressão do módulo F_r da força gravitacional resultante que age sobre o satélite, em função de G , M_S , M_T , m , R e d , sendo M_T e m , respectivamente, as massas da Terra e do satélite e d a distância entre a Terra e o satélite.

Note e adote:

1 ano = $3,14 \cdot 10^7$ s.

O módulo da força gravitacional F entre dois corpos de massas M_1 e M_2 , sendo r a distância entre eles, é dado por $F = G \cdot M_1 \cdot M_2 / r^2$.

Considere as órbitas circulares.

- 56 ITA 2014** Considere dois satélites artificiais S e T em torno da Terra. S descreve uma órbita elíptica com semieixo maior a , e T, uma órbita circular de raio a , com os respectivos vetores posição \vec{r}_S e \vec{r}_T com origem no centro da Terra. É correto afirmar que:

- A para o mesmo intervalo de tempo, a área varrida por \vec{r}_S é igual à varrida por \vec{r}_T .
 B para o mesmo intervalo de tempo, a área varrida por \vec{r}_S é maior que a varrida por \vec{r}_T .

- C o período de translação de S é igual ao de T.
 D o período de translação de S é maior que o de T.
 E se S e T têm a mesma massa, então a energia mecânica de S é maior que a de T.

- 57 ITA** A estrela anã vermelha Gliese 581 possui um planeta que, num período de 13 dias terrestres, realiza em torno da estrela uma órbita circular cujo raio é igual a 1/14 da distância média entre o Sol e a Terra. Sabendo que a massa do planeta é aproximadamente igual à da Terra, pode-se dizer que a razão entre as massas da Gliese 581 e do nosso Sol é de aproximadamente:

- A 0,05
 B 0,1
 C 0,6
 D 0,3
 E 4,0

- 58 Uefs** Depois de sua formulação das leis de movimentos, a segunda, e talvez a maior, contribuição de Newton para o desenvolvimento da mecânica foi a descoberta da interação gravitacional, isto é, a interação entre dois corpos, planetas ou partículas, que produz um movimento que pode ser descrito pelas leis de Kepler.

Com base nos conhecimentos sobre a Gravitação Universal, é correto afirmar:

- A A força associada à interação gravitacional nem sempre age ao longo da linha que une os dois corpos em interação, de acordo com a Lei dos Períodos.
 B A Primeira Lei de Kepler afirma que a órbita de um planeta é elíptica ou hiperbólica.
 C A velocidade de escape é a velocidade máxima com a qual um corpo deve ser lançado da Terra, para alcançar o infinito.
 D A velocidade que um corpo, abandonado a uma distância r , do centro da Terra, quando atingir superfície terrestre, é dada por $v = R \sqrt{2g \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)}$, em que g é a aceleração da gravidade nessa superfície.
 E A depender de sua massa, todos os corpos, em um mesmo lugar de um campo gravitacional, ficam sujeitos a diferentes acelerações.

- 59 Unicamp 2014** As denúncias de violação de telefonemas e transmissão de dados de empresas e cidadãos brasileiros serviram para reforçar a tese das Forças Armadas da necessidade de o Brasil dispor de seu próprio satélite geoestacionário de comunicação militar.

O Estado de S. Paulo, 15 jul. 2013.

Uma órbita geoestacionária é caracterizada por estar no plano equatorial terrestre, sendo que o satélite que a executa está sempre acima do mesmo ponto

no Equador da superfície terrestre. Considere que a órbita geostacionária tem um raio $r = 42000$ km.

a) Calcule a aceleração centrípeta de um satélite em órbita circular geostacionária.

b) A energia mecânica de um satélite de massa m em órbita circular em torno da Terra é dada por

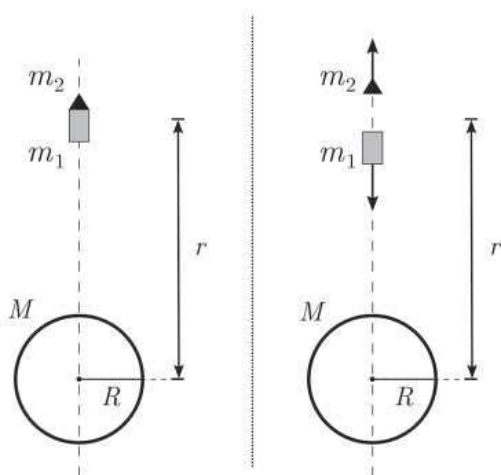
$$E = -\frac{GMm}{2r}$$

em que r é o raio da órbita, $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg

é a massa da Terra e $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. O raio de órbita de satélites comuns de observação (não geostacionários) é tipicamente de 7000 km.

Calcule a energia adicional necessária para colocar um satélite de 200 kg de massa em uma órbita geostacionária, em comparação a colocá-lo em uma órbita comum de observação.

60 ITA 2019 Conforme a figura, um veículo espacial, composto de um motor-foguete de massa m_1 e carga útil de massa m_2 , é lançado verticalmente de um planeta esférico e homogêneo de massa M e raio R . Após esgotar o combustível, o veículo permanece em voo vertical até atingir o repouso a uma distância r do centro do planeta. Nesse instante um explosivo é acionado, separando a carga útil do motor-foguete e impulsionando-a verticalmente com velocidade mínima para escapar do campo gravitacional do planeta. Desprezando forças dissipativas, a variação de massa associada à queima do combustível do foguete e efeitos de rotação do planeta, e sendo G a constante de gravitação universal, determine



a) o trabalho realizado pelo motor-foguete durante o 1º estágio do seu movimento de subida e

b) a energia mecânica adquirida pelo sistema devido à explosão.

61 Unicamp Em 2009 foram comemorados os 40 anos da primeira missão tripulada à Lua, a Missão Apollo 11, comandada pelo astronauta norte-americano Neil Armstrong. Além de ser considerado um dos feitos mais importantes da história recente, esta viagem trouxe grande desenvolvimento tecnológico.

a) A Lua tem uma face oculta, erroneamente chamada de lado escuro, que nunca é vista da Terra. O período de rotação da Lua em torno de seu eixo é de cerca de 27 dias. Considere que a órbita da Lua em torno da Terra é circular, com raio igual a $r = 3,8 \cdot 10^8$ m. Lembrando que a Lua sempre apresenta a mesma face para um observador na Terra, calcule a sua velocidade orbital em torno da Terra.

b) Um dos grandes problemas para enviar um foguete à Lua é a quantidade de energia cinética necessária para transpor o campo gravitacional da Terra, sendo que essa energia depende da massa total do foguete. Por este motivo, somente é enviado no foguete o que é realmente essencial. Calcule qual é a energia necessária para enviar um tripulante de massa $m = 70$ kg à Lua. Considere que a velocidade da massa no lançamento deve ser $V = \sqrt{2gR_T}$ para que ela chegue até a Lua, sendo g a aceleração da gravidade na superfície na Terra e $R_T = 6,4 \cdot 10^6$ m o raio da Terra.

62 ITA O raio do horizonte de eventos de um buraco negro corresponde à esfera dentro da qual nada, nem mesmo luz, escapa da atração gravitacional por ele exercida. Por coincidência, esse raio pode ser calculado não relativisticamente como o raio para o qual a velocidade de escape é igual à velocidade da luz. Qual deve ser o raio do horizonte de eventos de um buraco negro com uma massa igual à massa da Terra?

► Dados:

Massa da Terra: $M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg

Constante de Gravitação Universal:

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Velocidade da luz no vácuo: $3,0 \cdot 10^8$ m/s

63 ITA 2012 Acredita-se que a colisão de um grande asteroide com a Terra tenha causado a extinção dos dinossauros

Para se ter uma ideia de um impacto dessa ordem, considere um asteroide esférico de ferro, com 2 km de diâmetro, que se encontra em repouso quase no infinito, estando sujeito somente à ação da gravidade terrestre. Desprezando as forças de atrito atmosférico, assinale a opção que expressa a energia liberada do impacto, medida em número aproximado de bombas de hidrogênio de 10 megatons de TNT.

► Dados:

Densidade do ferro: $8 \cdot 10^3$ kg/m³

Raio da Terra: $6,4 \cdot 10^6$ m

1 megaton de TNT = $10^6 \cdot 4 \cdot 10^9$ J

- | | |
|-------|-----------|
| A 1 | D 50000 |
| B 10 | E 1000000 |
| C 500 | |

64 IME 2012 Um corpo estava em órbita circular em torno da Terra a uma distância do solo igual à $2R_T$, sendo R_T o raio da Terra. Esse corpo é colocado em órbita de outro planeta que tem $1/20$ da massa e $1/3$ do raio da Terra.

A distância ao solo deste novo planeta, de modo que sua energia cinética seja $1/10$ da energia cinética de quando está em torno da Terra é:

- A $\frac{5}{6}R_T$ B R_T C $\frac{7}{6}R_T$ D $\frac{4}{3}R_T$ E $\frac{3}{2}R_T$

65 Dois corpos celestes, de massa m_1 e m_2 , constituindo uma estrela dupla, interagem entre si como um sistema isolado no universo. Eles descrevem círculos de raios r_1 e r_2 respectivamente. Sendo G a constante de gravitação, verifique qual é a velocidade angular dos dois corpos.

- A $\sqrt{\frac{Gm_2}{r_2^2(r_1+r_2)^2}}$ C $\sqrt{\frac{Gm_1}{r_2^2(r_1+r_2)^2}}$ E $\sqrt{\frac{Gm_1}{r_1^2(r_1+r_2)^2}}$
 B $\sqrt{\frac{Gm_2}{r_1^2(r_1+r_2)^2}}$ D $\sqrt{\frac{Gm_2}{r_2^2(r_1+r_2)^2}}$

66 ITA 2012 Boa parte das estrelas do universo formam sistemas binários nos quais duas estrelas giram em torno do centro de massa comum, CM. Considere duas estrelas esféricas de um sistema binário em que cada qual descreve uma órbita circular em torno desse centro. Sobre tal sistema são feitas duas afirmações:

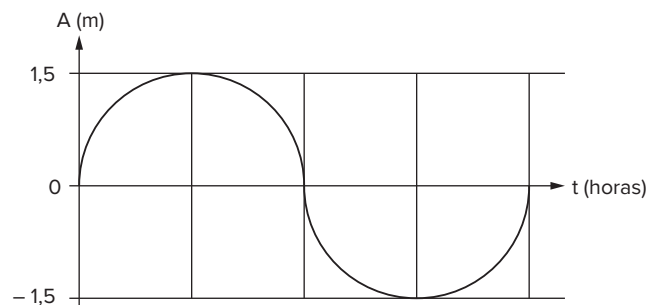
- I. O período de revolução é o mesmo para as duas estrelas e depende apenas da distância entre elas, da massa total deste binário e da constante gravitacional.
- II. Considere que \vec{R}_1 e \vec{R}_2 são os vetores que ligam o CM ao respectivo centro de cada estrela. Num certo intervalo de tempo Δt , o raio do vetor \vec{R}_1 varre uma certa área A . Durante este mesmo intervalo de tempo, o raio vetor \vec{R}_2 também varre uma área igual a A .

Diante destas duas preposições, assinale a alternativa correta.

- A As afirmações I e II são falsas.
 B Apenas a afirmação I é verdadeira.
 C Apenas a afirmação II é verdadeira.
 D As afirmações I e II são verdadeiras, mas a II não justifica a I.
 E As afirmações I e II são verdadeiras e, além disso, a II justifica a I.

Texto para a questão **67**.

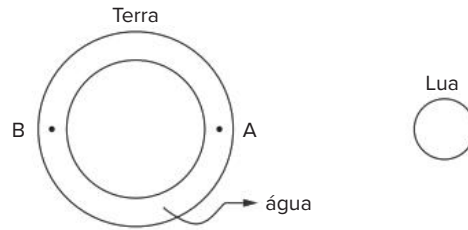
O subir e descer das marés é regulado por vários fatores, sendo o principal deles a atração gravitacional entre Terra e Lua. Se desprezásemos os demais fatores, teríamos sempre o intervalo de 12,4 horas entre duas marés altas consecutivas, e também sempre a mesma altura máxima de maré, por exemplo, 1,5 metros. Nessa situação, o gráfico da função que relacionaria tempo (t) e altura de maré (A) seria semelhante a este:



67 PUC-Campinas O fato do intervalo de tempo entre duas marés altas sucessivas ser de 12,4 horas e não de 12 horas exatas explica-se pelo fato de que:

- A o período de rotação da Terra em torno de seu eixo não é de 24 horas, e sim de 24,8 horas.
 B a Lua gira em torno da Terra completando uma volta em, aproximadamente, 28 dias.
 C a água do mar tem uma inércia muito grande que atrasa seu movimento.
 D a órbita da Terra em torno do Sol é elíptica.
 E o eixo de rotação da Terra é inclinado.

68 ITA Sabe-se que a atração gravitacional da Lua sobre a camada de água é a principal responsável pelo aparecimento das marés oceânicas na Terra. A figura mostra a Terra, supostamente esférica, homogeneamente recoberta por uma camada de água.



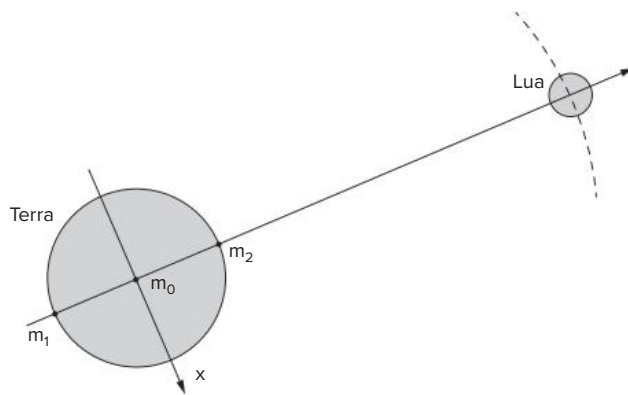
Nessas condições, considere as seguintes afirmativas:

- I. As massas de água próximas das regiões A e B experimentam marés altas simultaneamente.
- II. As massas de água próximas das regiões A e B experimentam marés opostas, isto é, quando A tem maré alta, B tem maré baixa e vice-versa.
- III. Durante o intervalo de tempo de um dia ocorrem duas marés altas e duas marés baixas.

Então, está(ão) correta(s), apenas:

- A a afirmativa I.
- B a afirmativa II.
- C a afirmativa III.
- D as afirmativas I e II.
- E as afirmativas I e III.

69 ITA Lua e Sol são os principais responsáveis pelas forças de maré. Estas são produzidas devido às diferenças na aceleração gravitacional sofrida por massas distribuídas na Terra em razão das respectivas diferenças de suas distâncias em relação a esses astros. A figura mostra duas massas iguais, $m_1 = m_2 = m$, dispostas sobre a superfície da Terra em posições diametralmente opostas e alinhadas em relação à Lua, bem como uma massa $m_0 = m$ situada no centro da Terra. Considere G a constante de gravitação universal, M a massa da Lua, r o raio da Terra e R a distância entre os centros da Terra e da Lua. Considere, também, f_{0z} , f_{1z} , e f_{2z} as forças produzidas pela Lua respectivamente sobre as massas m_0 , m_1 e m_2 . Determine as diferenças $(f_{1z} - f_{0z})$ e $(f_{2z} - f_{0z})$ sabendo que deverá usar a aproximação $\frac{1}{(1+x)^\alpha} = 1 - \alpha x$, quando $x \ll 1$.



70 Unicamp 2013 (Adapt.) As marés são movimentos periódicos de elevação e abaixamento dos oceanos e mares provocadas pela ação gravitacional da Lua e do Sol sobre a Terra. A figura a seguir representa os momentos de ocorrência de marés de sizígia e de marés de quadratura.



Em que condições (fases da Lua) ocorrem marés de sizígia e marés de quadratura, e que consequências essas condições têm para a amplitude de marés?

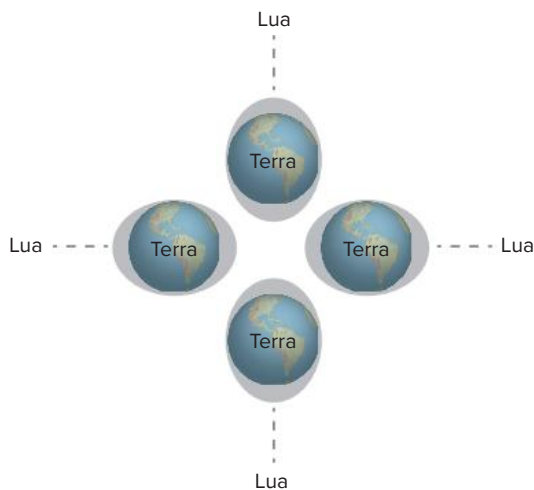
71 UFRGS Considere as seguintes afirmações.

- I. Para que um satélite se mantenha em uma órbita circular ao redor da Terra, a força resultante sobre ele não deve ser nula.
- II. O efeito de marés oceânicas, que consiste na alteração do nível da água do mar, não é influenciado pelo Sol, apesar da grande massa deste.
- III. O módulo da aceleração da gravidade em um ponto no interior de um planeta diminui com a distância desse ponto em relação ao centro do planeta.

Tendo em vista os conceitos da Gravitação Universal, quais estão corretas?

- A Apenas I. D Apenas II e III.
B Apenas II. E I, II e III.
C Apenas I e III.

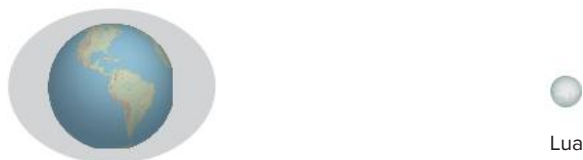
72 Udesc A maré é o fenômeno natural de subida e descida do nível das águas, percebido principalmente nos oceanos, causado pela atração gravitacional do Sol e da Lua. A ilustração a seguir esquematiza a variação do nível das águas ao longo de uma rotação completa da Terra.



Considere as seguintes proposições sobre maré, e assinale a alternativa **incorreta**.

- A As marés de maior amplitude ocorrem próximo das situações de Lua nova ou Lua cheia, quando as forças atrativas, devido ao Sol e à Lua, se reforçam mutuamente.
- B A influência da Lua é maior do que a do Sol, pois, embora a sua massa seja muito menor do que a do Sol, esse fato é compensado pela menor distância à Terra.
- C A maré cheia é vista por um observador quando a Lua passa por cima dele, ou quando a Lua passa por baixo dele.
- D As massas de água que estão mais próximas da Lua ou do Sol sofrem atração maior do que as massas de água que estão mais afastadas, devido à rotação da Terra.
- E As marés alta e baixa sucedem-se em intervalos de aproximadamente 6 horas.

73 Unicamp A atração gravitacional da Lua e a força centrífuga do movimento conjunto de rotação da Lua e da Terra são as principais causas do fenômeno das marés. Essas forças fazem com que a água dos oceanos adquira a forma esquematizada (e exagerada) na figura adiante. A influência do Sol no fenômeno das marés é bem menor, mas não desprezível, porque quando a atração do Sol e da Lua se conjugam a maré torna-se mais intensa.



- a) Quantas marés altas ocorrem em um dia num mesmo local?
- b) Como estará a maré no Brasil quando a Lua estiver bem acima do Japão?
- c) Faça um desenho mostrando a Terra, a Lua e o Sol na situação em que a maré é mais intensa. Qual é a fase da Lua nessa situação?



FRENTE 3

CAPÍTULO

10

Instrumentos ópticos

Os grandes telescópios para pesquisa astronômica (baseados no espaço e na Terra) utilizam-se de alta tecnologia para a obtenção de imagens e de dados de objetos nas regiões mais remotas do universo. Os quatro telescópios refletores que constituem o VLT (*Very Large Telescope*), no Chile, possuem espelhos de 8,2 m de diâmetro que permitem a observação de objetos que são 4 bilhões de vezes mais fracos que os observados a olho nu.

Instrumentos ópticos

Os instrumentos ópticos podem ser classificados como instrumentos de observação e projeção.

Os instrumentos de observação geram imagens virtuais, que só podem ser observadas através deles. Os instrumentos de projeção permitem a visualização da imagem, nesse caso, real, a todos que observam a tela de projeção.

Lupa ou lente de aumento

A lupa, ou lente de aumento, é um dos mais simples instrumentos ópticos. É composta de apenas uma lente convergente, em que o objeto O é colocado entre o foco F e o centro óptico C da lente.



Fig. 1 Lupa, lente de aumento.

A imagem visualizada pelo observador é sempre uma imagem virtual, direita e maior (aumentada).

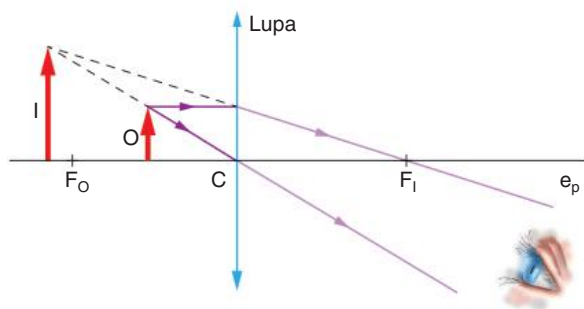


Fig. 2 Esquema representativo, lupa.

Atenção

Ao utilizar uma lupa, é possível perceber que a imagem formada é nítida no centro e, à medida que nos aproximamos da periferia da lente, a imagem se torna menos nítida, isto é, mais astigmática. Lembre-se das condições de nitidez de Gauss.

Associação de lentes justapostas

Para darmos prosseguimento em nosso estudo sobre instrumentos ópticos, é muito importante estudarmos o conceito de justaposição de lentes.

Dois lentes estão associadas à justaposição quando possuem o mesmo eixo óptico principal (lentes coaxiais) e a distância entre elas é nula.

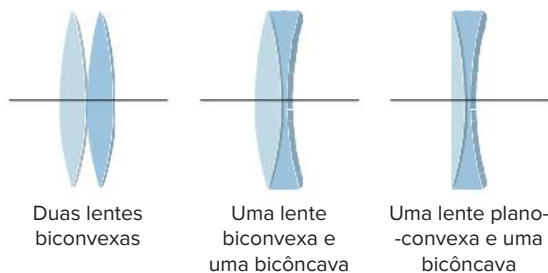


Fig. 3 Justaposição de lentes delgadas.

Se as lentes associadas possuem vergências V_1 e V_2 , podemos demonstrar que a vergência equivalente, V_{eq} , da associação é:

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

Entretanto, para uma associação de n lentes à justaposição, a vergência equivalente é dada por:

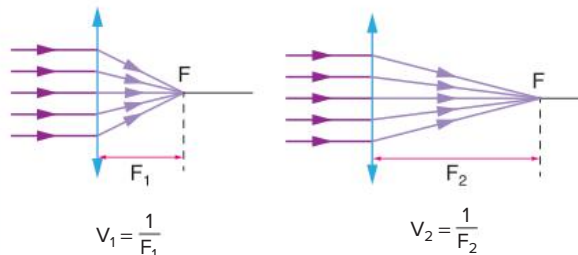
$$V_{eq} = \sum_{i=1}^n V_i$$

Sendo F_1 e F_2 as distâncias focais das lentes associadas e F_{eq} a distância focal resultante da associação, temos, com base na expressão anterior, para uma associação de n lentes, que:

$$\frac{1}{F_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{F_i}$$

Atenção

Vergência de uma lente: $V = \frac{1}{F}$



$$V_1 = \frac{1}{F_1}$$

$$V_2 = \frac{1}{F_2}$$

$$F_1 < F_2 \Rightarrow V_1 > V_2$$

- Lente convergente: $V > 0$
- Lente divergente: $V < 0$
- Unidade de vergência (V): $di = m^{-1} = grau$

Exercício resolvido

- 1 Duas lentes delgadas, uma convergente e outra divergente, com distâncias focais respectivamente iguais a 1 m e -2 m, encontram-se justapostas. Um objeto é colocado a 3 m das lentes. Qual a distância entre a imagem e o sistema de lentes (considerado de espessura desprezível)?

Resolução:

$$F_{\text{conv}} = 1 \text{ m}$$

$$F_{\text{div}} = 2 \text{ m}$$

$$P = 3 \text{ m}$$

Como se trata de uma justaposição de lentes delgadas, F_{eq} é dado por:

$$\frac{1}{F_{\text{eq}}} = \frac{1}{F_{\text{conv}}} + \frac{1}{F_{\text{div}}} \Rightarrow \frac{1}{F_{\text{eq}}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{F_{\text{eq}}} = \frac{3}{2} \Rightarrow F_{\text{eq}} = \frac{2}{3} \text{ m}$$

Como o foco é positivo, a associação possui um efeito convergente. Aplicando a equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{P'} \Rightarrow \frac{1}{P'} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{P'} = \frac{1}{6} \Rightarrow P' = 6 \text{ m}$$

Portanto, a distância será de 6 m.

Microscópio composto

O microscópio é utilizado para a observação de objetos próximos e de pequenas dimensões. É constituído por duas lentes convergentes associadas coaxialmente ao longo de um tubo cujo interior é negro. Uma lente é denominada objetiva e a outra ocular.

A lente que fica próxima do olho é a ocular, enquanto a lente que fica próxima do objeto é a objetiva.

Atenção

Vale observar que apesar de nos referirmos às lentes ocular e objetiva como sendo lentes únicas, na verdade, elas podem ser um conjunto de até 4 ou 5 lentes associadas de forma justaposta.



Fig. 4 Microscópio composto.

A lente objetiva, de pequena distância focal, conjuga, do objeto O , uma imagem I_1 , real, invertida e aumentada.

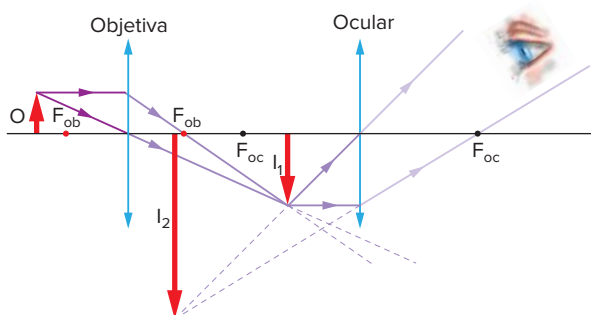


Fig. 5 Esquema representativo de um microscópio composto.

A imagem I_1 é o objeto para a lente ocular que, funcionando como lupa, conjuga uma imagem final I_2 , virtual, ampliada e invertida em relação ao objeto O .

O aumento linear transversal da objetiva A_{ob} é dado por:

$$A_{\text{ob}} = \frac{I_1}{O}$$

O aumento linear transversal da ocular A_{oc} é dado por:

$$A_{\text{oc}} = \frac{I_2}{I_1}$$

Assim, o aumento linear transversal do microscópio A é:

$$A = A_{\text{ob}} \cdot A_{\text{oc}}$$

De fato:

$$A = \frac{I_1}{O} \cdot \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_2}{O}$$

Luneta astronômica

Tem por finalidade a observação de objetos distantes, como os corpos celestes.

Semelhante à construção do microscópio, é também constituída por duas lentes convergentes coaxiais em um tubo de interior negro. As lentes também são denominadas objetiva e ocular.



Alexander Kolomieta/723rf.com

Fig. 6 Luneta astronômica.

A lente objetiva, de grande distância focal, recebe a luz do objeto distante (PO_{∞}) e conjuga a imagem I_1 no seu plano focal.

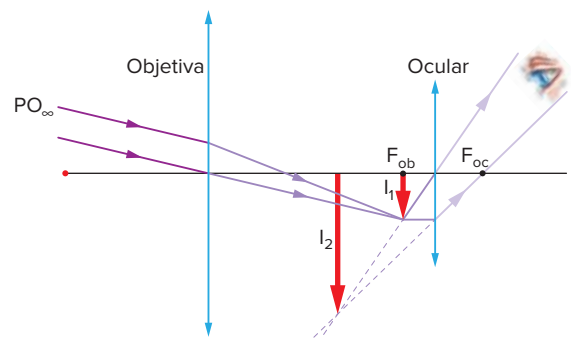


Fig. 7 Esquema representativo de uma luneta astronômica.

Observe que:

- F_{ob} : foco da lente objetiva
- F_{oc} : foco da lente ocular

A imagem I_1 torna-se o objeto para a lente ocular, que funciona como uma lupa, produzindo uma imagem final I_2 , virtual e invertida em relação ao objeto distante.

A luneta oferece ao observador um aumento no ângulo visual.

O aumento angular nominal A é dado por:

$$A_n = \frac{F_{objetiva}}{F_{ocular}}$$

onde $F_{objetiva}$ é a distância focal da objetiva e F_{ocular} é a distância focal da ocular.

Saiba mais

Telescópios refletores

Atualmente, os grandes observatórios utilizam telescópios refletores em vez de lunetas. Nesses telescópios, a objetiva, ao contrário da luneta que possui uma lente, é constituída por um espelho parabólico côncavo. A imagem fornecida pelo espelho é observada através de uma ocular, agora sim, igual a uma luneta.

A vantagem de se usar espelhos no lugar de lentes para compor a objetiva é que os efeitos de aberração cromática são menores; além de uma associação de espelhos possibilitar a construção de instrumentos mais compactos.

Lunetas terrestres

As lunetas astronômicas, quando usadas na observação de objetos na superfície da Terra, apresentam alguns inconvenientes: são aparelhos muito volumosos e fornecem uma imagem final invertida.

As lunetas terrestres são instrumentos mais simples, que sofrem algumas modificações básicas para que a imagem final seja direita.

A luneta de Galileu, por exemplo, fornece uma imagem final direita por utilizar uma ocular divergente, em vez de convergente.

Na luneta com veículo de lentes, entre a objetiva e a ocular é colocada uma lente, ou uma associação de lentes, que produz a inversão da imagem intermediária.

Máquina fotográfica

Uma máquina ou câmera fotográfica é constituída basicamente de uma câmara escura na qual, na entrada da luz, não existe simplesmente um pequeno furo, mas sim uma lente, denominada objetiva, e, no fundo da câmara, um filme fotossensível, que irá registrar as imagens.

A lente objetiva de uma máquina fotográfica é uma lente convergente que conjuga, de um objeto, uma imagem real e invertida.

Observação: Lembre-se de que a imagem deve ser projetável, consequentemente, deve ser real e invertida.



© Woo Bing Siew | Dreamstime.com

Fig. 8 Máquina fotográfica.

A imagem formada deverá recair sobre o filme para que possamos obter uma fotografia nítida.

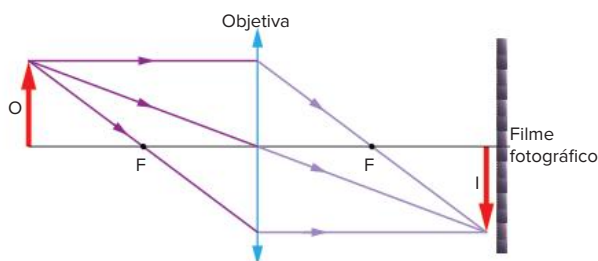


Fig. 9 Esquema representativo de uma máquina fotográfica.

A máquina fotográfica possui um dispositivo que altera a distância da lente ao filme para que, a cada posição do objeto, a imagem possa se projetar sobre o filme. Quando o objeto se aproxima da lente, a imagem se afasta e fica “atrás” do filme. Para que a imagem volte a se formar nitidamente sobre o filme, a lente deve ser afastada dele. Lembre-se da equação de Gauss dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$$

Observação: Em uma máquina fotográfica, a lente objetiva, em geral, é a lente resultante de uma associação de lentes.

Esse tipo de instrumento óptico possui um dispositivo que regula a quantidade de luz incidente, o diafragma.

Retroprojektor

O projetor de transparências, retroprojektor, ou o projetor de filme ou *slide*, possui uma lente que conjuga, do objeto (transparência, filme ou *slide*), uma imagem real, invertida e ampliada. Essa imagem, para ser nítida, deverá recair sobre a tela de projeção.



Zhang Zhivrei | Dreamstime.com

Fig. 10 Retroprojektor.

No caso específico do retroprojetor, a transparência é colocada sobre uma placa de vidro situada entre o foco e o ponto antiprincipal da lente de projeção. Os raios de luz emitidos pela lâmpada atravessam a lâmina de vidro e a transparência, incidindo na lente de projeção; dessa forma a lente conjuga uma imagem que, para se projetar na parede, sofre reflexão em um espelho plano, formando na tela de projeção uma imagem ampliada do objeto.

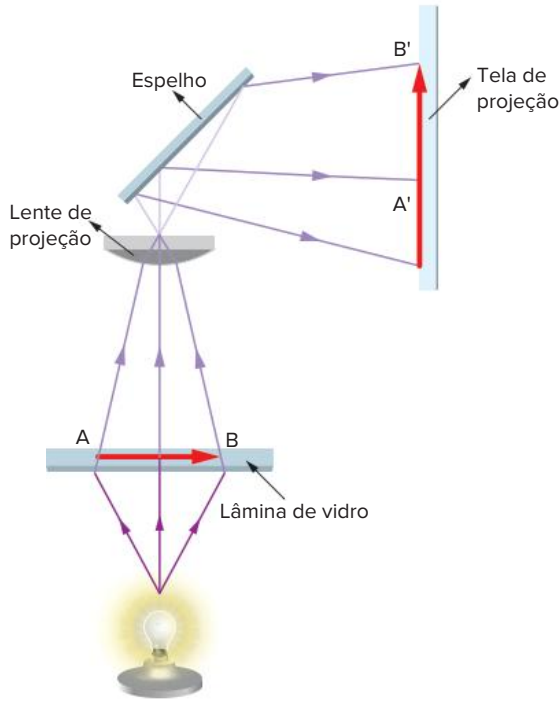


Fig. 11 Esquema representativo de um retroprojetor.

Binóculo

O binóculo é um instrumento óptico constituído de duas lunetas, cada uma delas contendo duas lentes: objetiva e ocular, além de dois prismas de Porro, nos quais ocorre a inversão da imagem final através de reflexão total.

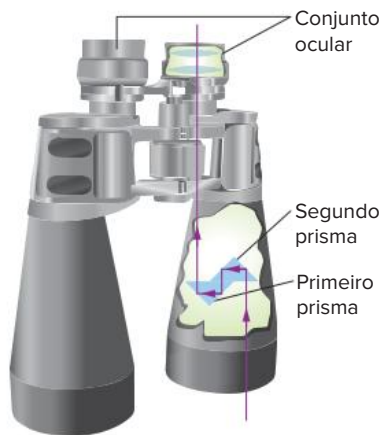


Fig. 12 Binóculo.

Sabemos que no prisma de Porro os raios emergem em ordem contrária à dos raios incidentes. A imagem de um objeto fornecida pela objetiva é reversa (troca esquerda

pela direita). A função dos prismas é orientar a imagem; sem eles os objetos observados produziriam imagens invertidas e reversas. A ocular funciona como lupa, fornecendo uma imagem final exatamente igual ao objeto e ampliada

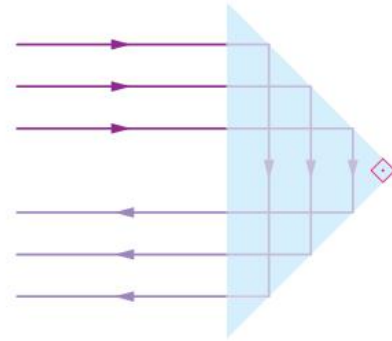


Fig. 13 Prisma de Porro.

Óptica da visão

O globo ocular

O globo ocular humano assemelha-se a uma filmadora, ou mesmo a uma máquina fotográfica de grande sofisticação. É constituído de diversas camadas transparentes que são atravessadas pela luz, além de partes opacas e de regiões responsáveis pelo movimento, sustentação e proteção.

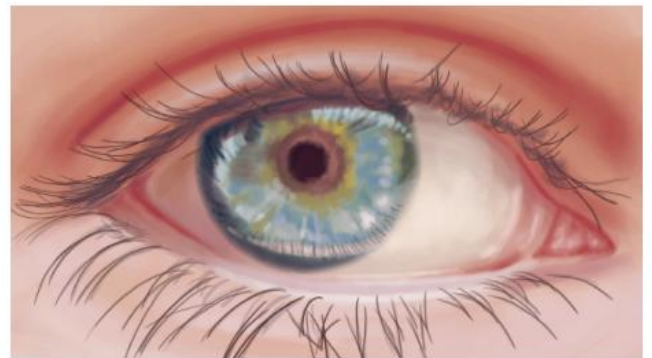


Fig. 14 Olho humano.

O cérebro, alimentado pelas informações conduzidas pelo nervo óptico, "reprojeta" a imagem obtida pelo olho, fornecendo a percepção ou visão real do objeto.

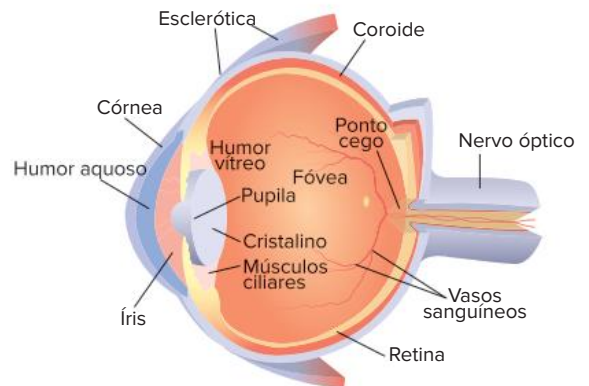


Fig. 15 Olho humano em corte.

- Os **meios transparentes** do globo ocular (córnea, humor aquoso, cristalino e humor vítreo) têm, no seu conjunto, função correspondente à da lente objetiva convergente da câmera fotográfica, formando uma imagem real, invertida e menor sobre a retina.
- A **íris**, com seu orifício central (pupila) de diâmetro variável conforme a intensidade da luz, corresponde ao diafragma da máquina fotográfica.
- A **retina** é uma película fotossensível sobre a qual se formam as imagens.
- A **esclerótica** é uma membrana opaca e de consistência firme que envolve o globo ocular completamente, exceto na parte anterior, onde se torna transparente, dando origem à córnea. Essa membrana garante a sustentação mecânica do olho, à semelhança do sistema de sustentação existente em uma máquina fotográfica.
- A **coroide** é uma membrana pigmentada que cobre a esclerótica no interior do globo ocular. Sobre ela distribuem-se as células da retina; assim, do mesmo modo que o interior de uma câmera fotográfica é totalmente negro, a coroide garante a escuridão do espaço interno do olho, evitando a difusão da luz que penetra no globo ocular.

A focalização da imagem no globo ocular é realizada de um modo mais complexo do que em uma máquina fotográfica, denominado **acomodação visual**, tratada a seguir.

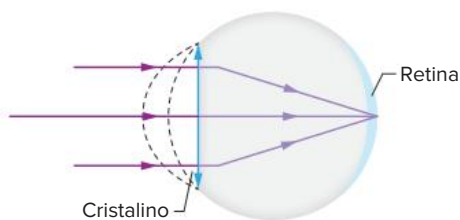


Fig. 16 Esquema representativo de um olho humano.

Acomodação visual

O nosso olho tem uma incrível capacidade de se acomodar e gerar imagens nítidas, sobre a retina, de objetos próximos, como esta folha, e de objetos muito afastados, uma paisagem, por exemplo.



Fig 17 Cristalino e a musculatura ciliar

O cristalino do olho é uma lente biconvexa presa às paredes do globo ocular por uma série de fibras musculares que constituem os músculos ciliares.

O cristalino não apresenta uma distância focal constante, ao contrário, ele é constituído por um tecido elástico que

lhe permite mudar de forma quando os músculos ciliares se contraem. De acordo com a equação dos fabricantes de lentes, a distância focal de uma lente de índice de refração n_2 , imersa em um meio de índice de refração n_1 , depende dos raios de curvatura R_1 e R_2 de suas faces:

$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Então, como a contração dos músculos ciliares produz diminuição dos raios R_1 e R_2 das faces do cristalino, ocorre uma diminuição da distância focal do cristalino.

A maior distância focal do cristalino acontece quando os músculos ciliares estão relaxados, isto é, não está sendo realizado nenhum esforço de acomodação. Nessa situação, para uma pessoa de visão normal, o foco imagem F' está exatamente na retina, onde também estará se formando a imagem correspondente a um objeto infinitamente afastado.

