

Prova de Matrizes – ITA

1 - (ITA-13) Considere $A \in M_{5 \times 5}(\mathbb{R})$ com $\det(A) = \sqrt{6}$ e $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Se $(\alpha A^T A A^T) = \sqrt{6} \alpha^2$, o valor de α é
 a) $1/6$ b) $\sqrt{6}/6$ c) $\sqrt[3]{36}/6$ d) 1 e) $\sqrt{216}$

2 - (ITA-11) Considere as afirmações abaixo:
 I - Se M é uma matriz quadrada de ordem $n > 1$, não-nula e não-inversível, então existe matriz não-nula N , de mesma ordem, tal que MN é matriz nula.
 II - Se M é uma matriz quadrada inversível de ordem n tal que $\det(M^2 - M) = 0$, então existe matriz não-nula X , de ordem $n \times 1$, tal que $MX = X$.

III - A matriz
$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ \frac{\operatorname{tg} \theta}{\sec \theta} & 1 - 2\operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$$
 é inversível, $\forall \theta \neq \pi/2 + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Destas, é(são) verdadeira(s)
 A () apenas II. B () apenas I e II.
 C () apenas I e III. D () apenas II e III.
 E () todas.

3 - (ITA-10) Sobre os elementos da matriz

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in M_{4 \times 4}(\square)$$

sabe-se que (x_1, x_2, x_3, x_4) e (y_1, y_2, y_3, y_4) são duas progressões geométricas de razão 3 e 4 e de soma 80 e 225, respectivamente. Então, $\det(A^{-1})$ e o elemento $(A^{-1})_{23}$ valem, respectivamente,

- (A) $\frac{1}{72}e^{12}$ (B) $-\frac{1}{72}e^{-12}$
 (C) $-\frac{1}{72}e^{12}$ (D) $-\frac{1}{72}e^{\frac{1}{12}}$ (E) $\frac{1}{72}e^{\frac{1}{12}}$

4 - (ITA-09) Dados $A \in M_{3 \times 2}(\mathbb{R})$ e $b \in M_{3 \times 1}(\mathbb{R})$, dizemos que $X_0 \in M_{2 \times 1}(\mathbb{R})$ é a melhor aproximação quadrática do sistema $AX = b$ quando $\sqrt{(AX_0 - b)^t(AX_0 - b)}$ assume o menor valor possível. Então, dado o sistema

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

a sua melhor aproximação quadrática é

- a) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

5 - (ITA-09) Seja $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ uma matriz simétrica e não nula, cujos elementos são tais que a_{11}, a_{12} e a_{22} formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão $q \neq 1$ e $\operatorname{tr}A = 5a_{11}$. Sabendo-se que o sistema $AX = X$ admite solução não nula $X \in M_{2 \times 1}(\mathbb{R})$, pode-se afirmar que $a_{11}^2 + q^2$ é igual a

- a) $\frac{101}{25}$ b) $\frac{121}{25}$ c) 5 d) $\frac{49}{9}$ e) $\frac{25}{4}$

6 - (ITA-08) Sejam A e C matrizes $n \times n$ inversíveis que $\det(I + C^{-1}A) = 1/3$ e $\det A = 5$. Sabendo-se que $B = 3 \cdot (A^{-1} + C^{-1})^t$, então o determinante de B é igual a

- a) 3^n b) $2 \cdot \frac{3^n}{5^2}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{3^{n-1}}{5}$ e) $5 \cdot 3^{n-1}$

7 - (ITA-07) Sejam $A = (a_{jk})$ e $B = (b_{jk})$, duas matrizes quadradas $n \times n$, onde a_{jk} e b_{jk} são, respectivamente, os elementos da linha j e coluna k das matrizes A e B , definidos por $a_{jk} = \binom{j}{k}$, quando $j \geq k$, $a_{jk} = \binom{k}{j}$, quando $j < k$ e $b_{jk} = \sum_{p=0}^{jk} (-2)^p \cdot \binom{jk}{p}$.

