Estratégia
Militares

Estratégia
Militares

Teoria Elementar dos Conjuntos

Matemática

@profvictorso

Noções de Lógica

@profvictorso

Proposição Simples

Uma proposição simples ou sentença é uma **oração declarativa** que expressa um sentido completo e pode ser classificada em apenas um dos dois valores lógicos possíveis: **verdadeiro** ou **falso**.

Condições para ser proposição:

I. A oração deve possuir sentido completo.

Larissa é estudiosa.

Os professores do Estratégia.

II. Deve ser declarativa (não pode ser sentença aberta, frase exclamativa, frase interrogativa e frase imperativa).

Isso é um absurdo!

Essa pedra é dura?

Faça 30 flexões agora.

$5x + 2 = 0$

III. Somente assume um dos valores lógicos possíveis: verdadeiro (V) ou falso (F).

Uma sentença aberta pode se tornar uma proposição mediante o uso de quantificadores.

a) Universal: $\forall$ significa “para todo”

b) Existencial: $\exists$ significa “existe”

Princípio da Não-Contradição

Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Princípio do Terceiro-Excluído

Uma proposição poderá ser verdadeira ou falsa, não existindo uma terceira possibilidade.

Negação

Toda proposição pode ser negada.

Proposição Composta

São formados por um conjunto de proposições simples, ligadas por conectivos lógicos.

Tipos de conectivos lógicos

Conjunção (∧)

O operador lógico conjunção é mais conhecido como “e” e pode ser representada pelo símbolo “∧”.

Disjunção Inclusiva (∨)

O operador lógico disjunção inclusiva é mais conhecido como "ou" e pode ser representado pelo símbolo ∨.

Disjunção Exclusiva ($\oplus$)

A disjunção exclusiva é conhecida como "Ou p ou q" e pode ser representada por $\oplus$.

Negação ($\neg$)

A negação de uma proposição p pode ser escrita como $\neg p$. Ele é lido como "não p".
A negação de p sempre receberá o valor lógico contrário ao de p.

Condicional (→)

O condicional é conhecido como “Se p, então q” e pode ser representado por →.

Bicondicional (↔)

O bicondicional é conhecido como “se e somente se” e pode ser representado pelo símbolo (↔).

Tautologia

Todos os valores lógicos são verdadeiros.

Contradição

Todos os seus valores lógicos são falsos.

Relação de Equivalência

Duas proposições serão equivalentes quando possuírem tabela-verdades iguais.

Teorema Fundamental

I. $(p \to q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \Leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$

II. $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

HORA DE PRATICAR!

Estratégia Militares

Mostre que as seguintes proposições são equivalentes.

a) $\neg(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow \neg q)$

HORA DE PRATICAR!

Mostre que as seguintes proposições são equivalentes.

b) $\neg(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q)$

Negação das proposições

Negação de disjunção $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Negação de conjunção

$$\neg(p \land q) \Leftrightarrow \neg p \lor \neg q$$

Negação da condicional $\neg(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$

Negação da bicondicional $\neg(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$

Propriedades Operatórias

Idempotência

a) $p \wedge p \Leftrightarrow p$
b) $p \vee p \Leftrightarrow p$

Comutativa

c) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
d) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

Associativa

e) $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
f) $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$

Involução

g) $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$

Distributiva

h) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

i) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Absorção j) $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

Complementares k) $\neg p \vee p \Leftrightarrow T$ (tautologia)

l) $\neg p \wedge p \Leftrightarrow C$ (contradição)

Identidades

m) $p \vee T \Leftrightarrow T$
n) $p \wedge T \Leftrightarrow p$
o) $p \vee C \Leftrightarrow p$
p) $p \wedge C \Leftrightarrow C$

Teorema de De Morgan

q) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
r) $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

Demonstração de De Morgan usando tabela-verdade:

I) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Demonstração de De Morgan usando tabela-verdade:

II) $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

HORA DE PRATICAR!