À medida que o objeto se aproxima, a imagem continua nítida sobre a retina graças à variação da distância focal, determinada, como vimos, pela contração dos músculos ciliares. A menor distância focal corresponde à contração completa dos músculos ciliares, quando o olho está realizando esforço máximo de acomodação.

Atenção

No olho humano, a imagem deve sempre recair sobre a retina, então temos que: $P' = \text{cte}$.

Para isso, a distância focal F deve assumir um valor conveniente para cada posição P do objeto.

De fato, a equação de Gauss mostra que a distância focal deve assumir valores cada vez menores para posições do objeto mais próximas do olho. À medida que a distância focal diminui, quer dizer que a lente fica mais convergente.

$$\frac{1}{F_{\text{diminui}}} = \frac{1}{P_{\text{diminui}}} + \frac{1}{P'_{\text{fixo}}}$$

A variação da distância focal é feita através dos músculos ciliares.

Quando o objeto se aproxima do olho, o raio de curvatura de suas faces diminui, ocasionando uma diminuição na distância focal.

Ponto próximo (PP)

Quanto mais o objeto se aproximar do olho, maior será a compressão dos músculos ciliares sobre o cristalino. Haverá então uma distância do objeto ao olho para a qual os músculos ciliares realizam a máxima compressão de que são capazes. Essa posição do objeto é denominada ponto próximo.

Ponto próximo (PP) é a posição do objeto mais próxima do olho que ainda permite uma visão nítida.

Para um olho normal (olho emetropo), a distância do ponto próximo ao olho, d_{pp} , é de, aproximadamente, 25 cm. Se o objeto estiver a uma distância menor que a distância do ponto próximo, a imagem deixará de ser nítida, pois não mais recairá sobre a retina.

Ponto remoto (PR)

Quanto mais o objeto se afasta do olho, menor a compressão exercida pelos músculos ciliares. A posição do objeto para a qual os músculos ciliares estão relaxados é denominada ponto remoto, cuja distância ao olho é a distância máxima de visão distinta

Ponto remoto (PR) é a posição do objeto mais afastada do olho que ainda permite uma visão nítida.

Para o olho normal, a distância do ponto remoto ao olho, d_{PR} , é infinita. Uma pessoa de visão normal enxerga uma paisagem, por exemplo, nitidamente, como se fosse uma bela fotografia.

Zona de acomodação

Zona de acomodação é a região que vai do ponto próximo ao ponto remoto. Ver figura a seguir.

Para um objeto ser visualizado nitidamente, ele deverá estar na zona de acomodação.

A figura seguinte mostra essa região para um olho normal.

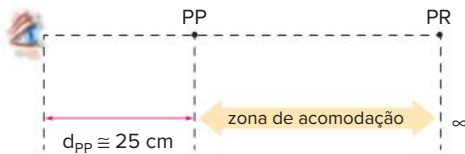


Fig. 18 Zona de acomodação visual.

Exercício resolvido

- 2 Uma pessoa consegue enxergar nitidamente objetos situados entre 0,50 m e 4,0 m dos seus olhos. Determine a amplitude de acomodação visual.

Resolução:

Vamos denominar V_1 a vergência do olho para o objeto no ponto remoto ($P_1 = PR$), aplicando a equação de Gauss:

$$V_1 = \frac{1}{F_1} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P'_1}$$

$$V_1 = \frac{1}{PR} + \frac{1}{P'_1}$$

Vamos denominar V_2 a vergência do olho para o objeto no ponto próximo ($P_2 = PP$), aplicando a equação de Gauss:

$$V_2 = \frac{1}{F_2} = \frac{1}{P_2} + \frac{1}{P'_2}$$

$$V_2 = \frac{1}{d_{PP}} + \frac{1}{P'_2}$$

Como $P'_2 = P'_1 = \text{constante}$, a amplitude de acomodação (a), dada por $a = V_2 - V_1$, é:

$$a = \frac{1}{PP} + \frac{1}{P'_1} - \frac{1}{PR} - \frac{1}{P'_1}$$

$$a = \frac{1}{PP} - \frac{1}{PR}$$

Neste caso, $PP = 0,50$ m e $PR = 4,0$ m. Portanto:

$$a = \frac{1}{0,50} - \frac{1}{4,0}$$

$$a = 2,0 - 0,25$$

$$a = 1,75 \text{ di (amplitude de acomodação)}$$

Defeitos da visão

Passaremos a estudar os mais comuns defeitos da visão.

Miopia

A deficiência de um olho míope está na visualização de objetos distantes, ou seja, o seu ponto remoto (PR) não está no infinito, e sim a uma distância finita (d_{PR}).

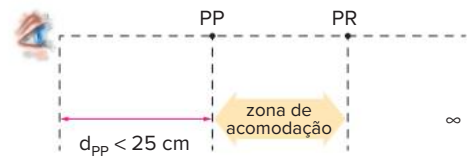


Fig. 19 O ponto remoto para o míope não é no infinito.

Isso ocorre pelo fato de a imagem do objeto distante (PO) recair aquém da retina.

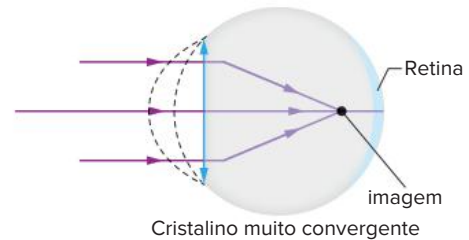


Fig. 20 Para o míope, a imagem é formada antes da retina.

Para corrigir esse defeito, devemos tornar o olho míope menos convergente. Para tanto, associamos a ele uma lente divergente.

A distância focal da lente corretiva (F_c) da miopia é igual, em módulo, à distância do ponto remoto.

$$F_{\text{lente}} = -d_{PR}$$

O sinal negativo na expressão deve-se à convenção que atribui distâncias focais negativas às lentes divergentes.

Atenção

O fato de o ponto remoto (PR) do míope estar a uma distância finita acarreta uma diminuição da distância do seu ponto próximo (PP).

Saiba mais

As pessoas geralmente usam lentes de contato por razões estéticas, mas, na verdade, elas oferecem mais vantagens que os óculos. Movendo-se com o olho, as lentes de contato não restringem o campo da visão, facilitam certos tipos de correção visual e contribuem para restaurar a visão normal de pessoas que não podem usar óculos, já que estes, às vezes, provocam distorções na imagem.

Exercício resolvido

- 3 Uma pessoa míope, com o ponto remoto situado a 40 cm do olho, deve usar óculos para corrigir seu defeito. Determine a distância focal e a vergência das lentes desses óculos

Resolução:

A distância focal da lente deve ser igual, em módulo, à distância máxima de visão distinta do olho, mas com sinal contrário, pois a lente é divergente:

$$F_L = -PR$$

Nesse caso, o ponto remoto está a 40 cm, isto é, $PR = 40 \text{ cm} = 0,40 \text{ m}$.

$$F_L = -0,40 \text{ m}$$

A vergência da lente vale:

$$V_L = \frac{1}{F_L}$$

$$V_L = \frac{1}{-0,40}$$

$$V_L = -2,5 \text{ di}$$

Hipermetropia

A deficiência de um olho hipermetrope está na visualização de objetos próximos, ou seja, o seu ponto próximo (PP) está mais afastado do que o do olho normal, $d_{pp} > 25 \text{ cm}$.

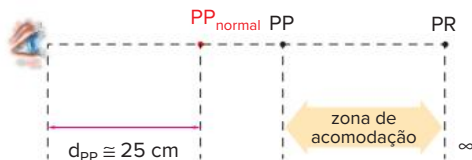


Fig. 21 Para o hipermetrope, o ponto próximo é maior que 25 cm.

No olho hipermetrope, a imagem de um objeto impróprio (PO) recai além da retina.

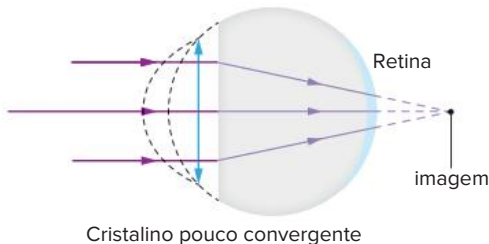


Fig. 22 Para o hipermetrope, a imagem é formada depois da retina.

Para corrigir esse defeito, devemos tornar o olho hipermetrope mais convergente, associando a ele uma lente convergente.

A lente corretiva deverá fornecer uma imagem, de um objeto colocado a 25 cm do olho, no ponto próximo (PP) do hipermetrope, ou seja, a uma distância d_{pp} do olho.

Assim, a distância focal da lente corretiva (F_c) da hipermetropia é calculada através da equação de Gauss:

$$\frac{1}{P} + \frac{1}{P'} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{25 \text{ cm}} - \frac{1}{d_{pp}} = \frac{1}{F_L}$$

O sinal negativo na expressão deve-se ao fato de a imagem fornecida pela lente corretiva ser virtual.

Astigmatismo

O astigmatismo ocorre devido a uma perda de simetria do globo ocular. A correção é feita com o uso de lentes cilíndricas.

Presbiopia

A presbiopia ou “vista cansada” é um defeito na visão devido à perda de flexibilidade dos músculos ciliares.

A correção da presbiopia é feita da mesma maneira que a da hipermetropia.

Saiba mais

Explicando a presbiopia

Pesquisas desenvolvidas pelo oftalmologista americano Ronald Schachar, da Universidade do Texas, nos Estados Unidos, jogaram por terra a teoria do século passado segundo a qual o problema da presbiopia seria decorrência do enrijecimento do cristalino, a lente interna do olho, provocado pelo envelhecimento. Schachar demonstrou que, na verdade, há um crescimento progressivo do cristalino durante toda a vida da pessoa. A cada ano, ele fica 0,02 mm maior. Com isso, ocupa cada vez mais espaço dentro do olho e pressiona os músculos ciliares, dificultando a função deles que é a de alterar a forma do cristalino, de modo que mantenha nítida a imagem na retina. Com base nessa descoberta, o pesquisador americano criou uma técnica que consiste na introdução de quatro artefatos de acrílico na esclerótica, a parte branca do olho. Isso repuxa a película que recobre os olhos em milésimos de milímetros, o suficiente para que o cristalino possa expandir-se ou contrair-se novamente em 4 graus.

José Edward. *Veja*, out. 1998. (Adapt)

Revisando

1 Uma lupa é construída com uma lente convergente de 3 cm de distância focal. Para que um observador veja um objeto ampliado três vezes, qual a distância entre a lupa e o objeto? Faça, a seguir, um esquema representando o objeto, a lente e a imagem formada.

2 FEI Um projetor de *slides* encontra-se a 4,1 m da tela de projeção. Um *slide* de 35 mm de altura tem sua imagem projetada na tela com 1,4 m de altura.

- Qual a distância focal do instrumento?
- Faça um esquema que represente o objeto, a lente e a imagem formada.

3 UFF (Adapt.) A figura mostra um microscópio artesanal construído com um tubo de plástico PVC e duas lentes convergentes. As lentes L_1 e L_2 distam 20,0 cm uma da outra e têm distâncias focais $F_1 = 3,0$ cm e $F_2 = 10,0$ cm, respectivamente. Um inseto, colocado a 4,0 cm da lente L_1 , é observado com esse microscópio.

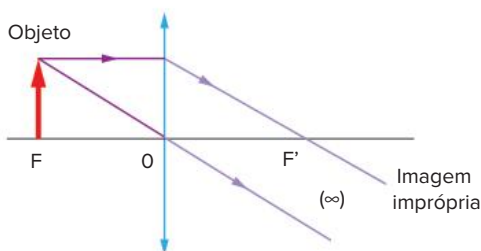


Nessa situação, o observador vê o inseto com tamanho quantas vezes maior?

- 4 Ufes** Uma câmera fotográfica, com lente de distância focal $f = 5,0$ cm, é usada para fotografar um objeto de $1,8$ m de altura.
- Determine a distância do objeto à lente para que a imagem do objeto, no filme, tenha uma altura igual a $3,0$ cm.
 - Quais as características da imagem formada no filme?
 - Faça um diagrama representando o objeto, a lente e a imagem.
- 5** Duas lentes de vidro, imersas no ar, estão associadas à justaposição. Sendo uma biconvexa e a outra bicôncava, de distâncias focais, em módulo, iguais a 20 cm e 50 cm, respectivamente. Determine em dioptrias:
- a vergência de cada lente.
 - a vergência resultante da associação.

Exercícios propostos

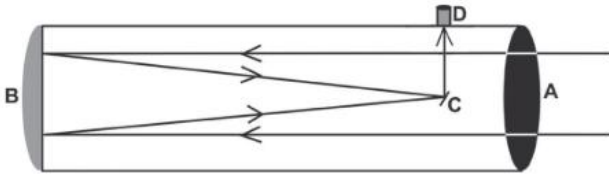
- 1 Fuvest** Tem-se um objeto luminoso situado num dos focos principais de uma lente convergente. O objeto afasta-se da lente, movimentando-se sobre seu eixo principal.



Podemos afirmar que a imagem do objeto, à medida que ele se movimenta:

- cresce continuamente.
 - passa de virtual para real.
 - afasta-se cada vez mais da lente.
 - aproxima-se do outro foco principal da lente.
 - passa de real para virtual.
- 2 UFPA** Dispõe-se de duas lentes delgadas convergentes de distâncias focais F' e F'' . Justapondo-se a duas lentes, é possível obter-se um sistema de distância focal:
- menor do que F' e F'' .
 - maior do que F' e F'' .
 - entre F' e F'' .
 - igual a F' .
 - igual a F'' .
- 3 Unimep** Duas lentes de vergência 8 di e -4 di foram justapostas. A vergência e a distância focal da associação serão, respectivamente:
- 12 di e $\frac{1}{12}$
 - 4 di e $0,25$ m
 - 2 di e $0,50$ m
 - $\frac{8}{3}$ di e $\frac{3}{8}$ m
 - n.d.a.

- 4 Enem PPL 2011** A figura seguinte representa, esquematicamente, um telescópio refletor:

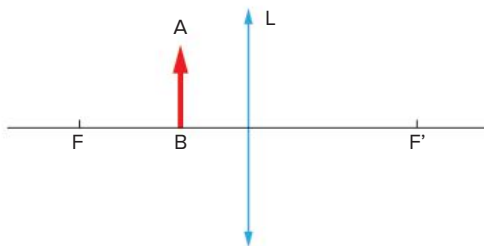


A luz emitida por um astro penetra no telescópio pelo orifício na posição A, reflete no espelho parabólico localizado na posição B, é novamente refletida pelo espelho C em direção às lentes localizadas na ocular do telescópio (local onde o observador aproxima o olho) na posição D. Essa lente forma uma imagem real e maior do objeto observado, um pouco à frente de D. Por isso, o observador não deve encostar seus olhos na lente para enxergar essa imagem.

Considerando uma situação em que apenas uma lente é colocada na posição D, qual o tipo de espelho utilizado e qual o tipo de lente utilizada nas posições B e D respectivamente?

- A Convexo e bifocal
 B Convexo e divergente.
 C Côncavo e convergente.
 D Côncavo e divergente.
 E Plano e convergente.
- 5 UFRGS** Um objeto é observado através de uma lupa. Nesse caso, o tipo de lente usado, a posição correta do objeto e o tipo da imagem formada são, respectivamente:
- A convergente, entre a lente e o foco, real.
 B convergente, entre a lente e o foco, virtual.
 C convergente, além do foco, virtual.
 D divergente, entre a lente e o foco, virtual.
 E divergente, além do foco, real.

- 6 Vunesp (Adapt.)** A figura a seguir mostra um objeto AB, uma lente convergente L, sendo utilizada como lupa (lente de aumento), e as posições de seus focos F e F'.



- a) Copie esta figura e, em seguida, localize a imagem A'B' do objeto, fornecida pela lente, traçando a trajetória de, pelo menos, dois raios incidentes, provenientes de A.
- b) A imagem obtida é real ou virtual? Justifique sua resposta.

- 7 ITA** Um rapaz construiu uma máquina fotográfica tipo fole, usando uma lente divergente como objetiva. Ao tirar fotografias com essa máquina, verificará que, no filme:

- A a imagem será sempre menor que o objeto.
 B a imagem será sempre maior que o objeto.
 C a imagem será maior que o objeto somente se a distância do objeto à lente for maior que $2F$.
 D a imagem será menor que o objeto somente se a distância do objeto à lente for maior que $2F$.
 E não aparece imagem alguma, por mais que se ajuste o fole.

- 8** Quando um objeto se aproxima de uma câmara fotográfica, para que a imagem continue nítida no filme:

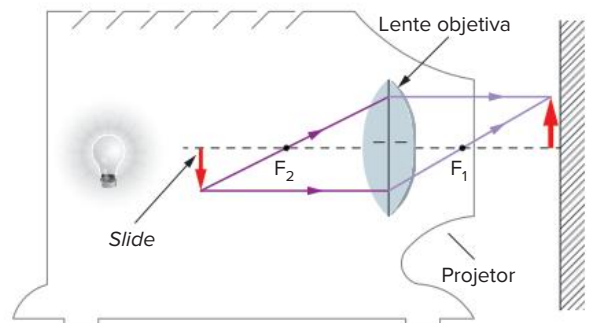
- A deve-se aumentar a distância do filme à lente.
 B deve se diminuir a distância do filme à lente.
 C deve-se colocar o filme no foco principal da lente.
 D deve-se colocar o filme entre o foco-imagem e a lente.
 E nenhuma das anteriores.

- 9 UEPG 2018** Uma lupa ou lente de aumento é um instrumento óptico, normalmente utilizado quando se quer obter uma imagem virtual e ampliada de um objeto real. Em relação à utilização da lupa descrita no enunciado, assinale o que for correto.

- 01 A lupa é uma lente convergente.
 02 Na utilização da lupa, o objeto deverá estar situado entre o foco objeto e a lente.
 04 A imagem produzida pela lupa é virtual.
 08 A imagem fornecida pela lupa é invertida em relação ao objeto

Soma:

- 10 PUC-SP** Um projetor de slides deve projetar na tela uma imagem ampliada 24 vezes. Se a distância focal da lente objetiva do projetor é de 9,6 cm, a que distância do slide deve ser colocada a tela?



- A 250 cm
 B 240 cm
 C 10 cm
 D 230 cm
 E n.d.a.

- 11 Cesgranrio** O sistema óptico de um microscópio composto é constituído de duas lentes, a ocular e a objetiva. Podemos afirmar que:
- A ambas são divergentes.
 - B a ocular é divergente e a objetiva convergente.
 - C a ocular é convergente e a objetiva divergente.
 - D ambas as lentes são convergentes.
 - E as duas lentes têm convergências negativas.

- 12 ITA** Dois estudantes se propõem a construir cada um deles uma câmara fotográfica simples, usando uma lente convergente como objetiva e colocando-a numa caixa fechada de modo que o filme esteja no plano focal da lente. O estudante A utilizou uma lente de distância focal igual a 4,0 cm e o estudante B uma lente de distância focal igual a 1,0 m. Ambos foram testar suas câmaras fotografando um objeto situado a 1,0 m de distância das respectivas objetivas. Desprezando-se todos os outros efeitos (tais como aberrações das lentes), o resultado da experiência foi:

- I. que a foto do estudante A estava mais “em foco” que a do estudante B.
- II. que ambas estavam igualmente “em foco”.
- III. que as imagens sempre estavam entre o filme e a lente.

Neste caso você concorda que:

- A apenas a afirmativa II é verdadeira.
- B somente I e III são verdadeiras.
- C somente III é verdadeira.
- D somente a afirmativa I é verdadeira
- E não é possível obter uma fotografia em tais condições.

- 13 UEPG 2017** Em relação à óptica geométrica, assinale o que for correto.

- 01 Se um objeto real está situado a 15 cm de uma lente delgada convergente com uma distância focal de 10 cm, sua imagem real estará localizada a uma distância de 30 cm da lente.
- 02 Num microscópio óptico composto, normalmente se utiliza uma lente convergente como objetiva e uma lente divergente como ocular.
- 04 As lentes côncavo-convexas são sempre convergentes.
- 08 A refração de um raio de luz é o fenômeno que ocorre devido à variação da velocidade de propagação quando este raio passa de um meio transparente para outro, cujos índices de refração são diferentes.

Soma:

- 14 FOC** No olho humano, a íris possui um orifício chamado pupila, cujo diâmetro varia como um diafragma de máquina fotográfica. A variação de diâmetro da pupila tem por finalidade:

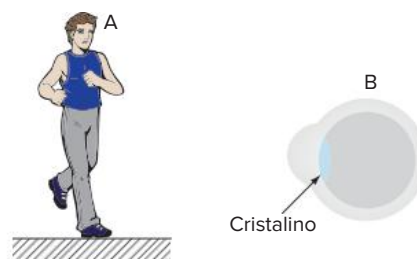
- A proteger a íris.
- B focalizar o objeto que se quer enxergar.

- C permitir a percepção de diferentes cores.
- D controlar a entrada de luz no olho.

- 15 Fuvest** Na formação das imagens na retina da vista humana normal, o cristalino funciona como uma lente:

- A convergente, formando imagens reais, direitas e diminuídas.
- B divergente, formando imagens reais, direitas e diminuídas.
- C convergente, formando imagens reais, invertidas e diminuídas.
- D divergente, formando imagens virtuais, direitas e ampliadas.
- E convergente, formando imagens virtuais, invertidas e diminuídas.

- 16 Fatec** Na figura, o homem A é visto pelo homem B, representado pelo olho em corte. À medida que A se aproxima de B, e supondo que o olho é normal:



- A a curvatura do cristalino aumenta para aumentar a distância focal.
- B a curvatura do cristalino diminui para diminuir a distância focal.
- C a curvatura do cristalino não se altera porque o olho é normal.
- D a curvatura do cristalino aumenta para diminuir a distância focal.
- E a curvatura do cristalino diminui para aumentar a distância focal.

- 17 IFSul 2020** João, um estudante de ensino médio, leva para a aula de Física sua receita oftalmológica, para que possa debater com o professor e seus colegas o possível defeito de visão que possui

LONGE			
	ESFÉRICO	CILÍNDRICO	EIXO
OD	- 2,00		180°
OE	- 1,75		10°
PERTO			
	ESFÉRICO	CILÍNDRICO	EIXO
OD			
OE			

Considerando que João tem dificuldade de enxergar objetos distantes e que a solução para seu problema é a utilização de óculos com lentes esféricas divergentes, é correto afirmar que o defeito de visão que esse estudante apresenta é

- A astigmatismo.
- B hipermetropia
- C miopia.
- D estrabismo.

18 PUC-SP A miopia é um defeito da visão onde a imagem de um objeto ao longe se forma na frente da retina. Uma pessoa portadora dessa deficiência terá sua visão corrigida usando óculos cujas lentes são:

- A divergentes.
- B plano-convexas.
- C convergentes.
- D biconvexas.
- E cilíndricas.

19 UFCG Uma pessoa míope não consegue ver nitidamente um objeto se este estiver localizado além de um ponto denominado ponto remoto ou ponto distante. Neste caso, a imagem do objeto não seria formada na retina, como ocorre em um olho normal, mas em um ponto entre o cristalino (lente convergente) e a retina. A expressão “grau” de uma lente de óculos é bastante usual na linguagem cotidiana. No entanto, os oftalmologistas definem-na como dioptria, que corresponde numericamente ao inverso da distância focal da lente, medida em metros. Em um olho normal, o ponto remoto localiza-se no infinito e a distância entre o cristalino e a retina é de aproximadamente 2 cm. Para um olho míope cujo ponto remoto vale 200 cm, o “grau” adequado para a lente dos óculos será:

- A 2 dioptrias (lente divergente).
- B 1 dioptria (lente divergente).
- C 0,5 dioptria (lente divergente).
- D 2 dioptrias (lente convergente).
- E 1 dioptria (lente convergente).

20 FMPA A receita de óculos para um míope indica que ele deve usar “lentes de 2,0 graus”, isto é, o valor da convergência das lentes deve ser 2,0 dioptrias. Podemos concluir que as lentes desses óculos devem ser:

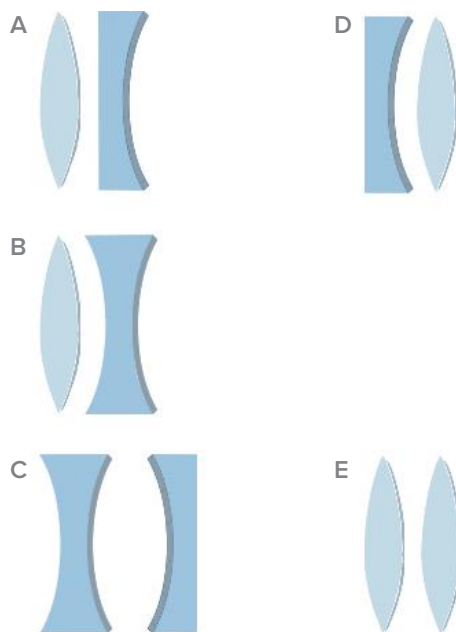
- A convergentes, com $F = 2,0$ m.
- B convergentes, com $F = 50$ cm.
- C divergentes, com $F = 2,0$ m.
- D divergentes, com $F = 20$ cm.
- E divergentes, com $F = 50$ cm.

21 Unicamp 2019 As cirurgias corretivas a laser para a visão estão cada vez mais eficientes. A técnica corretiva mais moderna é baseada na extração de um pequeno filamento da córnea, modificando a sua curvatura.

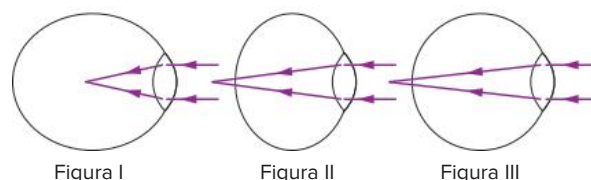
No caso de uma cirurgia para correção de miopia, o procedimento é feito para deixar a córnea mais plana. Assinale a alternativa que explica corretamente o processo de correção da miopia.

- A Na miopia, a imagem do ponto remoto se forma antes da retina e a cirurgia visa a aumentar a distância focal da lente efetiva do olho.
- B Na miopia, a imagem do ponto remoto se forma depois da retina e a cirurgia visa a aumentar a distância focal da lente efetiva do olho.
- C Na miopia, a imagem do ponto remoto se forma depois da retina e a cirurgia visa a diminuir a distância focal da lente efetiva do olho.
- D Na miopia, a imagem do ponto remoto se forma antes da retina e a cirurgia visa a diminuir a distância focal da lente efetiva do olho.

22 UFU Um vestibulando sofre de miopia e outro de hipermetropia. As formas de suas lentes corretoras podem ser, respectivamente:



23 UFV A figura I ilustra um olho míope e a figura II um olho hipermetrope, ambos focalizando um objeto no infinito. A correção desses dois defeitos de visão é feita pelo uso de óculos (ou lentes de contato) convergentes ou divergentes, conforme o caso (não necessariamente em correspondência com a sequência das figuras). Outro defeito da visão, que surge com a idade, é a presbiopia (figura III), que consiste na incapacidade do cristalino de focalizar na retina um objeto próximo do olho.



Se uma pessoa míope ou hipermetrope se tornar também presbíope, então a lente que usa deverá ser alterada para:

- A menos divergente, se hipermetrope.
- B mais convergente, se míope.
- C mais divergente, se hipermetrope.
- D menos convergente, se míope.
- E menos divergente, se míope.

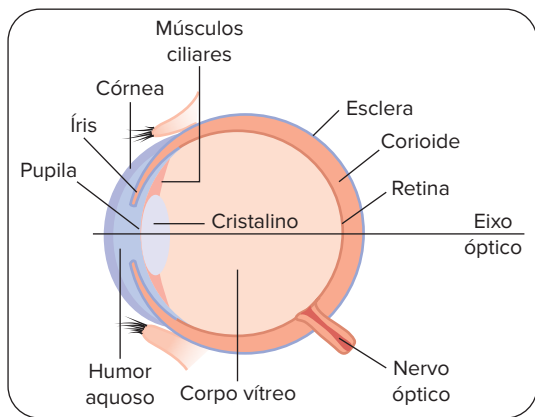
Leia o texto a seguir para responder às questões **24** e **25**.

De maneira simplificada, podemos considerar o olho humano como constituído de uma lente biconvexa, denominada cristalino, situada na região anterior do globo ocular (figura a seguir). No fundo deste globo está localizada a retina, que funciona como anteparo sensível à luz. As sensações luminosas, recebidas pela retina, são levadas ao cérebro pelo nervo ótico. O olho humano sem problemas de visão é capaz de se acomodar, variando sua distância focal, de modo que veja nitidamente objetos muito afastados até aqueles situados a uma distância mínima, aproximadamente a 25 cm.

Antonio Máximo & Beatriz Alvarenga *Física* 5ª ed v. 2 São Paulo: Scipione, 2000, p. 279. (Adapt.)

(...) Um sistema óptico tão sofisticado como o olho humano também sofre pequenas variações ou imperfeições em sua estrutura, que ocasionam defeitos de visão. Até há pouco tempo não havia outro recurso para corrigir esses defeitos senão acrescentar a esse sistema uma ou mais lentes artificiais – os óculos.

Alberto Gaspar. *Física*. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2004, p. 311.



Corte esquemático do olho humano.

24 UEPB Acerca do assunto, em relação ao olho humano e defeitos na vista, analise as proposições a seguir, escrevendo V ou F, conforme sejam verdadeiras ou falsas, respectivamente.

- Na hipermetropia, os raios de luz paralelos que incidem no globo ocular são focalizados depois da retina, e sua correção é feita com lentes convergentes.
- Na miopia, os raios de luz paralelos que incidem no globo ocular são focalizados antes da retina, e a sua correção é feita com lentes divergentes.
- Na formação das imagens na retina da vista humana normal, o cristalino funciona como uma lente convergente, formando imagens reais, invertidas e diminuídas.
- Se uma pessoa míope ou hipermetrope se torna também presbíope, então a lente que usa deverá ser alterada para menos divergente, se hipermetrope.

Assinale a alternativa que corresponde à sequência correta:

- A V, F, V, V.
- B V, V, F, V.
- C F, V, V, F.
- D V, V, V, F.
- E V, V, F, F.

25 UEPB Ainda acerca do assunto tratado no texto, resolva a seguinte situação-problema: A hipermetropia se deve ao encurtamento do globo ocular em relação à distância focal do cristalino. Isso causa dificuldade para enxergar objetos próximos e principalmente para leitura de textos. Uma pessoa, ao perceber que a menor distância focal em que consegue ler um livro é 50,0 cm, foi a um oculista que, percebendo que ela estava com hipermetropia, receitou lentes de correção para o defeito de sua visão, a fim de que ela pudesse ler livros a uma distância mínima confortável de 25,0 cm de sua vista. Qual é a vergência, em dioptrias (em graus) dessa lente, capaz de corrigir esse defeito?

- A 3,0
- B 2,0
- C 2,5
- D 4,0
- E 3,5

Equação dos fabricantes de lentes

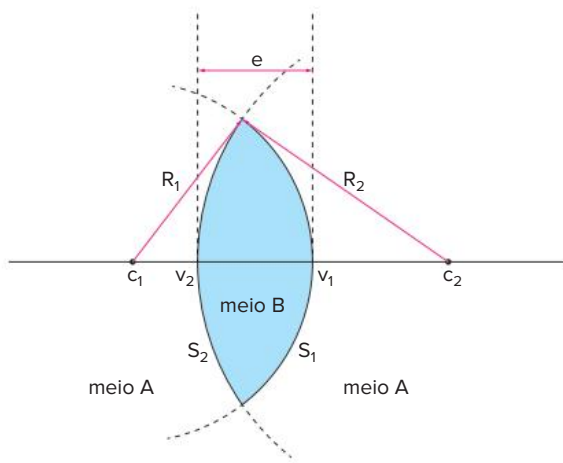
Ficou claro ao longo do nosso estudo a analogia existente entre as lentes delgadas e os espelhos esféricos. No entanto, há uma diferença no que se refere à distância focal. Enquanto nos espelhos ela depende

apenas do raio de curvatura $F = \frac{R}{2}$, nas lentes ela depende dos raios

de curvatura de suas faces e também dos índices de refração do meio externo e do material de que são feitas as lentes.

A equação que relaciona a distância focal, os raios de curvatura de cada face e os referidos índices de refração é a chamada equação dos fabricantes de lentes e se escreve:

$$\frac{1}{F} = (n_{B,A} - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$



onde:

$$n_{B,A} = \frac{n_B}{n_A} = \frac{n_{lente}}{n_{meio}}$$

R_1 = raio de curvatura da face S_1

R_2 = raio de curvatura da face S_2

Devem ser obedecidas as seguintes convenções de sinais:

Face convexa $\rightarrow R > 0$.

Face côncava $\rightarrow R < 0$.

Exemplos:

Lente biconvexa



$$R_1 > 0 \text{ e } R_2 > 0$$

Lente bicôncava



$$R_1 < 0 \text{ e } R_2 < 0$$

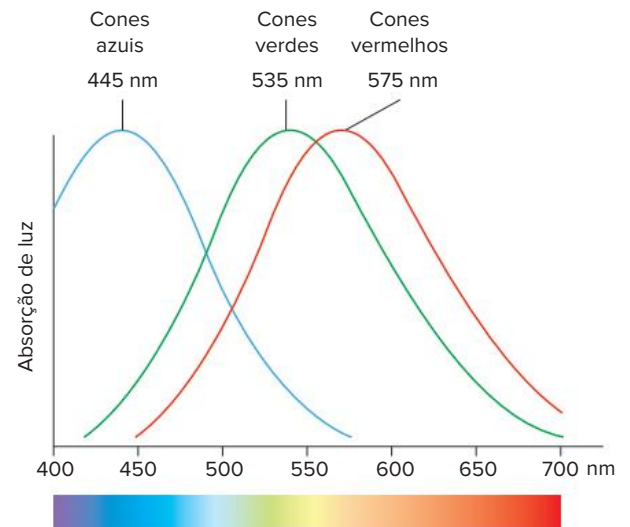
Visão em cores

Na retina existem dois tipos de fotorreceptores, cones e bastonetes. Os cones são as células responsáveis pela visão em cores, enquanto os bastonetes são responsáveis pelo contraste preto e branco.

Existem condições que afetam os cones da retina, provocando "cegueira às cores". O caso mais raro é a falta de três tipos de cones, fazendo com que o portador veja tudo em preto, branco e tons de cinza, a chamada visão acromática. Em certos casos, há a falta de um dos tipos de cone, fazendo com que a pessoa não distinga uma ou mais cores. Em outros casos, a pessoa possui os três tipos de cone, mas o funcionamento de um dos tipos não é normal, o que causa problemas na distinção de certas tonalidades.

A falta de cones sensíveis ao vermelho, denominada *protanopia*, faz com que a pessoa veja vermelho como verde. A falta de cones sensíveis ao verde, denominada *deuteranopia*, faz com que a pessoa também não distinga o vermelho do verde. A falta de cones sensíveis ao azul, denominada *tritanopia*, faz com que a pessoa tenha dificuldades em distinguir cores na faixa azul-amarelo.

Os casos mais comuns de cegueira às cores (protanopia e deuteranopia), conhecidos popularmente como *daltonismo*, costumam ser chamados de cegueira para vermelho e verde, pelo fato de seus portadores não distinguirem essas cores. No século XIX, antes de a cegueira às cores ser totalmente compreendida, diversos casos de acidentes ferroviários foram causados por condutores de trens incapazes de distinguir os sinais verdes dos vermelhos. Com exceção desses casos, a cegueira às cores causa poucos problemas a seus portadores e muitas vezes nem chega a ser detectada



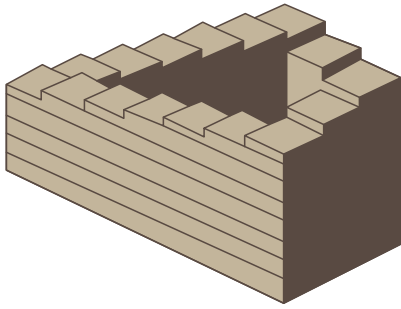
Ilusões da visão

Em certas condições, o mecanismo de visão tem dificuldade para avaliar distâncias e ângulos, provocando frequentemente conclusões errôneas. São as ilusões de óptica.

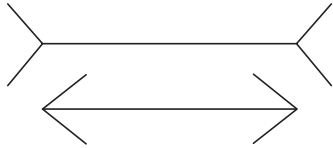
I. Os arcos \widehat{AB} e \widehat{CD} são idênticos!



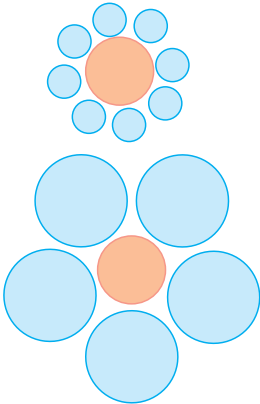
II. Esta escada desce, desce, desce, mas nunca sobe! Isso é possível?



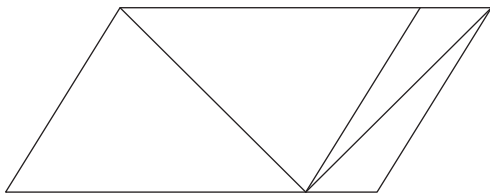
III. A linha horizontal de cima parece maior não é mesmo? Pura ilusão, elas têm o mesmo tamanho.



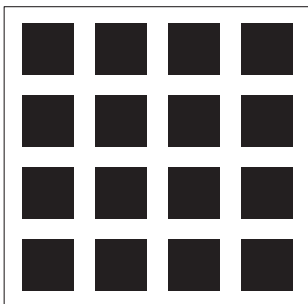
IV. Os círculos centrais têm o mesmo diâmetro, incrível né?



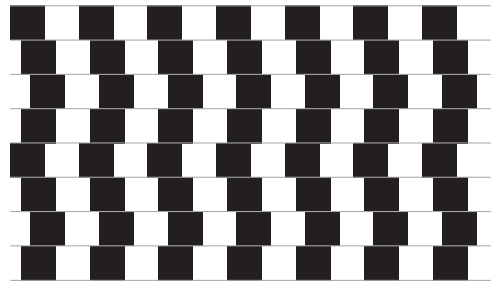
V. A primeira diagonal parece bem menor que a segunda. Pura ilusão, elas são idênticas.



VI. Neste desenho, tem-se a nítida impressão de ver “manchas pretas” na região branca entre os quadrados pretos. Estas manchas não existem!



VII. Estas linhas estão retas ou inclinadas? São retas!



Olho eletrônico

Em uma das cenas mais memoráveis de *O Exterminador do Futuro* (1984), o androide vivido por Arnold Schwarzenegger remove um globo ocular que acabara de ser destruído, atira a peça em uma pia e deixa no lugar apenas os circuitos eletrônicos, que esconde com óculos escuros.

Olhos biônicos ou retinas artificiais como as vistas em diversos filmes de ficção científica – *Blade Runner* (1982) é outro famoso exemplo – estão mais próximas de se tornarem realidade. O motivo é a conquista de um grupo de pesquisadores nos Estados Unidos, que desenvolveu uma câmera eletrônica que muito lembra o olho humano.

Todos os animais têm sistemas de captação de imagem curvos, mas os dispositivos artificiais, como câmeras digitais, empregam superfícies planas. No novo olho eletrônico, a captação é feita por uma superfície curva, como a da retina. A novidade foi descrita em artigo na edição de 7 de agosto de 2008 da *Nature*.

Segundo a revista, o dispositivo simplificará os componentes ópticos usados em câmeras minúsculas e a abordagem de produção de superfícies eletrônicas curvas poderá ter implicações no desenvolvimento de próteses e de dispositivos de monitoramento biológico.

As tecnologias eletrônicas de captação de imagem existentes foram desenvolvidas para uso em materiais semicondutores rígidos, como folhas de vidro ou plástico, que são naturalmente planas. Há duas décadas que cientistas têm tentado desenvolver sistemas em superfícies curvas, mas sem sucesso.

John Rogers, da Universidade de Illinois, e colegas usaram materiais tradicionais de fabricação de sistemas optoeletrônicos em superfícies bidimensionais, mas com a adoção de *designs* incomuns, que tornaram possível que o dispositivo pudesse ser comprimido e esticado.

Ou seja, os pesquisadores mostraram que *layouts* planos podem ser transformados em formas curvas, as quais – no caso de sistemas de captação de imagem – permitem ângulos de visão maiores, dispositivos de tamanhos mais compactos e menos distorção nas imagens produzidas.