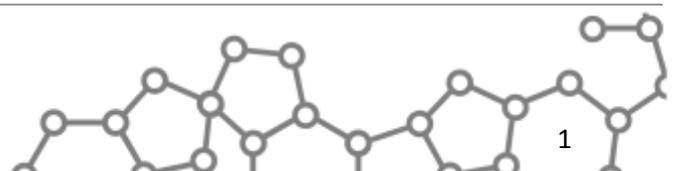
O traço de uma matriz quadrada (c_{jk}) de ordem $n \times n$ é definido por $\sum_{p=1}^n c_{pp}$. Quando n for ímpar, o traço de

- $A + B$ é igual a
 a) $n \cdot (n-1)/3$ b) $(n-1) \cdot (n+1)/4$
 c) $(n^2 - 3 \cdot n + 2)/(n-2)$ d) $3 \cdot (n-1)/n$ e) $(n-1)/(n-2)$

8 - (ITA-06) Se $\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix} = -1$, então o valor do \det

$$\begin{bmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p+x & 2q+y & 2r+z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix}$$
 é igual a

- a) 0 b) 4 c) 8 d) 12 e) 16



9 - (ITA-04) Seja $x \in \mathbb{R}$ e a matriz $A = \begin{bmatrix} 2^x & (x^2 + 1) \\ 2^x & \log_2 5 \end{bmatrix}$.

Assinale a opção correta.

- a) $\forall x \in \mathbb{R}$, A possui inversa.
- b) Apenas para $x > 0$, A possui inversa.
- c) São apenas dois os valores de x para os quais A possui inversa.
- d) Não existe valor de x para o qual A possui inversa.
- e) Para $x = \log_2 5$, A não possui inversa.

10 - (ITA-04) Considere as afirmações dadas a seguir, em que A é uma matriz quadrada $n \times n$, $n \geq 2$:

I – O determinante de A é nulo se e somente se A possui uma linha ou uma coluna nula.

II – Se $A = (a_{ij})$ é tal que $a_{ij} = 0$ para $i > j$, com $i, j = 1, 2, \dots, n$, então $\det A = a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$.

III – Se B for obtida de A, multiplicando-se a primeira coluna por $\sqrt{2} + 1$ e a segunda por $\sqrt{2} - 1$, mantendo-se inalteradas as demais colunas, então $\det B = \det A$.

Então, podemos afirmar que é (são) verdadeira(s).

- a) apenas II
- b) apenas III
- c) apenas I e II
- d) apenas II e III
- e) todas

11 - (ITA-03) Sejam A e P matrizes $n \times n$ inversíveis e $B = P^{-1}AP$. Das afirmações:

I – B^T é inversível e $(B^T)^{-1} = (B^{-1})^T$.

II – Se A é simétrica, então B também o é.

III – $\det(A - \lambda I) = \det(B - \lambda I)$, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$

é (são) verdadeira(s):

- a) todas.
- b) apenas I.
- c) apenas I e II.
- d) apenas I e III.
- e) apenas II e III.

12 - (ITA-02) Seja a matriz

$$\begin{bmatrix} \cos 25^\circ & \sin 65^\circ \\ \sin 120^\circ & \cos 390^\circ \end{bmatrix}$$

O valor de seu determinado é:

- a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- d) 1
- e) 0

13 - (ITA-02) Sejam A e B matrizes quadradas de ordem n tais que $AB = A$ e $BA = B$. Então, $[(A + B)^t]^2$ é igual a:

- a) $(A + B)^2$.
- b) $2(A^t \cdot B^t)$.
- c) $2(A^t + B^t)$.
- d) $A^t + B^t$.
- e) $A^t B^t$.