Simplifique as seguintes expressões:

a) $\neg(p \vee \neg q)$

b) $\neg(\neg p \rightarrow \neg q)$

c) $\neg(\neg p \leftrightarrow q)$

d) $\neg[\neg p \wedge (p \vee \neg q)] \wedge q$

Demonstre as seguintes implicações e equivalências sem usar tabela-verdade:

a) $(p \to q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$

Demonstre as seguintes implicações e equivalências sem usar tabela-verdade:

b) $p \Rightarrow (q \rightarrow p)$

Demonstre as seguintes implicações e equivalências sem usar tabela-verdade:

c) $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow q$

Demonstre as seguintes implicações e equivalências sem usar tabela-verdade:

d) $(p \to q) \wedge (p \to \neg q) \Leftrightarrow \neg p$

Conceitos iniciais sobre conjuntos

@profvictorso

Conjunto, elemento e relação de pertinência

Conjunto

Elemento

Relação de pertinência

Representação

Listagem ou enumeração

Representação

Diagrama de Venn-Euler

Representação

Compreensão

Conjunto unitário, conjunto vazio e conjunto universo

Conjunto unitário

Conjunto vazio

Conjunto universo

Subconjunto

Subconjunto

Propriedades

Prof. Victor So

Família de conjuntos

Seja $A = \{1, \{1\}, 2, \{3,5\}\}$. Complete com V (verdadeiro) ou F (falso) as afirmações.

a) $1 \in A$

b) $\{1\} \notin A$

c) $\{3\} \in A$

d) $\{3,5\} \notin A$

e) $\emptyset \subset A$

f) $\emptyset \in A$

g) $\{\{1\}\} \subset A$

h) $\{\{2\}\} \subset A$

Conjunto potência ou conjunto das partes

Operações entre conjuntos

@profvictorso

1) União (∪)

Propriedades da União

2) Intersecção (∩)

Propriedades da Intersecção

Propriedades do inter-relacionamento da união e da intersecção

Complementar

Propriedade

Teorema de De Morgan

Diferença entre conjuntos

Prof. Victor So

Dados os conjuntos $A = \{1,2,3,4,5\}, B = \{1,3,5,7\}, C = \{2,5,6,7\}$ e o conjunto universo $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Determine os conjuntos:

a) $A \cup C$

b) $B \cap A$

c) $C - B$

d) $\bar{B}$

e) $\bar{A} - B$

Diferença Simétrica

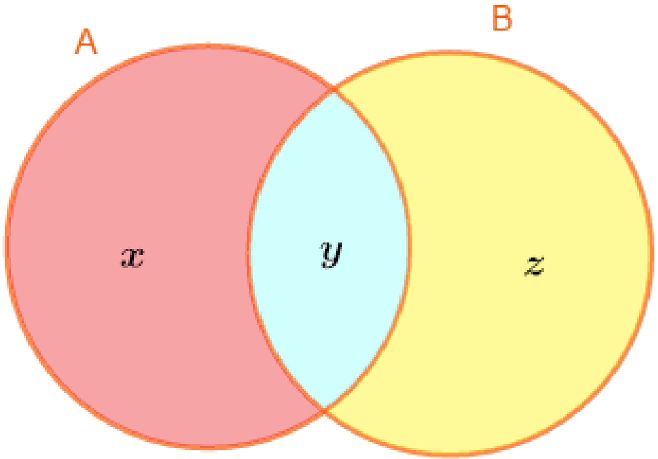
Prof. Victor So

Cardinalidade dos Conjuntos

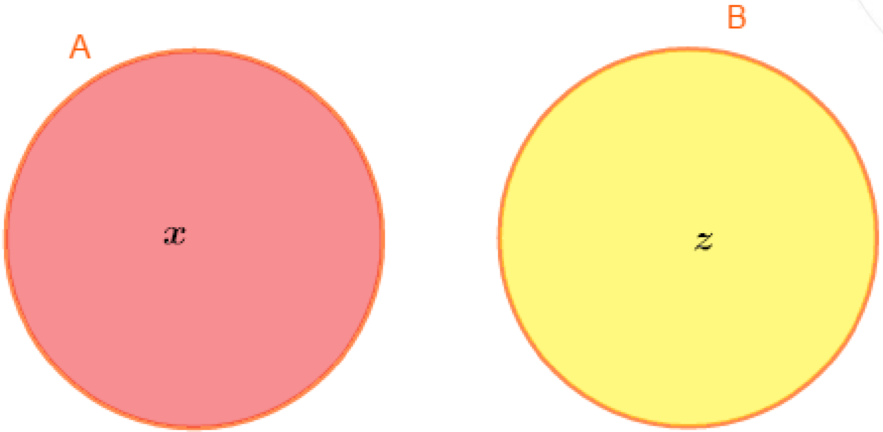
@profvictorso

Cardinalidade dos Conjuntos

Princípio da Inclusão e Exclusão



Princípio da Inclusão e Exclusão



Princípio da Inclusão e Exclusão

Cardinalidade do conjunto das partes

Prof. Victor So

Conjuntos Numéricos

@profvictorso

Conjunto dos Números Naturais $(\mathbb{N})$

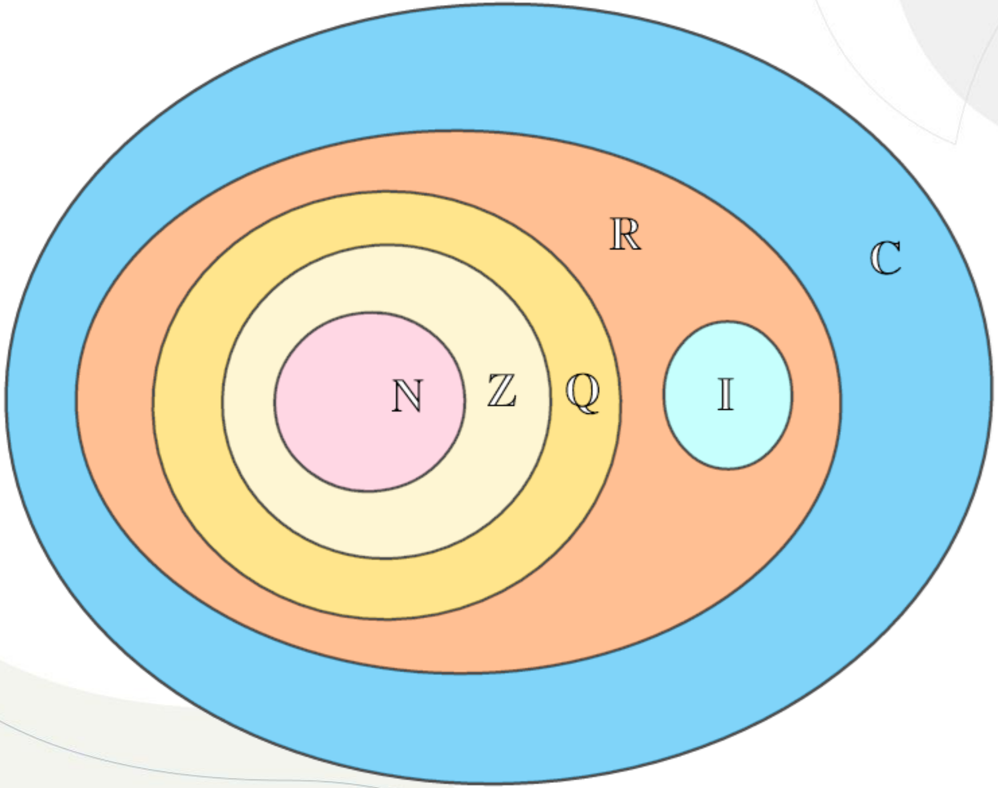
Conjunto dos Números Inteiros $(\mathbb{Z})$

Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

Conjunto dos Números Irracionais $(\mathbb{I})$

Conjunto dos Números Reais $(\mathbb{R})$

Conjunto dos Números Complexos ($\mathbb{C}$)


N
Z
Q
I
R
C

Questões

@profvictorso

(ITA/2017)

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{-1, -2, -3, -4, -5\}$. Se $C = \{xy: x \in A \text{ e } y \in B\}$, então o número de elementos de C é

a) 10.

b) 11.

c) 12.

d) 13.

e) 14.