“Algumas das mais empolgantes áreas para aplicação no futuro envolvem a integração íntima de eletrônicos com o corpo humano, de modos inconcebíveis com as tecnologias atuais. Estamos trabalhando ativamente para explorar possibilidades em monitores de saúde, dispositivos protéticos e sistemas terapêuticos”, disse Rogers.

O artigo *A hemispherical electronic eye camera based on compressible silicon optoelectronics*, de John Rogers e outros, pode ser lido por assinantes da *Nature* em www.nature.com.

Disponível em: <www.agencia.fapesp.br/materia/9243/divulgacao_cientifica/olhoeletronico.htm>. Agência Fapesp, ago. 2008.

Os **instrumentos ópticos** podem ser classificados como instrumentos de observação e projeção.

Nos **instrumentos de observação** (lupas, lunetas, telescópios, microscópios), a imagem formada é virtual, logo, só pode ser observada através do instrumento.

- **Lupa** – composta de uma lente convergente.
Objeto – entre o foco e o centro óptico da lente.
Imagem – virtual, direita e maior.
- **Microscópio** – composto de uma associação de duas lentes convergentes coaxiais, denominadas objetiva (lente que fica próxima do objeto) e ocular (lente que fica próxima do olho)

– **Lente objetiva**

Objeto – depois do foco.

Imagem – real, invertida e maior.

– **Lente ocular**

Objeto – entre o foco e a lente.

Imagem – virtual, invertida e maior.

Aumento linear transversal:

$$A = \frac{l_1}{O} \cdot \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_2}{O}$$

- **Luneta astronômica** – composta por duas lentes convergentes coaxiais (objetiva e ocular).

– **Lente objetiva**

Objeto – no infinito.

Imagem real, invertida e sobre o foco

– **Lente ocular**

Objeto – entre o foco e a lente.

Imagem – virtual e invertida.

Aumento angular:

$$A = \frac{F_{\text{objetiva}}}{F_{\text{ocular}}}$$

- **Binóculo** – constituído de duas lunetas, cada uma com duas lentes (objetiva e ocular) e um sistema de prismas.

Objeto – no infinito.

Imagem – virtual, direita e maior.

Imagens reais e projetáveis são observadas em instrumentos de projeção

- **Máquina fotográfica** – composta de uma lente convergente (objetiva).

Objeto – depois do foco.

Imagem – real e invertida.

- **Retroprojektor** – composto de uma lente convergente (objetiva) e um espelho plano.

Objeto – entre o foco e o ponto antiprincipal (antifoco).

Imagem real, invertida e maior.

O **globo ocular** humano assemelha-se a uma filmadora, ou mesmo a uma máquina fotográfica de grande sofisticação.

Os meios transparentes do globo ocular (córnea, humor aquoso, cristalino e humor vítreo) têm, no seu conjunto, função correspondente à da lente objetiva convergente da câmera, formando uma imagem real, invertida e menor sobre a retina. A imagem deve cair sempre sobre a retina e a distância focal deve assumir um valor conveniente para cada posição do objeto. Quando o objeto se aproxima do olho, diminuindo o raio de curvatura de suas faces, há uma diminuição na distância focal.

A posição do objeto mais próxima do olho, que ainda permite uma visão nítida, é chamada **ponto próximo** (PP). Para um olho normal (olho emetropo), a distância do ponto próximo (d_{pp}) ao olho é de aproximadamente 25 cm

A posição do objeto mais afastada do olho, que ainda permite uma visão nítida, é chamada **ponto remoto** (PR). Para um olho normal, a **distância do ponto remoto** (d_{pr}) ao olho é infinita.

Os problemas de visão mais comuns são:

- **Miopia** – PR não está no infinito. A imagem de um objeto distante é formada antes da retina. Uma lente divergente deve ser associada ao olho para corrigir o problema.

$$F_{\text{lente}} = -d_{pr}$$

- **Hipermetropia** – $d_{pp} > 25$ cm. A imagem de um objeto impróprio é formada além da retina. Uma lente convergente deve ser associada ao olho para corrigir o problema.

$$\frac{1}{25 \text{ cm}} = \frac{1}{d_{pp}} + \frac{1}{F_{\text{lente}}}$$



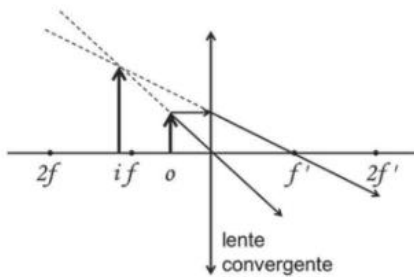
Sites

- Formação da imagem no olho (olho normal, miopia e hipermetropia).
Disponível em: <www.ideiasnacaixa.com/laboratoriovirtual/pequisaOptica03olho.html>.
- Instrumentos ópticos.
Disponível em: <www.if.usp.br/gref/optica/optica3.pdf>.
- Telescópios refratores e refletos.
Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/telesc/node2.htm>
- Projeto Telescópios na Escola.
Disponível em: <http://telescopiosnaescola.pro.br/>

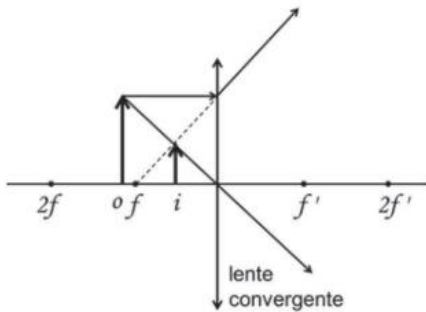
Exercícios complementares

1 **Unicamp 2020** A lupa é um instrumento óptico simples formado por uma única lente convergente. Ela é usada desde a Antiguidade para observar pequenos objetos e detalhes de superfícies. A imagem formada pela lupa é direta e virtual. Qual figura abaixo representa corretamente o traçado dos raios luminosos principais provenientes de um determinado ponto de um objeto observado por uma lupa? Nessas figuras, (f) e (f') representam os pontos focais, (o) o objeto e (i) a imagem

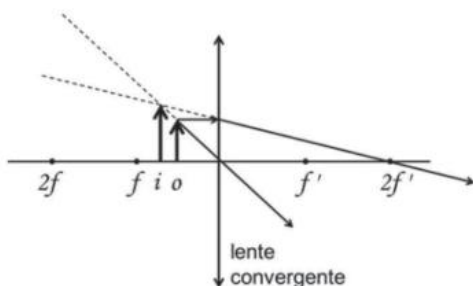
A



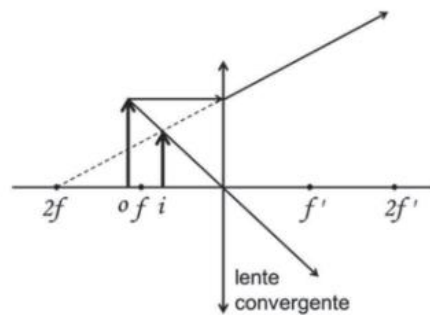
B



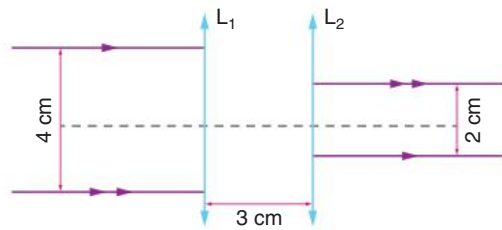
C



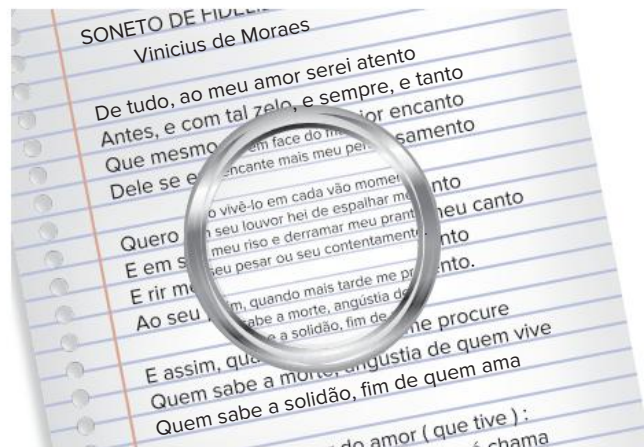
D



2 Na associação a seguir, calcule as distâncias focais (f_1 e f_2) das lentes delgadas (L_1 e L_2).



3 **Fuvest** Uma pessoa segura uma lente delgada junto a um livro, mantendo seus olhos aproximadamente a 40 cm da página, obtendo a imagem indicada na figura.



Em seguida, sem mover a cabeça ou o livro, vai aproximando a lente de seus olhos. A imagem, formada pela lente, passará a ser:

- A sempre direita, cada vez menor.
- B sempre direita, cada vez maior.
- C direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez menor.
- D direita cada vez maior, passando a invertida e cada vez menor.
- E direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez maior.

4 ITA O sistema de lente de uma câmera fotográfica pode ser entendido como uma fina lente convergente de distância focal igual a 25,0 cm. A que distância da lente (P') deve estar o filme para receber a imagem de uma pessoa sentada a 1,25 m da lente?

- A 8,4 cm
- B 31,3 cm
- C 12,5 cm
- D 16,8 cm
- E 25,0 cm

5 Cesgranrio A objetiva de uma máquina fotográfica tem uma distância focal de 5,0 cm. Para tirarmos duas fotografias nítidas, uma de um objeto no infinito e outra de um objeto a 1,0 m de distância, as distâncias do centro óptico da objetiva ao filme devem ser, respectivamente:

- A 5,0 cm e 4,7 cm.
- B 5,0 cm e 5,0 cm.
- C 2,5 cm e 5,0 cm.
- D 10 cm e 5,0 cm.
- E 5,0 cm e 5,3 cm.

6 Cesgranrio Dispondo de três lentes, L_1 , L_2 e L_3 , um estudante deseja construir um microscópio composto com apenas duas lentes (uma objetiva e a outra ocular).

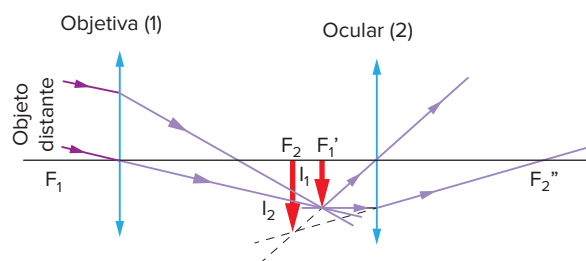
As características das três lentes disponíveis são:

Lente	Tipo	Distância focal
L_1	Convergente	+ 2,0 cm
L_2	Convergente	+ 10,0 cm
L_3	Divergente	- 5,0 cm

Escolha, dentre as opções abaixo, a objetiva e a ocular que devem ser utilizadas.

	Objetiva	Ocular
A	L_1	L_2
B	L_1	L_3
C	L_2	L_1
D	L_2	L_3
E	L_3	L_1

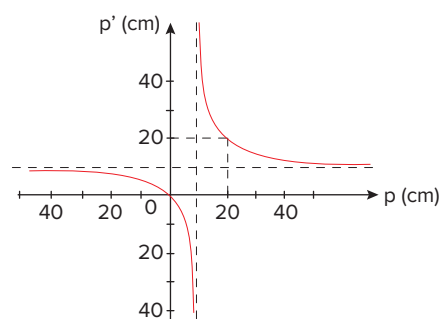
7 PUC-Campinas O esquema a seguir mostra a formação da imagem em uma luneta astronômica.



Numa certa luneta, as distâncias focais da objetiva e da ocular são de 60 cm e 30 cm, respectivamente, e a distância entre elas é de 80 cm. Nessa luneta, a imagem final de um astro distante se formará a:

- A 30 cm da objetiva.
- B 30 cm da ocular
- C 40 cm da objetiva.
- D 60 cm da objetiva.
- E 60 cm da ocular.

8 Unesp 2012 Em um experimento didático de óptica geométrica, o professor apresenta aos seus alunos o diagrama da posição da imagem conjugada por uma lente esférica delgada, determinada por sua coordenada p' , em função da posição do objeto, determinada por sua coordenada p , ambas medidas em relação ao centro óptico da lente.



Analise as afirmações.

- I. A convergência da lente utilizada é 5 di.
- II. A lente utilizada produz imagens reais de objetos colocados entre 0 e 10 cm de seu centro óptico.
- III. A imagem conjugada pela lente a um objeto linear colocado a 50 cm de seu centro óptico será invertida e terá $\frac{1}{4}$ da altura do objeto.

Está correto apenas o contido em:

- A II.
- B III.
- C I e II.
- D I e III.
- E II e III.

- 9 UFPR** Com base no estudo das lentes na óptica geométrica, é correto afirmar:
- A** A máquina fotográfica, assim como o olho humano, recebe a imagem através de um orifício que regula a intensidade das cores separadamente. Na máquina fotográfica, esse orifício recebe o nome de diafragma.
- B** O escritor inglês H.G. Wells escreveu o livro de ficção *O Homem Invisível*, cujo personagem não podia ser visto pelas pessoas. Uma forma possível de observá-lo poderia ser através de uma câmera ou telescópio sensíveis ao mesmo espectro eletromagnético visível ao olho humano.
- C** Num telescópio, podemos observar um objeto muito distante, pois a imagem formada pela lente objetiva – de grande distância focal – fica posicionada sobre o seu foco imagem, comportando-se como objeto para a lente ocular de menor distância focal.
- D** Num microscópio composto, uma convergente de distância focal da ordem de milímetros, denominada objetiva porque está próxima ao objeto, é associada a uma segunda lente, divergente, denominada ocular porque está próxima ao olho, que funciona como lupa.
- E** Num microscópio simples, também chamado de lupa, a imagem de um objeto colocado à frente da lente, entre o foco e o vértice, é real e maior que o objeto.

- 10 Enem 2019** A maioria das pessoas fica com a visão embaçada ao abrir os olhos debaixo d'água. Mas há uma exceção: o povo moken, que habita a costa da Tailândia. Essa característica se deve principalmente à adaptabilidade do olho e à plasticidade do cérebro, o que significa que você também, com algum treinamento, poderia enxergar relativamente bem debaixo d'água. Estudos mostraram que as pupilas de olhos de indivíduos moken sofrem redução significativa debaixo d'água, o que faz com que os raios luminosos incidam quase paralelamente ao eixo óptico da pupila

GISLÉN, A. et al. Visual Training Improves Underwater Vision in Children. *Vision Research*, n. 46, 2006 (adaptado).

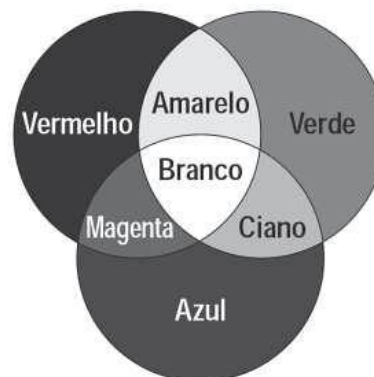
A acuidade visual associada à redução das pupilas é fisicamente explicada pela diminuição

- A** da intensidade luminosa incidente na retina.
- B** da difração dos feixes luminosos que atravessam a pupila.
- C** da intensidade dos feixes luminosos em uma direção por polarização.
- D** do desvio dos feixes luminosos refratados no interior do olho.
- E** das reflexões dos feixes luminosos no interior do olho

- 11 PUC-Minas** Na formação das imagens na retina da visão humana, tendo em vista uma pessoa com boa saúde visual, o cristalino funciona como uma lente:
- A** convergente, formando imagens reais, invertidas e diminuídas.

- B** convergente, formando imagens reais, diretas e diminuídas.
- C** divergente, formando imagens virtuais, invertidas e diminuídas.
- D** divergente, formando imagens reais, diretas e diminuídas.

- 12 Enem 2019** Os olhos humanos normalmente têm três tipos de cones responsáveis pela percepção das cores: um tipo para tons vermelhos, um para tons azuis e outro para tons verdes. As diversas cores que enxergamos são o resultado da percepção das cores básicas, como indica a figura.



A protanopia é um tipo de daltonismo em que há diminuição ou ausência de receptores da cor vermelha. Considere um teste com dois voluntários: uma pessoa com visão normal e outra com caso severo de protanopia. Nesse teste, eles devem escrever a cor dos cartões que lhes são mostrados. São utilizadas as cores indicadas na figura.

Para qual cartão os dois voluntários identificarão a mesma cor?

- A** Vermelho.
- B** Magenta.
- C** Amarelo.
- D** Branco.
- E** Azul.

- 13 FMSA-SP** Uma pessoa, para ler um jornal, precisa colocá-lo à distância de 50 cm; se quiser lê-lo à distância de 25 cm, deverá utilizar óculos com lentes esféricas de distância focal:

- A** 50 cm **C** -50 cm **E** 20 cm
- B** 25 cm **D** -25 cm

- 14 Uece** Aline, em 1980, usava óculos para correção de miopia, com lentes divergentes de 2,0 dioptrias; em 1985, teve que passar a utilizar outras, de 2,5 dioptrias. Logo, no período referido (1980 a 1985), as lentes tiveram sua distância focal, em módulo:

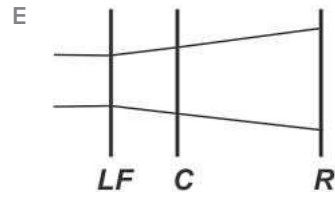
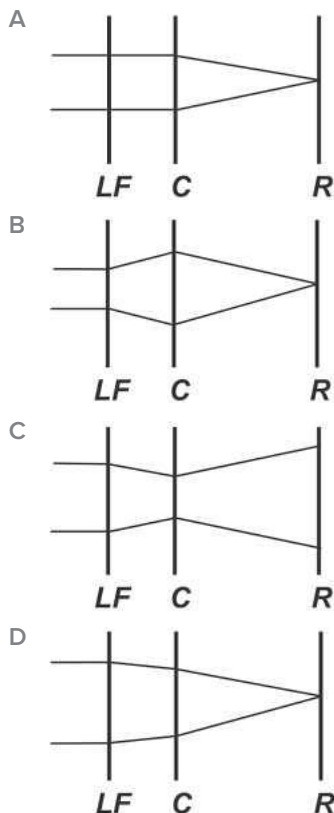
- A** reduzida em 10 cm.
- B** aumentada em 10 cm.
- C** reduzida em 0,5 cm.
- D** aumentada em 0,5 cm.

15 Unicamp Nos olhos das pessoas míopes, um objeto localizado muito longe, isto é, no infinito, é focalizado antes da retina. À medida que o objeto se aproxima, o ponto de focalização se afasta até cair sobre a retina. A partir deste ponto, o míope enxerga bem. A dioptria D , ou “grau”, de uma lente é definida como $D = 1/(\text{distância focal})$ e $1 \text{ grau} = 1 \text{ m}^{-1}$. Considere uma pessoa míope que só enxerga bem objetos mais próximos do que 0,4 m de seus olhos.

- Faça um esquema mostrando como uma lente bem próxima dos olhos pode fazer com que um objeto no infinito pareça estar a 40 cm do olho.
- Qual a dioptria (em graus) dessa lente?
- A partir de que distância uma pessoa míope que usa óculos de “4 graus” pode enxergar bem sem os óculos?

16 Enem 2015 O avanço tecnológico da medicina propicia o desenvolvimento de tratamento para diversas doenças, como as relacionadas à visão. As correções que utilizam laser para o tratamento da miopia são consideradas seguras até 12 dioptrias, dependendo da espessura e curvatura da córnea. Para valores de dioptria superiores a esse, o implante de lentes intraoculares é mais indicado. Essas lentes, conhecidas como lentes fáticas (LF), são implantadas junto à córnea, antecedendo o cristalino (C), sem que esse precise ser removido, formando a imagem correta sobre a retina (R).

O comportamento de um feixe de luz incidindo no olho que possui um implante de lentes fáticas para correção do problema de visão apresentado é esquematizado por



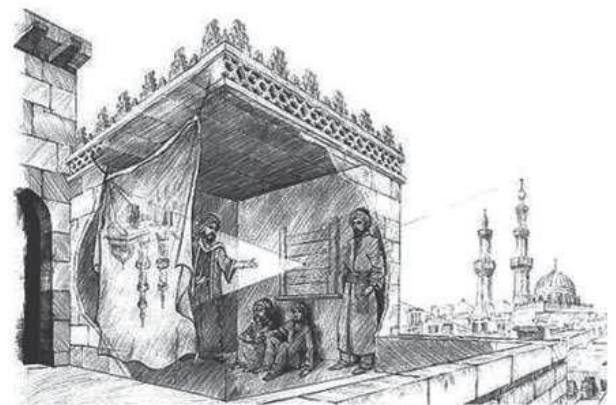
17 UFCG Ao descrever suas experiências, o Homem Invisível, do conto de H. G. Wells, relata um momento em que foi flagrado na rua:

“Veja, Ted”, [...] disse o mais jovem com ar de surpresa em sua voz e apontando diretamente para os meus pés. Eu olhei para baixo e vi imediatamente a negra sugestão dos contornos de meus pés esboçados em lama salpicada. Por um momento, eu estive paralisado.



Considerando o princípio óptico de funcionamento do olho humano, poderia o relato estar correto ou poderia o Homem Invisível enxergar? Justifique sua resposta.

18 Enem 2015 Entre os anos de 1028 e 1038, Alhazen (Ibn al-Haytham; 965-1040 d.C.) escreveu sua principal obra, o Livro da Óptica, que, com base em experimentos, explicava o funcionamento da visão e outros aspectos da ótica, por exemplo, o funcionamento da câmara escura. O livro foi traduzido e incorporado aos conhecimentos científicos ocidentais pelos europeus. Na figura, retirada da obra, é representada a imagem invertida de edificações em um tecido utilizado como anteparo.



ZEWAIL, A. H. Micrographia of the twenty-first century: from camera obscura to 4D microscopy. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, v. 368, 2010 (adaptado).

Se fizermos uma analogia entre a ilustração e o olho humano, o tecido corresponde ao (à)

- íris.
- retina.
- pupila.
- córnea.
- cristalino.

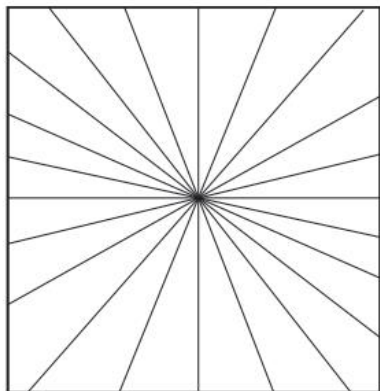
19 Unesp Observe a ilustração.



Nessa situação o cidadão consegue ler nitidamente a revista. Pode-se supor que o cidadão retratado possui qualquer um dos seguintes defeitos visuais:

- A presbiopia e hipermetropia.
- B hipermetropia e miopia.
- C miopia e presbiopia.
- D astigmatismo e miopia.
- E estrabismo e astigmatismo.

20 UEL Dada uma figura com traços pretos radiais, podemos afirmar que as pessoas que não conseguem ver todos os traços com a mesma tonalidade e nitidez em todas as direções são portadoras do seguinte defeito de visão humana:

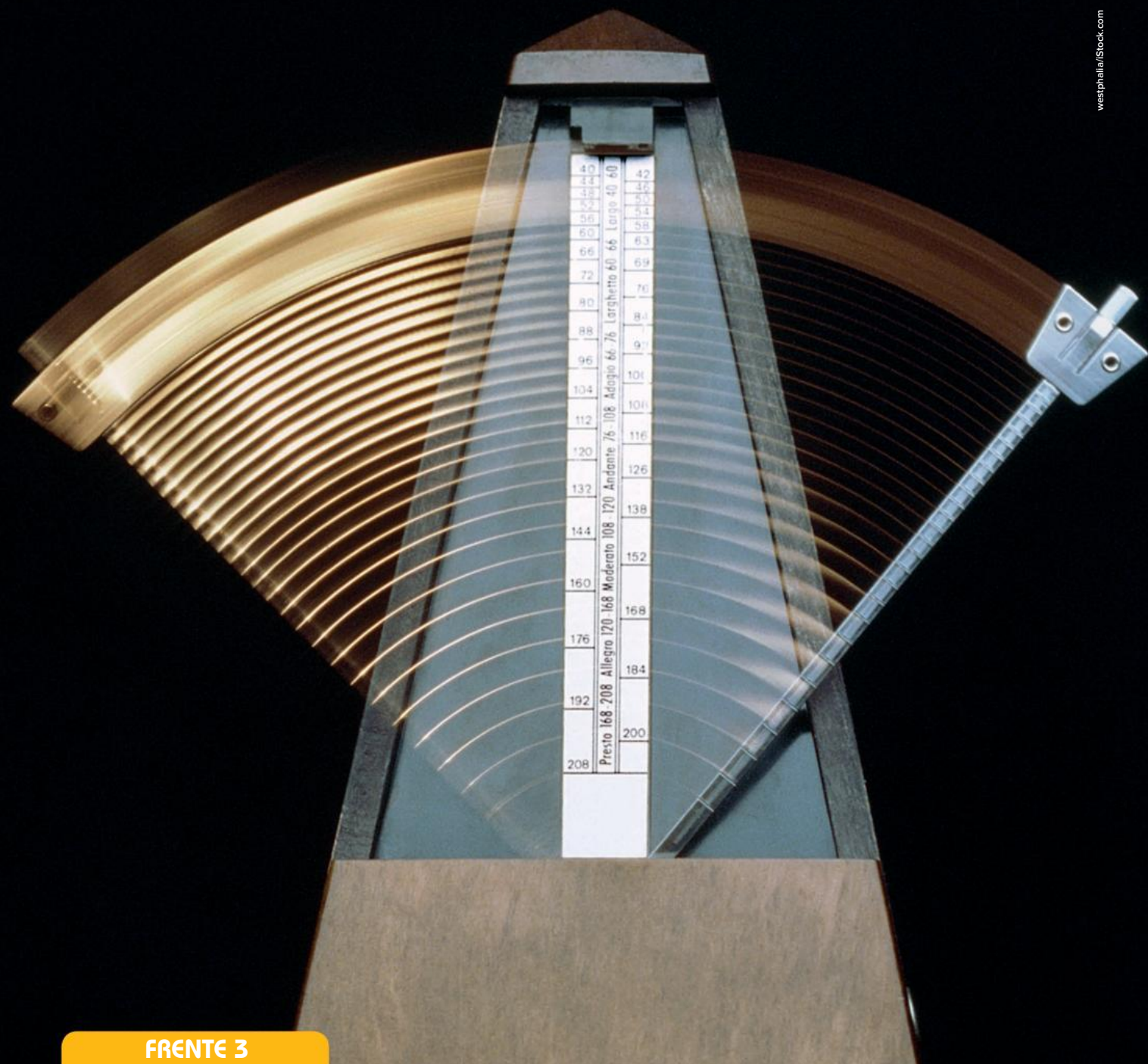


- A Miopia, caracterizada pelo formato alongado do globo ocular.
- B Hipermetropia, caracterizada pelo formato achatado do globo ocular.
- C Presbiopia, caracterizada pela dificuldade de acomodação do cristalino, que vai se tornando rígido a partir dos 40 anos no ser humano.
- D Catarata, caracterizada pela opacidade progressiva do cristalino do olho humano.
- E Astigmatismo, caracterizado por uma deformação esferocilíndrica da curvatura das lentes do olho humano.

21 Enem Sabe-se que o olho humano não consegue diferenciar componentes de cores e vê apenas a cor resultante, diferentemente do ouvido, que consegue distinguir, por exemplo, dois instrumentos diferentes tocados simultaneamente. Os raios luminosos do espectro visível, que têm comprimento de onda entre 380 nm e 780 nm, incidem na córnea, passam pelo cristalino e são projetados na retina. Na retina, encontram-se dois tipos de fotorreceptores, os cones e os bastonetes, que convertem a cor e a intensidade da luz recebida em impulsos nervosos. Os cones distinguem as cores primárias: vermelho, verde e azul, e os bastonetes diferenciam apenas níveis de intensidade, sem separar comprimentos de onda. Os impulsos nervosos produzidos são enviados ao cérebro por meio do nervo óptico, para que se dê a percepção da imagem.

Um indivíduo que, por alguma deficiência, não consegue captar as informações transmitidas pelos cones, perceberá um objeto branco, iluminado apenas por luz vermelha, como:

- A um objeto indefinido, pois as células que captam a luz estão inativas.
- B um objeto rosa, pois haverá mistura da luz vermelha com o branco do objeto.
- C um objeto verde, pois o olho não consegue diferenciar componentes de cores.
- D um objeto cinza, pois os bastonetes captam luminosidade, porém não diferenciam cor.
- E um objeto vermelho, pois a retina capta a luz refletida pelo objeto, transformando-a em vermelho.



FRENTE 3

CAPÍTULO

11

Movimentos periódicos oscilatórios

Para estudos de interpretação musical, frequentemente são utilizados instrumentos conhecidos como metrônimos. Um metrônomo mecânico é composto de um peso móvel sobre uma haste metálica, que funciona como um pêndulo cuja amplitude de oscilação pode ser regulada ao se alterar a posição do peso e, conseqüentemente, o comprimento da haste entre seu ponto fixo e o peso. As várias amplitudes de oscilação correspondem a tempos diferentes de um compasso, os quais determinam o andamento musical.

Movimentos periódicos

Um movimento é classificado como periódico quando se repete, de forma idêntica, em intervalos de tempo iguais e sucessivos.

O menor intervalo de tempo no qual o movimento se repete é denominado **período** (T). O período pode ser medido em segundos, horas, dias, anos etc., de acordo com a ordem de grandeza do movimento.

Outro conceito importante é o conceito de **frequência** (f). Frequência é o número de repetições do movimento na unidade de tempo. Assim, quando dizemos que um disco de vinil realiza 45 rotações por minuto, estamos dizendo que a frequência de rotação do disco é de 45 voltas por minuto (45 rpm).

A frequência pode ser medida em rotações por minuto (rpm) ou **ciclos por segundo**. A unidade de frequência ciclos por segundo é denominada hertz (Hz). A unidade de frequência no SI é o inverso do segundo, ou seja, $s^{-1} = 1/s = 1 \text{ Hz}$.

Em um intervalo de tempo igual ao período T , o movimento se repete f uma vez. Em uma unidade de tempo, o fenômeno se repete vezes. Portanto, podemos montar a regra a seguir.

Tempo	Número de repetições
T _____	1
1 _____	f

Portanto: $T \cdot f = 1 \Rightarrow f = \frac{1}{T}$

Saiba mais

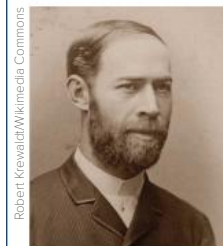


Fig. 1 Heinrich Hertz.

O físico alemão Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894) doutorou-se em Física em 1880 na Universidade de Berlim, sendo, mais tarde, designado professor de Física na Universidade de Bonn. Foi o primeiro cientista que conseguiu produzir e receber ondas de rádio (ondas eletromagnéticas), mostrando que elas possuíam as mesmas propriedades da luz. Como consequência, ele estabeleceu definitivamente que a luz é uma onda eletromagnética. Em homenagem a Hertz, durante muitos anos, as ondas de rádio foram denominadas “ondas hertzianas”.

Revisão de MCU

Para que você consiga ter uma boa compreensão dos assuntos que veremos a seguir, é importante que você se recorde dos principais pontos envolvidos em um movimento circular.

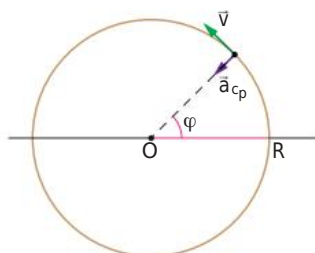


Fig. 2 Movimento circular uniforme (MCU).

- Velocidade angular:

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \begin{matrix} (1 \text{ volta}) \\ (1 \text{ período}) \end{matrix}$$

- Velocidade escalar:

$$v = \omega \cdot R$$

- Posição ou fase:

$$\phi = \phi_0 + \omega t$$

Movimento oscilatório

Um movimento é dito oscilatório quando é periódico e tem seu sentido invertido regularmente.

Como exemplo, temos o pêndulo simples em um ambiente sem resistência do ar.

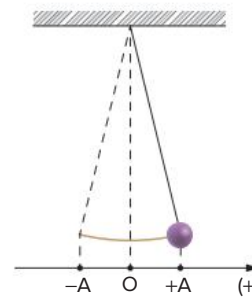


Fig. 3 Pêndulo simples.

O pêndulo sai da posição $+A$, passa pelo ponto O (posição de equilíbrio) e vai até $-A$ em um intervalo de tempo Δt ; em $-A$, inverte o sentido, passa por O e depois chega em $+A$, também em um intervalo de tempo Δt . Observe que a massa do pêndulo oscila simetricamente em torno da posição de equilíbrio.

Nesse caso, o período T do movimento corresponde ao intervalo de tempo para que a massa saia de $+A$, passe por O , atinja $-A$, passe novamente por O e retorne ao ponto $+A$.

Atenção

- O período independe da massa pendular.
- Existe uma força atuando na massa pendular que tende a trazê-la de volta à posição O . Esta força, que tende a restabelecer a posição de equilíbrio, chama-se **força restauradora** e é um ponto importante do movimento oscilatório.

MHS – Movimento Harmônico Simples

MHS é o movimento oscilatório mais importante, pois é relativamente fácil de se descrever matematicamente e modela de forma bastante satisfatória muitas oscilações encontradas na natureza. Qualquer movimento periódico resulta da superposição de dois ou mais MHSs.

Atenção

Vale salientar que todos os casos de MHS aqui vistos serão lineares, isto é, orientados em eixos retilíneos.

Identificação de um MHS

Podemos descobrir se um certo movimento é um MHS por três modos:

- I. Através da dinâmica.
- II. Através da geometria.
- III. Através da cinemática.

I. Através da dinâmica

Considere um eixo orientado x e uma partícula que se movimenta neste eixo.

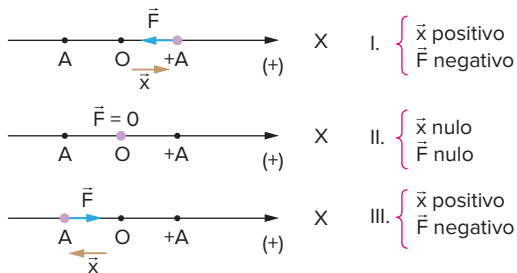


Fig. 4 Força restauradora.

A partícula A executará um MHS se a força atuante sobre ela for do tipo $\vec{F} = -K \cdot \vec{x}_p$, onde \vec{x}_p é o vetor posição da partícula em relação à posição de equilíbrio e K é uma constante de proporcionalidade. \vec{F} é uma força restauradora.

- Se \vec{x} é positivo: \vec{F} é negativo, orientado para a origem.
- Se \vec{x} é negativo: \vec{F} é positivo, voltado para a origem.

II. Através da geometria

Considere um corpo realizando um MCU, como na figura a seguir.

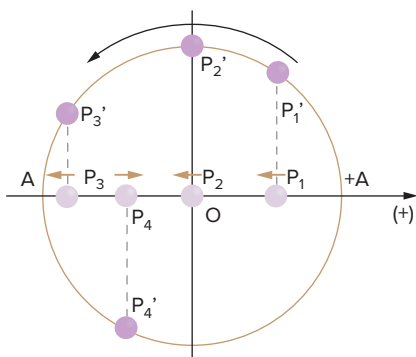


Fig 5 Projeção diametral

Portanto, geometricamente, um corpo realiza um MHS se seu movimento puder ser interpretado como movimento da projeção diametral de outro corpo que realiza um MCU.

O corpo P' realiza um MCU, enquanto o corpo P , projeção diametral de P' , realiza um MHS.

III. Através da cinemática

Por definição, dizemos que uma partícula executa um MHS ao longo de um eixo orientado quando seu deslocamento x , em relação à origem do eixo, é dado, como função do tempo, pela relação:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Estudo cinemático do MHS

Uma vez que o conceito de MHS já está claro, vamos deduzir suas equações de elongação (x_p), velocidade (v_p) e aceleração (a_p).

! Atenção

Um MHS é a projeção do MCU sobre um eixo diametral.

Equação da elongação

Considere, na figura a seguir, que o corpo P' realiza um MCU. A projeção de P' , em um determinado instante t , é o corpo P .

Geometricamente, calcularemos a posição ou elongação de P .

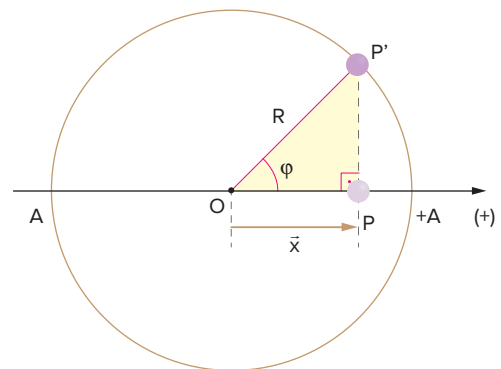


Fig. 6 Determinação da elongação.

No $\Delta OPP'$, temos:

$$\cos \varphi = \frac{x}{R} \Rightarrow x = R \cdot \cos \varphi$$

como do MCU: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$, temos:

$$x = R \cdot \cos(\varphi_0 + \omega t)$$

Observe, na figura 6, que a posição de P está limitada ao intervalo: $-A \leq x \leq A$. Consequentemente, a distância máxima que P pode atingir da origem em módulo é $A = R$, distância esta que chamaremos de amplitude (A).

Portanto, para um MHS, teremos:

$$x_p = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

onde:

- x_p é a elongação
- A é a amplitude do MHS
- ω é a velocidade angular ou pulsação
- t é o tempo
- φ_0 é a fase inicial
- $(\omega t + \varphi_0)$ é a fase em t

! Atenção

O tempo gasto pelo móvel realizador do MCU para dar uma volta completa é igual ao tempo gasto pela projeção do móvel para ir e voltar ao seu ponto de origem (Período = T). Portanto, o período do MCU é o mesmo do MHS associado.

Logo: $T = \frac{1}{f}$ e $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Fase inicial do MHS (φ_0)

Para se determinar a fase inicial (φ_0) de um MHS, de vemos associar o MHS ao MCU.

Considere um corpo realizando um MHS. Para determi narmos φ_0 , basta observarmos o móvel realizador do MCU correspondente e determinarmos qual o ângulo correspon dente ao seu deslocamento da posição inicial.

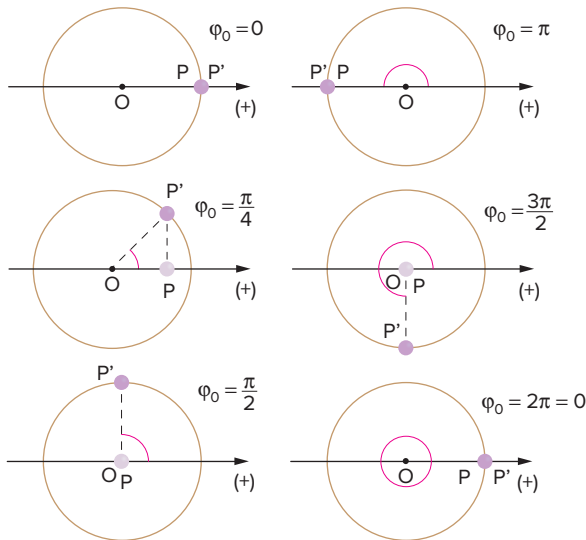


Fig. 7 Alguns exemplos de fases iniciais em um MHS.

φ_0 corresponde ao instante $t = 0$ e, para sua determina ção, devemos adotar por convenção que o MCU associado ao MHS deve ser sempre no sentido anti-horário, de tal modo que φ_0 seja o espaço angular inicial do MCU, medido a partir da origem e no sentido anti-horário.

Equação da velocidade

Considere a figura a seguir onde temos um corpo em MCU e outro em MHS, projeção diametral do MCU.

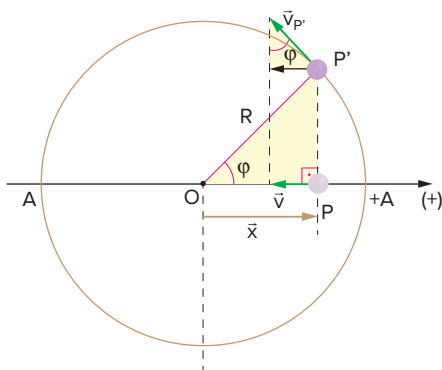


Fig. 8 Determinação da velocidade.