14 - (ITA-02) Seja A uma matriz real 2×2 . Suponha que α e β sejam dois números distintos, e V e W duas matrizes reais 2×1 não-nulas, tais que $AV = \alpha V$ e $AW = \beta W$. Se $a, b \in \mathbb{R}$ são tais que $aV + bW$ é igual à matriz nula 2×1 , então $a + b$ vale:

- a) 0
- b) 1
- c) -1
- d) $\frac{1}{2}$
- e) $-\frac{1}{2}$

15 - (ITA-01) Sejam A e B matrizes $n \times n$, e B uma matriz simétrica. Dadas as afirmações:

- I. $AB + BA^T$ é simétrica.
- II. $(A + A^T + B)$ é simétrica.
- III. ABA^T é simétrica.

temos que:

- a) apenas I é verdadeira
- b) apenas II é verdadeira
- c) apenas III é verdadeira
- d) apenas I e III são verdadeiras
- e) todas as afirmações são verdadeiras

16 - (ITA-01) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix}$

A soma dos elementos da primeira coluna da matriz inversa de A é:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

17 - (ITA-00) Considere as matrizes

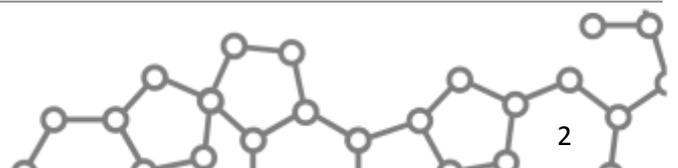
$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Se X é solução de $M^{-1}NX = P$, então $x^2 + y^2 + z^2$ é igual a:

- (A) 35
- (B) 17
- (C) 38
- (D) 14
- (E) 29

18 - (ITA-00) Sendo x um número real positivo, considere as matrizes



$$A = \begin{pmatrix} \log_{1/3} x & \log_{1/3} x^2 & 1 \\ 0 & -\log_3 x & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & \log_{1/3} x^2 \\ 1 & 0 \\ -3\log_{1/3} x & -4 \end{pmatrix}$$

A soma de todos os valores de x para os quais $(AB) = (AB)^T$ é igual a:

(A) $\frac{25}{3}$ (B) $\frac{28}{3}$ (C) $\frac{32}{3}$ (D) $\frac{27}{2}$ (E) $\frac{25}{2}$

19 - (ITA-00) Considere as matrizes

$$M = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

em que $a \neq 0$ e a, b e c formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão $q > 0$. Sejam λ_1, λ_2 e λ_3 as raízes da equação $\det(M - \lambda I) = 0$. Se

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = a \quad \text{e} \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 7a,$$

então $a^2 + b^2 + c^2$ é igual a:

(A) $\frac{21}{8}$ (B) $\frac{91}{9}$ (C) $\frac{36}{9}$ (D) $\frac{21}{16}$ (E) $\frac{91}{36}$

20 - (ITA-99) Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Se x e y são soluções do sistema $(AA' - 3I)X = B$, então $x + y$ é igual a:

a) 2 b) 1 c) 0 d) -1 e) -2

21 - (ITA-99) Sejam x, y e z números reais com $y \neq 0$. Considere a matriz inversível

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ y & 0 & 0 \\ z & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Então:

- A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a $x + 1$.
- A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a 0.
- A soma dos termos da primeira coluna de A^{-1} é igual a 1.
- O produto dos termos da segunda linha de A^{-1} é igual a y .
- O produto dos termos da terceira coluna de A^{-1} é igual a 1.

22 - (ITA-98) Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem 2 que satisfazem a seguinte propriedade: existe uma matriz M inversível tal que: $A = M^{-1}BM$.

Então:

- $\det(-A^t) = \det B$
- $\det A = -\det B$
- $\det(2A) = 2 \det B$
- Se $\det B \neq 0$ então $\det(-AB) < 0$
- $\det(A - I) = -\det(I - B)$

23 - (ITA-98) Sejam as matrizes de ordem 2,

$$A = \begin{bmatrix} 2+a & a \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a & 2+a \end{bmatrix}$$

Então, a soma dos elementos da diagonal principal de $(AB)^{-1}$ é igual a:

- $a + 1$
- $4(a + 1)$
- $\frac{1}{4}(5 + 2a + a^2)$
- $\frac{1}{4}(1 + 2a + a^2)$
- $\frac{1}{2}(5 + 2a + a^2)$