(ITA/2017)

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{-1, -2, -3, -4, -5\}$. Se $C = \{xy: x \in A \text{ e } y \in B\}$, então o número de elementos de C é

a) 10.

b) 11.

c) 12.

d) 13.

e) 14.

(ITA/2013)

Sejam *A, B* e *C* subconjuntos de um conjunto universo *U.* Das afirmações:

I. $A\backslash(B \cap C) = (A\backslash B) \cup (A\backslash C)$,

II. $(A \cap C)\backslash B = A \cap B^C \cap C$,

III. $(A\backslash B) \cap (B\backslash C) = (A\backslash B)\backslash C$,

É (são) verdadeira(s)

a) Apenas I.

b) Apenas II.

c) Apenas I e II.

d) Apenas I e III.

e) Todas.

I. $A\backslash(B \cap C) = (A\backslash B) \cup (A\backslash C)$,

II. $(A \cap C)\backslash B = A \cap B^C \cap C$,

III. $(A\backslash B) \cap (B\backslash C) = (A\backslash B)\backslash C$,

(ITA/2013)

Sejam *A, B* e *C* subconjuntos de um conjunto universo *U.* Das afirmações:

I. $A\backslash(B \cap C) = (A\backslash B) \cup (A\backslash C)$,

II. $(A \cap C)\backslash B = A \cap B^C \cap C$,

III. $(A\backslash B) \cap (B\backslash C) = (A\backslash B)\backslash C$,

É (são) verdadeira(s)

a) Apenas I.

b) Apenas II.

c) Apenas I e II.

d) Apenas I e III.

e) Todas.

(ITA/2012)

Sejam A e B dois conjuntos disjuntos, ambos finitos e não vazios, tais que $n\big(P(A) \cup P(B)\big) + 1 = n\big(P(A \cup B)\big)$. Então, a diferença $n(A) - n(B)$ pode assumir

a) Um único valor.

b) Apenas dois valores distintos.

c) Apenas três valores distintos.

d) Apenas quatro valores distintos.

e) Mais do que quatro valores distintos.

Prof. Victor So

(ITA/2012)

Sejam A e B dois conjuntos disjuntos, ambos finitos e não vazios, tais que $n\big(P(A) \cup P(B)\big) + 1 = n\big(P(A \cup B)\big)$. Então, a diferença $n(A) - n(B)$ pode assumir

a) Um único valor.

b) Apenas dois valores distintos.

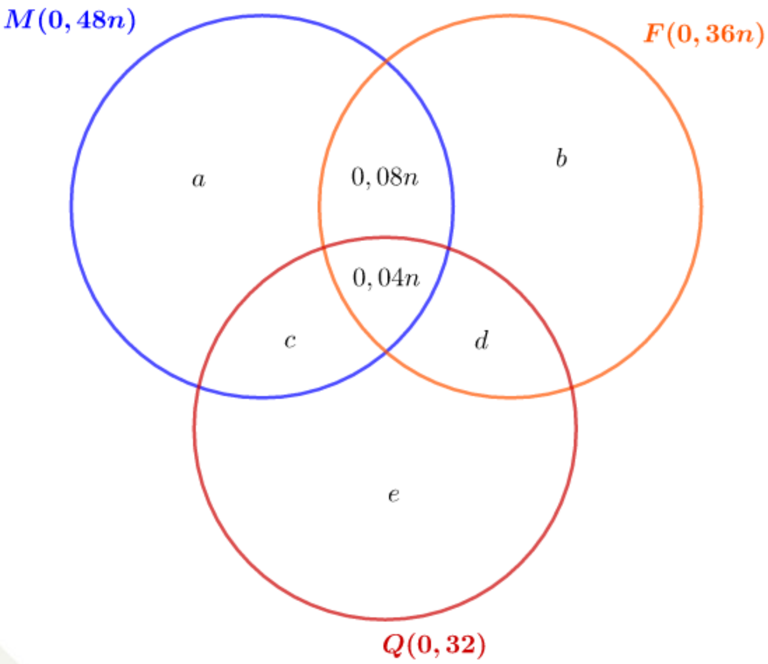
c) Apenas três valores distintos.

d) Apenas quatro valores distintos.

e) Mais do que quatro valores distintos.