Observe que \vec{v} trata-se da projeção de $\vec{v}_{P'}$ no eixo horizontal.

Geometricamente: $\text{sen } \varphi = \frac{v}{v_{P'}}$

Como $\vec{v}_{P'}$ tem sentido contrário a \vec{x} e como do MCU:

$$v = \omega \cdot R = \omega \cdot A \text{ e } \varphi = \varphi_0 + \omega t$$

temos:

$$v(t) = -\omega A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

Ponderações sobre a velocidade

I. Velocidade máxima

A equação da velocidade é dada por:

$$v(t) = -\omega A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

Como:

$$1 \leq \text{sen}(\omega t + \varphi_0) \leq 1$$

Temos:

- $\text{sen}(\omega t + \varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow v = -\omega \cdot A$

- $\text{sen}(\omega t + \varphi_0) = -1 \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow v = \omega \cdot A$

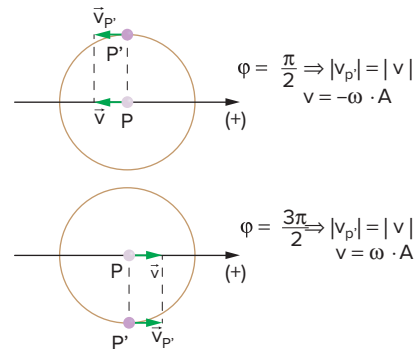


Fig. 9 Velocidade máxima.

Na figura anterior, podemos observar que para um corpo em MHS a velocidade em módulo é máxima quando o corpo passa pela posição de equilíbrio, velocidade esta igual a:

$$v_{\text{máx.}} = \omega \cdot A$$

II. Velocidade em função do deslocamento equação de Torricelli

Assim como existe na cinemática escalar uma equação que relaciona a velocidade com o deslocamento sem a variável intermediária tempo, equação de Torricelli, existe uma equação para a velocidade de um ponto material que descreve um MHS em função da elongação e não em função do tempo.

A equação da elongação é dada por:

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \frac{x}{A} = \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Como:

$$v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \frac{v}{\omega \cdot A} = \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

Aplicando a relação fundamental da trigonometria: $\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$, temos:

$$\text{sen}^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0) = 1$$

Como:

$$\text{sen}(\omega t + \varphi_0) = -\frac{v}{\omega \cdot A} \text{ e } \cos(\omega t + \varphi_0) = \frac{x}{A}$$

Temos:

$$\left(\frac{v}{\omega \cdot A} \right)^2 + \left(\frac{x}{A} \right)^2 = 1$$

$$\frac{v^2}{\omega^2 A^2} + \frac{x^2}{A^2} = 1$$

Portanto:

$$\frac{\omega^2 x^2 + v^2}{\omega^2 A^2} = 1 \Rightarrow \omega^2 x^2 + v^2 = \omega^2 A^2$$

$$v^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 x^2 \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

O aspecto do gráfico da equação de Torricelli para o MHS é dado pela equação: $v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$

Sabemos que a equação de uma elipse é do tipo:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

onde a é o semieixo maior e b é o semieixo menor.

Logo:

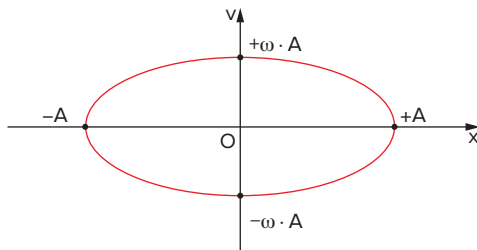


Fig. 10 Gráfico da equação de Torricelli.

Equação da aceleração

Retomando os corpos P' em MCU e P em MHS; temos que no MCU o vetor aceleração é igual ao vetor aceleração centrípeta a_{cp} e que $a_{cp} = \omega^2 \cdot R$.

Podemos observar, na figura a seguir, que a aceleração de p é a projeção de \vec{a}_{cp} no eixo horizontal.

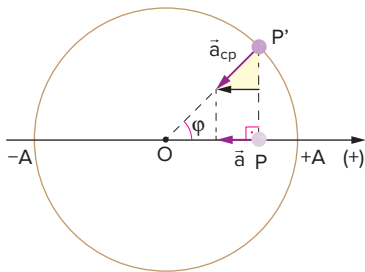


Fig. 11 Determinação da aceleração.

Assim, temos:

$$a = -a_{cp} \cdot \cos \phi \Rightarrow a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos \phi$$

Desse modo:

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

A propriedade fundamental do MHS decorre das equações:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$a(t) = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

Logo:

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

A propriedade fundamental do MHS diz que: **A aceleração é diretamente proporcional à elongação, mas com sinal trocado.**

Ponderações sobre a aceleração

I. Aceleração máxima

A equação da aceleração é dada por:

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

Como:

$$-1 \leq \cos(\omega t + \phi_0) \leq 1$$

temos:

- $\cos(\omega t + \phi_0) = 1 \Rightarrow \phi = 0 \Rightarrow a = -\omega^2 A$
- $\cos(\omega t + \phi_0) = -1 \Rightarrow \phi = \pi \Rightarrow a = \omega^2 A$

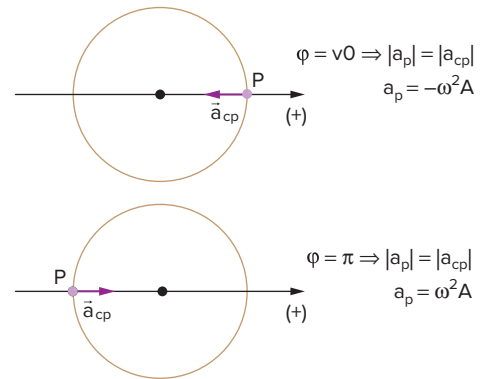


Fig. 12 Aceleração máxima.

Gráficos

Observe os pontos máximo e mínimo absolutos nos gráficos a seguir. Façamos uma análise, tomando $\phi_0 = 0$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

I. Elongação:

$$x_p = A \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

t	x_p
0	A
$\frac{T}{4}$	0
$\frac{T}{2}$	-A
$\frac{3T}{4}$	0
T	A

$$x_p = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

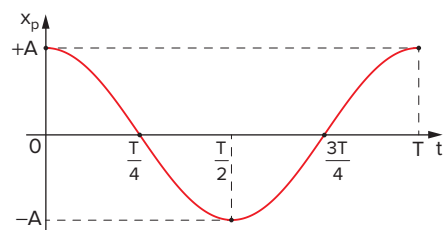


Fig. 13 Gráfico da elongação.

II. Velocidade:

$$v_p = -\omega A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

t	v_p
0	0
$\frac{T}{4}$	$-\omega A$
$\frac{T}{2}$	0
$\frac{3T}{4}$	ωA
T	0

$$v_p = \omega A \text{sen}\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

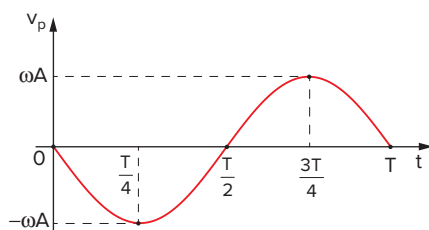


Fig. 14 Gráfico da velocidade.

III. Aceleração:

$$a_p = -\omega^2 A \cdot \text{cos}(\omega t + \varphi_0)$$

t	a_p
0	$-\omega^2 A$
$\frac{T}{4}$	0
$\frac{T}{2}$	$\omega^2 A$
$\frac{3T}{4}$	0
T	$-\omega^2 A$

$$a_p = -\omega^2 A \cdot \text{cos}\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

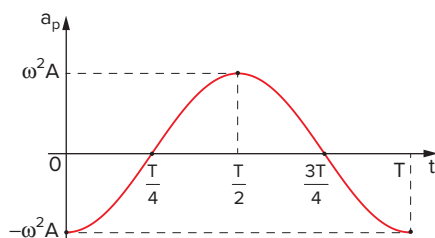


Fig. 15 Gráfico da aceleração.

Atenção

Observe que todos esses gráficos, em função do tempo, são os já conhecidos gráficos das funções seno e cosseno.

Exercícios resolvidos

1 Uma partícula realiza um MHS de função

$$x = 10 \cdot \text{cos}\left(\frac{\pi}{4} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right), \text{ no sistema CGS.}$$

Determine:

- a amplitude, a pulsação e a fase inicial.
- o período e a frequência do movimento

Resolução:

$$x = A \cdot \text{cos}(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = 10 \cdot \text{cos}\left(\frac{\pi}{4} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

a) $A = 10 \text{ cm}$

$$\omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

b) $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{T}$

$$T = 8 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 0,125 \text{ Hz}$$

2 Um móvel com movimento harmônico simples (MHS) obedece à função horária $x = 7 \cdot \text{cos}(0,5 \cdot \pi \cdot t)$, onde x é medido em centímetros e t em segundos. Determine o tempo necessário para que este móvel vá da posição de equilíbrio para a posição de elongação máxima.

Resolução:

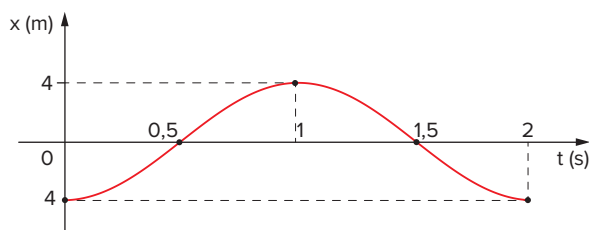
De acordo com a equação da elongação:

$$\omega = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

O deslocamento corresponde a $\frac{1}{4}$ de volta $\Rightarrow 1 \text{ s}$.

3 É dado o gráfico horário da elongação de um MHS. Determine:

- o período e a frequência.
- a pulsação.
- a amplitude.
- a fase inicial.
- as equações horárias da elongação, da velocidade de escalar e da aceleração escalar.



Resolução:

- a) O período corresponde ao intervalo de tempo mínimo em que o movimento se repete. Portanto: $T = 2$ s
A frequência vale:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2} \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz}$$

- b) A pulsação é calculada pela expressão:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$$

- c) A amplitude é o valor máximo da elongação: $A = 4$ m
d) Para obter a fase inicial, substituímos $t = 0$ e $x = -4$ m na equação horária:

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \\ -4 = 4 \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi_0 = -1$$

Portanto: $\varphi_0 = \pi$ rad

- e) Substituindo os valores na equação horária da elongação:

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \\ x = 4 \cdot \cos(\pi t + \pi) \text{ (SI)}$$

Para a equação horária da velocidade escalar:

$$v = -\omega \cdot A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \\ v = -4\pi \cdot \sin(\pi t + \pi) \text{ (SI)}$$

Para a equação horária da aceleração escalar:

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \\ a = -4\pi^2 \cdot \cos(\pi t + \pi) \text{ (SI)}$$

Estudo dinâmico do MHS

Para fazermos uma análise das forças envolvidas no MHS, utilizaremos um exemplo clássico: o sistema massa-mola. Vejamos as situações ilustradas abaixo.

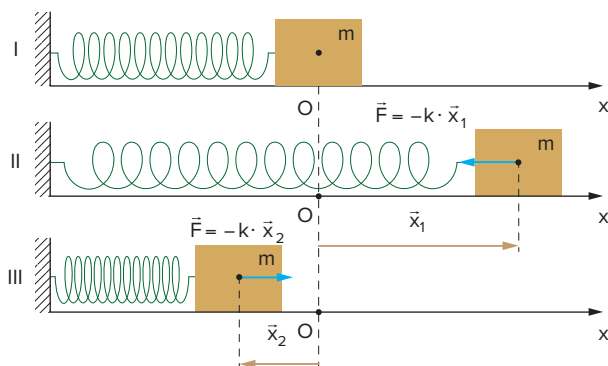


Fig. 16 Estudo dinâmico.

Já sabemos que a força que rege o MHS é do tipo restauradora, ou seja, está sempre tentando restabelecer o equilíbrio.

$$\vec{F} = -K \cdot \vec{x}_p$$

Atenção

Não podemos confundir K com a constante elástica de uma mola. K pode ser qualquer constante, inclusive a constante elástica de uma mola.

Em um sistema massa-mola, temos:

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$$

Observe as seguintes situações:

- I. Bloco em equilíbrio.
Não há atuação da força elástica.

- II. Bloco não está em equilíbrio.
Na horizontal, $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}_1$

Observe o sentido de \vec{F} , apontando para a origem (ponto de equilíbrio). Nesse caso, a mola está alongada.

- III. Bloco não está em equilíbrio.
Na horizontal, $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}_2$

Observe o sentido de \vec{F} . Nesse caso, a mola está comprimida.

Período do sistema massa-mola

Vimos que a força resultante que atua no bloco de massa m no oscilador harmônico é a força elástica.

Então, pela segunda lei de Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Logo, para a força elástica, temos:

$$F = m \cdot a = -k \cdot x$$

A propriedade fundamental do MHS é dada por:
 $a = -\omega^2 \cdot x$

Logo:

$$-k \cdot x = -m \cdot \omega^2 x \Rightarrow k = m \cdot \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Sabendo que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, temos:

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

É importante observar que a equação anterior afirma que o período de oscilação do sistema massa-mola depende da amplitude, depende apenas da massa oscilante (m) e da constante elástica da mola (k)

Portanto, o período dos três sistemas abaixo pode ser determinado pela mesma equação deduzida anteriormente.

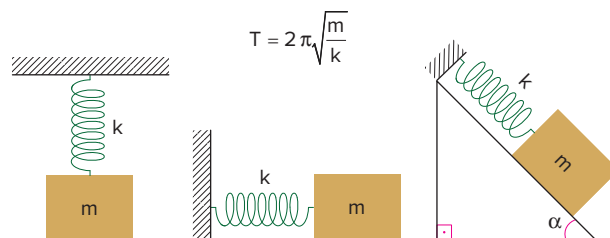
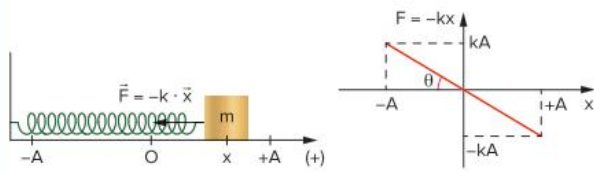


Fig. 17 Sistemas massa-mola.

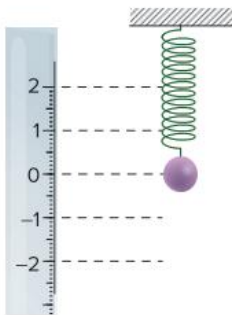
Atenção

$F = -k \cdot x$ é uma função do 1º grau logo: $\text{tg}\theta = \frac{N}{k}$

∴ Quanto maior for a inclinação da reta maior será a constante elástica da mola.

Exercícios resolvidos

- 4 A figura a seguir mostra um corpo suspenso e em equilíbrio na extremidade de uma mola. Quando o corpo é trazido para a posição -2 cm, indicada por uma régua colocada paralelamente à mola, sendo solto em seguida, ele passa a oscilar em um movimento harmônico simples (admitindo-se não haver perdas de energia mecânica). Verifica-se que o corpo gasta 1 s para ir da posição -2 cm para a posição 2 cm.



Determine:

- a amplitude do movimento.
- o período e a frequência do movimento.
- a pulsação do movimento.

Resolução:

- a) amplitude é o valor da elongação máxima, logo:

$$A = 2 \text{ cm}$$

- b) O período é o intervalo de tempo decorrido para o móvel retornar à posição inicial e recomeçar o movimento. Assim, é dado pelo dobro do tempo necessário para o móvel ir de -2 cm a 2 cm:

$$T = 2 \text{ s}$$

A frequência é o inverso do período:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2} \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz}$$

- c) A pulsação é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$$

- 5 Um corpo realiza um movimento harmônico simples. A massa do corpo é 0,25 kg e a constante de proporcionalidade da força restauradora é $1,0 \cdot 10^2$ N/m. A amplitude de oscilação é de 20 cm.

- Determine o período e a frequência natural de vibração.
- Dobrando-se a amplitude de oscilação, o que acontece com a frequência calculada no item anterior?

Resolução:

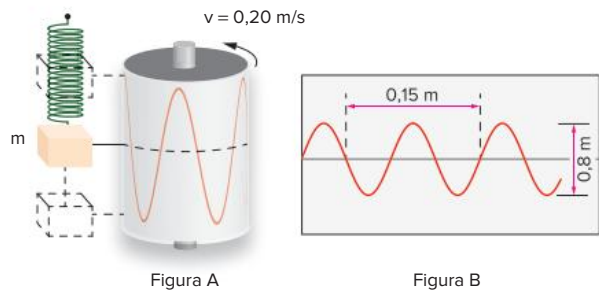
- a) O período T é dado por: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$.

Sendo $m = 0,25$ kg e $K = 1,0 \cdot 10^2$ N/m, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{1,0 \cdot 10^2}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

Sendo $f = \frac{1}{T}$, temos: $f = \frac{10}{\pi}$ Hz

- b) A frequência de vibração não depende da amplitude. Portanto, a frequência permanece a mesma.
- 6 Um corpo de massa $m = 1$ kg oscila livremente, suspenso por uma mola helicoidal de massa desprezível (Figura A). Preso ao corpo, há um estilete que registra em um papel vertical as posições do corpo. O papel vertical envolve um cilindro que gira com velocidade angular constante. Seja 0,20 m/s a velocidade dos pontos do papel vertical. Os dados obtidos no papel estão indicados na Figura B.

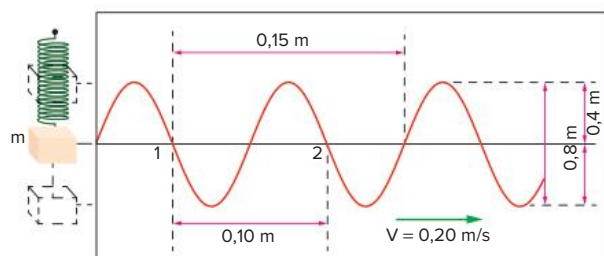


Determine:

- a frequência e a amplitude do movimento.
- a constante elástica da mola.

Resolução:

- a) O movimento do cilindro é uma rotação uniforme (velocidade angular constante) e, através da figura registrada no papel, podemos determinar o período do MHS efetuado pelo corpo. Este efetua um ciclo completo quando, passando pela posição 1 (registrada no papel), retorna novamente a ela em idênticas condições (posição 2). Nesse intervalo de tempo, o papel, à velocidade $v = 0,20$ m/s, percorre, em movimento uniforme de função $s = v \cdot t$, o espaço $s = 0,10$ m ($1 \rightarrow 2$).



Assim, para o papel que envolve o cilindro:

$$s = v \cdot t \Rightarrow 0,10 = 0,20 t \Rightarrow t = 0,5 \text{ s}$$

Sendo esse o tempo necessário para o fenômeno se repetir, o período da oscilação será:

$$T = 0,5 \text{ s}$$

A frequência será dada por:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$$

A amplitude é obtida da figura no papel: observe que, verticalmente, o corpo oscila na extensão de 0,8 m, isto é, com amplitude de 0,4 m em torno da posição de equilíbrio, logo:

$$A = 0,4 \text{ m}$$

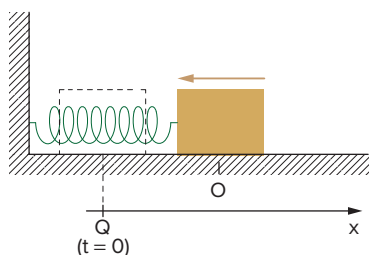
- b) Conhecido o período, podemos determinar a constante elástica da mola pela relação:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 0,5 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{k}}$$

$$0,5^2 = (2\pi)^2 \frac{1}{k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2}{0,25}$$

$$k \cong 158 \text{ N/m}$$

- 7 Um ponto material de massa $m = 0,04 \text{ kg}$ oscila em torno da posição O de equilíbrio, em um MHS. A energia total mecânica do sistema é $32 \cdot 10^{-4} \text{ J}$. Despreze ações dissipativas.



Determine:

- o período da oscilação.
- a pulsação, em radianos por segundo.
- a amplitude da oscilação.
- a função horária da posição, da velocidade e da aceleração, adotando-se o eixo x orientado para a direita e instante inicial $t = 0$ quando o móvel estiver na posição extrema Q , indicada na figura.
- o gráfico da posição x em função do tempo t , a partir de $t = 0$ até $t = 2T$, onde T é o período.

► **Dado:** Constante elástica da mola $k = 0,16 \text{ N/m}$.

Resolução:

- a) O período de oscilação independe da amplitude, sendo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,04}{0,16}} = \pi \Rightarrow T \cong 3,14 \text{ s}$$

- b) A pulsação ω relaciona-se com o período pela expressão:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$

- c) A amplitude depende da energia mecânica total:

$$E = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow 32 \cdot 10^{-4} = \frac{0,16A^2}{2} \Rightarrow A = 0,2 \text{ m}$$

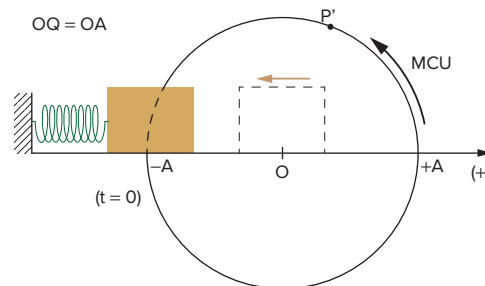
- d) As funções horárias da elongação (x), da velocidade (v) e da aceleração (a) têm o aspecto:

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = -\omega A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = -\omega^2 A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

onde $A = 0,2 \text{ m}$ e $\omega = 2 \text{ rad/s}$.



A fase inicial é determinada com auxílio de um MCU associado ao MHS, cujo ponto P' gira no sentido anti-horário, com espaços angulares medidos a partir do eixo horizontal. O exercício adota $t = 0$ para a posição extrema à esquerda; daí, do MCU temos:

$$\varphi_0 = \pi \text{ rad}$$

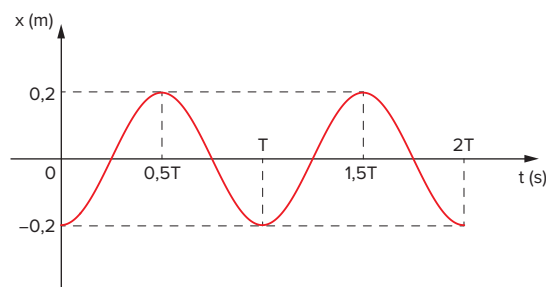
Logo:

$$x = 0,2 \cdot \cos(2t + \pi)$$

$$v = -0,4 \cdot \sin(2t + \pi)$$

$$a = -0,8 \cdot \cos(2t + \pi) \quad (\text{SI})$$

- e) O gráfico da função $x = f(t)$, desde $t = 0$ até $t = 2T$, é indicado a seguir (função cossenoidal):



Período de um pêndulo simples

Passaremos agora a expandir a equação do período

($T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$) para o cálculo do período de um pêndulo simples, outra situação de MHS.

! Atenção

O pêndulo simples é um sistema ideal constituído de uma partícula suspensa por um fio flexível, inextensível e de massa desprezível.

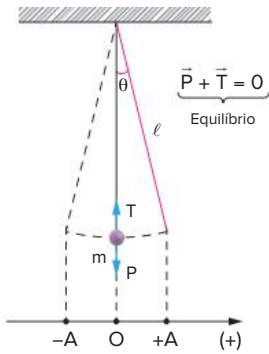


Fig. 18 Pêndulo simples na posição de equilíbrio.

Na situação de idealidade, desprezando-se a resistência do ar, as únicas forças atuantes são o peso e a tração. Se o pêndulo é retirado da sua posição de equilíbrio, este passa a oscilar em torno dessa posição com um determinado período.

Observe a figura a seguir.

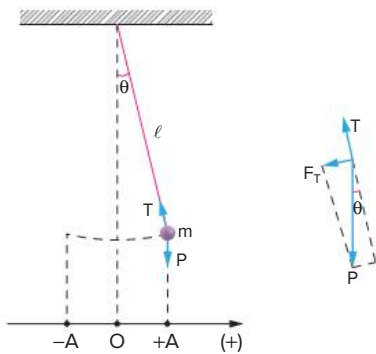


Fig. 19 Pêndulo simples.

Para pequenas amplitudes de oscilação, ou seja, para ângulos de alguns graus ($\theta < 10^\circ$), o movimento do pêndulo simples é, com boa aproximação, um MHS.

$$\vec{F}_T = -k \cdot \vec{x}$$

\vec{F}_T é a força tangente à trajetória; uma força do tipo restauradora. A partícula move-se aproximadamente em cima de uma linha reta.

A partir do detalhe, temos: $F_T = P \cdot \sin\theta$

Observação: Simplificação matemática

$$\text{Sendo } \theta \text{ pequeno} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AP} \approx X \\ \sin\theta \approx \theta(\text{rad}) = \frac{\widehat{AP}}{\ell} \approx \frac{X}{\ell} \end{cases}$$

$$F_T = mg \cdot \frac{X}{\ell} \Rightarrow F_T = \left(\frac{mg}{\ell}\right) \cdot x$$

$$\text{onde: } \frac{mg}{\ell} = k$$

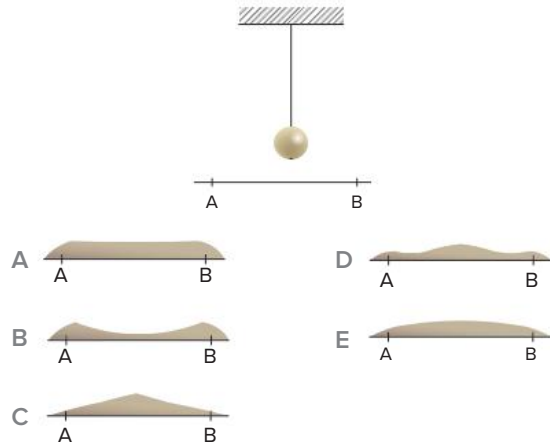
$$\text{Portanto: } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m \cdot \ell}{mg}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Atenção

Observe que o período de oscilação independe da massa pendular.

Exercícios resolvidos

- 8 A figura a seguir ilustra um pêndulo formado por um fio e por uma esfera oca, cheia de areia, com orifício em sua extremidade inferior. O pêndulo oscila com amplitude constante e a areia escoava regularmente pelo orifício. Qual das figuras a seguir melhor representa o perfil da areia depositada?



Resolução:

Nos pontos A e B, a velocidade é nula; enquanto, no ponto médio de AB, a velocidade é máxima.

Resposta: B

- 9 Um antigo relógio de pêndulo é calibrado no frio inverno gaúcho. Considerando que o período do pêndulo deste relógio é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

onde ℓ é o comprimento do pêndulo e g é a aceleração local da gravidade, pergunta-se:



- Esse relógio atrasará ou adiantará, quando transportado para o quente verão nordestino?
- Se o relógio for transportado do Nordeste para a superfície da Lua, nas mesmas condições de temperatura, ele atrasará ou adiantará?

Resolução:

- $\Delta\ell > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$
aumento do período, o relógio atrasará.
- $\Delta g < 0 \Rightarrow \Delta T > 0$
Aumento do período, o relógio atrasará.

O que é o pêndulo de Foucault?



Considere um pêndulo oscilando no polo Norte da Terra. Como o seu plano de oscilação é fixo em relação às estrelas, um observador terrestre verá esse plano girar no sentido horário (contrário à rotação da Terra), dando uma volta a cada 24 h.

Essa velocidade de rotação é proporcional ao seno da latitude do local da experiência: é, portanto, máxima no polo e nula no Equador (no hemisfério Sul, a rotação ocorre no sentido oposto).

Em Paris, por exemplo, o período de rotação é 32 h. Foi nessa cidade que Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868), em 1851, deu início à primeira experiência desse tipo, ao usar uma esfera de ferro de 28 kg suspensa em um arame de 67 m de comprimento sob a cúpula do *Pantheon*.

Foi verificado que, à medida que o tempo passava, o plano de oscilação do pêndulo girava em relação às paredes do edifício, constituindo a primeira prova da rotação da Terra obtida em laboratório. Naturalmente, nessa época a rotação do nosso planeta já tinha sido comprovada por meio de cálculos e observações astronômicas.

Associação de molas

Deduzimos anteriormente que a equação que determina o período de oscilação do sistema massa-mola é

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, onde m é a massa da partícula oscilante e k é a constante elástica da mola.

Assim como existe associação de capacitores e resistores, existe também associação de molas, ou seja, existe, em um sistema com n molas, uma mola equivalente com uma constante elástica equivalente. É essa constante elástica equivalente que deve ser substituída na equação que nos dá o período.

I Molas em série

Dizemos que duas molas estão em série quando elas são associadas de modo que sofram a atuação da mesma força.

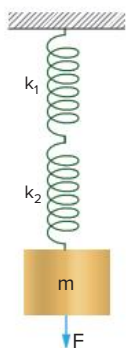


Fig. 20 Associação de molas em série.

Na mola k_1 : $F = k_1 \cdot x_1$

Na mola k_2 : $F = k_2 \cdot x_2$

Na associação k_{eq} : $F = k_{eq} \cdot x_{eq}$

Na associação em série: $x_{eq} = x_1 + x_2$, logo:

$$\frac{F}{k_{eq}} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

Assim, para uma associação de n molas em série, temos:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$$

II. Molas em paralelo

Duas molas estão associadas em paralelo quando estão sujeitas à mesma deformação.

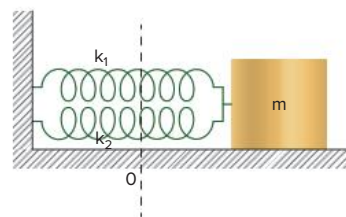


Fig. 21 Associação de molas em paralelo.

Na mola k_1 : $F_1 = k_1 \cdot x$

Na mola k_2 : $F_2 = k_2 \cdot x$

Na associação k_{eq} : $F_{eq} = k_{eq} \cdot x$

Na associação em paralelo: $F_{eq} = F_1 + F_2$, logo:

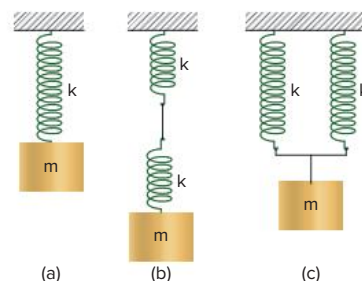
$$k_{eq} \cdot x = k_1 \cdot x + k_2 \cdot x \Rightarrow k_{eq} = k_1 + k_2$$

Assim, para uma associação de n molas em paralelo, temos:

$$k_{eq} = \sum_{i=1}^n k_i$$

Exercício resolvido

10 Na figura (a), o bloco de massa m oscila com período T_a . Na figura (b), o seu período de oscilação é T_b , e na figura (c) é T_c .



Determine as relações $\frac{T_a}{T_b}$ e $\frac{T_a}{T_c}$, sabendo que as molas são leves e iguais.

Resolução:

O bloco da figura (a) oscila com período $T_a = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Na figura (b), temos duas molas iguais e em série. A constante elástica da mola equivalente k_{eq} é dada por:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k}$$

$$k_{eq} = \frac{k}{2}$$

Assim, o período T_b é dado por:

$$T_b = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{eq}}}$$

$$T_b = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}}$$

Logo:

$$\frac{T_a}{T_b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Na figura (c), temos duas molas iguais associadas em paralelo. A constante elástica da mola equivalente nesse caso é dada por:

$$k_{eq} = k + k = 2k$$

Assim, o período T_c é dado por:

$$T_c = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{eq}}}$$

$$T_c = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

Logo: $\frac{T_a}{T_c} = \sqrt{2}$

Análise da energia no MHS

Vimos que o MHS está sujeito a uma força do tipo elástica, como a força em uma mola. Sabemos que um sistema elástico ideal pode armazenar energia, denominada energia potencial elástica.

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

onde x é a distância à posição de equilíbrio.

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

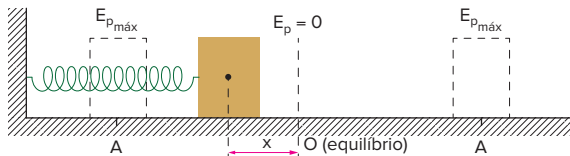


Fig. 22 Energia potencial elástica.

Veja que a energia potencial é máxima quando x é

máximo, ou seja, $x = \pm A$ e $E_{p\text{máx}} = \frac{k \cdot A^2}{2}$.

Se $E_p = \frac{k \cdot x^2}{2}$ o gráfico é uma parábola, como mostrado na figura a seguir.

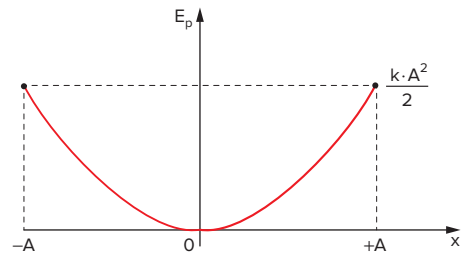


Fig. 23 Gráfico da energia potencial.

Até o momento falamos apenas de energia potencial no MHS. No entanto, como sabemos, o corpo realizador de MHS possui em muitos pontos do seu eixo de oscilação uma determinada velocidade. Se o corpo tem massa m e velocidade v em determinado instante, então podemos associar a ele uma energia cinética, devido ao movimento.

O valor dessa energia é dado por $E_c = \frac{mv^2}{2}$. Analise-

mos o sistema massa-mola do ponto de vista cinético.

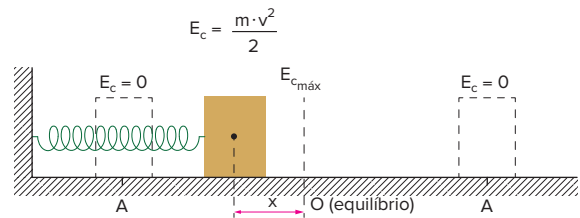


Fig. 24 Energia cinética.

Observe que nos pontos extremos ($\pm A$) $E_c = 0$ e que a energia cinética é máxima quando a velocidade é máxima ($v_{\text{máx}} = \omega A$).

$$\therefore E_{c\text{máx}} = \frac{m \cdot v_{\text{máx}}^2}{2} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2}$$

Como $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, temos:

$$E_{c\text{máx}} = \frac{k \cdot A^2}{2}$$

O gráfico da energia cinética *versus* alongação está mostrado na figura a seguir.

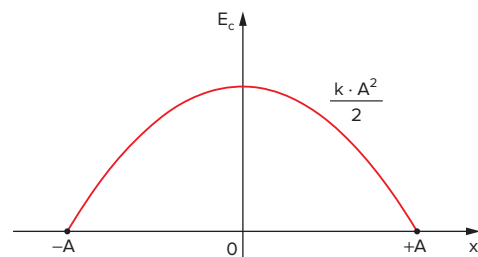


Fig. 25 Gráfico da energia cinética.

Deve-se notar que um corpo realizando um MHS tem energias cinética e potencial ao mesmo tempo:

- se $E_c = 0 \Rightarrow E_{p_{\text{máx}}} = \frac{k \cdot A^2}{2}$
- se $E_p = 0 \Rightarrow E_{c_{\text{máx}}} = \frac{k \cdot A^2}{2}$

Portanto, a maior energia contida no MHS é $\frac{k \cdot A^2}{2}$.

Como os sistemas estudados por nós são ideais, sem nenhum tipo de atrito, temos, então, energia mecânica constante.

Sabemos que $E_{\text{mec}} = E_p + E_c$

Se $E_p = 0 \Rightarrow E_c = \frac{k \cdot A^2}{2}$

$\therefore E_{\text{mec}} = 0 + \frac{k \cdot A^2}{2} \Rightarrow E_{\text{mec}} = \frac{k \cdot A^2}{2}$

Atenção

A energia mecânica do MHS é, em qualquer momento, igual a $\frac{k \cdot A^2}{2}$.

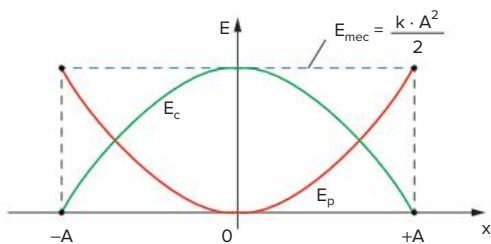


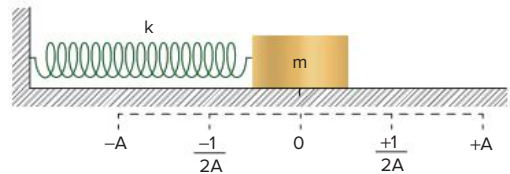
Fig 26 Energia em um sistema massa-mola.

Observe que a soma dos gráficos resulta sempre na reta constante em que $E_{\text{mec}} = \frac{k \cdot A^2}{2}$.

Exercício resolvido

11 Dê como resposta a soma dos números correspondentes às proposições corretas. A figura mostra um sistema ideal massa-mola, apoiado sobre uma

superfície horizontal sem atrito. O corpo de massa m é deslocado desde a posição de equilíbrio (posição 0) até a posição $-A$ e abandonado em seguida.



Julgue os itens abaixo.

- 01 A energia mecânica do corpo no ponto $+A$ é maior que a energia no ponto $-A$.
- 02 A energia mecânica do corpo no ponto $+\frac{1}{2} A$ é 50% potencial e 50% cinética.
- 04 A energia mecânica do corpo, ao passar pela posição de equilíbrio, é menor que a energia no ponto $+A$ ou $-A$.
- 08 A energia cinética do corpo no ponto $-\frac{1}{2} A$ é menor que a energia cinética no ponto $+\frac{1}{2} A$.
- 16 A energia mecânica do corpo nos pontos $+A$ e $-A$ é exclusivamente potencial
- 32 A energia mecânica do corpo, ao passar pela posição de equilíbrio, é exclusivamente cinética

Soma:

Resolução:

- 01 (F). Considerando o sistema conservativo, E_{mec} é constante. Ver gráfico. (Fig 26)
 - 02 (F). Para $x = \frac{A}{2}$, temos:

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k \frac{A^2}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} k A^2 \right)$$
 $\therefore E_p = 25\% E_{\text{mec}}$
 - 04 (F). Idem item 1.
 - 08 (F). $E_c = \frac{1}{2} m v^2$, sendo sempre positiva e simétrica em relação à origem do movimento.
 - 16 (V). Ver gráfico. (Fig.26)
 - 32 (V). Ver gráfico. (Fig.26)
- Soma = 48

Revisando

1 Complete os espaços em branco. Seja a equação que nos dá a posição de um móvel realizador de MHS:

$$x = 40 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \pi \cdot \frac{t}{2}\right) \cdot (\text{SI})$$

- a) A fase inicial do MHS é _____.
- b) A pulsação do MHS é _____.

- c) A amplitude do movimento é _____.
- d) O período é _____.
- e) A frequência é _____.
- f) A equação da velocidade é _____.
- g) A equação da aceleração é _____.
- h) A equação de Torricelli é _____.

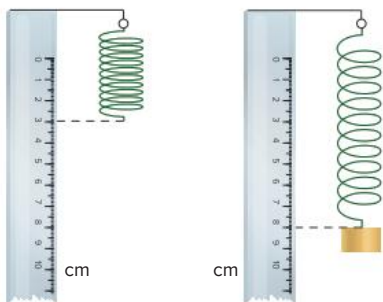
- 2 Uma partícula executa um movimento harmônico simples de amplitude 25 cm e frequência 4,0 Hz.

Determine:

- a pulsação do movimento.
- a velocidade escalar da partícula, ao passar em movimento retrógrado pelo ponto de elongação 12 cm.

- 3 PUC A amplitude de um movimento harmônico simples é de 6 cm e a sua velocidade máxima é de 3π cm/s. Qual o período desse movimento?

- 4 PUC-SP Na figura a seguir, está representada a situação de equilíbrio de uma mola ideal quando livre e depois de ser presa a um corpo de massa 400 g.