24 - (ITA-97) Sejam A, B e C matrizes reais quadradas de ordem n e não nulas. Por O denotamos a matriz nula de ordem n . Se $AB = AC$ considere as afirmações:

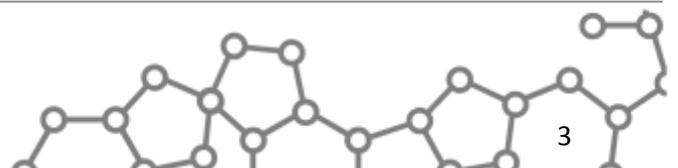
- $A^2 \neq O$
 - $B = C$
 - $\det B \neq 0$
 - $\det(B - C) = 0$
- Então:
- Todas são falsas.
 - Apenas a afirmação I é verdadeira.
 - Apenas a afirmação II é verdadeira.
 - Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
 - Apenas a afirmação III é verdadeira.

25 - (ITA-97) Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Sejam λ_0, λ_1 e λ_2 as raízes da equação $\det(A - \lambda I_3) = 0$ com $\lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$. Considere as afirmações:

- $B = A - \lambda_0 I_3$
 - $B = (A - \lambda_1 I_3)A$
 - $B = A(A - \lambda_2 I_3)$
- Então:
- Todas as afirmações são falsas.
 - Todas as afirmações são verdadeiras.
 - Apenas I é falsa.
 - Apenas II é falsa.
 - Apenas III é verdadeira.



26 - (ITA-96) Seja $a \in \mathfrak{R}$, $a > 0$ e $a \neq 1$ e considere a matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} \log_a^{3a} & \log_{10}^{(3a)^2} \\ \log_a^{1/a} & \log_a^a \\ \log_a^1 & \log_{10}^1 \end{bmatrix}$$

Para que a característica de A seja

máxima, o valor de a deve ser tal que:

- a) $a \neq 10$ e $a \neq 1/3$ b) $a \neq \sqrt{10}$ e $a \neq 1/3$
 c) $a \neq 2$ e $a \neq 10$ d) $a \neq 2$ e $a \neq \sqrt{3}$
 e) $a \neq 2$ e $a \neq \sqrt{10}$

27 - (ITA-96) Considere A e B matrizes reais 2x2, arbitrárias. Das afirmações abaixo assinale a verdadeira. No seu caderno de respostas, justifique a afirmação verdadeira e dê exemplo para mostrar que cada uma das demais é falsa.

- a) Se A é não nula então A possui inversa
 b) $(AB)^t = A^t B^t$
 c) $\det(AB) = \det(BA)$
 d) $\det A^2 = 2 \det A$
 e) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

28 - (ITA-96) Seja $a \in \mathfrak{R}$ e considere as matrizes reais 2x2.

$$A = \begin{bmatrix} 3^a & -1 \\ -1 & 3^a \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 7^{a-1} & 8^{a-3} \\ 7 & 2^{-3} \end{bmatrix}$$

O produto AB será inversível se e somente se:

- a) $a^2 - 5a + 6 \neq 0$ b) $a^2 - 5a \neq 0$ c) $a^2 - 3a \neq 0$
 d) $a^2 - 2a + 1 \neq 0$ e) $a^2 - 2a \neq 0$

29 - (ITA-95) Dizemos que duas matrizes $n \times n$ A e B são semelhantes se existe uma matriz $n \times n$ inversível P tal que $B = P^{-1}AP$. Se A e B são matrizes semelhantes quaisquer, então:

- a) B é sempre inversível.
 b) Se A é simétrica, então B também é simétrica.
 c) B^2 é semelhante a A.
 d) Se C é semelhante a A, então BC é semelhante a A^2 .
 e) $\det(\lambda I - B) = \det(\lambda I - A)$, onde λ é um real qualquer.