(ITA/2012)

Dos n alunos de um colégio, cada um estuda pelo menos uma das três matérias: Matemática, Física e Química. Sabe-se que 48% dos alunos estudam Matemática, 32% estudam Química e 36% estudam Física. Sabe-se, ainda, que 8% dos alunos estudam apenas Física e Matemática, enquanto 4% estudam todas as três matérias. Os alunos que estudam apenas Química e Física mais aqueles que estudam apenas Matemática e Química totalizam 63 estudantes. Determine n.


$M(0,48n)$
$F(0,36n)$
a
$0,08n$
b
$0,04n$
c
d
e
$Q(0,32)$

Prof. Victor So

(IME/2016)

Dados três conjuntos quaisquer F, G e H. O conjunto $G - H$ é igual ao conjunto:

a) $(G \cup F) - (F - H)$

b) $(G \cup H) - (H - F)$

c) $\left(G \cup (H - F)\right) \cap \overline{H}$

d) $\bar{G} \cup (H \cap F)$

e) $\left(\overline{H} \cap G\right) \cap (G - F)$

Prof. Victor So

(IME/2016)

Dados três conjuntos quaisquer F, G e H. O conjunto $G - H$ é igual ao conjunto:

a) $(G \cup F) - (F - H)$

b) $(G \cup H) - (H - F)$

c) $\left(G \cup (H - F)\right) \cap \overline{H}$

d) $\bar{G} \cup (H \cap F)$

e) $\left(\overline{H} \cap G\right) \cap (G - F)$

(IME/2010)

Sejam os conjuntos P_1, P_2, S_1 e S_2 tais que $(P_2 \cap S_1) \subset P_1, (P_1 \cap S_2) \subset P_2$ e $(S_1 \cap S_2) \subset (P_1 \cup P_2)$. Demonstre que $(S_1 \cap S_2) \subset (P_1 \cap P_2)$.

Prof. Victor So

Prof. Victor So

(IME/2009)

Sejam dois conjuntos, X e Y, e a operação Δ, definida por $X\Delta\, Y = (X - Y) \cup (Y - X)$. Pode-se afirmar que

a) $(X\Delta Y) \cap (X \cap Y) = \emptyset$

b) $(X\Delta Y) \cap (X - Y) = \emptyset$

c) $(X\Delta Y) \cap (Y - X) = \emptyset$

d) $(X\Delta Y) \cup (X - Y) = X$

e) $(X\Delta Y) \cup (Y - X) = X$

Prof. Victor So

Prof. Victor So

(IME/2009)

Sejam dois conjuntos, X e Y, e a operação Δ, definida por $X \Delta Y = (X - Y) \cup (Y - X)$. Pode-se afirmar que

a) $(X \Delta Y) \cap (X \cap Y) = \emptyset$

b) $(X \Delta Y) \cap (X - Y) = \emptyset$

c) $(X \Delta Y) \cap (Y - X) = \emptyset$

d) $(X \Delta Y) \cup (X - Y) = X$

e) $(X \Delta Y) \cup (Y - X) = X$

Questões

@profvictorso

(AFA/2020)

Uma pesquisa foi realizada com um grupo de Cadetes da AFA.

Esses cadetes afirmaram que praticam, pelo menos uma, dentre as modalidades esportivas: voleibol, natação e atletismo.

Obteve-se, após a pesquisa, os seguintes resultados:

I) Dos 66 Cadetes que praticam voleibol, 25 não praticam outra modalidade esportiva;

II) Dos 68 Cadetes que praticam natação, 29 não praticam outra modalidade esportiva;

III) Dos 70 Cadetes que praticam atletismo, 26 não praticam outra modalidade esportiva e

IV) 6 cadetes praticam as três modalidades esportivas.