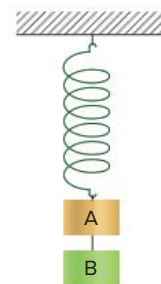
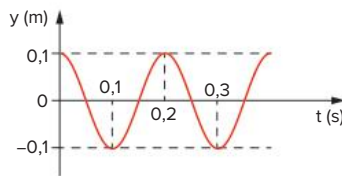


Sendo a aceleração da gravidade local 10 m/s^2 , determine:

- a constante elástica da mola.
- o tipo e o período do movimento que o corpo descreveria, caso fosse suspenso 1,0 cm de sua posição de equilíbrio. Despreze a ação do ar sobre o movimento.

- 5 Fuvest Dois corpos, A e B, ligados por um fio, encontram-se presos à extremidade de uma mola, em repouso. Parte-se o fio que liga os corpos, e o corpo A passa a executar um movimento oscilatório, descrito pelo gráfico a seguir.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.



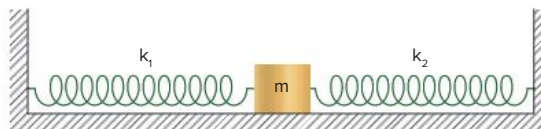
Sendo de 200 g a massa do corpo B, pede-se:

- a constante elástica da mola.
- a frequência de oscilação do corpo A.

- 6 Fuvest A frequência de um pêndulo simples, de comprimento L e massa M , é de 10 oscilações por segundo. Qual é o período de um pêndulo simples de comprimento igual a $4L$ e massa igual a $2M$?

- A 0,1 s C 0,3 s E 0,5 s
B 0,2 s D 0,4 s

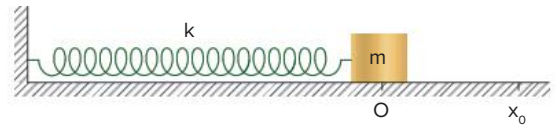
- 7 Sabe-se que as molas da figura têm constantes elásticas $k_1 = 50 \text{ N/m}$ e $k_2 = 30 \text{ N/m}$, respectivamente. O corpo tem massa 5 kg.



Determine:

- a constante elástica da mola equivalente ao sistema.
- o período de oscilação realizada pelo sistema.
- a força necessária para deslocar o corpo de 10 cm para a direita.

- 8 ITA (Adapt.)** Uma mola de constante elástica k e massa desprezível está suspensa verticalmente com a extremidade livre na posição 0. Prende-se nessa extremidade um corpo de massa m que é, em seguida, abandonado da posição 0, com velocidade inicial nula. A aceleração da gravidade local é g . Nesse caso determine a posição mais baixa atingida pela massa m e o período de oscilação do sistema.

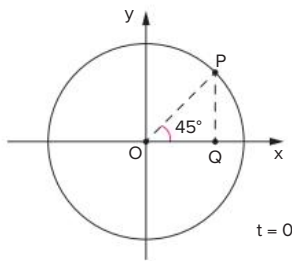


- a) Em que ponto, ou pontos, a energia cinética é igual a $\frac{7}{9}$ da energia potencial do sistema?
- b) A energia cinética pode ser superior à potencial em algum ponto? Explique sua resposta.

- 9 Vunesp** Num sistema massa-mola, conforme a figura (superfície horizontal sem atrito), onde k é a constante elástica da mola, a massa é deslocada de uma distância x_0 , passando a oscilar.

Exercícios propostos

- 1 Fuvest** Um ponto P percorre uma circunferência de raio R com velocidade angular constante ω . No instante $t=0$, o ponto se encontra na posição indicada na figura.



- a) Qual a função horária do movimento de Q, projeção de P no eixo Ox?
- b) Para que valor de x a velocidade de Q é máxima?

- 2 EsPCEx 2019** Um ponto material realiza um movimento harmônico simples (MHS) sobre um eixo Ox, sendo a função horária dada por: $x = 0,08 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \pi\right)$ para x

em metros e t em segundos. A pulsação, a fase inicial e o período do movimento são, respectivamente,

- A $\frac{\pi}{4}$ rad/s, $2 \cdot \pi$ rad, 6 s D π rad/s, $2 \cdot \pi$ rad, 6 s
 B $\frac{\pi}{4}$ rad/s, $2 \cdot \pi$ rad, 8 s E $\frac{\pi}{4}$ rad/s, π rad, 8 s
 C $\frac{\pi}{4}$ rad/s, π rad, 4 s

- 3 Uerj** Uma vibração periódica satisfaz, no Sistema Internacional, à função:

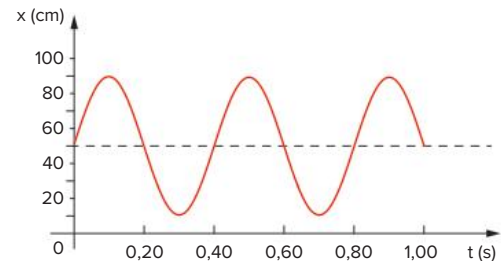
$$x = 2 \cos\left(\frac{\pi}{20} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Logo:

- A a frequência é de 20 vibrações por segundo.
 B para $t = 0$, a velocidade é nula.
 C para $t = 20$ s, a aceleração não é nula.

- D a fase inicial é de 180°
 E todas as afirmativas estão erradas

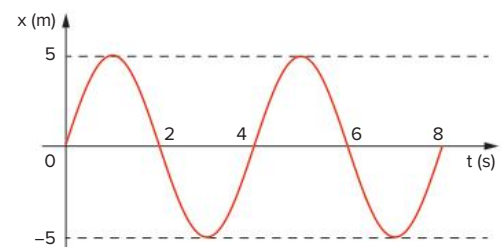
- 4 Cesgranrio** O gráfico mostra como varia com o tempo a posição de uma partícula presa à extremidade de uma mola ideal (oscilador harmônico simples).



Qual a amplitude da oscilação?

- A 10 cm D 60 cm
 B 40 cm E 90 cm
 C 50 cm

- 5 Unisinos** No gráfico do movimento harmônico simples, representado na figura, a amplitude é _____ m e a frequência é _____ Hz.



As lacunas são corretamente preenchidas, respectivamente, por:

- A 5; 0,25 D 5; 4
 B -5; 0,25 E 10; 4
 C 5; 2

- 6 Uece 2019** Em antigos relógios de parede era comum o uso de um pêndulo realizando um movimento harmônico simples. Considere que um desses pêndulos oscila de modo que vai de uma extremidade a outra em 0,5 s. Assim, a frequência de oscilação desse pêndulo é, em Hz,
A 0,5. **B** 1. **C** 2π . **D** 2.

- 7 Unisinos** Uma partícula vibra realizando um movimento harmônico simples.

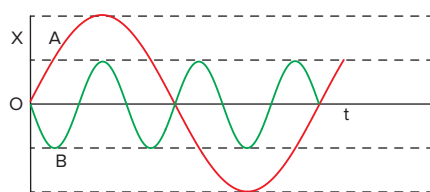
Nos extremos da trajetória, a velocidade da partícula é _____ e sua aceleração é _____. No centro da trajetória, a velocidade é _____ e a aceleração é _____. As lacunas são corretamente preenchidas, respectivamente, por:

- A** nula, máxima, nula, máxima
B máxima, nula, nula, máxima
C nula, máxima, máxima, nula
D máxima, nula, máxima, nula
E nula, máxima, mínima, máxima

- 8 EsPCEx 2018** Com relação a um ponto material que efetua um movimento harmônico simples linear, podemos afirmar que

- A** ele oscila periodicamente em torno de duas posições de equilíbrio.
B a sua energia mecânica varia ao longo do movimento.
C o seu período é diretamente proporcional à sua frequência.
D a sua energia mecânica é inversamente proporcional à amplitude.
E o período independe da amplitude de seu movimento.

- 9 Sesp** Observe os dois movimentos oscilatórios representados pelo gráfico abaixo e responda às questões a seguir.



I. A razão entre as frequências de A e de B é:

- A** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **E** 2
B $\frac{1}{3}$ **D** 3

II. A razão entre as amplitudes de A e de B é:

- A** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **E** 2
B $\frac{1}{3}$ **D** 3

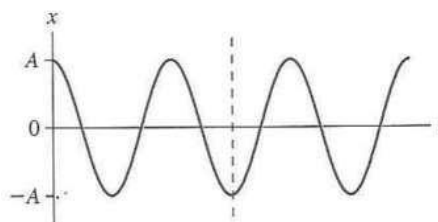
- 10 FEI** Calcular a pulsação de um movimento harmônico simples, sabendo que os valores de velocidade e aceleração são, respectivamente:

$$v_{\text{máx}} = 4 \text{ m/s} \text{ e } a_{\text{máx}} = 5 \text{ m/s}^2$$

- 11 Mackenzie** Uma partícula realiza um movimento harmônico simples, em torno de um ponto E, assumido para a origem das elongações. Podemos afirmar que o móvel está sujeito a uma força que obedece à relação (em módulo):

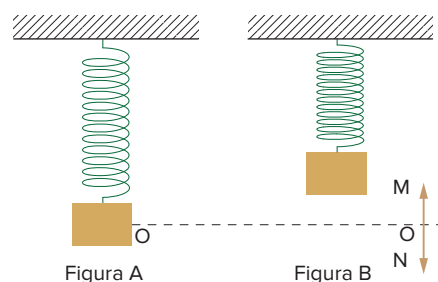
- A** $F = kx$ **D** $F = kx^2/2$
B $F = k/x$ **E** $F = k/x^2$
C $F = kx^2$

- 12 IFSul 2017** O gráfico abaixo, representa a posição de uma massa presa à extremidade de uma mola. Com base neste gráfico, afirma-se que a velocidade e a força no instante indicado pela linha tracejada são respectivamente:

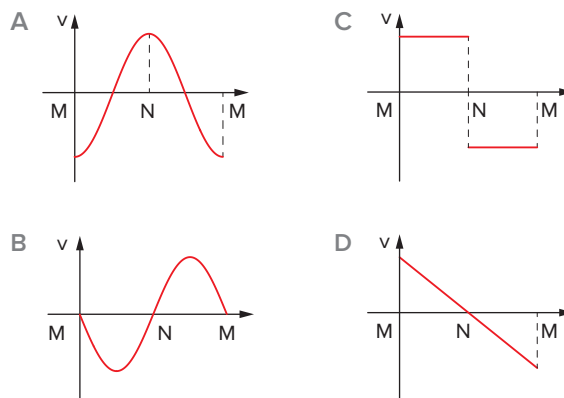


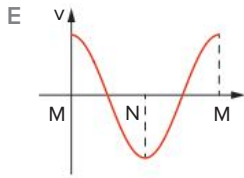
- A** positiva; a força aponta para a direita.
B negativa; a força aponta para a direita.
C nula; a força aponta para a direita.
D nula; a força aponta para a esquerda.

- 13 PUC-RS** Nas figuras, aparece um corpo denso suspenso por uma mola helicoidal elástica. Na figura A, o corpo está em repouso; e na B, oscilando em torno da posição de repouso, isto é, entre M e N.



Levando em consideração somente a força peso do corpo e a força elástica da mola, o movimento é harmônico simples. Assim, a velocidade do corpo em função da posição é mais bem representada no gráfico:

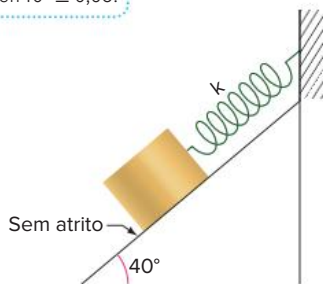




14 Um bloco pesando 14,0 N, que desliza sem atrito em um plano inclinado 40° , está conectado ao topo do plano por uma mola sem massa, com o comprimento em repouso igual a 0,450 m e constante $k = 120 \text{ N/m}$, como mostra a figura.

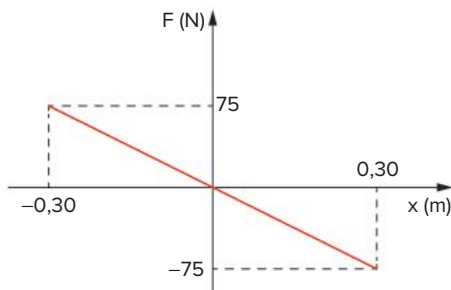
- A que distância do topo do plano inclinado o bloco para?
- Se o bloco for puxado um pouco para baixo e liberado, qual o período das oscilações resultantes?

Dado: $\sin 40^\circ \approx 0,65$.

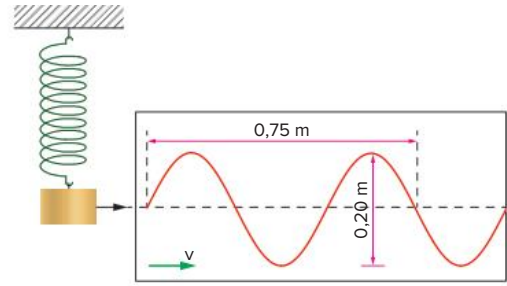


15 Um oscilador harmônico simples consiste em um bloco de massa 0,50 kg ligado a determinada mola. O bloco desliza para frente e para trás ao longo de uma linha reta, em uma superfície sem atrito, com ponto de equilíbrio em $x = 0$. Em $t = 0$, o bloco está em seu ponto de equilíbrio e se movendo na direção em que x aumenta. Um gráfico da magnitude da força resultante F no bloco, como uma função de sua posição, é mostrado na figura a seguir. Determine:

- a amplitude.
- o período do movimento harmônico simples.
- a magnitude da aceleração máxima sofrida pelo bloco.



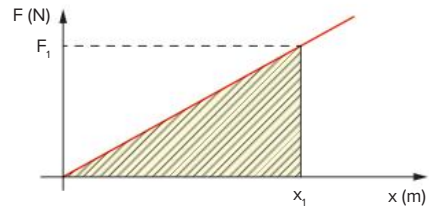
16 **Fuvest** Um corpo de massa 2 kg oscila livremente, suspenso a uma mola helicoidal de massa desprezível. As posições ocupadas pelo corpo são registradas, por meio de um estilete preso a ele, em uma fita de papel vertical que se desloca horizontalmente, com velocidade constante $v = 0,20 \text{ m/s}$.



Determine:

- a frequência e a amplitude do movimento do corpo.
- a constante elástica da mola.
- a função horária do movimento do corpo, sabendo que no instante $t = 0$ a elongação é nula e o corpo está subindo.

17 **Faap** A força elástica de uma mola é definida, relativamente à sua elongação x , pelo gráfico da figura, onde a área hachurada equivale a 0,90 Nm. Se um corpo de peso 6 N for suspenso por essa mola e o sistema posto a oscilar verticalmente, ele oscilará com um período igual ao de um pêndulo simples de comprimento 0,12 m. Calcule o valor da elongação x , indicada no gráfico.

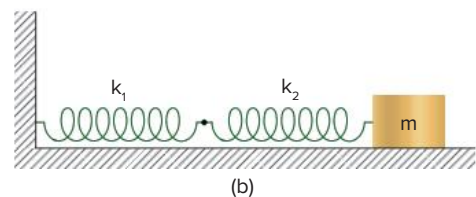
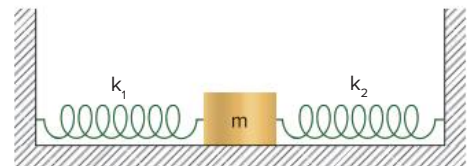


18 Mostrar que nas situações da figura a e b, o corpo osci-

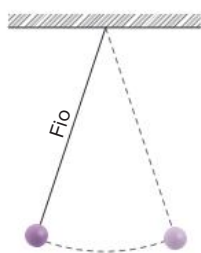
la com a frequência $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{eq}}{m}}$, onde K_{eq} é dada por

(a) $K_{eq} = K_1 + K_2$ e (b) $\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$. Sugestão: Achar a

força resultante F que atua sobre o corpo, quando houver um pequeno deslocamento das molas (Δx_1 e Δx_2 são diferentes, mas a soma é igual a Δx).



- 19 Mackenzie** O sistema da figura é conhecido por pêndulo simples. O fio de comprimento L é ideal, m é a massa suspensa e T é o período do pêndulo nessas condições.



Ao dobrarmos a massa suspensa, o período será:

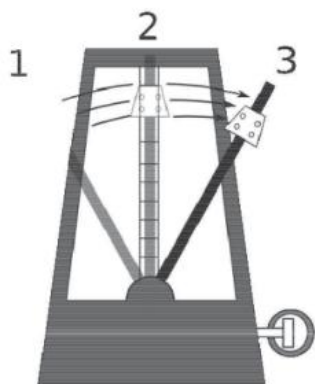
- A $4T$ C T E $\frac{T}{4}$
 B $2T$ D $\frac{T}{2}$

- 20 ITA** Dados três pêndulos simples de comprimento e massas, respectivamente, iguais a 20 cm e 1 kg, 30 cm e 2 kg, 20 cm e 8 kg, situados próximos uns dos outros, pode-se afirmar que:

- A o primeiro oscilará mais lentamente que os outros.
 B o segundo oscilará mais lentamente que os outros.
 C o terceiro oscilará mais lentamente que os outros.
 D não é possível prever qual oscilará mais lentamente.
 E n.d.a.

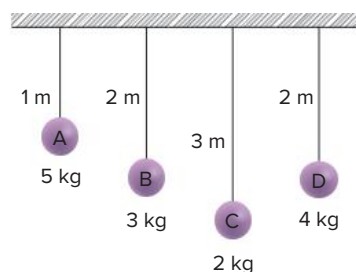
- 21 UFJF 2020** Um metrônomo é um aparelho usado para marcar o andamento musical através de pulsos sonoros. Com isso, é possível escolher, através de uma régua graduada em Hertz ou em batimentos por minuto (bpm), o passo que se quer seguir ao tocar um instrumento.

A figura abaixo mostra um metrônomo tradicional, que nada mais é do que um pêndulo invertido. As posições 1 e 3 são os extremos da oscilação e a posição 2 é a posição intermediária. Suponha que um metrônomo seja ajustado para oscilar com frequência de 120 bpm. Qual é o menor intervalo de tempo que o pêndulo do metrônomo demora para ir da posição 1 até a posição 2, mostradas na figura?



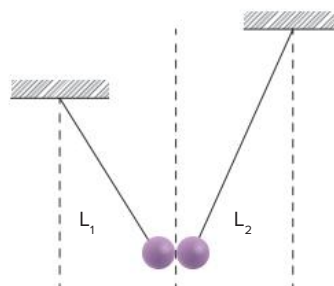
- A 1 s C $\frac{1}{4}$ s E $\frac{1}{8}$ s
 B $\frac{1}{2}$ s D 2 s

- 22 PUC-SP** Em relação aos pêndulos representados no esquema, podemos afirmar que:



- A os períodos de oscilação de B e C são iguais.
 B A é o que oscila mais vagorosamente.
 C os períodos de oscilação de B e D são iguais.
 D o período de oscilação de D é o dobro do de C.
 E o período de oscilações de A é a metade do de D.

- 23 ITA** Dois pêndulos de comprimento L_1 e L_2 , conforme a figura, oscilam de tal modo que os dois bulbos se encontram sempre que decorrem 6 períodos do pêndulo menor e 4 períodos do pêndulo maior.



A relação L_2/L_1 deve ser:

- A $\frac{9}{4}$ C 2 E $\frac{2}{3}$
 B $\frac{3}{2}$ D $\frac{4}{9}$

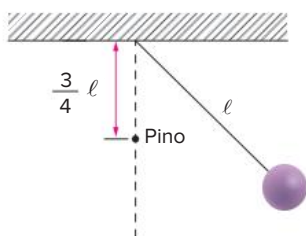
- 24 Unicamp 2019** Na opinião de Klaus R. Mecke, professor no Instituto de Física Teórica da Universidade de Stuttgart, Alemanha, o uso da linguagem da física na literatura obedeceria ao seguinte propósito: Uma função literária central da fórmula seria simbolizar a violência. A fórmula torna-se metáfora para a violência, para o cálculo desumano, para a morte e para a fria mecânica - para o golpe de força. Recorde-se também O Pêndulo de Foucault, de Umberto Eco, em que a fórmula do pêndulo caracteriza o estrangulamento de um ser humano. Passo a citar: "O período de oscilação, T , é independente da massa do corpo suspenso (igualdade de todos os homens perante Deus)...". Também aqui a fórmula constitui uma referência irônica à marginalização do sujeito, reduzido à "massa inerte" suspensa.

(Adaptado de Klaus R. Mecke, A imagem da Física na Literatura. *Gazeta de Física*, 2004, p. 6-7.)

Segundo Mecke, a função literária de algumas noções da Física, presentes em determinados romances, expressa

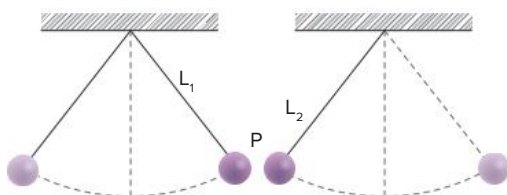
- A a falta de liberdade do sujeito nas relações sociais, mas o uso da independência do período do pêndulo simples com a massa do corpo suspenso, feito por Umberto Eco, está incorreto.
- B a revogação parcial das leis da natureza, e o uso da independência do período do pêndulo simples com a massa do corpo suspenso, feito por Umberto Eco, está correto.
- C a concordância quanto ao modo como representamos a natureza, mas o uso da independência do período do pêndulo simples com a massa do corpo suspenso, feito por Umberto Eco, está incorreto.
- D a privação da liberdade do ser humano, e o uso da independência do período do pêndulo simples com a massa do corpo suspenso, feito por Umberto Eco, está correto.

25 ITA Um pêndulo simples oscila com um período de 2,0 s. Se cravarmos um pino a uma distância $\frac{3}{4}\ell$ do ponto de suspensão e na vertical que passa por aquele ponto, como mostrado na figura, qual será o novo período do pêndulo? Desprezar os atritos. Considere ângulos pequenos tanto antes quanto depois de atingir o pino.



- A 1,5 s
- B 2,7 s
- C 3,0 s
- D 4,0 s
- E O período de oscilação não se altera.

26 ITA Dois pêndulos simples são abandonados a partir de uma posição P em que eles se tocam, como ilustra a figura.



Sabendo-se que os comprimentos dos pêndulos estão na razão $\frac{L_2}{L_1} = \frac{4}{9}$ e que os períodos são T_1 e T_2 , depois de quanto tempo t eles se tocarão novamente?

- A $t = 3T_1$
- B $t = 2T_1$
- C $t = 4T_2$
- D $t = 9T_1$
- E Eles nunca se tocarão outra vez.

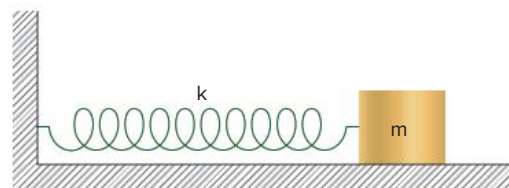
27 Fuvest Na Terra, certo pêndulo simples executa oscilações com o período de 1 s.

- a) Qual o período desse pêndulo, se posto a oscilar na Lua, onde a aceleração da gravidade é 6 vezes menor?
- b) Que aconteceria com o período desse pêndulo, à medida que fosse removido para uma região livre de ações gravitacionais?

28 UEPB A frequência de um corpo é definida como o número de vibrações completas que o corpo efetua por unidade de tempo. Suponha que um pequeno corpo, de massa 2 kg, esteja preso na extremidade de um fio de peso desprezível, cujo comprimento é 10 cm, e oscilando em um plano vertical. Adotando-se a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\pi = 3$, pode-se dizer que a frequência deste corpo em Hertz (Hz) vale:

- A 0,17
- B 1,67
- C 10
- D 30
- E 60

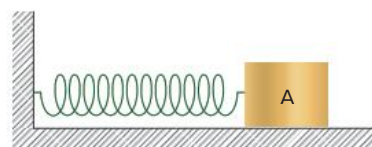
29 FEI No esquema da figura, a mola, de constante elástica k , está comprimida de uma quantidade x .



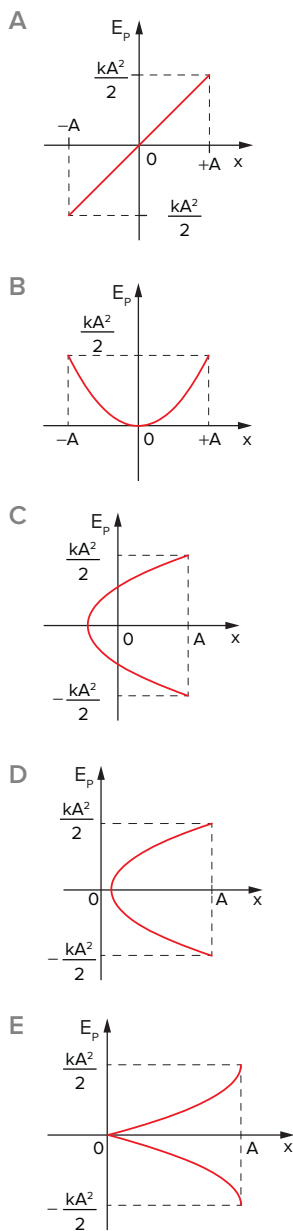
Abandonando-se o corpo de massa m , podemos afirmar que

- A o movimento do corpo será retilíneo e uniformemente variado.
- B a energia cinética do corpo é máxima quando a mola não estiver deformada.
- C a intensidade da força resultante, que age no corpo, é nula quando a mola tem máxima distensão.
- D a velocidade do corpo será máxima quando a mola possuir máxima compressão.
- E a energia potencial elástica da mola será positiva quando a mola estiver distendida, e negativa quando estiver comprimida.

30 O corpo A de massa m está preso à mola de constante elástica k e oscila horizontalmente, sem atrito, segundo uma trajetória retilínea. Quando a mola não está sendo solicitada por forças na posição $x = 0$, a energia potencial é igual a 0



Nessas condições, pode-se dizer que o gráfico da energia potencial E_p em função de x está mais bem representado por:

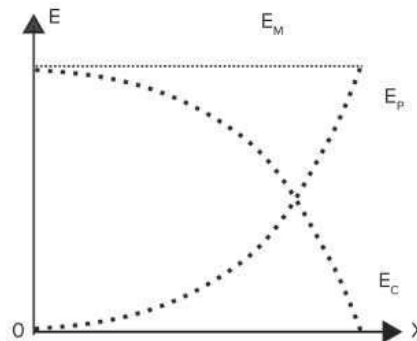


31 UEPG 2018 Um sistema massa-mola, que pode oscilar horizontalmente, é constituído por uma mola, de massa desprezível, que possui uma de suas extremidades fixa e na outra um pequeno bloco de massa igual a 100 g. O bloco, inicialmente em repouso, é deslocado horizontalmente de 5 cm em relação à posição de equilíbrio e deixado oscilar. Sabendo que o período de oscilação do sistema é $0,2\pi$ s e desprezando efeitos dissipativos, assinale o que for correto.

- 01 O período de oscilação do sistema massa-mola é independente da massa do bloco.
- 02 O módulo da aceleração máxima do bloco é 5 m/s^2 .
- 04 A constante elástica da mola é 10 N/m
- 08 Para um tempo igual a um quarto do período, o bloco está a uma distância de 1,25 cm em relação à posição de equilíbrio.
- 16 No ponto de equilíbrio, a energia cinética do bloco é máxima.

Soma:

32 UEPG 2016 Um caso particular de movimento oscilatório é chamado de Movimento Harmônico Simples (MHS), em que o corpo passa a oscilar, periodicamente, de maneira simétrica em relação ao ponto de equilíbrio. No gráfico, estão representadas a Energia Cinética (E_C), a Energia Potencial (E_p) e a Energia Mecânica (E_M) ao longo das posições de um corpo em MHS. Sobre os fenômenos envolvidos neste movimento, assinale o que for correto.



- 01 Caso, na oscilação do corpo, ocorra a ação de forças dissipativas como o atrito, parte da energia mecânica se transformará em energia térmica e o movimento deixará de ser um MHS.
- 02 Para pequenas amplitudes, o movimento do pêndulo simples é um caso particular do MHS.
- 04 Pela lei da conservação da energia, embora a energia mecânica não varie, as energias cinética e potencial sofrem variações.
- 08 Quando um corpo oscila periodicamente em linha reta, sob a ação de uma força resultante expressa pela Lei de Hooke, ele está realizando um MHS.
- 16 No ponto de amplitude máxima, a velocidade do corpo é mínima e as energias cinética e potencial são máximas.

Soma:

Oscilações forçadas e ressonância

Nos exemplos estudados anteriormente, os sistemas são considerados sempre ideais, no sentido de dissipação de energia, mantendo as amplitudes de oscilação constantes ao longo do tempo. Na prática, devido à presença de forças dissipativas, a amplitude de oscilação diminui gradativamente, até o sistema atingir o equilíbrio. As oscilações, nessas condições, são chamadas amortecidas. A energia do sistema se transfere para o meio onde ele oscila.

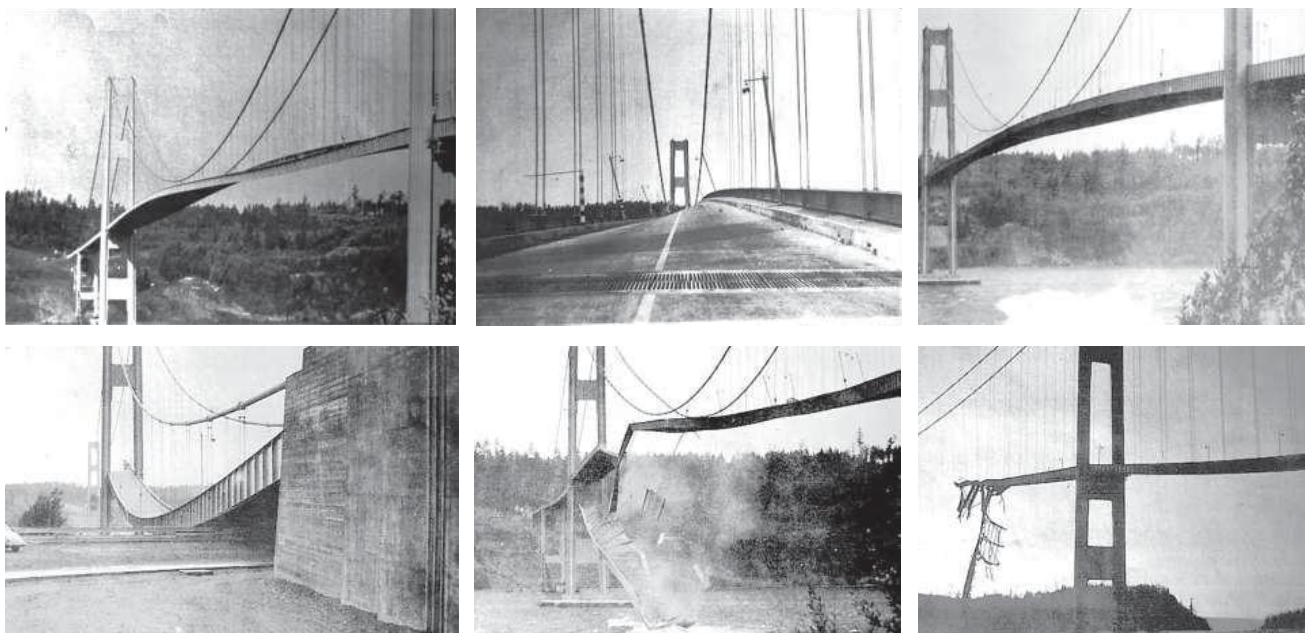
É possível manter o sistema oscilando através de um fornecimento externo e periódico de energia. Quando o fornecimento externo de energia obriga o sistema a oscilar com uma frequência diferente de sua frequência própria de vibração, dizemos que o sistema realiza **oscilações forçadas**.

Se, por outro lado, o sistema recebe energia periodicamente, com frequência igual à sua frequência própria de vibração, dizemos que o sistema entra em **ressonância**. Nessa situação, o sistema gradativamente armazena energia, passando a vibrar com amplitude crescente, a qual tende a atingir o maior valor possível.

A seguir, alguns exemplos de ressonância.

- Dando, em um balanço, empurrões periódicos, com frequência igual à frequência própria de oscilação do balanço, a amplitude das oscilações vai gradativamente crescendo.
- Uma ponte possui frequências próprias de vibração. Por isso, os soldados, ao atravessarem uma ponte, devem fazê-lo em passo não cadenciado. Isso porque a frequência do passo cadenciado pode coincidir com uma das frequências próprias de vibração da ponte, que pode entrar em ressonância. O aumento da amplitude de oscilação pode ocasionar a ruptura da ponte.

No dia primeiro de julho de 1940, a ponte Tacoma Narrows em Puget Sound, no estado de Washington, foi completada e entregue ao tráfego. Era, então, a terceira do mundo em comprimento do vão livre. Apenas quatro meses mais tarde uma ventania fez a ponte oscilar até o estrado do vão principal romper-se, soltando-se dos cabos e fragmentando-se dentro da água. O vento firme ocasionou uma força pulsante em ressonância com a frequência natural da estrutura. Isto produziu um grande aumento na amplitude até que a ponte foi destruída. Muitas outras pontes foram mais tarde reprojatadas para que se tornassem aerodinamicamente estáveis.



Colapso da ponte Tacoma Narrows.

university of washington libraries. special collections division

Do cuco ao relógio atômico óptico

Oscilações da luz em átomos de cálcio permitem subdividir o segundo em medidas de até 17 algarismos

De dentro do relógio saía o cuco, mas faz muito tempo. O passarinho que chamava a atenção para as horas virou apenas um personagem simpático da fascinante história dos relógios, história que vem do início das navegações, quando o pêndulo, de movimentos regulares em terra, ficava instável ao balanço do mar e deixava perdidos os aventureiros, sem que soubessem a quanto se encontravam do porto de partida.

Longitude, aliás, é um livro sobre John Harrison, nascido em 1693 e falecido em 1776. Ele resolveu um dos principais problemas do século 18, construindo um relógio que permitiu a determinação precisa da longitude dos barcos, evitando muitos naufrágios. A latitude não preocupava, pois era obtida por meio das estrelas.

Se fosse a intenção, o professor Flávio Caldas da Cruz poderia assegurar a validade dessa entrevista abordando somente os fatos pitorescos por trás da evolução do relógio e descrevendo as faces do tempo. Mas, como integrante do Grupo de Lasers e Aplicações, do Departamento de Eletrônica Quântica do Instituto de Física Gleb Wataghin (IFGW) da Unicamp, Cruz está à frente de uma pesquisa que deixa o pêndulo, sem exageros, a séculos-luz de distância.

O objeto da pesquisa é um relógio óptico baseado em átomos de cálcio. Até o final do próximo ano ele deverá permitir medições que, para leigos (mesmo os afeitos aos milésimos de segundo), soam fantásticas: “Algo como 1 parte em 10 elevado a 17”, diz Flávio Cruz, calculando esta potência para o leitor em 17 algarismos ou 100 quatrilhões de partes de segundo.

Os relógios ópticos terão forte impacto na área tecnológica. Dentre muitas, o professor cita três exemplos de aplicações: na navegação aérea e marítima, que hoje dependente de sinais de satélites para determinar a posição de aeronaves e embarcações; nas telecomunicações ópticas, onde a taxa de transferência de dados é altíssima, exigindo equipamentos precisos para direcionamento de fluxos e sincronização de redes; e no gerenciamento da energia elétrica, onde relógios atômicos já são utilizados para medir oscilações e detectar falhas na transmissão de uma estação a outra

“Pode ser também que se mexa em teorias fundamentais da física. O relógio óptico permitiria, por exemplo, medir possíveis variações no que chamamos de constante de estrutura fina, que é uma combinação de outras constantes: a carga do elétron, a velocidade da luz e a constante de Planck. Sendo constantes, elas não poderiam variar. Mas existe a suspeita, surgida a partir de observação astronômica há dois anos, que essa constante de estrutura fina esteja variando com o tempo”, diz o pesquisador.

Marcando o tempo – Uma melhor compreensão do funcionamento do relógio atômico óptico pede um histórico adicional. No início do século 20, surgiu o relógio de quartzo. Se, no cuco da parede, o objeto que oscilava em movimentos regulares era o pêndulo, o oscilador passou a ser o cristal de quartzo: submetido a uma voltagem (tensão), o cristal oscila com uma frequência bem-definida. Contando-se o número de oscilações, marca-se o tempo. Ainda assim, a medida continuou sendo astronômica, tanto que os observatórios respondiam pela medição oficial.

Na década de 1950, teve início o domínio do relógio atômico. Constatou-se que os átomos ou moléculas podem absorver luz ou outra radiação e que essa radiação também é bastante regular, podendo-se usá-la para medir o tempo de forma muito mais precisa que o método astronômico. Mesmo porque já se sabia que a rotação da Terra não era tão estável, que havia certa desaceleração exigindo uma correção de um segundo de tempos em tempos.

Dentro deste relógio existe um átomo, excitado por um oscilador. Um mecanismo de correção faz com que a frequência do oscilador esteja sempre em ressonância com a frequência do átomo. Um dispositivo contador registra o número de oscilações, ou seja: um segundo é o período em que ocorrem tantas oscilações. Essa técnica evoluiu a ponto de mudar a definição do segundo, que se baseia hoje numa transição específica do átomo de césio. O oscilador, no caso, é uma fonte de micro-ondas (eletrônica), e a transição do césio é imutável, igual em qualquer parte do planeta.

A grandeza da luz – A pesquisa desenvolvida pelo grupo de Flávio Cruz na Unicamp ainda utiliza átomos, mas não os de césio ou de rubídio (cujos relógios, embora caros, são difundidos até comercialmente). “Substituímos por átomos de cálcio, que estão absorvendo a luz. No caso do césio, a oscilação se dá em micro-ondas (do tipo de antenas), que a gente não vê e cuja precisão é limitada. Na transição óptica, as oscilações, por se tratarem de luz, são muito mais rápidas, de centenas de trilhões por segundo. Conseguimos, então, subdividir o tempo em intervalos bem menores, garantindo maior precisão que a dos relógios atômicos atuais”, explica o professor.

Não precisamos de tamanha precisão no nosso dia a dia, admite Flávio Cruz. “Mas importa bem menos o fato de se tratar de um relógio que marca o tempo, e muito mais o fato de possuir um oscilador extremamente estável que atende a muitas necessidades da física e engenharia. Mesmo baseado em um *laser*, um relógio atômico óptico fornece também sinais na faixa de micro-ondas, mas com estabilidades mil vezes maiores do que a micro-onda gerada em um relógio de césio, por exemplo”, observa. E acrescenta: “Aí está a grande vantagem: uma enorme economia do tempo necessário para atingir uma determinada precisão numa medida. Por exemplo, a variação da constante de estrutura fina poderia ser detectada em semanas ou dias com um relógio óptico, em vez de anos com o uso da tecnologia atual”.

O relógio óptico em desenvolvimento na Unicamp, além de ser um padrão de tempo e frequência, também será um padrão de comprimento para a medição de objetos ou distâncias. Há muito que se aboliu a régua de platina para reproduzir o “metro”, as definições modernas utilizam *lasers*. Apenas dois outros grupos no mundo estão trabalhando com o relógio atômico óptico de cálcio: no NIST (*National Institute of Standards and Technology*), dos Estados Unidos, e no Instituto de Metrologia da Alemanha, ambos em cooperação estreita com os pesquisadores do IFGW.

A hora incerta

O professor Flávio Cruz, do IFGW, prevê que os relógios ópticos em desenvolvimento nos dois últimos anos, ao mesmo tempo em que permitirão a verificação de grandezas com uma precisão antes inimaginável, também significarão um intrigante problema. “Eles são tão precisos que vai ficar muito difícil sincronizar um com o outro. Uma diferença de 10 centímetros de altura causará diferença nas taxas”, explica.

O pesquisador da Unicamp lembra a Teoria da Relatividade, de Einstein, que aponta dois aspectos que afetam a passagem do tempo: o movimento e a gravidade. Se um relógio se mover mais rápido que o outro, ou se estiver sob campo gravitacional maior, o tempo correrá mais devagar. “Existe uma diferença na passagem de tempo aqui na sala, onde estamos conversando, e em cima de um morro, por causa da variação de altitude”, ilustra.

Não teríamos, então, um relógio que marque a hora certa?. “Um relógio para a finalidade que a grande maioria das pessoas precisa, sem dúvida que sim. Mas se o grau de exigência chegar à precisão dos relógios ópticos, vai ser complicado definir a hora correta”, responde Flávio Cruz, ressaltando que está se falando no nível do fantástico.