30 - (ITA-95) Sejam A e B matrizes reais 3x3. Se $\text{tr}(A)$ denota a soma dos elementos da diagonal principal de A, considere as afirmações:

- I- $\text{tr}(A^t) = \text{tr}(A)$
 II- Se A é inversível, então $\text{tr}(A) \neq 0$.
 III- $\text{tr}(A + \lambda B) = \text{tr}(A) + \lambda \text{tr}(B)$, para todo $\lambda \in \mathfrak{R}$.
 Temos que:

- a) Todas as afirmações são verdadeiras.
 b) Todas as afirmações são falsas.
 c) Apenas a afirmação I é verdadeira.

- d) Apenas a afirmação II é falsa.
 e) Apenas a afirmação III é falsa.

31 - (ITA-94) Sejam A e I matrizes reais quadradas de ordem 2, sendo I a matriz identidade. Por T denotamos o traço de A, ou seja T é a soma dos elementos da diagonal principal de A. Se $T \neq 0$ e λ_1, λ_2 são raízes da equação: $\det(A - \lambda I) = \det(A) - \det(\lambda I)$, então:

- a) λ_1 e λ_2 independem de T. b) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = T$ c) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1$
 d) $\lambda_1 + \lambda_2 = T/2$ e) $\lambda_1 + \lambda_2 = T$

32 - (ITA-94) Sejam A e P matrizes reais quadradas de ordem n tais que A é simétrica (isto é, $A = A^t$) e P é ortogonal (isto é, $PP^t = I = P^tP$), P diferente da matriz identidade. Se $B = P^tAP$ então:

- a) AB é simétrica. b) BA é simétrica. c) $\det A = \det B$
 d) $BA = AB$ e) B é ortogonal.

33 - (ITA-94) Seja a uma matriz real quadrada de ordem n e $B = I - A$, onde I denota a matriz identidade de ordem n. supondo que A é inversível e idempotente (isto é, $A^2 = A$) considere as afirmações:

I- B é idempotente.

II- $AB = BA$

III- B é inversível.

IV- $A^2 + B^2 = I$

V- AB é simétrica.

Com respeito a estas afirmações temos:

- a) Todas são verdadeiras.
 b) Apenas uma é verdadeira.
 c) Apenas duas são verdadeiras.
 d) Apenas três são verdadeiras.
 e) Apenas quatro são verdadeiras.

34 - (ITA-93) Dadas as matrizes reais $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 0 \\ y & 8 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ e

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & y \\ 0 & 8 & 2 \\ x & 3 & x-2 \end{bmatrix}, \text{ analise as afirmações:}$$

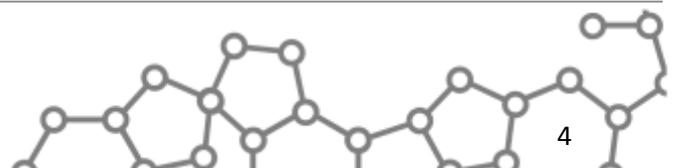
I. $A = B \Leftrightarrow x = 3$ e $y = 0$

II. $A + B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 1 & 16 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow x = 2$ e $y = 1$.

III. $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow x = 1$

e conclua:

- a) apenas a afirmação II é verdadeira



2. $AB = BA$ 5. $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$
 3. $A + B = B + A$

Então podemos afirmar que:

- a) 1 e 2 são corretas d) 4 e 5 são corretas
 b) 2 e 3 são corretas e) 5 e 1 são corretas
 c) 3 e 4 são corretas

44 - (ITA-89) Considere a equação

$$x \begin{bmatrix} 4 \\ -16 \\ 4 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ onde } x, y \text{ e } z \text{ são números}$$

reais. É verdade que:

- a) a equação admite somente uma solução
 b) em qualquer solução, $x^2 = z^2$
 c) em qualquer solução, $16x^2 = 9z^2$
 d) em qualquer solução, $25y^2 = 16z^2$
 e) em qualquer solução, $9y^2 = 16z^2$