Marque a alternativa FALSA.

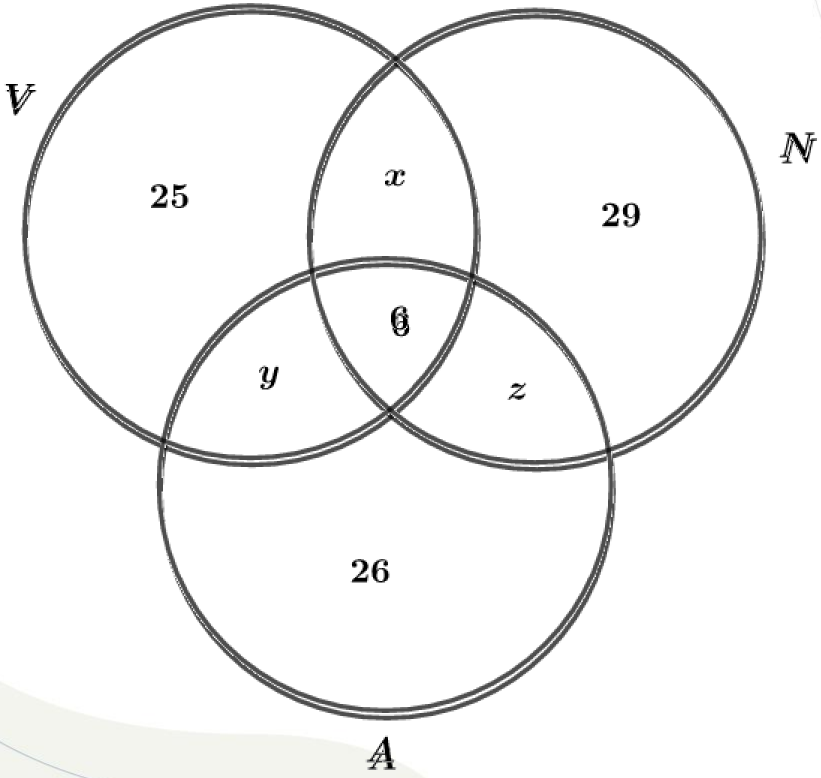
A quantidade de Cadetes que

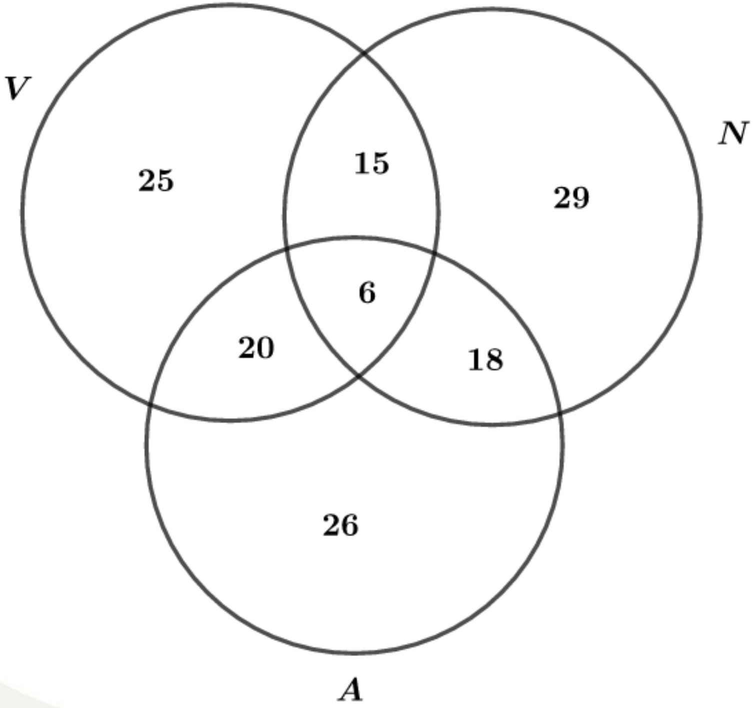
a) pratica pelo menos duas das modalidades esportivas citadas é 59

b) foram pesquisados é superior as 150

c) pratica voleibol ou natação é 113

d) pratica exatamente duas das modalidades esportivas citadas é um número primo.