Luiz Sugimoto, *Jornal da Unicamp* - 196 - ANO XVII - 28 out. a 3 nov. 2002.

Resumindo

Um movimento periódico é aquele que se repete, de forma idêntica, em intervalos de tempo iguais e sucessivos. O menor intervalo de tempo no qual o movimento se repete é chamado **período**. O número de repetições do movimento em uma unidade de tempo define a **frequência**.

$$f = \frac{1}{T} \text{ e } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Um movimento periódico que tem seu sentido invertido regularmente é chamado **movimento oscilatório**.

Muitas das oscilações encontradas na natureza podem ser modeladas pelo **movimento harmônico simples (MHS)**. Um corpo em MHS ao longo de um eixo x tem sua posição em função do tempo dada pela equação:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

A é a amplitude do movimento

ω é a frequência angular ou pulsação

φ_0 é a fase inicial

$(\omega t + \varphi_0)$ é a fase do movimento

A **equação da velocidade** é dada por:

$$v(t) = -\omega A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$-1 \leq \sin(\omega t + \varphi_0) \leq 1 \Rightarrow \frac{3\pi}{2} \leq (\omega t + \varphi_0) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \omega A \leq v \leq \omega A$$

Para um corpo em MHS a velocidade em módulo é máxima quando o corpo passa pela posição de equilíbrio.

$$v_{\text{máx}} = \omega A$$

A velocidade de um ponto material que descreve um MHS em função da elongação é dada pela **equação de Torricelli**.

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

A **equação da aceleração** é dada por:

$$a(t) = -\omega^2 A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow a = -\omega^2 x$$

Análise gráfica

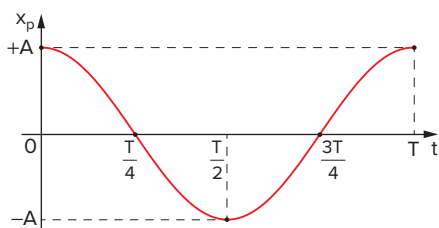
Para $\varphi_0 = 0$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$

I. Elongação

$$x_p = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
x_p	A	0	-A	0	A

$$x_p = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}\right) \cdot t$$

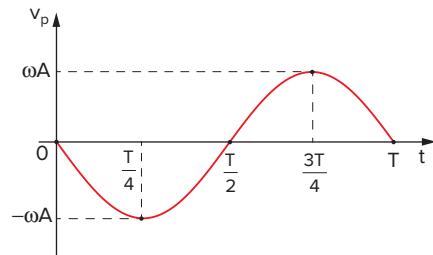


II Velocidade

$$v_p = -\omega A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
v_p	0	$-\omega A$	0	ωA	0

$$v_p = -\omega A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}\right) \cdot t$$

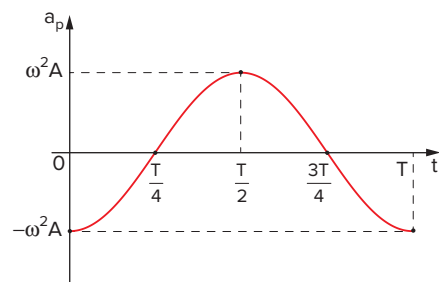


III. Aceleração

$$a_p = -\omega^2 A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
a_p	$-\omega^2 A$	0	$\omega^2 A$	0	$-\omega^2 A$

$$a_p = -\omega^2 A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}\right) \cdot t$$



No MHS a força está sempre tentando restabelecer o equilíbrio; é restauradora.

$$\vec{F} = -K \cdot \vec{x}$$

Em um **sistema massa-mola** o período é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Um **pêndulo simples** em um ambiente sem resistência do ar realiza um movimento oscilatório cujo período independe da massa pendular. Para pequenas amplitudes de oscilação o movimento do pêndulo simples pode ser aproximado do MHS

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

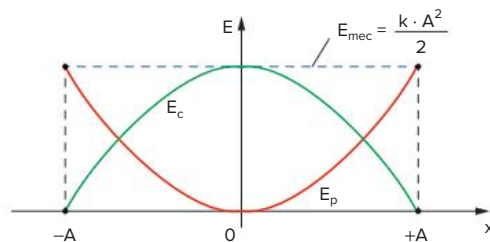
Um corpo realizando um MHS tem **energias cinética e potencial** dadas por:

$$E_p = \frac{kA^2}{2}$$

$$E_c = \frac{kA^2}{2}$$

Em um sistema ideal, a **energia mecânica** do MHS é constante.

$$E_{mec} = \frac{kA^2}{2}$$



Quer saber mais?



Site

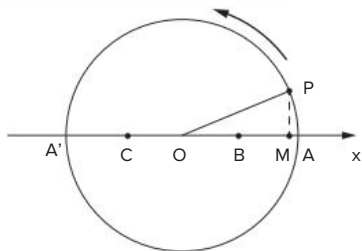
- Movimento periódico – Pêndulo simples.

Disponível em: <www.ideiasna caixa.com/laboratoriovirtual/pendulo.html>.

Exercícios complementares

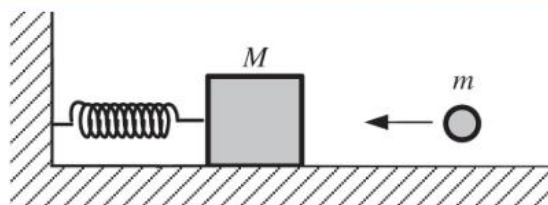
- 1 Unicamp** Enquanto o ponto P se move sobre uma circunferência, em movimento circular uniforme com velocidade angular $\omega = 2\pi$ rad/s, o ponto M (projeção de P sobre o eixo x) executa um movimento harmônico simples entre os pontos A e A':

► **Dados:** B e C são os pontos médios de \overline{OA} e $\overline{OA'}$, respectivamente.



- Qual é a frequência do MHS executado por M?
- Determine o tempo necessário para o ponto M deslocar-se do ponto B ao ponto C.

- 2 IME 2020** Um sistema mecânico, composto por um corpo de massa M conectado a uma mola, está inicialmente em equilíbrio mecânico e em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, conforme mostra a figura. Um projétil esférico de massa m é disparado na direção horizontal contra a massa M, provocando um choque perfeitamente inelástico que inicia uma oscilação no sistema.



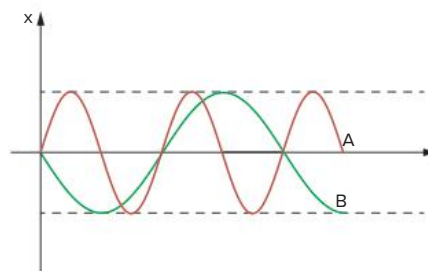
► **Dados:**

- $M = 10$ kg;
- $m = 2$ kg;
- amplitude de oscilação do sistema = 0,4 m; e
- frequência angular = 2 rad/s

A velocidade do projétil antes do choque entre as massas M e m, em m/s, é

- A 0,8 B 1,6 C 2,4 D 4,8 E 9,6

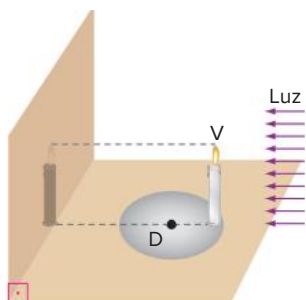
- 3 Fuvest** Dois corpos, A e B, descrevem movimentos periódicos. Os gráficos de suas posições x em função do tempo estão indicados na figura a seguir.



Podemos afirmar que o movimento de A tem:

- A menor frequência e mesma amplitude.
- B maior frequência e mesma amplitude.
- C mesma frequência e maior amplitude.
 vela de diâmetro desprezível colocada perpendicularmente num ponto periférico do disco.
- D menor frequência e menor amplitude.
- E maior frequência e maior amplitude.

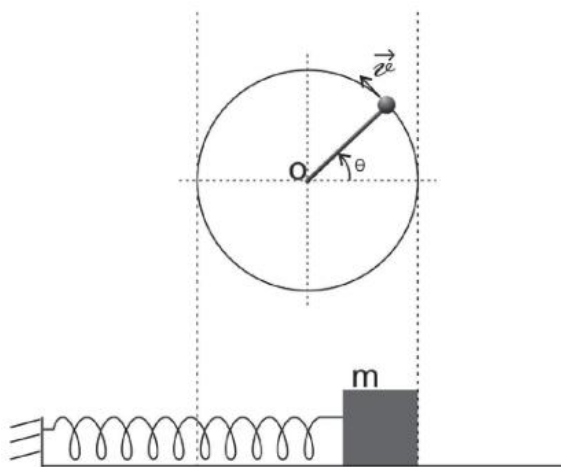
- 4 Mackenzie** Na figura abaixo, D é um disco de 0,30 m de diâmetro, que executa um MCU de 0,55 Hz. V é



A sombra dessa vela, projetada na parede, devido à incidência de um feixe de luz paralelo, apresenta uma velocidade:

- A constante, igual a 0,52 m/s.
- B constante, igual a 1,30 m/s.
- C constante, igual a 5,2 m/s.
- D máxima, igual a 0,52 m/s.
- E máxima, igual a 1,03 m/s.

- 5 UEL 2019** Considere a composição formada pelos dois sistemas mecânicos, na figura a seguir.



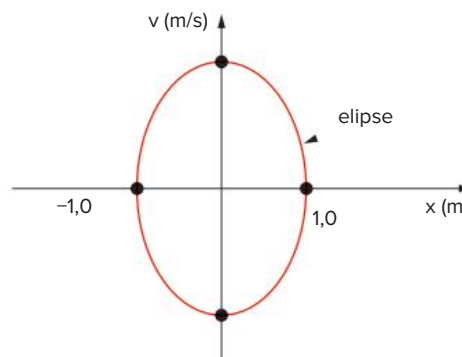
Na parte superior, a haste rígida fixa no centro (ponto O) executa um movimento circular uniforme. Na parte de baixo, uma massa m executa um movimento harmônico simples ao longo da superfície horizontal sem atrito, sob ação de uma mola de constante elástica k . A amplitude do deslocamento da massa ao longo da superfície horizontal é exatamente igual ao diâmetro da trajetória circular desenvolvida pela haste.

A partir dessas informações, responda aos itens a seguir.

- a) Deseja se sincronizar o movimento circular da haste com o movimento periódico do sistema massa-mola. A constante da mola vale $k = 100 \text{ N/m}$ e a massa é de 4 kg. Se o comprimento da haste é de 20 cm, determine o valor do módulo da velocidade linear (v) imposta à esfera para que os dois movimentos estejam sincronizados. Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.
- b) Deseja-se sincronizar o movimento periódico do sistema massa-mola com o movimento circular da haste. Se o período de rotação é $T = 0,62 \text{ s}$ e a constante da mola é $k = 100 \text{ N/m}$, determine o valor da massa para que os dois movimentos estejam sincronizados. Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.

- 6** A velocidade escalar v de uma partícula varia em função de sua abscissa x , de acordo com o gráfico a seguir.

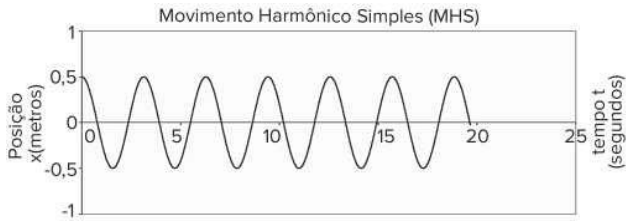
Lembre-se: $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1$



A velocidade da partícula tem módulo igual à metade da velocidade máxima nos pontos de abscissa:

- A $-0,50 \text{ m}$ e $+0,50 \text{ m}$
- B $-0,25 \text{ m}$ e $+0,25 \text{ m}$
- C $-\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ m}$ e $+\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ m}$
- D $+\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}$ e $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}$
- E $-0,75 \text{ m}$ e $+0,75 \text{ m}$

- 7 IFSul 2018** Um sistema massa-mola horizontal é composto por um bloco de massa 0,5 kg, realizando um movimento harmônico simples ao longo de um eixo Ox, preso à extremidade de uma mola ideal de constante elástica 2 N/m. O comportamento da posição x da partícula, em função do tempo t , é representado pelo gráfico ilustrado na figura a seguir.



A posição ocupada por essa partícula no instante 10 s é de, aproximadamente,

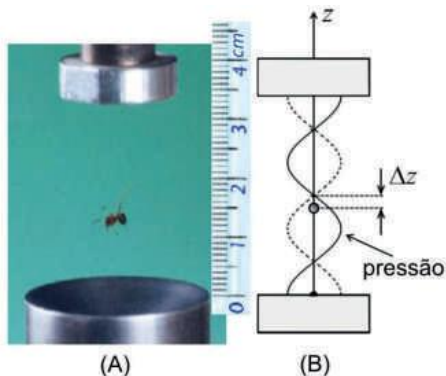
- A $x = 0,00\text{m}$ C $x = 0,47\text{m}$
 B $x = 0,20\text{m}$ D $x = 0,50\text{m}$

8 Unicamp A força que atua sobre um corpo de massa m , preso a uma mola de constante elástica k , é dada por $F = -kx$, onde x é a abscissa do corpo em relação ao ponto de equilíbrio da mola. A relação entre a aceleração desse corpo e a sua abscissa é $a = -\omega^2 x$, sendo ω a frequência angular associada ao movimento que o corpo realiza. Deduza, a partir dessas duas expressões, a fórmula do período das oscilações que o corpo realiza em função de m e k .

9 UnB Considere duas molas, 1 e 2, de constantes k_1 e k_2 , sendo k_1 maior do que k_2 . Nas extremidades das molas, estão presas massas iguais. Quando postas em oscilação, a razão entre os seus períodos será:

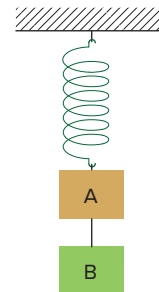
- A $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$ D $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{1}{k_1 k_2}}$
 B $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$ E diferente das anteriores.
 C $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{k_1 k_2}$

10 Unicamp 2019 A levitação acústica consiste no emprego de ondas acústicas para exercer força sobre objetos e com isso mantê-los suspensos no ar, como a formiga representada na figura A, ou movimentá-los de forma controlada. Uma das técnicas utilizadas baseia-se na formação de ondas acústicas estacionárias entre duas placas, como ilustra a figura B, que mostra a amplitude da pressão em função da posição vertical.

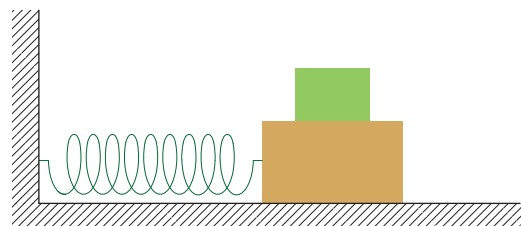


- a) As frequências de ressonância acústica entre duas placas, ou num tubo fechado nas duas extremidades, são dadas por $f_n = \frac{n \cdot v}{2 \cdot L}$ sendo L a distância entre as placas, $v = 340$ m/s a velocidade do som no ar, e n um número inteiro positivo e não nulo que designa o modo. Qual é a frequência do modo ilustrado na figura B?
- b) A força acústica aplicada numa pequena esfera aponta sempre na direção z e no sentido do nó de pressão mais próximo. Nas proximidades de cada nó, a força acústica pode ser aproximada por $F_{ac} = k \cdot \Delta z$, sendo k uma constante e o nó $\Delta z = z - z_{nó}$. Ou seja, a força aponta para cima (Δz negativo), e vice-versa. Se $k = 6,0 \cdot 10^{-2}$ N/m e uma esfera de massa $m = 1,5 \cdot 10^{-6}$ kg é solta a partir do repouso na posição de um nó, qual será a menor distância percorrida pela esfera até que ela volte a ficar instantaneamente em repouso? Despreze o atrito viscoso da esfera com o ar.

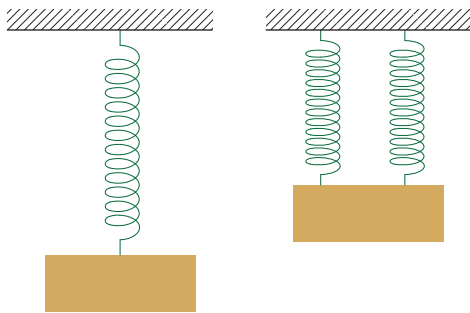
11 Dois blocos idênticos, A e B, são ligados por um fio e o bloco A é preso à extremidade livre de uma mola vertical. O sistema se encontra em equilíbrio. Em certo instante, o fio que liga A e B rompe-se e o bloco A passa a realizar um MHS de amplitude 10 cm. Sendo $g = 10$ m/s², determine o período de oscilação do corpo A.



12 Dois blocos ($m = 1,0$ kg e $M = 10$ kg) e uma única mola ($k = 200$ N/m) estão colocados em uma superfície horizontal sem atrito, como ilustra a figura. O coeficiente de atrito estático entre os dois blocos é 0,40. Qual a máxima amplitude possível do movimento harmônico simples, se não houver deslizamento entre os blocos?

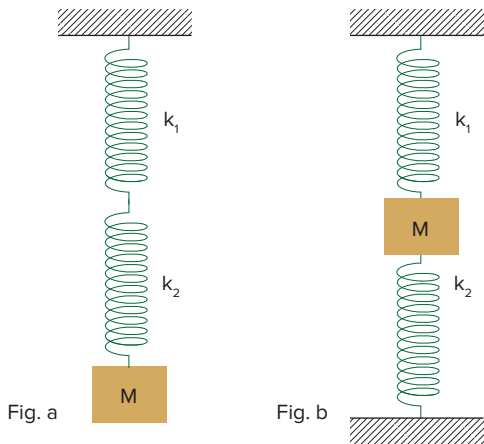


- 13 Cesgranrio** Um corpo suspenso a uma mola helicoidal alonga-se 12 cm. Corta-se a mola no meio e suspen-se o corpo ao conjunto das duas metades.



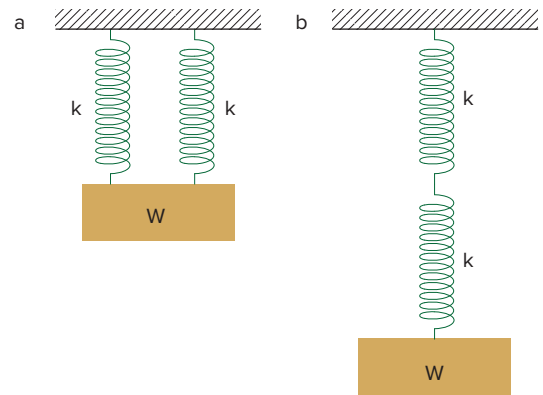
Cada uma dessas duas metades acha-se alongada em:

- A 3,0 cm
 B 9,5 cm
 C 24 cm
 D 6,0 cm
 E 12 cm
- 14 ITA** Com duas molas de massa desprezível e constantes k_1 e k_2 e um corpo de massa M , monta-se o sistema indicado pela figura a e verifica-se que a massa M oscila com um período T_1 . Em seguida, monta-se o sistema indicado pela figura b e verifica-se que a massa M oscila com um período T_2 .

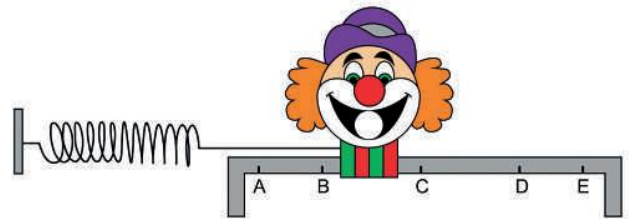


Pode se afirmar que:

- A $T_1 = T_2$, quaisquer que sejam os valores de k_1 e k_2 .
 B $T_1 = T_2$, se $k_1 = k_2$
 C $T_1 < T_2$
 D $T_1 > T_2$
 E $T_1 = 2T_2$, se $k_1 = 2k_2$
- 15 IME** Um bloco de peso W é ligado a duas molas iguais, segundo as disposições mostradas nas figuras a e b. As molas têm constante elástica k e peso desprezível. O bloco pode deslocar-se verticalmente sem atrito. Determine a relação entre as velocidades máximas que ocorrem em cada caso.

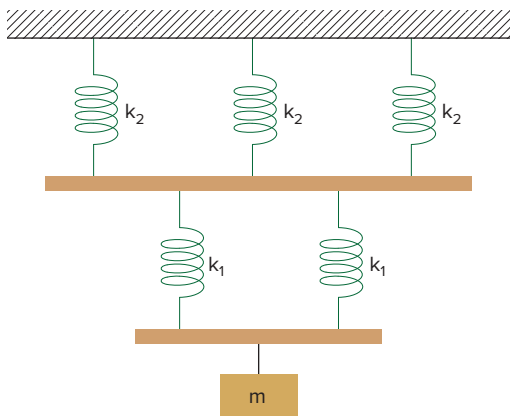


- 16 Unesp 2016** Em um parque de diversões, existe uma atração na qual o participante tenta acertar bolas de borracha na boca da figura de um palhaço que, presa a uma mola ideal, oscila em movimento harmônico simples entre os pontos extremos A e E, passando por B, C e D, de modo que em C, ponto médio do segmento AE, a mola apresenta seu comprimento natural, sem deformação.

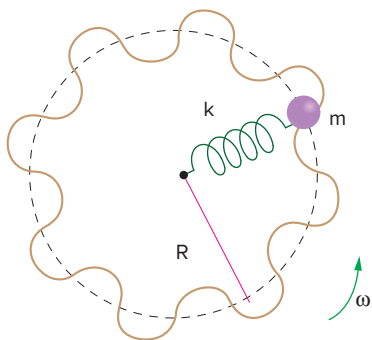


Uma pessoa, ao fazer suas tentativas, acertou a primeira bola quando a boca passou por uma posição em que o módulo de sua aceleração é máximo e acertou a segunda bola quando a boca passou por uma posição onde o módulo de sua velocidade é máximo. Dos pontos indicados na figura, essas duas bolas podem ter acertado a boca da figura do palhaço, respectivamente, nos pontos

- A A e C.
 B B e E.
 C C e D.
 D E e B.
 E B e C.
- 17** Uma mola uniforme, cujo comprimento de repouso é L , tem uma constante de força k . A mola é cortada em duas partes com comprimentos de repouso L_1 e L_2 , com $L_1 = nL_2$. Quais as correspondentes constantes de força k_1 e k_2 em termos de n e k ?
- 18 ITA** Um sistema massa-mola é constituído por molas de constantes k_1 e k_2 , respectivamente, barras de massas desprezíveis e um corpo de massa m , como mostrado na figura. Determine a frequência desse sistema.



19 ITA Considere um oscilador harmônico simples composto de uma mola de constante elástica k , tendo uma extremidade fixada e a outra acoplada a uma partícula de massa m . O oscilador gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω em torno da extremidade fixa, mantendo-se apenas na direção radial, conforme mostra a figura.



Considerando R_0 a posição de equilíbrio do oscilador para $\omega = 0$, pode-se afirmar que:

- A o movimento é harmônico simples para qualquer que seja velocidade angular ω .
- B o ponto de equilíbrio é deslocado para $R < R_0$.
- C a frequência do MHS cresce em relação ao caso de $\omega = 0$.
- D o quadrado da frequência do MHS depende linearmente do quadrado da velocidade angular.
- E se a partícula tiver carga, um campo magnético na direção do eixo de rotação só poderá aumentar a frequência do MHS.

20 Univás A aceleração da gravidade na Lua é cerca de 6 vezes menor do que na Terra. A razão entre os períodos de oscilações de um mesmo pêndulo simples, na Lua e na Terra, é cerca de:

- A 6
- B $\frac{6}{2}$
- C $\frac{2}{6}$
- D $\sqrt{6}$
- E depende do comprimento do pêndulo.

21 ITA Certo pêndulo simples, de comprimento igual a L e massa igual a m , oscila com período igual a T . Sabendo-se que o fio do pêndulo é inextensível e passa por uma pequena polia, sem atrito, podendo ser alongado ou encurtado, pode-se afirmar que:

- A encurtando-se o fio do pêndulo, o período do pêndulo aumentará;
- B alongando-se o fio do pêndulo, o período do pêndulo aumentará.
- C mantendo-se constante o comprimento do fio e aumentando-se a massa m do pêndulo, o seu período aumentará.
- D aumentando-se ou diminuindo-se o comprimento do fio, porém mantendo-se a massa m do pêndulo constante, o seu período permanecerá constante e igual ao inicial.
- E n.d.a.

22 Fuvest O pêndulo de Foucault popularizado pela famosa obra de Umberto Eco consistia de uma esfera de 28 kg, pendurada na cúpula do Panthéon de Paris por um fio de 64 m de comprimento. Sabe-se que o período T de oscilação de um pêndulo simples é relacionado com o seu comprimento e com a aceleração da gravidade g pela seguinte expressão:

(Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\sqrt{10} = \pi$)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

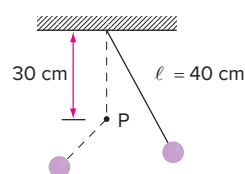
- a) Qual o período de oscilação do pêndulo de Foucault? Despreze as frações de segundos.
- b) O que aconteceria com o período desse pêndulo se dobrássemos a sua massa?

23 Unicamp Um pêndulo simples, que executa um movimento harmônico simples num ambiente escuro, é iluminado por um holofote estroboscópico.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Sendo $\ell = 0,4 \text{ m}$ o comprimento do pêndulo, calcule a frequência de suas oscilações.
- b) Qual deve ser a frequência máxima do estroboscópio para que esse pêndulo pareça estar parado na posição vertical?

24 USP Na figura abaixo, está representado um pêndulo simples de período igual a T . Colocando-se um prego (P) na posição indicada, o pêndulo, na máxima elongação para a esquerda, fica com a configuração indicada pela linha pontilhada, voltando, depois, à sua configuração inicial.



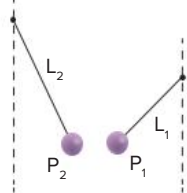
Qual é o período de oscilação desse sistema?

- A $\frac{4T}{3}$ B $\frac{3T}{2}$ C $\frac{3T}{4}$ D $\frac{2T}{3}$ E $2T$

25 ITA Dois pêndulos simples, respectivamente de massas m_1 e m_2 e comprimentos l_1 e l_2 , são simultaneamente abandonados para pôr-se em oscilação. Constata-se que a cada quatro ciclos do primeiro a situação inicial é restabelecida identicamente. Nessas condições, pode-se afirmar que necessariamente:

- A o pêndulo 2 deve oscilar mais rapidamente que o pêndulo 1
 B o pêndulo 2 deve oscilar mais lentamente que o pêndulo 1
 C $8\sqrt{l_1/l_2}$ é um número inteiro.
 D $6\sqrt{l_1/l_2}$ é um número inteiro.
 E $m_1 l_1 = 2m_2 l_2$.

26 ITA Dois pêndulos simples, P_1 e P_2 , de comprimentos L_1 e L_2 , estão indicados na figura. Determine L_2 em função de L_1 para que a situação indicada se repita a cada 5 oscilações completas de P_1 e 3 oscilações completas de P_2 .

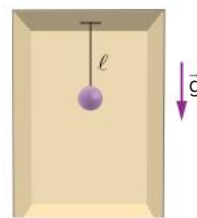


27 UEPG 2018 Um pêndulo é constituído por uma esfera de massa igual a 100 g, presa a um fio ideal, de massa desprezível, com um comprimento de 1 m. A esfera é inicialmente afastada de um pequeno ângulo até uma altura h , em relação ao ponto de equilíbrio. Considerando que devido ao atrito com o ar, a cada oscilação o valor da altura máxima atingida pela esfera é 81% da altura máxima da oscilação anterior, assinale o que for correto.

- 01 A força de atrito com o ar depende do tamanho da esfera.
 02 A cada oscilação, a amplitude do movimento de oscilação da esfera diminui.
 04 Enquanto a esfera estiver oscilando, o período de oscilação da esfera permanece inalterado.
 08 A cada oscilação, a velocidade máxima atingida pela esfera vale 90% da anterior.
 16 Considerando que a força de atrito com o ar é diretamente proporcional à velocidade da esfera, essa força terá seu valor máximo no ponto mais baixo da trajetória.

Soma:

28 Um pêndulo simples de comprimento l é preso ao teto de um elevador, como mostra a figura.



Sendo g o módulo do campo gravitacional no local, analise as afirmações a seguir.

I. Se o elevador permanecer em repouso ou mover-se de forma retilínea e uniforme, o período de oscilação do pêndulo será:

$$T = 2\pi \sqrt{l/g}$$

II. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo a dirigida para cima, o período de oscilação do pêndulo será:

$$T = 2\pi \sqrt{l/(g+a)}$$

III. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo a dirigida para baixo ($a < g$), o período de oscilação será:

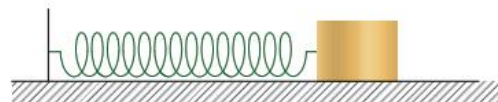
$$T = 2\pi \sqrt{l/(g-a)}$$

IV. Se o elevador estiver em queda livre, o pêndulo não oscilará.

É(são) correta(s):

- A todas.
 B apenas II e III.
 C apenas IV.
 D apenas I.
 E apenas I, II e III.

29 USP Um bloco é preso a uma mola de massa desprezível e executa movimento harmônico simples, sem atrito com o solo horizontal. A energia potencial do sistema é zero na posição de alongação nula e pode assumir valor máximo de 60 joules durante o movimento.



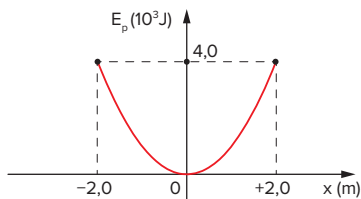
Quando a alongação é metade do valor da amplitude, a energia cinética do bloco, em joules, é:

- A 15
 B 20
 C 30
 D 40
 E 45

30 ITA Uma partícula de massa m realiza um movimento harmônico simples de amplitude A , em torno da posição de equilíbrio O . Considerando nula a energia potencial para a partícula em O , calcular a elongação para a qual a energia cinética é igual ao dobro da energia potencial.

- A $x = \pm \frac{A}{2}$
- B $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$
- C $x = \pm \frac{A}{\sqrt{3}}$
- D $x = \pm \frac{A}{3}$
- E $x = \pm \frac{A}{4}$

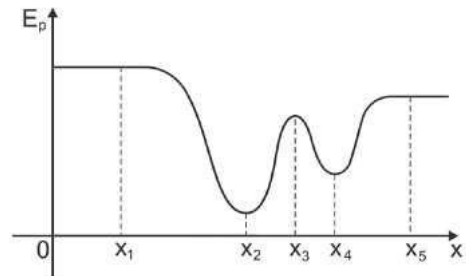
31 UFU Uma partícula oscila, ligada a uma mola leve, executando movimento harmônico simples de amplitude $2,0$ m. O diagrama seguinte representa a variação de energia potencial elástica E_p , acumulada na mola, em função da elongação da partícula (x).



Pode-se afirmar que a energia cinética da partícula no ponto de elongação $x = 1,0$ m, vale:

- A $3,0 \cdot 10^3$ J
- B $2,0 \cdot 10^3$ J
- C $1,5 \cdot 10^3$ J
- D $1,0 \cdot 10^3$ J
- E $5,0 \cdot 10^2$ J

32 AFA 2020 O gráfico da energia potencial (E_p) de uma dada partícula em função de sua posição x é apresentado na figura abaixo.



Quando a partícula é colocada com velocidade nula nas posições x_1 , x_2 , x_3 , x_4 e x_5 , esta permanece em repouso de acordo com a 1ª Lei de Newton. Considerando essas informações, caso haja uma perturbação sobre a partícula, ela poderá oscilar em movimento harmônico simples em torno das posições

- A x_1 e x_5
- B x_2 e x_3
- C x_2 e x_4
- D x_3 e x_5



Nina Spens/Shutterstock.com

FRENTE 3

CAPÍTULO

12

Ondulatória

Ondas são perturbações que se propagam em um meio, transportando energia de um ponto a outro. Quando um terremoto ocorre, com a ruptura de falhas geológicas e a consequente liberação de energia, ondas sísmicas são criadas no interior da Terra e podem se propagar até atingir a superfície do planeta. Ondas longitudinais de compressão, as chamadas ondas P, propagam-se com velocidade entre 4 e 7 km/s na crosta terrestre e podem atingir 8 km/s no manto superior. Essas mesmas ondas, no ar, propagam-se com uma velocidade de 0,34 km/s. Ondas transversais, chamadas ondas S, também propagam-se na crosta terrestre, com velocidade entre 3 e 4 km/s. Quando atingem a superfície, as ondas P e S combinam-se e passam a se propagar horizontalmente, nas chamadas ondas de superfície.

Ondas

Em nosso dia a dia, estamos rodeados de ondas com as mais diversas características.

Como exemplos de ondas a que estamos habituados a ver e a fazer uso, temos:

- ondas sonoras;
- ondas em superfícies de lagos e mares;
- ondas em cordas;
- ondas luminosas;
- ondas de TV;
- ondas de rádio (sinais enviados por telefones celulares);
- ondas de raios X.

Considere duas crianças brincando de corda, cada uma delas segurando as extremidades opostas da corda. Em um dado momento, a menina faz um movimento brusco de sobe e desce com as mãos na corda que estava esticada.



Fig. 1 Pulso se propagando em uma corda.

Esse movimento brusco produz uma perturbação que se propaga na corda. A essa perturbação damos o nome de **pulso**. Um pulso constitui uma **onda**. Se o movimento de sobe e desce for feito repetidas vezes, teremos um arranjo sequencial de pulsos, constituindo o que se chama de **trem de ondas**.

Observe que as partes constituintes da corda não são levadas pelo pulso; os pontos simplesmente sofrem a deformação e depois voltam à posição original. O que se propaga é a deformação e a energia.

Atenção

Um pulso se propaga sem arrastar o meio por onde passa.

Onda é uma perturbação (provoca variação nas grandezas físicas) que se propaga tanto em meios materiais como em imateriais (vácuo), dependendo de sua natureza. Uma onda propaga energia, e não matéria.

Propriedades das ondas

Ondas transportam energia e quantidade de movimento de um ponto a outro, sem transportar matéria entre esses pontos.

- Ondas sonoras se propagam em sólidos, líquidos e gases. *Não se propagam no vácuo.*
- Ondas luminosas se propagam em sólidos (desde que transparentes ou translúcidos), líquidos, gases e no vácuo.

Classificação das ondas

Quanto à forma ou direção de vibração

As ondas podem ser:

- longitudinais;
- transversais;
- mistas;

I. Ondas longitudinais

Um pulso de onda é dito longitudinal quando os pontos perturbados pelo pulso vibram em uma direção paralela à direção de propagação do pulso.

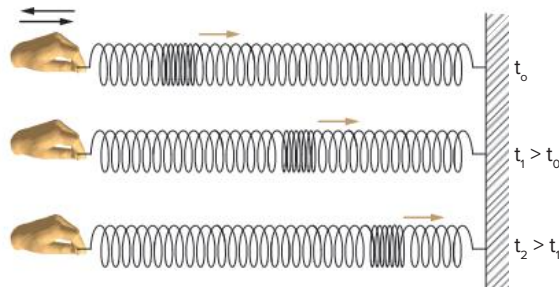


Fig. 2 Pulso longitudinal em uma mola helicoidal.

Em um pulso de onda longitudinal, a perturbação tem a mesma direção que a direção do movimento da onda.

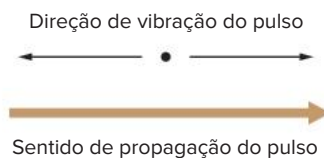


Fig. 3 Característica de uma onda longitudinal.

O som no ar, por exemplo, se propaga por ondas longitudinais, como veremos mais adiante em nosso estudo.

II. Ondas transversais

Um pulso de onda é dito transversal quando o ponto do meio atingido pelo pulso oscila em uma direção perpendicular à de propagação do pulso. Podemos conseguir isso com uma mola helicoidal, fazendo um movimento brusco de sobe e desce na sua extremidade.

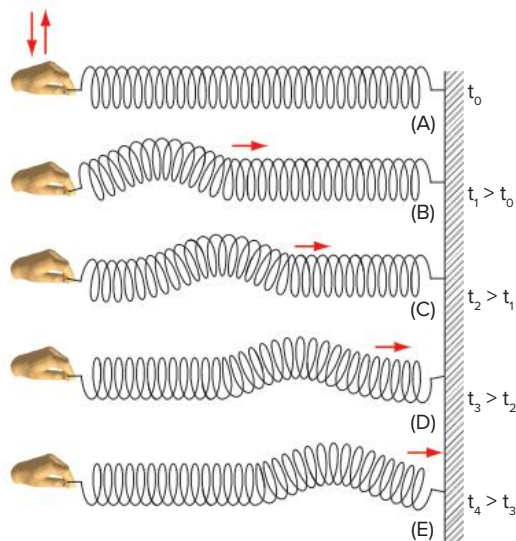


Fig. 4 Pulso transversal em uma mola helicoidal.

Em um pulso ondulatório transversal, a perturbação é perpendicular à direção do movimento da onda.

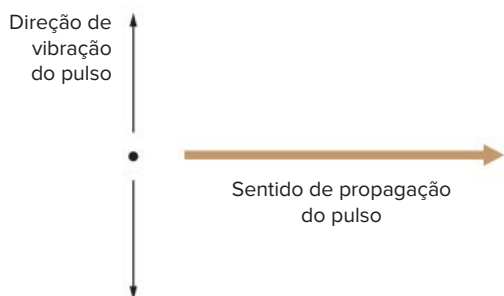


Fig. 5 Característica de uma onda transversal.

Ondas em uma corda de um instrumento musical são exemplos de ondas transversais.

III. Ondas mistas

As ondas mistas são as que apresentam vibrações transversais e longitudinais. Exemplos de ondas mistas são as ondas nas superfícies de líquidos. As partículas da água que estão na superfície descrevem trajetórias circulares que têm componentes longitudinais e transversais.

Quanto à dimensão ou direção de propagação da energia

As ondas podem ser:

- unidimensionais;
- bidimensionais;
- tridimensionais.

I. Ondas unidimensionais

Quando a energia da onda se propaga em uma só direção.

Exemplos: onda em uma corda de pipa, ondas nas cordas de um violão.



Fig. 6 Onda unidimensional.

II. Ondas bidimensionais

Quando a energia da onda se propaga em um plano. Exemplo: ondas na superfície da água.



Fig. 7 Onda bidimensional se propagando na superfície da água.

III. Ondas tridimensionais

Quando a energia da onda se propaga em três direções. Exemplo: ondas sonoras no ar.

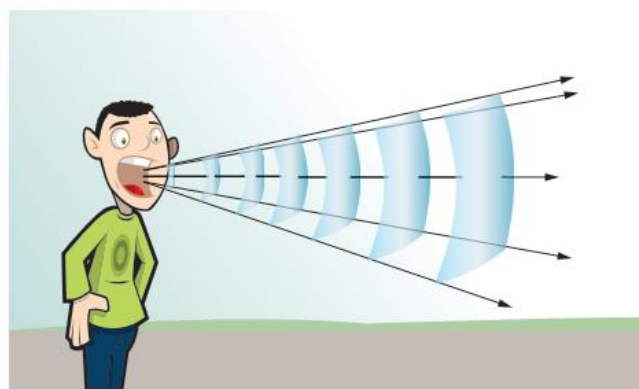


Fig. 8 Onda tridimensional.

Quanto à natureza

As ondas podem ser:

- mecânicas;
- eletromagnéticas.

I. Ondas mecânicas

Uma onda é dita mecânica quando ela é originada por uma perturbação em um meio elástico, o qual tende a restabelecer a deformação, transmitindo a perturbação pelo meio.

Exemplos: ondas em cordas, em molas, na superfície da água, ondas sonoras.

As ondas mecânicas necessitam de um meio elástico para a propagação, isso implica a não propagação de ondas mecânicas no vácuo.

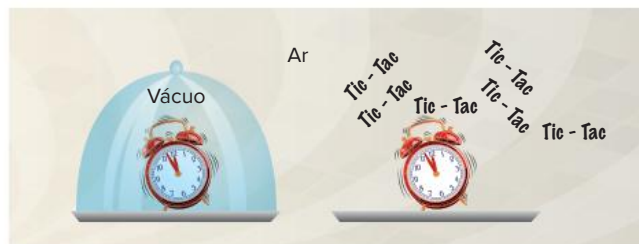


Fig. 9 Ondas mecânicas, como o som, não se propagam no vácuo.