45 - (ITA-89) Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ então o elemento da

terceira linha e primeira coluna, de sua inversa, será:
 a) 5/8 b) 9/11 c) 6/11 d) -2/13 e) 1/13

46 - (ITA-88) Seja A uma matriz real que possui inversa. Seja n um número inteiro positivo e A^n o produto de matriz A por ela mesma n vezes. Das afirmações a verdadeira é:

- a) A^n possui inversa, qualquer que seja o valor de n
 b) A^n possui inversa apenas quando $n = 1$ ou $n = 2$.
 c) A^n possui inversa e seu determinante independe de n .
 d) A^n não possui inversa para valor algum de n , $n > 1$.
 e) Dependendo da matriz A , a matriz A^n poderá ou não ter inversa.

47 - (ITA-87) Considere P a matriz inversa da matriz M ,

onde $M = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 \\ 1/7 & 1 \end{bmatrix}$. A soma dos elementos da diagonal

principal da matriz P é:

- a) 9/4 b) 4/9 c) 4 d) 5/9 e) -1/9

48 - (ITA-87) Seja λ um número real, I a matriz identidade de ordem 2 e A a matriz quadrada de ordem 2, cujos elementos a_{ij} são definidos por: $a_{ij} = i + j$. Sobre a equação em λ definida por $\det(A - \lambda I) = \det A - \lambda$, qual das afirmações abaixo é verdadeira?

- a) Apresenta apenas raízes negativas.
 b) Apresenta apenas raízes inteiras.
 c) Uma raiz é nula e a outra negativa.
 d) As raízes são 0 e 5/2.

e) Todo λ real satisfaz esta equação.

49 - (ITA-87) Quaisquer que sejam os números reais a , b e c , o determinante da matriz

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} \text{ é dada por:}$$

- a) $ab + ac + bc$ b) abc c) zero
 d) $abc + 1$ e) 1

50 - (ITA-87) Seja P o determinante da seguinte matriz

$$\text{real: } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} & 2 & x \\ 2 & 3 & 4 & x^2 \\ 4 & 9 & 8 & x^3 \end{vmatrix}. \text{ Para se obter } P < 0 \text{ é suficiente}$$

considerar x em \mathfrak{R} , tal que:

- a) $x = (\sqrt{2} + \sqrt{3})/2$ b) $10 < x < 11$ c) $\sqrt{3} < x < 2$
 d) $2 < x < 3$ e) $9 < x < 10$

51 - (ITA-86) Seja $x \in \mathfrak{R}$ e A a matriz definida por

$$A = \begin{bmatrix} 1 + \sin x & \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Se S é o conjunto dos x tais que A é uma matriz inversível, então podemos afirmar que:

- a) S é vazio d) $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 b) $S = \{k\pi/2, k \in \mathbb{Z}\}$ e) $S = [-\pi/2, \pi/2]$
 c) $S = [0, 2\pi]$

52 - (ITA-86) Dizemos que duas matrizes reais, 2×1 , A e B quaisquer são linearmente dependentes se e somente se existem dois números reais x e y não ambos nulos tais que $xA + yB = 0$, onde 0 é a matriz nula 2×1 .

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 1 \\ k^n - 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} k^{-n} + 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

onde $k \in \mathbb{R}^*$ e $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

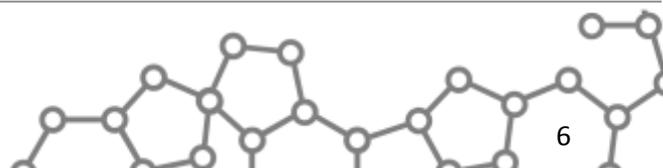
a) A e B são linearmente dependentes, $\forall k \in \mathbb{R}^*$.

b) existe um único $k \in \mathbb{R}^*$ tal que A e B não são linearmente dependentes.

c) existe um único $k \in \mathbb{R}^*$ tal que A e B são linearmente dependentes.

d) existe apenas dois valores de $k \in \mathbb{R}^*$ tais que A e B são linearmente dependentes.

e) não existe valor de $k \in \mathbb{R}^*$ tal que A e B sejam linearmente dependentes.