V
N
A
25
x
29
6
y
z
26


V
N
A
25
15
29
6
20
18
26

Prof. Victor So

Marque a alternativa FALSA.

A quantidade de Cadetes que

a) pratica pelo menos duas das modalidades esportivas citadas é 59

b) foram pesquisados é superior as 150

c) pratica voleibol ou natação é 113

d) pratica exatamente duas das modalidades esportivas citadas é um número primo.

(Escola Naval/2017)

A é um conjunto com n elementos e B é seu subconjunto com p elementos, com $n > p$ e $n, p \in \mathbb{N}$. Determine o número de conjuntos X tais que $B \subset X \subset A$ e assinale a opção correta.

a) 2^{n-p}

b) 2^{n-p+1}

c) 2^{n+p}

d) 2^{n-p+1}

e) 2^{n-p-1}

Prof. Victor So

(Escola Naval/2017)

A é um conjunto com n elementos e B é seu subconjunto com p elementos, com $n > p$ e $n, p \in \mathbb{N}$. Determine o número de conjuntos X tais que $B \subset X \subset A$ e assinale a opção correta.

a) 2^{n-p}

b) 2^{n-p+1}

c) 2^{n+p}

d) 2^{n-p+1}

e) 2^{n-p-1}

(Escola Naval/2017)

Chama-se conjunto-verdade de uma sentença aberta $p(x)$ em um conjunto A o conjunto de todos os elementos $a \in A$, tais que $p(a)$ é uma proposição verdadeira (V). Sejam $p(x), q(x) e\ r(x)$ sentenças abertas em um mesmo conjunto A. Encontre o conjunto-verdade da sentença aberta composta $\left(p(x) \rightarrow q(x)\right) \vee \sim r(x)$, em função de V_p, V_q e V_r, assinale a opção correta.

a) $C_A V_P \cup \left(V_q \cup C_A V_r\right)$

b) $V_r \cap (C_A V_q \cup C_A V_p)$

c) $C_A V_q \cup \left(V_p \cap C_A V_r\right)$

d) $C_a V_r \cup \left(V_q \cap C_A V_p\right)$

e) $V_p \cap \left(C_A V_q \cup C_A V_r\right)$

(Escola Naval/2017)

Chama-se conjunto-verdade de uma sentença aberta $p(x)$ em um conjunto A o conjunto de todos os elementos $a \in A$, tais que $p(a)$ é uma proposição verdadeira (V). Sejam $p(x), q(x) e\ r(x)$ sentenças abertas em um mesmo conjunto A. Encontre o conjunto-verdade da sentença aberta composta $\big(p(x) \rightarrow q(x)\big) \vee \sim r(x)$, em função de V_p, V_q e V_r, assinale a opção correta.

a) $C_A V_P \cup \left(V_q \cup C_A V_r\right)$

b) $V_r \cap (C_A V_q \cup C_A V_p)$

c) $C_A V_q \cup \left(V_p \cap C_A V_r\right)$

d) $C_a V_r \cup \left(V_q \cap C_A V_p\right)$

e) $V_p \cap \left(C_A V_q \cup C_A V_r\right)$

(EFOMM/2010)

Analise as afirmativas abaixo:

I- Seja k o conjunto dos quadriláteros planos, seus subconjuntos são:

$P = \{x \in K / \ x$ possui lados opostos paralelos};

$L = \{x \in K \ / \ x$ possui 4 lados congruentes};

$R = \{x \in K \ /x$ possui 4 ângulos retos};

$Q = \{x \in K \ / \ x$ possui 4 lados congruentes e 2 ângulos com medidas iguais}.

Logo, $L \cap R = L \cap Q$.

II- Seja o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, nota-se que A possui somente 4 subconjuntos.

III- Observando as seguintes relações entre conjuntos:

$\{a, b, c, d\} \, U \, Z = \{a, b, c, d, e\}$, $\{c, d\} \, U \, Z = \{a, c, d, e\}$ e $\{b, c, d\} \cap Z = \{c\}$; pode-se concluir que $Z = \{a, c, e\}$.

Em relação às afirmativas acima, assinale a opção correta.

a) Apenas a afirmativa I é verdadeira.

b) Apenas as afirmativas I e III são verdadeiras.

c) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.

d) Apenas a afirmativa III é verdadeira.

e) Apenas a afirmativa II é verdadeira.

I- Seja k o conjunto dos quadriláteros planos, seus subconjuntos são:

$P = \{x \in K / \ x$ possui lados opostos paralelos$\}$;

$L = \{x \in K \ / \ x$ possui 4 lados congruentes$\}$;

$R = \{x \in K \ /x$ possui 4 ângulos retos$\}$;

$Q = \{x \in K \ / \ x$ possui 4 lados congruentes e 2 ângulos com medidas iguais$\}$.

Logo, $L \cap R = L \cap Q$.

II- Seja o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, nota-se que A possui somente 4 subconjuntos.

III- Observando as seguintes relações entre conjuntos:

$\{a, b, c, d\}\ U\ Z = \{a, b, c, d, e\}$, $\{c, d\}\ U\ Z = \{a, c, d, e\}$ e $\{b, c, d\}\ \cap Z = \{c\}$; pode-se concluir que $Z = \{a, c, e\}$.

Em relação às afirmativas acima, assinale a opção correta.

a) Apenas a afirmativa I é verdadeira.

b) Apenas as afirmativas I e III são verdadeiras.

c) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.

d) Apenas a afirmativa III é verdadeira.

e) Apenas a afirmativa II é verdadeira.

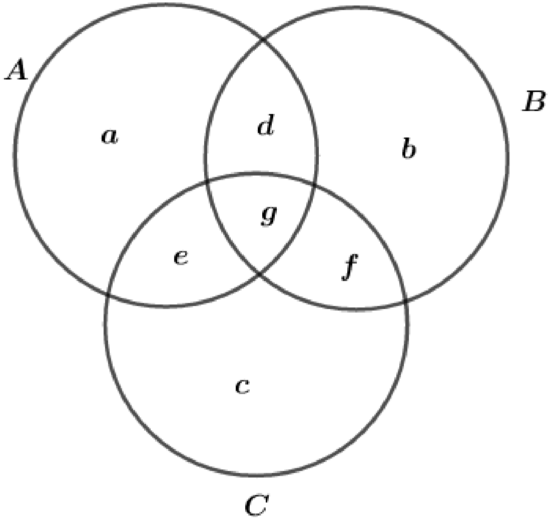
(EFOMM/2010)

Se X é um conjunto com um número finito de elementos, $n(X)$ representa o número de elementos do conjunto X. Considere os conjuntos A, B e C com as seguintes propriedades:

- $n(A \cup B \cup C) = 25;$
- $n(A - C) = 13$
- $n(B - A) = 10$
- $n(A \cap C) = n(C - (A \cup B)).$

O maior valor possível de $n(C)$ é igual a

a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13


A
B
C
a
d
b
g
e
f
c

Estratégia Militares

(EFOMM/2010)

Se X é um conjunto com um número finito de elementos, $n(X)$ representa o número de elementos do conjunto X. Considere os conjuntos A, B e C com as seguintes propriedades:

- $n(A \cup B \cup C) = 25;$
- $n(A - C) = 13$
- $n(B - A) = 10$
- $n(A \cap C) = n(C - (A \cup B)).$

O maior valor possível de $n(C)$ é igual a

a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

(EFOMM/2006)

Sejam os conjuntos $U = \{1,2,3,4\}$ e $A = \{1,2\}$. O conjunto B tal que $B \cap A = \{1\}$ e $B \cup A = U$ é

a) 0

b) $\{1\}$

c) $\{1,2\}$

d) $\{1,3,4\}$

e) U

Obrigado

@profvictorso

Estratégia
Militares