II. Ondas eletromagnéticas

Ondas eletromagnéticas são geradas por cargas elétricas oscilantes. Uma carga elétrica acelerada emite onda eletromagnética. Como exemplo temos: ondas de rádio, TV, raios X, raios γ , radar, ondas luminosas. As ondas eletromagnéticas podem se propagar no vácuo e em meios materiais. As ondas eletromagnéticas são ondas transversais.

Em que consiste uma onda eletromagnética?

Uma onda eletromagnética é constituída por um campo elétrico e um campo magnético, ambos variáveis, perpendiculares entre si e propagando-se no espaço. Observe a figura 10.

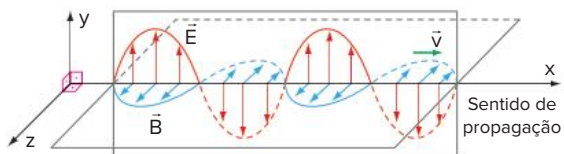


Fig. 10 Ondas eletromagnéticas.

O comportamento de \vec{E} e \vec{B} é semelhante, ambos oscilam com o mesmo período e em direções perpendiculares. Sendo \vec{v} a velocidade de propagação, os vetores \vec{v} , \vec{B} e \vec{E} devem obedecer, a cada instante, à regra da mão esquerda, sendo \vec{v} representado pelo polegar, \vec{B} pelo dedo indicador e \vec{E} pelo dedo médio.

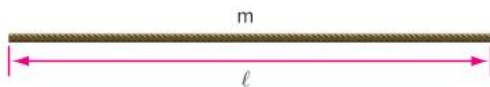
Propagação de ondas em cordas (1D)

Considere uma corda flexível e homogênea, onde são originados pulsos. Desprezando-se as perdas energéticas devido a forças dissipativas, podemos afirmar que o pulso mantém a mesma forma à medida que se propaga.

É observado que a velocidade de propagação de um pulso em uma corda é tanto maior quanto maior for a tração à qual está submetida a corda, e a velocidade é menor quanto maior a **densidade linear** da corda (μ).

Atenção

Densidade linear é a massa por unidade de comprimento (m/ℓ).



Suponha que a corda acima tenha $m = 100\text{g}$ e 1m de comprimento; logo: $\mu = \frac{100\text{g}}{1\text{m}}$ ou $\mu = \frac{0,1\text{kg}}{1\text{m}} = 0,1\text{kg/m}$.

A equação da velocidade de um pulso em uma corda flexível é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

Essa equação é conhecida por equação de Taylor, em homenagem a Brook Taylor (1685-1731).

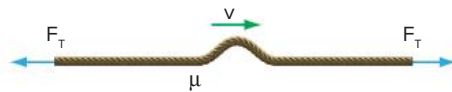


Fig. 11 Velocidade de propagação em uma corda

Onde:

v é a velocidade de propagação do pulso;

F_T é o módulo da força de tração;

μ é a densidade linear da corda (m/ℓ).

Na equação de Taylor é útil relacionar a densidade linear (μ) com a densidade (d) do material componente da corda.

Considerando uma corda de comprimento ℓ , com seção transversal A constante, temos:

$$d = \frac{m}{V}$$

Como $V = \ell \cdot A$, temos:

$$d = \frac{m}{\ell \cdot A} \Rightarrow \frac{m}{\ell} = d \cdot A \Rightarrow \mu = \frac{m}{\ell} = d \cdot A$$

Assim:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{d \cdot A}}$$

Reflexão de pulsos

Considere um pulso gerado na extremidade livre de uma corda; este se propaga em direção à outra extremidade da corda. Se a extremidade para a qual o pulso se destina estiver presa a um suporte, ocorrerá o fenômeno da reflexão, ou seja, o pulso inverterá o seu sentido de propagação, voltando com a mesma velocidade.

Nesse caso, poderá haver dois tipos de reflexão, dependendo se o suporte ao qual está presa a corda for fixo ou livre.

- I. Se o suporte for **fixo**, o pulso, chegando a ele, exercerá uma força para cima, sendo que o suporte, por sua vez, exercerá uma força igual e oposta, para baixo, sobre a corda, o que fará com que o pulso refletido seja invertido. Dizemos que ocorreu **reflexão com inversão de fase**

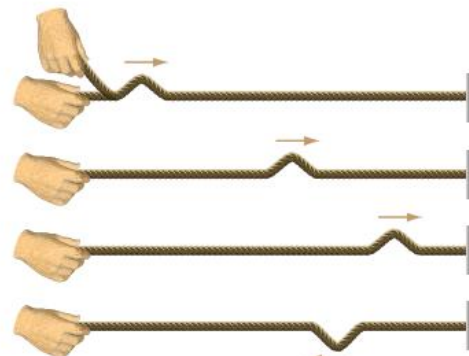


Fig. 12 Reflexão em extremidade fixa (inversão de fase).

- II. Se a extremidade da corda estiver presa a um suporte livre, quando o pulso chegar à extremidade exercerá uma força para cima na extremidade livre, a qual será acelerada para cima. Assim, quando a extremidade livre voltar à sua posição original, dará origem a um pulso com a mesma fase do pulso incidente. Ocorrerá a reflexão, porém, sem inversão de fase.

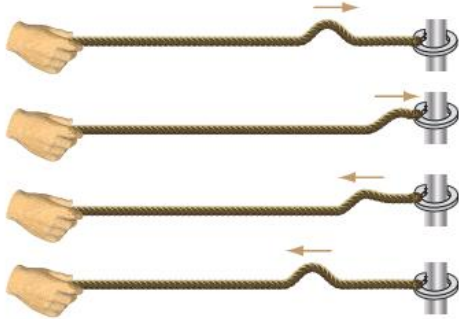


Fig. 13 Reflexão em extremidade livre (mesma fase)

Refração de pulsos

A refração de pulsos em cordas ocorre quando um pulso que se propaga em uma determinada corda passa a se propagar em outra corda com diferente densidade linear.

! Atenção

O que caracteriza a refração é a mudança no valor da velocidade de propagação do pulso refratado em relação ao pulso incidente.

Assim como em óptica geométrica, sempre que ocorrer refração ocorrerá também reflexão parcial. Observe:

1. Pulso se propaga da corda 1, de densidade linear μ_1 , para a corda 2, de densidade linear μ_2 , onde $\mu_1 < \mu_2$.

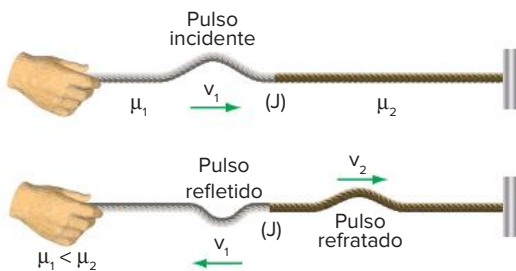


Fig. 14 Refração e reflexão da corda 1 para a corda 2 ($\mu_1 < \mu_2$).

No ponto de junção (J) das cordas 1 e 2, o pulso incidente origina o pulso refletido e o pulso refratado.

Quando o pulso vai da corda de menor densidade linear para a corda de maior densidade, o pulso refletido sofre inversão de fase, enquanto o refratado continua com a mesma fase do pulso incidente.

Como: $\mu_1 < \mu_2 \Rightarrow v_1 > v_2$

! Atenção

$$v_1 = \sqrt{\frac{F_T}{\mu_1}} > v_2 = \sqrt{\frac{F_T}{\mu_2}}$$

2. O pulso se propaga da corda 1, de densidade linear μ_1 , para a corda 2, de densidade linear μ_2 , onde $\mu_1 > \mu_2$

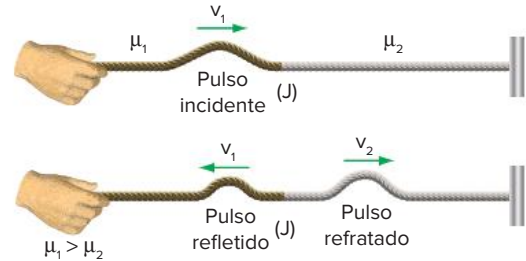


Fig. 15 Refração e reflexão da corda 1 para a corda 2 ($\mu_1 > \mu_2$).

O pulso refratado tem a mesma fase do pulso incidente. Nesse caso, o pulso refletido também terá a mesma fase do pulso incidente, pois o ponto de junção das cordas comporta-se como uma extremidade móvel.

Como: $\mu_1 > \mu_2 \Rightarrow v_1 < v_2$

! Atenção

Desprezando-se perdas energéticas, temos que a energia do pulso incidente é igual à energia do pulso refletido mais a energia do pulso refratado.

$$E_{\text{incidente}} = E_{\text{refletida}} + E_{\text{refratada}}$$

Exercício resolvido

1. Um arame de aço, com 1 m de comprimento e massa igual a 10 g, é esticado com uma força de tração de 100 N. Determine a velocidade de propagação de um pulso transversal nesse arame.

Resolução:

A densidade linear do arame vale:

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{10^{-2} \text{ kg}}{1 \text{ m}}$$

$$\mu = 1 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}$$

Como a tração no arame é $T = 100 \text{ N} = 10^2 \text{ N}$, a velocidade de propagação do pulso será:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{10^2}{1 \cdot 10^{-2}}} = \sqrt{10^4}$$

$$v = 100 \text{ m/s}$$

Resposta: 100 m/s

Revisando

- 1 **Faap** Um fio de aço é esticado por uma força de 88 N. Calcular o valor da velocidade de propagação de uma onda transversal no fio, sabendo-se que o seu comprimento é 1,5 m e sua massa 0,03 kg.

- 2 **UFF (Adapt.)** A figura representa a propagação de dois pulsos em cordas idênticas e homogêneas. A extremidade esquerda da corda, na situação I, está fixa na parede e, na situação II, está livre para deslizar, com atrito desprezível, ao longo de uma haste.

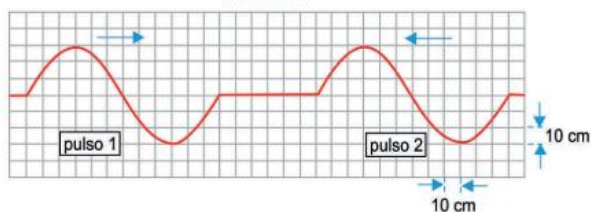


Represente os pulsos refletidos nas situações I e II

Exercícios propostos

- 1** Coloque V ou F nas sentenças abaixo.
- Onda longitudinal é aquela que possui direção de vibração na mesma direção de propagação da onda.
 - Onda transversal é aquela cuja direção de vibração é perpendicular à de propagação.
 - O som é uma onda longitudinal.
 - A propagação de uma onda sonora em um gás é longitudinal.
 - As ondas eletromagnéticas são todas transversais.
 - A luz visível é uma onda transversal.
 - Ultrassom, infrassom e ultravioleta são ondas mecânicas.
 - Ondas mecânicas podem se propagar no vácuo.
 - Ondas eletromagnéticas podem se propagar em sólidos.
 - As constantes explosões na superfície solar são detectadas pelos cientistas aqui na Terra, através da emissão de ultrassons pelas explosões.
 - O som não se propaga no vácuo.
- 2 UFMG** Uma onda de rádio é emitida por uma estação transmissora e recebida por um aparelho receptor situado a alguns quilômetros de distância. Para que ocorra a propagação da onda de rádio, entre a estação transmissora e o aparelho receptor:
- A** deve existir um meio material qualquer.
 - B** deve existir um meio material que contenha elétrons livres.
 - C** deve existir um meio material que contenha fótons.
 - D** não é necessária a presença de um meio material.
- 3 Unesp**
- I. Uma onda transporta partículas do meio pelo qual passa.
 - II. As ondas sonoras são perturbações que não podem se propagar no vácuo.
 - III. Quando uma onda mecânica periódica se propaga em um meio, as partículas do meio não são transportadas pela onda.
 - IV. Uma onda é transversal quando sua direção de propagação é perpendicular à direção de vibração.
- Das afirmações acima, são verdadeiras:
- A** somente I e II.
 - B** somente II e III.
 - C** somente III e IV.
 - D** somente II, III e IV.
 - E** todas.
- 4 UFRGS** São exemplos de ondas os raios X, os raios gama, as ondas de rádio, as ondas sonoras e as ondas de luz. Cada um desses cinco tipos de onda difere, em algum modo, dos demais. Qual das alternativas apresenta uma afirmação que diferencia corretamente o tipo de onda referido das demais ondas acima citadas?
- A** Raios X são as únicas ondas que não são visíveis.
 - B** Raios gama são as únicas ondas transversais.
 - C** Ondas de rádio são as únicas que transportam energia.
 - D** Ondas sonoras são as únicas ondas longitudinais.
 - E** Ondas de luz são as únicas ondas que se propagam no vácuo com velocidade de 300000 km/s.
- 5 UFV** Das características a seguir, assinale aquela que é peculiar aos pulsos longitudinais.
- A** As partículas oscilam na direção de propagação da onda.
 - B** As partículas oscilam perpendicularmente à propagação da onda.
 - C** As ondas podem se atravessar mutuamente sem colisão.
 - D** A altura da onda varia em função da posição da partícula.
 - E** Se duas ondas se cruzam, seus efeitos se somam.
- 6 Uece 2014** Considere uma onda transversal que se propaga em uma corda muito extensa. Sobre a velocidade de propagação dessa onda, é correto afirmar-se que
- A** permanece constante independente da tensão na corda.
 - B** decresce com o aumento da tensão na corda.
 - C** cresce com o aumento da tensão na corda.
 - D** cresce com o aumento na densidade linear da corda.
- 7 Uece 2018** No ouvido, para a chegada de informações sonoras ao cérebro, o som se propaga, de modo simplificado, por três meios consecutivos: o ar, no ouvido médio, um meio sólido (os ossos martelo, bigorna e estribo) e um meio líquido, no interior da cóclea. Ao longo desse percurso, as ondas sonoras têm
- A** mudança de frequência de um meio para o outro.
 - B** manutenção da amplitude entre os meios.
 - C** mudança de velocidade de propagação de um meio para o outro.
 - D** manutenção na forma de onda e na frequência entre os meios.
- 8 Famerp 2017** Dois pulsos transversais, 1 e 2, propagam-se por uma mesma corda elástica, em sentidos opostos, com velocidades escalares constantes e iguais, de módulos 60 cm/s. No instante $t = 0$, a corda apresenta-se com a configuração representada na figura 1.

FIGURA 1



Após a superposição desses dois pulsos, a corda se apresentará com a configuração representada na figura 2.



Considerando a superposição apenas desses dois pulsos, a configuração da corda será a representada na figura 2, pela primeira vez, no instante

- A 1,0 s C 2,0 s E 3,0 s
 B 1,5 s D 2,5 s

9 UFG As ondas eletromagnéticas foram previstas por Maxwell e comprovadas experimentalmente por Hertz (final do século XIX). Essa descoberta revolucionou o mundo moderno. Sobre as ondas eletromagnéticas são feitas as afirmações:

- I. Ondas eletromagnéticas são ondas longitudinais que se propagam no vácuo com velocidade constante $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.
- II. Variações no campo magnético produzem campos elétricos variáveis que, por sua vez, produzem campos magnéticos também dependentes do tempo e assim por diante, permitindo que energia e informações sejam transmitidas a grandes distâncias.
- III. São exemplos de ondas eletromagnéticas muito frequentes no cotidiano: ondas de rádio, sonoras, micro-ondas e raios X.

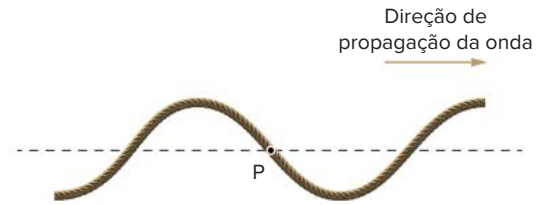
Está correto o que se afirma em:

- A I, apenas. D I e III, apenas.
 B II, apenas. E II e III, apenas.
 C I e II, apenas.

10 Unicamp A figura I representa um pulso transversal propagando-se da esquerda para a direita numa corda ideal, longa e esticada. Num dado instante t_0 , os pontos A, B e C da corda encontram-se nas posições indicadas na figura II. Quais devem ser a direção e o sentido da velocidade de cada um dos pontos A, B e C no instante t_0 ?



11 UFMG Enquanto brinca, Gabriela produz uma onda transversal em uma corda esticada. Em certo instante, parte dessa corda tem a forma mostrada na figura a seguir.



A direção de propagação da onda na corda também está indicada na figura. Assinale a alternativa em que estão representados corretamente a direção e o sentido do deslocamento do ponto P da corda, no instante mostrado

- A Direção de propagação
-
- B Direção de propagação
-
- C Direção de propagação
-
- D Direção de propagação
-

12 UFRGS 2019 Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

Na propagação de uma onda mecânica longitudinal, o meio é deslocado à direção de propagação, ao transporte de energia. Nessa propagação, transporte de matéria.

- A paralelamente – perpendicular – ocorre
 B paralelamente – paralela – ocorre
 C paralelamente – paralela – não ocorre
 D perpendicularmente – paralela – não ocorre
 E perpendicularmente – perpendicular – não ocorre

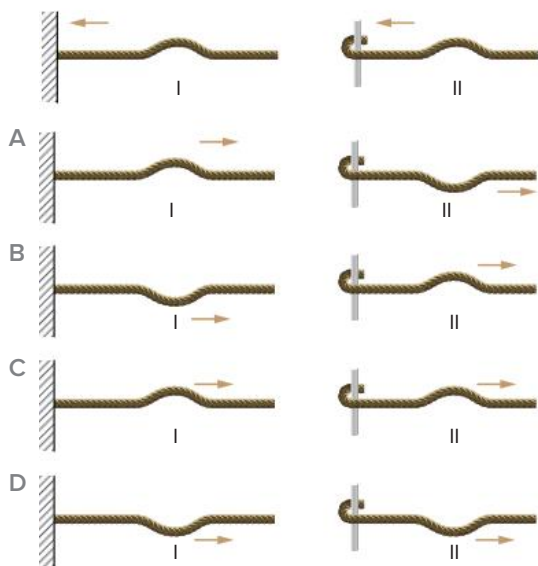
13 Unifesp A figura representa um pulso se propagando em uma corda.



Pode-se afirmar que, ao atingir a extremidade dessa corda, o pulso se reflete:

- A se a extremidade for fixa e se extingue se a extremidade for livre.
- B se a extremidade for livre e se extingue se a extremidade for fixa.
- C com inversão de fase se a extremidade for livre e com a mesma fase se a extremidade for fixa.
- D com inversão de fase se a extremidade for fixa e com a mesma fase se a extremidade for livre.
- E com mesma fase, seja a extremidade livre ou fixa.

- 14 As figuras a seguir representam dois pulsos que se propagam em duas cordas, (I) e (II). Uma das extremidades da corda (I) é presa em um suporte fixo e uma das extremidades da corda (II) é presa em um suporte livre. As formas dos pulsos refletidos em ambas as cordas são, respectivamente:

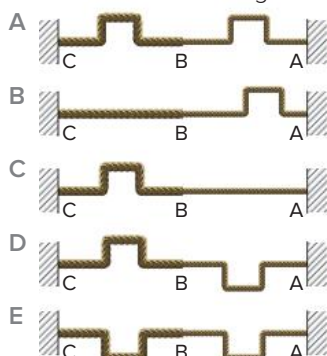


E não há reflexão na corda II.

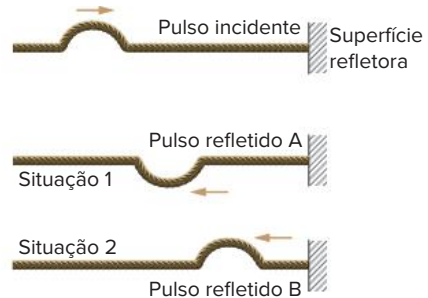
- 15 **Cescea** Uma corda é composta de dois pedaços diferentes, AB e BC, ambos do mesmo material, sendo AB mais fino que BC. Um pulso é produzido em A e dirige-se para B.



Imediatamente após atingir B, o aspecto das cordas se assemelha mais à figura:



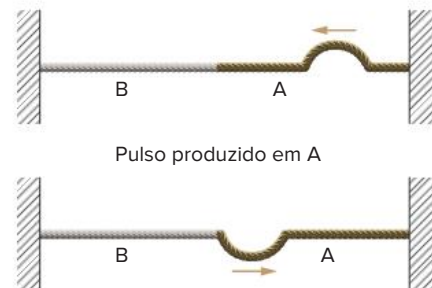
- 16 **Cescea** Um pulso, propagando-se em um meio, reflete-se em uma superfície refletora. A figura abaixo destaca duas situações possíveis dos pulsos refletidos.



Qual das afirmações é verdadeira sobre os pulsos refletidos?

- A O pulso A é possível e B não, qualquer que seja a superfície refletora.
- B O pulso A não é possível e B sim, qualquer que seja a superfície refletora.
- C Ambos são possíveis, qualquer que seja a superfície refletora.
- D Ou A ou B é possível dependendo da superfície refletora.
- E Nenhuma das afirmações anteriores.

- 17 **Fuvest** Um pulso transversal se propaga ao longo de uma corda horizontal (A) que está ligada à outra (B) por um de seus extremos. Verifica-se que quando um pulso para cima, provocado em (A), chega à junção das cordas ele é parcialmente refletido com inversão de sentido, de modo que agora o pulso que percorre (A) é para baixo. Na figura não se representa o pulso transmitido à parte (B).



Sendo v_A e v_B as velocidades dos pulsos, respectivamente, em (A) e em (B) e sendo m_A e m_B as massas por centímetro de comprimento de (A) e de (B), pode-se afirmar que:

- A $v_A > v_B$ e $m_A > m_B$
- B $v_A > v_B$ e $m_A < m_B$
- C $v_A < v_B$ e $m_A > m_B$
- D $v_A < v_B$ e $m_A < m_B$

- 18 **IFSul 2019** De acordo com a teoria ondulatória, analise as afirmações abaixo.

- I. A velocidade de onda emitida por uma fonte depende do meio de propagação.
- II. Uma onda é uma perturbação que sempre necessita de um meio material para se propagar.
- III. O som é uma onda de natureza eletromagnética.

Está(ão) correta(s) apenas a(s) afirmativa(s)

- A I.
- B II.
- C III.
- D I e III.

A dualidade onda-partícula

Apesar de contas, qual é o comportamento da luz: ela se comporta como onda ou como partícula?

Experimentos com fontes luminosas e interferência sugerem que a luz consiste de ondas, mas a teoria da partícula, postulada pela primeira vez pelos antigos filósofos atomistas gregos, não está morta.

Albert Einstein ressaltou, em 1905, que existem determinadas experiências atômicas nas quais a luz se comporta não como uma onda, mas como uma partícula. Nesses casos, ela chega em discretos feixes portadores de quantidades fixas idênticas de energia, os quais exercem pressão sobre o objeto que atingem e ocupam pequenos espaços, mais semelhantes a pingos de chuva do que a ondulações sobre a superfície de um lago.

Esse estado das coisas parece contraditório: pode-se provar que a luz se comporta como onda ou, então, como partícula. As duas faces parecem corretas. A saída para o dilema é radical: dar asas à imaginação e aceitar os dois comportamentos simultaneamente. Somente o mundo macroscópico apresenta fronteiras bem-definidas entre as ondas e as partículas. No micromundo dos átomos, a distinção não é

bem definida, de modo que ambas as descrições devem ser aplicadas ao mesmo objeto.

O inverso também se aplica: assim como a luz tem propriedades semelhantes às das partículas, os átomos, e as partículas que os compõem, apresentam comportamento semelhante ao de uma onda. Experiências realizadas com os elétrons mostraram que eles sofrem interferência exatamente como ondas. A história da Física no século XX é em grande parte a elaboração experimental e teórica dessa dualidade entre ondas e partículas.

Expressões newtonianas como “equação do movimento” e “mecânica da partícula” foram substituídas pelos físicos nucleares por expressões como “equação de onda”, “função de onda” e “mecânica ondulatória”.

A imagem das ondas provou ser um tema poderoso da física. Das ondas em mar aberto às ondulações na superfície dos lagos, ela alcança os reinos do som e da luz onde a prova é necessariamente indireta, mergulhando, então, no mundo subatômico, onde se transforma em metáfora matemática, um modelo capaz de viabilizar a constatação das previsões, mas sem o apelo e sentido imediato das ondas no mundo da experiência cotidiana.

Resumindo

- **Onda** é uma perturbação que pode se propagar tanto em meios materiais como imateriais (vácuo), dependendo de sua natureza, transportando energia e quantidade de movimento de um ponto a outro do sistema, sem transportar matéria entre esses pontos.
- **Ondas sonoras** se propagam em sólidos, líquidos e gases. Não se propagam no vácuo.
- **Ondas luminosas** se propagam em sólidos, líquidos, gases e no vácuo.

As ondas podem ser classificadas em:

Longitudinais – aquelas com sentido de vibração no mesmo sentido da propagação. Ex.: propagação do som no ar.

Transversais – ondas com sentido de vibração perpendicular ao sentido da propagação. Ex.: propagação de ondas nas cordas de um instrumento musical.

Mistas – ondas que apresentam vibrações longitudinais e transversais. Ex.: ondas nas superfícies dos líquidos.

Quanto à dimensão, as ondas podem ser **unidimensionais**, **bidimensionais** e **tridimensionais**.

Quanto à natureza, as ondas podem ser:

Mecânicas quando são originadas por uma perturbação em um meio elástico, o qual tende a restabelecer a deformação, transmitindo a perturbação pelo meio. Ex.: ondas em cordas, em molas, na superfície da água e ondas sonoras.

Eletromagnéticas ondas transversais originadas por cargas elétricas oscilantes. Podem se propagar no vácuo e em meios materiais e são constituídas por um campo elétrico e um campo magnético perpendiculares. Ex.: ondas de rádio, TV, raios X, raios γ , ondas luminosas.

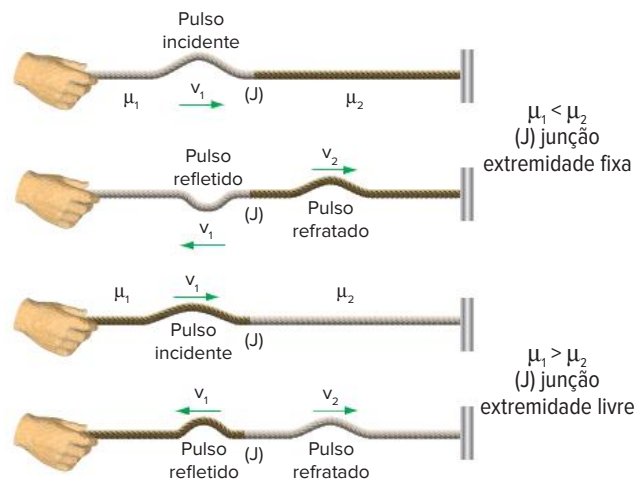
Um **pulso de onda** propagando-se em uma corda flexível, sem perda de energia, tem velocidade:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

- Reflexão de pulsos



- Refração de pulsos





Sites

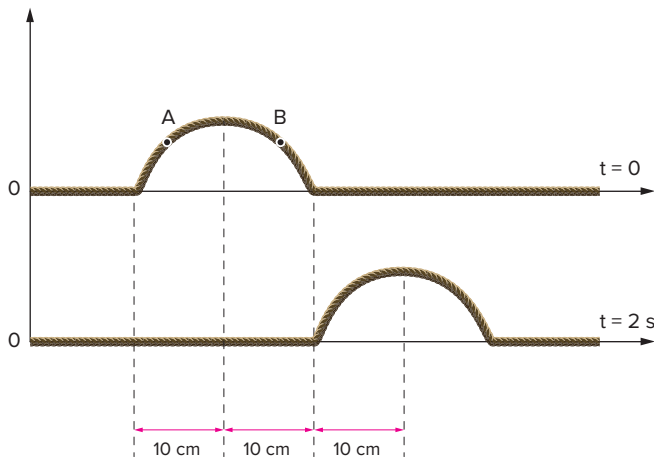
- Construindo uma onda – onda transversal.
<www.ideiasnacaixa.com/laboratoriovirtual/ondulotoriaParte01.html>.
- Ondas sísmicas.
<www.moho.iag.usp.br>.

Exercícios complementares

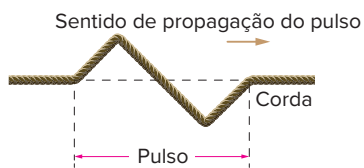
- 1 Fuvest** Qual dos seguintes tipos de onda **não** é onda eletromagnética?
- A Infravermelho.
B Radiação gama.
C Ondas luminosas.
D Ondas sonoras.
E Ondas de rádio.
- 2 UFRGS** Das afirmações que se seguem:
- I. A velocidade de propagação da luz é a mesma em todos os meios.
II. As micro-ondas usadas em telecomunicações para transportar sinais de TV e telefonia são ondas eletromagnéticas.
III. Ondas eletromagnéticas são do tipo longitudinal.
- Está(estão) correta(s):
- A apenas I
B apenas II.
C apenas I e II.
D apenas II e III.
E I, II e III.
- 3 UFC** Usando seus conhecimentos sobre ondas longitudinais e transversais, assinale a alternativa correta.
- A Ondas longitudinais são aquelas para as quais as vibrações ocorrem numa direção que é ortogonal à direção de propagação da onda.
B Ondas transversais são aquelas para as quais as oscilações coincidem com a direção da propagação.
C Ondas luminosas e ondas de rádio são exemplos de ondas longitudinais.
D Apenas ondas transversais podem ser polarizadas.
E Apenas ondas longitudinais se propagam no vácuo.
- 4 Unioeste** As ondas eletromagnéticas são oscilações dos campos elétrico e magnético e transportam energia. Considere as afirmativas a seguir.
- I. As telecomunicações nos dias atuais transferem informações através de ondas originadas em efeitos de indução eletromagnética. Tais ondas podem ser transversais ou longitudinais.
- II. Um forno de micro-ondas emprega ondas eletromagnéticas longitudinais para o cozimento de alimentos.
III. A velocidade de qualquer onda eletromagnética no vácuo tem o valor aproximado de $3,0 \cdot 10^8$ m/s.
IV. A luz solar incidente sobre a parte superior da atmosfera terrestre vale 1340 W/m^2 . Um coletor solar, com área de $0,5 \text{ km}^2$ e que fosse colocado nessa região, receberia um máximo de $6,7 \cdot 10^5 \text{ J}$ durante um intervalo de tempo de $1,0 \text{ s}$.
- Estão **incorretas** as proposições:
- A I e II.
B I e III.
C I, II e III.
D IV.
E I, II e IV.
- 5 PUC-SP** Uma partícula de um meio elástico, plano, e ao longo do qual se propaga um trem de ondas senoidais transversais de frequência constante, tem movimento:
- A retilíneo e uniforme na direção de propagação.
B retilíneo e uniforme com direção perpendicular à de propagação.
C harmônico simples com direção perpendicular à de propagação.
D harmônico simples na direção de propagação.
E harmônico simples com direção inclinada de 45° em relação à de propagação.
- 6 EEAR 2018** No estudo de ondulatória, um dos fenômenos mais abordados é a reflexão de um pulso numa corda. Quando um pulso transversal propagando se em uma corda devidamente tensionada encontra uma extremidade fixa, o pulso retorna à mesma corda, em sentido contrário e com
- A inversão de fase.
B alteração no valor da frequência.
C alteração no valor do comprimento de onda.
D alteração no valor da velocidade de propagação.

- 7 Uma corda extensível tem comprimento $\ell = 2,0$ m e massa $m = 0,050$ kg. Submetendo-se a uma força tensora de intensidade $F = 5,0$ N, seu comprimento é duplicado. Estica-se a corda entre dois pontos separados pela distância $\ell = 3,0$ m. Calcule a velocidade de propagação de um abalo transversal na corda.
- A 10 m/s C 11,5 m/s E n.d.a.
 B 1,15 m/s D 7,07 m/s

- 8 Fuvest A figura representa, nos instantes $t = 0$ e $t = 2$ s, as configurações de uma corda sob tensão constante, na qual se propaga um pulso cuja forma não varia.



- a) Qual é a velocidade de propagação do pulso?
 b) Indique, na figura, a direção e o sentido das velocidades dos pontos materiais A e B no instante $t = 0$.
- 9 Cesgranrio Um pulso com a forma representada propaga-se, no sentido indicado, ao longo de uma corda mantida sob tensão.



Qual das figuras propostas a seguir mostra corretamente os sentidos dos deslocamentos transversos (i. e., na direção perpendicular à direção de propagação do pulso) das várias vertentes do pulso?

A

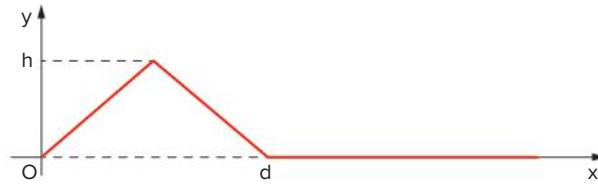
B

C

D

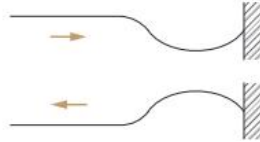
E

- 10 UFRJ Uma corda comprida e tensa está inicialmente ao longo de um eixo horizontal Ox e tem uma de suas extremidades em $x = 0$. Num dado instante, tomado como $t = 0$, uma onda transversal é gerada na corda levando-se essa extremidade para cima até uma altura h conhecida e depois trazendo-a de volta para a posição inicial. A partir desse momento, a extremidade permanece em repouso. A duração do movimento de subida da extremidade, de valor conhecido Δt , é igual à duração do movimento de descida. Por simplicidade, suponha que o movimento da extremidade, tanto na subida quanto na descida, seja realizado com velocidade vertical e de módulo constante, sendo desprezível o tempo gasto para inverter o movimento. A figura mostra a configuração da corda no instante $t = 2\Delta t$.



Calcule a velocidade do ponto da corda localizado em $x = \frac{5d}{4}$ no instante $t = 4\Delta t$, sendo d a distância indicada no gráfico.

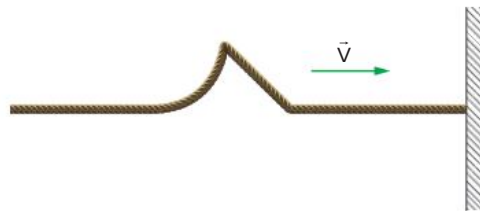
- 11 UFABC** A figura abaixo representa um pulso deslocando-se sobre uma corda cuja extremidade está fixa numa parede, em dois instantes sucessivos.



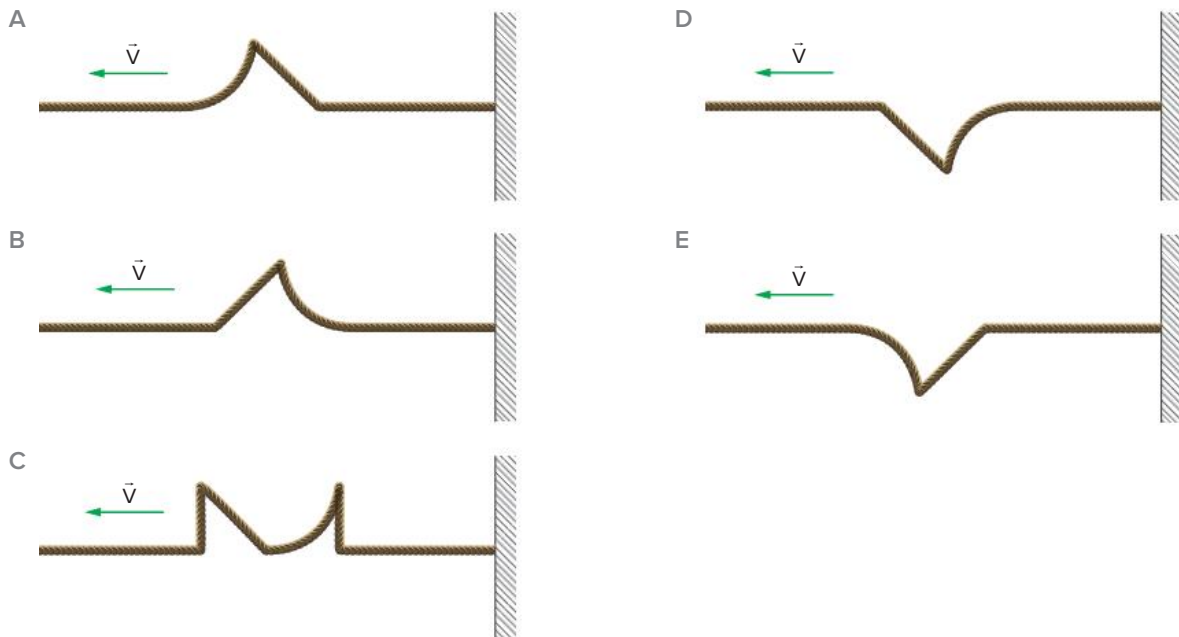
O fenômeno observado é característico da natureza ondulatória e recebe o nome de:

- A difração
- B refração
- C reflexão
- D difusão
- E n.d.a.

- 12 FGV** A figura mostra um pulso que se aproxima de uma parede rígida onde está fixada a corda.



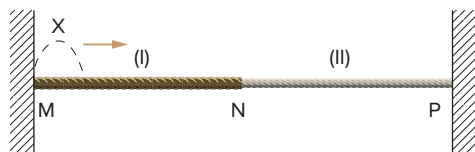
Supondo que a superfície reflita perfeitamente o pulso, deve-se esperar que no retorno, após uma reflexão, o pulso assumira a configuração indicada em:



- 13 UnB** Um pulso propagando-se numa corda encontra uma outra corda mais leve; então:
- A parte do pulso se reflete invertido e parte continua direito.
 - B parte do pulso se reflete sem se inverter e parte continua direito.
 - C o pulso será totalmente refletido, sem se inverter.
 - D o pulso se transmitirá totalmente para a corda leve.

Texto para a questão **14**.

Duas cordas, uma grossa (I), de grande densidade linear, e outra fina (II), de pequena densidade linear, estão unidas, como indica a figura. Admita que, inicialmente, uma perturbação única X propaga-se no sentido indicado na figura. Os pontos M e P são fixos.

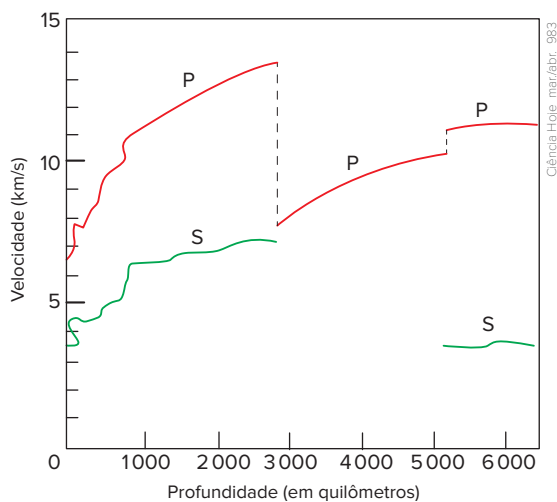


- 14** Logo após a chegada da perturbação a N, pode-se esperar que:
- I. a perturbação passa de (I) para (II) sem inversão.
 - II. a perturbação sofre uma reflexão em N, com inversão.
 - III. a perturbação que passa para (II) e a que se reflete em N e continua em (I) são ambas dirigidas para baixo.
- A Apenas a afirmação I é correta.
 - B Apenas a afirmação II é correta.
 - C Apenas a afirmação III é correta.
 - D Todas as afirmações são corretas.
 - E Todas as afirmações são falsas.

- 15 EsPCEx 2018** Com relação às ondas, são feitas as seguintes afirmações:
- I. As ondas mecânicas propagam-se somente em meios materiais.
 - II. As ondas eletromagnéticas propagam-se somente no vácuo.
 - III. As micro-ondas são ondas que se propagam somente em meios materiais.

- Das afirmações está(ão) correta(s) apenas a(s)
- A I.
 - B II.
 - C I e III.
 - D I e II.
 - E II e III.