53 - (ITA-85) Dizemos que um número real λ é autovalor de uma matriz real $I_{n \times n}$ quando existir uma matriz coluna $X_{n \times 1}$ não-nula, tal que $TX = \lambda X$. Considere uma matriz real $P_{n \times m}$ satisfazendo $PP = P$. Denote que λ_1 um autovalor de P e por λ_2 um autovalor de PP . Podemos afirmar que, necessariamente:

- a) $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$
- b) $\lambda_1 > \lambda_2 > 1$
- c) λ_1 e λ_2 pertencem ao conjunto $\{0, 1\}$
- d) λ_1 e λ_2 pertencem ao conjunto $\{t \in \mathbb{R} \text{ tal que } t < 0 \text{ ou } t > 1\}$
- e) λ_1 e λ_2 pertencem ao intervalo aberto $(0, 1)$

$$b) \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{bmatrix}$$

$$c) \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

$$e) \begin{bmatrix} \log_2 5 & 3 \log_{\sqrt{3}} 81 \\ 5 & -2^{\log_2 81} \end{bmatrix}$$

54 - (ITA-85) Dadas as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & -1 \\ 0 & x_1 & 1 \\ x_3 & -x_2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & -x_2 & 0 \\ -x_3 & 0 & -x_3 \end{pmatrix}$$

onde x_1, x_2 e x_3 são raízes da seguinte equação em x : $x^3 + ax^2 + bx - 2 = 0$. Se $\det A = 4x_1$ e $\det (A - B) = 8$, então podemos afirmar que:

- a) $\det (A - B) = 5$ e $a = 2$
- b) $\det A = b$ e $a = 2$
- c) $\det B = 2$ e $b = 5$
- d) $\det (A - B) = a$ e $\det A$
- e) $\det A = a/2$ e $b = a/2$

55 - (ITA-84) Sejam P, Q, R matrizes reais quadradas arbitrárias de ordem n . Considere as seguintes afirmações:

- I - se $PQ = PR$, então $Q = R$
- II - se P^3 é a matriz nula, então o determinante de P é zero
- III - $PQ = QP$

Podemos afirmar que:

- a) I é a única afirmação verdadeira
- b) II e III são afirmações verdadeiras
- b) I e II são afirmações verdadeiras
- a) III é a única afirmação falsa
- b) I e III são afirmações falsas

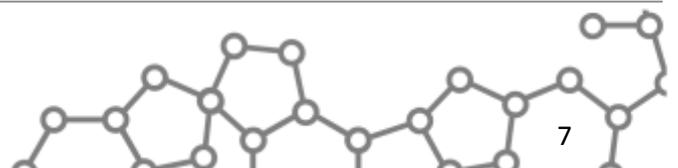
56 - (ITA-83) Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, onde

$$a = 2^{(1+\log_2 5)}; \quad b = 2^{\log_2 8};$$

$$c = \log_{\sqrt{3}} 81 \text{ e } d = \log_{\sqrt{3}} 27.$$

Uma matriz real quadrada B , de ordem 2, tal que AB é a matriz identidade de ordem 2 é:

$$a) \begin{bmatrix} \log_{\sqrt{3}} 27 & 2 \\ 2 & \log_{\sqrt{3}} 81 \end{bmatrix} \quad d) \begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & \log_2 5 \end{bmatrix}$$



GABARITO

1	C
2	E
3	C
4	E
5	A
6	D
7	C
8	D
9	A
10	D
11	D
12	E
13	C
14	A
15	E
16	A
17	A
18	B
19	A
20	D
21	C
22	A
23	C
24	SR
25	E
26	B
27	C
28	E
29	E
30	D
31	D
32	C
33	E
34	A
35	B
36	B
37	E
38	B
39	C
40	C
41	D

42	A
43	C
44	E
45	B
46	A
47	C
48	B
49	B
50	C
51	A
52	D
53	C
54	C
55	E
56	C