- 16 UFCG** A figura mostra a variação da velocidade de propagação em função da profundidade para ondas mecânicas transversais (S) e longitudinais (P) através da Terra. As ondas (P) propagam-se tanto em meios sólidos quanto em líquidos, enquanto as ondas (S) só se propagam em meios sólidos. A análise da propagação dessas ondas, provocadas, por exemplo, por terremotos, contribuiu para a construção do modelo da estrutura da Terra que se adota hoje.



- A partir da análise do gráfico, pode-se afirmar, **exceto**, que:
- A as ondas P sofrem refração ao se propagarem através da Terra, por exemplo, a 3000 km.
 - B se a Terra fosse uma esfera de composição química homogênea, não haveria refração das ondas mecânicas ao se propagarem através dela.
 - C pode se considerar que existe uma região do interior da Terra que é líquida.
 - D para profundidades entre 2000 e 4000 km, pode-se afirmar que a elasticidade do meio diminuiu consideravelmente.
 - E para profundidades acima de 5000 km, a propagação de ondas (S) justifica o ligeiro aumento da velocidade de propagação das ondas (P).

Frente 1

Capítulo 9 – Força de atrito e dinâmica do movimento circular

Revisando

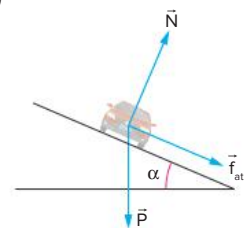
- $F_{at} = 20 \text{ N}; a = 0$
 - $F_{at} = 25 \text{ N}; a = 0$
 - $F_{at} = 15 \text{ N}; a = 3 \text{ m/s}^2$
- 100 N
 - $F_{at} = 20 \text{ N}; a = 5 \text{ m/s}^2$
 - $F_{at} = 40 \text{ N}; a = 0$
- 80 N
 - $a = 6 \text{ m/s}^2; T = 90 \text{ N}$
- 62 N, para cima.
 - 2 N, para baixo.
- $12,8 \text{ m/s}^2$, para baixo.
 - 5 s
 - 160 m
 - 128 m
 - $3,2 \text{ m/s}^2$, para baixo
 - 10 s
 - 32 m/s
- 2 m/s^2 , para baixo.
 - 48 N
- 25 N
 - $a_A = a_B = 1 \text{ m/s}^2; F_{at} = 4 \text{ N}$
 - $a_A = 2 \text{ m/s}^2; a_B = 7 \text{ m/s}^2; F_{at} = 8 \text{ N}$
- 10 m/s^2 , para baixo.
 - $7,5 \text{ m/s}^2$, para baixo.
 - 216 km/h
 - 30 m/s^2 , para cima
 - 6 m/s
- 30 kg
- 80 cm
- 9200 N
 - 7200 N
 - 5200 N
 - 6200 N
 - 8200 N
 - $2\sqrt{10} \text{ m/s}$
- $5\pi \text{ s}$
 - 2800 N
- 5 m/s^2
 - 0
 - $40\sqrt{3} \text{ N}$
 - 0
 - 8 m/s^2
 - 90 N
- $\frac{v^2}{g} \cdot \cotg\theta$
- 0,2

$$16. \sqrt{\frac{g}{\mu_e \cdot r}}$$

Exercícios propostos

- B
- D
- A
- A
- $|\vec{f}| < |\vec{f}'|$
- C
- C
- A
- A
- E
- 0,40 s
- B
- Não.
 - 26 m/s
- $1,0 \text{ m/s}^2$
 - 35 N
- C
- 5 N e 50 N
 - 9 kg
- V; V; V; V
- A
- $\frac{17}{47}$
 - $\frac{423}{340} \text{ m}$
- E
- 2,5 N
 - $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- $\frac{10}{3} \text{ kg}$
- $20\sqrt{2} \text{ N}$
 - $2 - \sqrt{3}$
- D
- B
- E
- A
- E
- A
- Nula.
 - 8 s
 - 40 N
 - $50\sqrt{17} \text{ N}$
- $3,0 \text{ m/s}^2$
 - 0,30
- $0,50 \text{ m/s}^2$
 - $4,0 \text{ m/s}^2$
- E
- B

- A
- A
- C
- E
- A
- E
- 200 N
 - 0,4 m
- B
- A
- D
- B
- 8 m/s
 - 128 N
- C
- D
- D
 - A
- 0,40 N
 - 1,4 N
- E
- C
- E
- 10 N
 - 4 rad/s
- D
- Soma: $01 + 04 + 08 + 16 = 29$
- 96 m
- D
- 0,5
- $\sqrt{53} \text{ rad/s}$
 - $\frac{7,4}{53} \text{ m}$
- 90 s
 - 7500 N
- B
- $4\sqrt{5} \text{ rad/s}$
 - $4,5\pi$ rotações
- $\text{tg}\alpha = \frac{v^2}{Rg}$



Exercícios complementares

- C
- B
- I – 1; II – 3; III – 4; IV – 2

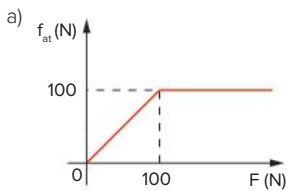
4. B
5. A
6. D
7. A
8. Soma: $04 + 08 + 16 + 64 = 92$

9. C
10. B
11. Soma: $01 + 04 + 08 = 13$

12. 50 cm
13.
a) $d = \frac{V^2}{2 \cdot \mu_e \cdot g}$

b) A distância de frenagem é inversamente proporcional ao coeficiente de atrito, e o estático (freios ABS) é maior que o dinâmico.

14. F; F; V; F; F
15.



b) $m = 50 \text{ kg}; \mu = 0,20$

16.
a) $F_A = \frac{\mu P}{\cos\theta + \mu \cdot \text{sen}\theta}$ e $F_B = \frac{\mu P}{\cos\theta - \mu \cdot \text{sen}\theta}$

b) $\mu_A = \frac{F \cdot \cos\theta}{P - F \cdot \text{sen}\theta}$ e $\mu_B = \frac{F \cdot \cos\theta}{P + F \cdot \text{sen}\theta}$

17. D

18.
a) $\frac{1}{\text{sen}\alpha} \sqrt{\frac{2h}{g}}$

b) $\frac{3}{4} \text{tg}\alpha$

19. A
20. 480 N

21. E

22. B

23.

- a) 3,0 N
b) 7 bloquinhos

24.

- a) 15 kg
b) 25 kg

c) $\frac{2}{3} \text{ m/s}^2$

25. C

26. A

27. B

28 Soma: $01 + 08 + 16 + 32 = 57$

29. 72,6 N

30. C

31. 3 m/s^2

32. E

33. B

34. Entre t_0 e t_1 : $F_r < P$

Entre t_1 e t_2 : $F_r = P$

Entre t_2 e t_3 : $F_r > P$

Entre t_3 e t_4 : $F_r = P$

35. Soma: $01 + 16 = 17$

36. C

37. Itens corretos: 0 e 1.
Itens incorretos: 2 e 3.

38. Soma: $08 + 16 = 24$

39. 5

40. C

41. A

42.

a) $\frac{V_A}{2}$

b) 2

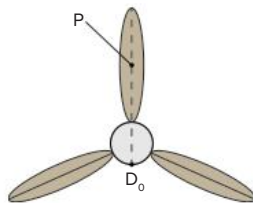
c) $\frac{3MV_A^2}{4L}$

43.

a) 0,252 N

b) 0,07 kg

c)



44.

a) $v = 4 \text{ m/s}$

b) $a_R = 0,8 \text{ m/s}^2$

c) $N_N = 552 \text{ N}; N_J = 756 \text{ N}$

45. E

46. $9,9 \text{ m/s}^2$

47. Soma: $01 + 02 + 04 + 16 = 23$

48. B

49. 2,0 m/s

50. C

51. A

52

a) $E = \frac{V}{d}$

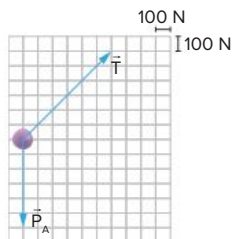
b) $T = \frac{mgd + qV}{d \cdot \cos\theta}; F = \frac{mgd + qV}{d} \cdot \text{tg}\theta$

c) $\omega = \sqrt{\frac{mgd + qV}{mdL \cdot \cos\theta}}$

53. B

54

a)



b) 4,2 s

c) $180\sqrt{2} \text{ kg}$

55. $T = \frac{0,4\sqrt{3}}{3} \text{ N}$ e $a = 0,005 \text{ m/s}^2$

56. B

57. Soma: $02 + 16 = 18$

58.

a) $\text{tg}\theta = \frac{V^2}{Rg}$

b) 180 m/s

c) 3240 m

59.

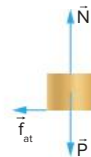
a) 2,5Mg

b) 2

c) 2,5 Hz

60.

1)



2) $\omega_M = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$

3) Será dividida por $\sqrt{2}$.

61. Soma: $01 + 04 = 05$

62. Soma: $02 + 04 + 08 = 14$

63. B

64. D

Capítulo 10 – Trabalho, potência e energia

Revisando

1.

- a) 10 m/s^2
b) 80 m
c) 0
d) 7200 J
e) -2400 J
f) -800 J
g) 4000 J

2.

- a) 750 J
b) -150 J
c) 600 J

3.

- a) -8 W
b) -16 W
c) -8 W

4. $P = 8P_0$

5.

- a) 540 kJ
b) 72 hp

6.

- a) 1,25 hp
b) 13500 L

7. 20%

8.

- a) 800 J
b) 200 J
c) 0

d) 200 J

e) 800 J

f) -800 J

g) 600 J

h) -600 J

i) 800 J

j) 0

k) 600 J

9.

a) 5000 J

b) 0

c) 1000 J

d) 1000 J

e) -3000 J

f) 4000 J

10. 36000 kWh

11. 1,0 J

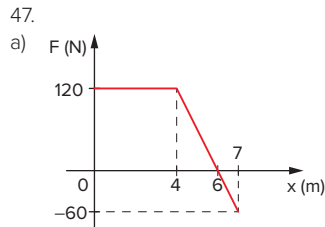
12.
 a) 20 m/s
 b) $x = 6$ m
 c) 30 m/s
 13.
 a) 16,8 m
 b) 20 m/s
 c) 5 m/s
 d) 18,75 m
 14.
 a) 8 m/s
 b) 3,2 m
 15. 4 m/s
 16. 30 cm
 17. 6 m/s
 18.
 a) 2 m
 b) 0,1 m
 c) 9 m/s
 19. 2,5P
 20.
 a) $2\sqrt{10}$ m/s
 b) 1500 N
 21.
 a) $v = \sqrt{gR}$; $N = 0$
 b) $v = \sqrt{5gR}$; $N = mg$
 c) $v = 2\sqrt{gR}$; $N = 4,5mg$
 d) $v = \sqrt{3gR}$; $N = 3mg$
 22.
 a) 45 J
 b) 10 J
 23. 6 m/s
 24. 0,5

Exercícios propostos

1. A
 2. D
 3.
 a) 10 N
 b) 4,0 m
 c₁) 14,4 J
 c₂) 25,6 J
 c₃) 40 J
 4. D
 5.
 a) 250 N
 b) 750 J
 6.
 a) $\mu_E = 0,15$ e $\mu_D = 0,10$
 b) 100 J
 c) Nulo.
 7. A
 8. A
 9.
 a) 0,5 m
 b) $3 \cdot 10^{-15}$ J
 10. V; F; V; V; V
 11. A
 12. 40 m/s
 13.
 a) 200 J e 150 J
 b) 20 W e 75 W
 14. E
 15.
 a) 3200 J

- b) $P_1 = 2P_2$
 16. 5 21. C 26. A
 17. A 22. E 27. E
 18. E 23. A 28. E
 19. E 24. C 29. D
 20. 540 L 25. E 30. A
 31. $\omega = 30$ rad/s;
 $v = 36$ m/s;
 $E_C = 1,5 \cdot 10^5$ J
 32. C
 33. E
 34. C
 35.
 a) 2,0 N
 b) 0,01 J
 36. A 40. A
 37. E 41. D
 38. D 42. E
 39. E 43. V; V; F; F; V
 44. A
 45. B

46. $W = 75$ J e $v = \sqrt{35}$ m/s



- b) $\sqrt{114}$ m/s
 48. C
 49. D
 50. Soma: $01 + 02 + 04 = 07$
 51. A 61. D
 52. A 62. E
 53. E 63. 20 cm
 54. E 64. C
 55. B 65. D
 56. C 66. A
 57. D 67. C
 58. A 68. 40 cm
 59. E 69. 3 m
 60. A 70. C
 71. Soma: $04 + 08 + 16 + 32 = 60$
 72. D
 73.
 a) 20 m
 b) 160 N/m
 74. C
 75. E
 76.
 a) 3 N
 b) 2 m/s
 77.
 a) $\sqrt{g\ell}$
 b) 6P
 78.
 a) 6,0 m/s
 b) $\frac{20}{3}$ m/s²
 c) $1,0 \cdot 10^3$ N

79. B
 80.
 a) 3R
 b) mg
 81. D
 82. D
 83. Soma: $02 + 08 = 10$
 84.
 a) 0,64 m
 b) $1,6\sqrt{5}$ m/s
 85. B
 86. Soma: $02 + 16 = 18$
 87.
 a) 3,0 m/s
 b) 1775 J
 88.
 a) 80 N
 b) 26,2 m
 89. D
 90. C
 91. 2,5 m
 92. C
 93. Soma: $01 + 02 + 32 = 35$
 94.
 a) -0,2 J
 b) 2 m/s
 95.
 a) $\frac{Mg-F}{M}$
 b) $\sqrt{\frac{2h(Mg-F)}{M}}$
 c) $-Mgy$
 d) $\frac{2Mg(h+y) - 2Fh}{y^2}$
 96. C
 97. C
 98. B

Exercícios complementares

1. C
 2.
 a)
- b) $W = 400$ J; $R = 40$ N
 3.
 a) $2,0$ m/s²
 b) $-\frac{4}{3}$
 4. E
 5. A
 6. 6 J
 7. E
 8.
 a) 2000 N
 b) 264 kW
 9. C
 10. C
 11. C
 12. E

13.
a) 6,0 N
b) $1,5 \cdot 10^5$ cal/h
14.
a) 5000 W
b) 6050 N
15. C
16.
a) 50000 N c) 2 m/s
b) 75000 N d) 3 m/s
17. C
- 18 $3,3 \text{ m/s}^2$
19. E
- 20
a) 2 000 N b) 0,25 c) 264 kW
21.
a) 6000 J b) 200 W c) 50%
22.
a) 140 W
b) 70 graus
c) 11200 J
23. B
24. C
25. E
26. E
27. D
28.
a) 369 kJ
b) 4 h
29. D
30. Soma: $02 + 04 + 08 = 14$
31.
a) $\frac{25}{9}$
b) $\frac{3125}{81} \text{ m}$
c) $\frac{15625}{567} \text{ kW}$
32.
a) 9,5 kg
b) 10 J
33.
a) 1,0 N/m
b) $5,0 \cdot 10^{-15} \text{ J}$
c) 2,0 μg
34.
a) $5,0 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{s}$ b) $2,0 \cdot 10^3 \text{ mm}$
- 35
a) 510 000 domicílios
b) 600 000 kg
c) 720 MW
36.
a) 144 kg/s b) 1800 W
37.
a) $-0,25 \text{ m/s}^2$
b) 22,5 N
c) 900 kJ
38.
a) 999 m c) 300 J
b) 40 m d) 15 g
39. D
40. B
41. C
42.
a) $2\sqrt{2\pi\mu\text{gR}}$

- b) $2\sqrt{\frac{\pi R}{\mu\text{g}}}$
- c) $-2\pi\mu\text{mgR}$
43. $h = \frac{\text{mgH}}{F}$
44. V; F; V; V
45.
a) 40 m/s
b) 5,0 s
46.
a) 3,0 m
b) $3\sqrt{2} \text{ m/s}$
c) zero
47.
a) $F(x) = -20x$, para $x \geq 0$
 $F(x) = 0$, para $x < 0$
b) $\sqrt{1,6} \text{ m}$
c) MHS
d) Sistema massa-mola
48. D
49. B
50. Soma: $02 + 16 + 32 = 50$
51. B
52. C
53. B
54.
a) B
b) A
55. D
56. B
57.
a) 5,0 m
b) 6,2 m
c) O resultado independe da massa.
58. C
59.
a) $E_{M,A} = 275 \text{ J}$ e $E_{M,B} = 2600 \text{ J}$
b) $v_A = 10 \text{ m/s}$ e $v_B = 10 \text{ m/s}$
c) $t_A = 1,0 \text{ s}$ e $t_B = 1,0 \text{ s}$
60. B
61. E
62.
a) 10 m/s
b) 4,25 m
c) 8,7 m
63. $2\sqrt{gR}$
64. $R \cdot \frac{2\cos^2\varphi + 2\cos\varphi + 1}{2\cos\varphi}$
65. $\sqrt{30} \text{ m/s}$
66.
a) 4,0 m/s
b) 0,60 m
67.
a) $v = \frac{x}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$
b) $d = \frac{x}{2}\sqrt{\frac{2hk}{mg}}$
68.
a) 0,05 N/m b) 5000 m/s
69. A
70. E
71. A
72. C
73.
a) 800 N/m b) 46 J

74. E
75.
a) 7 mm² b) 20 m/s
76. 24 m
77. E
78. Soma: $01 + 32 = 33$
79. 0,8
- 80
a) $5\sqrt{3} \text{ m/s}^2$
b) 10 m/s^2
81. 120°
82.
a) $\sqrt{\frac{\text{mg}(D^2 + 4H^2)}{2kH}}$
b) $\text{mg}\left(\frac{D^2}{2HR} - \text{sen}\theta\right)$
83. Soma: $02 + 04 + 08 = 14$
84.
a) Direção vertical, sentido de baixo para cima e $|\vec{v}_L| = \sqrt{gR}$.
b) Direção de 45° com a horizontal, sentido de L para K e $|\vec{F}| = \text{mg}\sqrt{2}$.
85. D
86.
a) $\sqrt{\frac{2Rg}{3}}$
b) $\frac{5R}{3}$
87. $\text{arc cos}\frac{\sqrt{3}}{3}$
88. $\text{arc cos}\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{h-r}{r}\right)$
89. B
90. A
91.
a) 0,375 J
b) $\frac{10\sqrt{6}}{3} \text{ m/s}$
- 92
a) $\omega \cong 6,7 \cdot 10^{20} \text{ rad/s}$
b) $\alpha \cong -3,2 \cdot 10^{31} \text{ rad/s}^2$
c) $a_C \cong 2,7 \cdot 10^{27} \text{ m/s}^2$
d) $E \cong 1,7 \cdot 10^{-13} \text{ J}$
93. V; F; F; V; V.
- 94
a) 3600 N
b) 1560 N
95. D
96.
a) $\sqrt{3}$ b) 3 c) 1
97. D
98. C
99. B
100.
a) 0,20 m b) $2\sqrt{3} \text{ m/s}$
101.
a) $F_{\min} > 5 \text{ N}$ c) 13 N
b) $F - 4$
102.
a) $2\pi M_0 g R_0$ b) $2\pi\mu m V_0^2$
c) $\sqrt{\frac{M_0 g R_0}{\mu m}}$
103. D

104. Soma: $04 + 16 = 20$

105.

- a) $\Delta E = -0,6 \text{ J}$
 b) $v_A = 3 \text{ m/s}$; $v_B = 3\sqrt{5} \text{ m/s}$
 c) $k = 480 \text{ N/m}$

106. A

Frente 2

Capítulo 9 – Forças magnéticas e indução magnética

Revisando

1. $F = 3 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

2.

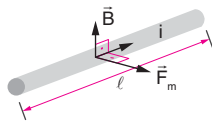
- a) $F_1 = F_3 = 5 \text{ N}$ e $F_2 = F_4 = 0$, pela regra da mão, F_1 e F_3 têm direção do eixo x, F_1 está no sentido negativo e F_3 no sentido positivo do eixo.
 b) $F_R = 0$, gira em torno do eixo y.
 3.
 a) No intervalo de 1 s até 2 s, a corrente induzida tem a direção e o sentido de C.
 b) $\varepsilon = 0$ nos intervalos de 0 s até 1 s e 2 s até 3 s e $\varepsilon = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ V}$ no intervalo de 1 s até 2 s.

Exercícios propostos

1. A 2. C 3. E

4.

- a) Anti-horário.
 b) Plano da espira paralelo às faces do ímã.
 5. 2 N



6. C 10. A
 7. D 11. A
 8. C 12. E
 9. E 13. A
 14. Soma: $02 + 08 + 16 = 26$

15. A
 16. A
 17. C
 18. C
 19. D

20.

- a) 2V
 b) $F_{\text{mag}} = 0,02 \text{ N}$

21.

- a) $R_{\text{EQ}} = 2,5 \text{ W}$
 b) $1 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

22. C

23. Soma: $02 + 32 = 34$

24. $x = 5,0 \text{ cm}$

25. Soma: $02 + 04 + 08 = 14$

26. B 28. A

27. D 29. C

30. Da esquerda para a direita.

31. Soma: $01 + 08 = 09$

32. D 33. E 34. C

35. D 37. B 39. E

36. A 38. A 40. E

41. Soma: $02 + 08 + 16 = 26$

42. A

43.

- a) $3,2 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$
 b) $3,2 \cdot 10^{-4} \text{ V}$

44. A

45. C

46. $3 \cdot 10^{-2} \text{ A}$

47. C

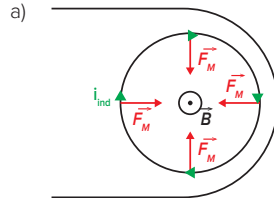
48. D

49. $\begin{cases} i = 20 \text{ A} \\ v = 100 \text{ m/s} \end{cases}$

50.

- a) 4,0 V
 b) 1,0 A

51.



Vista de cima da latinha

b) $i = 10^4 \text{ A}$

52. 2,5 V

53. A 55. A

54. D 56. D

57.

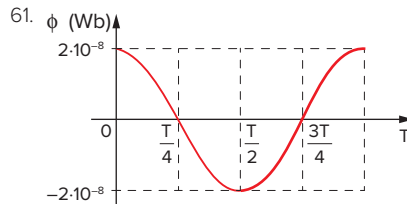
- a) 1,2 V
 b) $2,64 \cdot 10^{-1} \text{ Wb}$
 c) 0,22 s

58.

- a) 1,25 A
 b) $-1,5 \cdot 10^{-7} \text{ V}$

59. E

60. E



62. B

63.

- a) $i_1 = \frac{LBv}{R}$, sentido anti-horário
 b) $i_2 = 0$
 c) $F = \frac{B^2 L^2 v}{R}$

Exercícios complementares

1. 0,25 T

2. E

3.

- a) $U = 200 \text{ V}$ e $P = 1000 \text{ W}$
 b) $i = 5 \text{ A}$ e $M = 0,4 \text{ kg}$

4. B 5. D 6. B

7. Soma: $04 + 16 = 20$

8. C

13. D

9. E

14. 1V

10. C

15. D

11. E

16. E

12. A

17. C

18. Soma: $01 + 02 + 04 + 08 = 15$

19. A

22. A

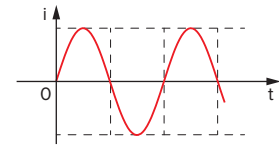
20. C

23. D

21. C

24. $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ W}$

25.



26. B

28. C

30. C

27. E

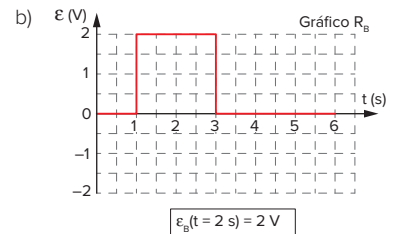
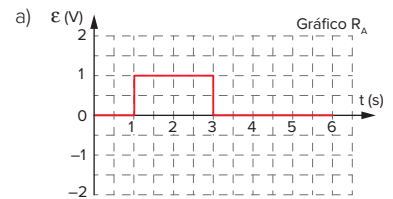
29. A

31. $\frac{mgR \sin\theta}{B^2 \ell^2}$

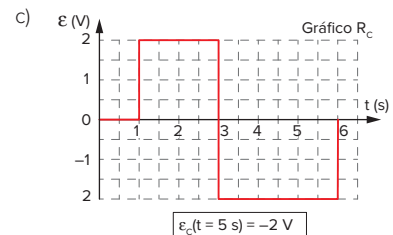
32.

- a) $F = 0,16 \text{ N}$
 b) $P = 0,064 \text{ W}$
 c) $i = 0,8 \text{ A}$
 d) $B = 1,0 \text{ T}$

33.



$\varepsilon_B(t = 2 \text{ s}) = 2 \text{ V}$



$\varepsilon_C(t = 5 \text{ s}) = -2 \text{ V}$

34. Soma: $01 + 02 + 08 = 11$

35. Soma: $01 + 08 + 32 = 41$

36. $i_p = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{V_s}{R}$

37. E

38. C

39. A

40.

a) $F = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ N}$

A corrente da força é para cima; a direção é vertical.

b) $P = 5,0 \cdot 10^{-1} \text{ W}$

A corrente obedece à regra da mão esquerda e tem sentido horário.

41. D

42. E

Capítulo 10 – Gravitação

Revisando

- Na teoria geocêntrica, a Terra ocupa o centro do Sistema Solar, enquanto na teoria heliocêntrica, o Sol ocupa o centro do Sistema Solar.
 - Um ano-luz é a distância que a luz percorre em um ano, enquanto unidade astronômica é a distância média entre o Sol e a Terra.
 - As estações do ano acontecem pois o eixo imaginário de rotação terrestre está inclinado em relação ao plano da órbita da Terra em torno do Sol.
- Pela lei das áreas podemos concluir que a velocidade no periélio (ponto mais próximo) é maior do que no afélio (ponto mais distante). Isso é uma consequência obtida a partir da 2ª lei de Kepler (lei das áreas).
- $v = 3750 \text{ m/s}$
 - $R = 9 \cdot 10^3 \text{ km}$ e $T = 4 \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ h}$.
- A força fica multiplicada por $\frac{1}{8}$.
- $g = 8,2 \text{ m/s}^2$
 - A distância deveria ser infinita.
- $V_2 = \sqrt{6} V_1$
 - $T_2 = 1,63 \text{ h}$
- $3 \cdot 10^7 \text{ m}$
 - $1,616 \cdot 10^{10} \text{ J}$

Exercícios propostos

- C 3. B
- B 4. D
- Soma: 01 + 04 = 05
- D
- A
- $V_2 = 68800 \text{ km/h}$
- $$V_B = v_0 \left(\frac{3M - m}{M + m} \right)$$

$$\frac{V_B}{v_0} = \frac{299}{101}$$
- A 11. B
- C 12. D
- Soma: 01 + 08 = 09
- Soma: 01 + 02 + 08 + 16 = 27
- E 21. E 27. B
- B 22. A 28. E
- D 23. B 29. A
- D 24. C 30. A
- C 25. A 31. E
- A 26. A 32. A
- 100 kg
 - 2645 N
- Sim, ao solicitar que Garfield perca peso, ele pode ser feito de 2 maneiras. Como

$P = mg$ ele pode diminuir sua massa (provavelmente o que seu dono estava propondo) ou diminuindo a gravidade (campo gravitacional), que foi a solução proposta pelo Garfield.

- A
- Ao afirmar “caímos do mesmo modo”, a bola indica que cai com a mesma taxa de variação da velocidade (aceleração) que a maçã. O que faz sentido, já que o campo gravitacional criado pela Terra independe da massa da bola e da maçã. A constante física existente na equação do campo gravitacional é a constante de gravitação universal (G).
 - A razão entre a constante para ambas interações é 1, já que essa constante não varia.
- B
- F; V; V; F; V
- D 41. A 43. C
- A 42. D 44. D
- 0,95 m/s^2
O valor está incompatível com o filme, pois a gravidade no asteroide é bem menor que a da Terra. Não chega a 10% da gravidade terrestre.
 - $1,323 \cdot 10^{28} \text{ J}$
A energia necessária para as duas partes adquirirem a velocidade citada é muito maior que a energia fornecida pela explosão, ou seja, insuficiente para separar o asteroide em duas metades e fornecer essa velocidade inicial necessária para livrar a Terra do choque.
- D
- D
- C
- D
- B
- Soma: 01 + 08 = 09
- D
- 1
- C
- D
- $t = 42 \text{ min}$ b) $g = 5 \text{ m/s}^2$
- E
- D
- A
- B
- $2 \cdot 10^{11}$ estrelas
- 0,316 m/s^2 b) 3373 m/s
- $$F_g = R_c \Rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R}$$
- A força gravitacional atua como resultante centrípeta. Assim:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Logo:

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{GM}{R} \Rightarrow \frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

- E
 - B
 - $\frac{V_L}{V_m} \approx 2,77$
 - C
 - E
 - $\mu = \frac{3c^2}{8\pi GR^2}$
 - Soma: 01 + 04 = 05
 - A velocidade de escape de 11 km/s é a velocidade mínima para que um corpo, sem propulsão, escape do campo gravitacional terrestre (ou seja, sujeito apenas à força gravitacional). Como o foguete tem propulsão permanente, ele consegue vencer a força gravitacional e assim escapar do campo gravitacional terrestre.
 - $F_T/F_L = 20,5$
 - $v = \sqrt{\frac{GM_L}{2R_L}}$
 - $\Delta E_M = -\frac{G \cdot m_s \cdot M_l}{12R_L}$
 - B 76. C
 - C 77. A
- ### Exercícios complementares
- A 3. D 5. C
 - A 4. C 6. E
 - 4,19 anos
 - Mais curto, pois o raio de sua órbita é menor.
 - Terra: 8 min 20 s. Plutão: 5 h 33 min 20 s.
 - 256 anos
 - C 12. C
 - A 13. E
 - A 14. C
 - Soma: 02 + 16 = 18
 - A
 - Soma: 01 + 04 + 16 + 32 = 53
 - Soma: 01 + 02 = 03
 - $\frac{V_x}{V_y} = \frac{2}{3}$
 - 2 N
 - 30 m
 - 15
 - C 24. B
 - C 25. B
 - 7,97 m/s^2
 - 1,225 m/s^2 b) 98 N
 - B
 - Soma: 08 + 32 = 40
 - C 31. B 32. A
 - $g_p = 1,5g_T$

34. C
 35. Soma: $04 + 16 = 20$
 36. E
 37. Soma: $02 + 04 + 16 + 64 = 86$
 38. C
 39.

a) Eixo vertical $t = 1,25$ s
 Eixo horizontal $v = 12$ m/s

b) $1,6 \cdot 10^3$ m/s

40. A

41. D

42. B

43. 0,125M

44.

a) $1,5 \cdot 10^{40}$ kg

b) 80000 m/s

45.

a) $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

b) $K = \frac{4\pi^2}{GM}$

46. B

47.

a) $\omega = 2\pi/T = 1 \cdot 10^{-5}$ rad/s

b) $\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{GM}{R} \Rightarrow \frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$

c) $2,0 \cdot 10^{27}$ kg

48. $\sqrt[3]{\frac{gR^2 T^2}{4\pi^2}}$

49.

a) Quando o satélite está em órbita, a força gravitacional atua como resultante centrípeta. Com isso, por estar em um MCU, não há variação do módulo da velocidade, apenas da direção, e a força gravitacional, que é a responsável pela mudança na direção da velocidade vetorial. Assim não é necessário um combustível para manter o módulo da velocidade.

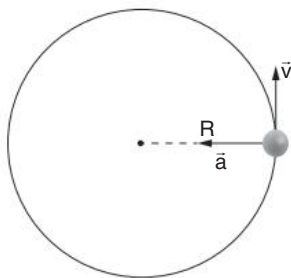
O satélite mantém o mesmo raio da órbita, já que a velocidade do mesmo é constante em módulo, de acordo com a

relação $v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$.

b) $7,35$ m/s²

50.

a)



b) $\frac{1,5GM}{R^2}$; $v = \sqrt{\frac{1,5GM}{R}}$

51.

a) 80 min

b) 640 min

52. C

53. $2 \cdot 10^{30}$ kg

54. C

55.

a) $\omega_T = \sqrt{\frac{GM_S}{R^3}}$

b) $2 \cdot 10^{-7}$ rad/s

c) $F_r = Gm \left[\frac{M_S}{(R-d)^2} - \frac{M_T}{d^2} \right]$

56. C

57. D

58. D

59.

a) 2625 km/h²

b) $4,8 \cdot 10^9$ J

60.

a) $\tau = GM(m_1 + m_2) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)$

b) $\Delta E_M = \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right) \frac{GMm_2}{r}$

61.

a) 3519 km/h

b) $4,48 \cdot 10^9$ J

62. 8,893 mm

63. D

64. C

65. B

66. B

67. B

68. E

69. $\frac{2GMmr}{R^3}$

70. As marés de sizígia ocorrem quando Lua, Terra e Sol estão alinhados (Lua nova e cheia), enquanto nas marés de quadratura esse alinhamento não ocorre (Lua crescente e minguante). As marés de sizígia apresentam maior amplitude; já nas marés de quadratura, as amplitudes são menores.

71. C

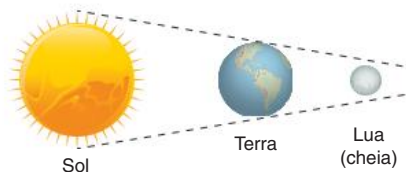
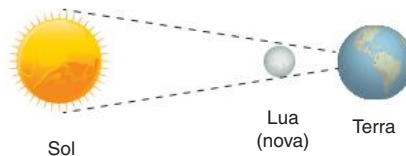
72. D

73.

a) Em um período de 24 horas existem duas marés altas no mesmo local.

b) As marés altas ocorrem em posições diametralmente opostas na Terra. Assim, quando a Lua estiver bem acima do Japão, teremos marés altas no Japão e no Brasil.

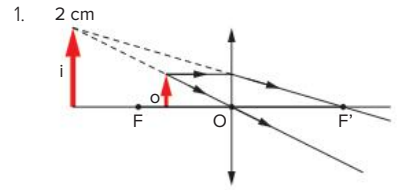
c) A maré é mais intensa quando for Lua nova ou Lua cheia. Assim, os desenhos possíveis são:



Frente 3

Capítulo 10 – Instrumentos ópticos

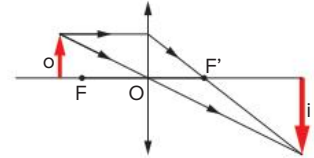
Revisando



2.

a) 10 cm

b)



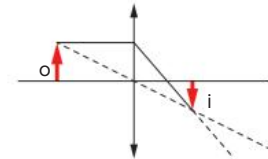
3. 15 vezes maior.

4.

a) 3,05 m

b) Real, invertida, menor.

c)



5.

a) 5 di e -2 di

b) 3 di

Exercícios propostos

1. D

3. B

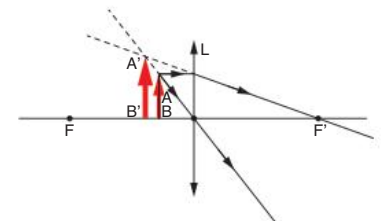
2. A

4. C

5. B

6.

a)



b) Virtual, pois a imagem está do mesmo lado que o objeto em relação ao espelho.

7. E

8. A

9. Soma: $01 + 02 = 03$

10. A

11. D

12. D

13. Soma: $01 + 08 = 09$

14. D

18. A

22. D

15. C

19. C

23. E

16. D

20. E

24. D

17. C

21. A

25. B

Exercícios complementares

1. A

2. $F_{L1} = 2$ cm e $F_{L2} = 1$ cm

3. A

6. A

9. C

4. B

7. E

10. D

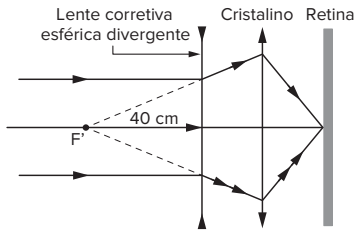
5. E

8. B

11. A

12. E 13. A 14. A

15. a) Esquema da lente:



b) 2,5 graus c) 25 cm

16. B

17. Sendo o homem invisível, os raios de luz passariam por ele sem serem refletidos, refratados ou absorvidos. Para enxergarmos, ocorre uma reflexão dos raios no cristalino, assim, o homem invisível não poderia enxergar

18. B 20. E

19. A 21. D

Capítulo 11 – Movimentos periódicos oscilatórios

Revisando

- a) $\frac{3\pi}{2}$ rad c) 40 m
 b) $\frac{\pi}{2}$ rad/s d) 4 s
 e) 0,25 Hz
 f) $v = -20\pi \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot t\right)$

g) $a = v = -10\pi^2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot t\right)$

h) $v^2 = \frac{\pi^2}{4}(40^2 - x^2)$

2. a) 8π rad/s b) $v \cong -5,5$ m/s

3. 4 s
 4. a) 80 N/m b) 0,44 s

5. a) 20 N/m b) 5 Hz

6. B

7. a) 80 N/m

b) $\frac{\pi}{2}$ s

c) 8 N

8. $h = \frac{2mg}{k}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

9. a) $x = \pm \frac{3}{4}x_0$

b) Sim, por exemplo, a posição de equilíbrio.

Exercícios propostos

1. a) $x = R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \omega t\right)$

b) $x = 0$

2. E 4. B

3. E 5. A

6. B 8. E
 7. C 9. B; E

10. 1,25 rad/s
 11. A 12. C 13. B

14. a) 52,5 cm
 b) 0,68 s

15. a) 0,3 m
 b) 0,28 s

c) 150 m/s²

16. a) 0,4 Hz; 0,1 m
 b) 12,6 N/m

c) $x = 0,1 \cdot \cos(0,8\pi \cdot t + 1,5\pi)$

17. 0,18 m

18. Mola em paralelo e em série, respectivamente.

19. C 23. A

20. B 24. D

21. E 25. A

22. C 26. B

27. a) $\sqrt{6}$ s

b) $T \rightarrow \infty$ ($\bar{g} = 0$)

28. B

29. B

30. B

31. Soma: 02 + 04 + 16 = 22

32. Soma: 01 + 02 + 04 + 08 = 15

Exercícios complementares

1. a) 1 Hz
 b) $\frac{1}{6}$ s

2. D

3. B

4. D

5. a) 1 m/s

b) 0,975 kg

6. D

7. B

8. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

9. B

10. a) 15000 Hz

b) 0,5 mm

11. $0,2\pi \cong 0,63$ s

12. 22 cm

13. A

14. D

15. $\frac{1}{2}$

16. A

17. $K_1 = \frac{(n+1)k}{n}$; $K_2 = (n+1)k$

18. $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6k_1 k_2}{(2k_1 + 3k_2)m}}$

19. D

20. D

21. B

22. a) 16 s
 b) Não depende de m

23. a) $\frac{5}{2\pi}$ Hz

b) $\frac{5}{\pi}$ Hz

24. C

25. C

26. $L_2 = \frac{25}{9}L_1$

27. Soma: 01 + 02 + 04 + 08 + 16 = 31

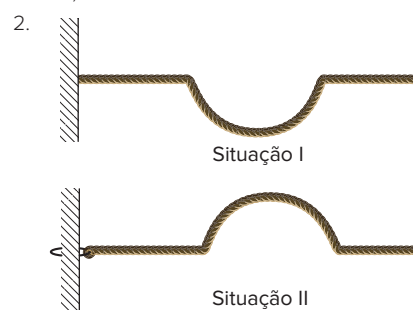
28. A 30. C 32. C

29. E 31. A

Capítulo 12 – Ondulatória

Revisando

1. 66,33 m/s



Exercícios propostos

1. V; V; V; V; V; V; F; F; F; F; V

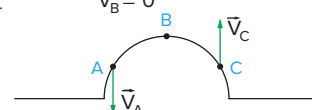
2. D 6. C

3. D 7. C

4. D 8. A

5. A 9. B

10. $\vec{V}_B = \vec{0}$



11. B 15. D

12. C 16. D

13. D 17. B

14. B 18. A

Exercícios complementares

1. D 4. E

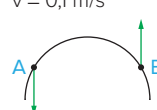
2. B 5. C

3. D 6. A

7. E

8. a) $v = 0,1$ m/s

b) $v = 0,1$ m/s



9. B 13. B

10. $v_y = -h/\Delta t$ 14. A

11. C 15. A

12. D 16. B

