Prova de Matrizes – ITA

1 - (ITA-13) Considere $A \in M_{5\times5}(\mathbb{R})$ com det (A) $= \sqrt{6}$ e $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. Se $(\alpha A^T A A^T) = \sqrt{6}\,\alpha^2$, o valor de α é
a) 1/6 b) $\sqrt{6}/6$ c) $\sqrt[3]{36}/6$ d) 1 e) $\sqrt{216}$

2 - (ITA-11) Considere as afirmações abaixo:
I - Se M é uma matriz quadrada de ordem n > 1, não-nula e não-inversível, então existe matriz não-nula N, de mesma ordem, tal que MN é matriz nula.
II - Se M é uma matriz quadrada inversível de ordem n tal que det(M2 — M) = 0, então existe matriz não-nula X, de ordem n x 1, tal que MX = X.
III – A matriz
$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -sen\theta \\ \dfrac{tg\theta}{\sec\theta} & 1-2sen^2\dfrac{\theta}{2} \end{bmatrix}$$
é inversível, $\forall\theta \neq \pi/2 + k\pi$, $k \in Z$.

Destas, é(são) verdadeira(s)
A ( ) apenas II. B ( ) apenas I e II.
C ( ) apenas I e III. D ( ) apenas II e III.
E ( ) todas.

3 - (ITA-10) Sobre os elementos da matriz
$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in M_{4x4}(\mathbb{R})$$
sabe-se que (x_1, x_2, x_3, x_4) e (y_1, y_2, y_3, y_4) são duas progressões geométricas de razão 3 e 4 e de soma 80 e 225, respectivamente. Então, $det(A^{-1})$ e o elemento $(A^{-1})_{23}$ valem, respectivamente,
(A) $\frac{1}{72}$ e 12 (B) $-\frac{1}{72}$ e -12
(C) $-\frac{1}{72}$ e 12 (D) $-\frac{1}{72}$ e $\frac{1}{12}$ (E) $\frac{1}{72}$ e $\frac{1}{12}$

4 - (ITA-09) Dados $A \in M_{3\times2}(IR)$ e $b \in M_{3\times1}(IR)$, dizemos que $X_0 \in M_{2\times1}(IR)$ é a melhor aproximação quadrática do sistema $AX = b$ quando $\sqrt{(AX_0 - b)^t(AX_0 - b)}$ assume o menor valor possível. Então, dado o sistema
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$
a sua melhor aproximação quadrática é

a) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

5 - (ITA-09) Seja $A \in M_{2\times2}(IR)$ uma matriz simétrica e não nula, cujos elementos são tais que a_{11}, a_{12} e a_{22} formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão $q \neq 1$ e $trA = 5a_{11}$. Sabendo-se que o sistema $AX = X$ admite solução não nula $X \in M_{2\times1}(IR)$, pode-se afirmar que $a_{11}^2 + q^2$ é igual a
a) $\frac{101}{25}$. B) $\frac{121}{25}$. C) 5. D) $\frac{49}{9}$. E) $\frac{25}{4}$

6 - (ITA-08) Sejam A e C matrizes n x n inversíveis que det $(I + C^{-1}.A) = 1/3$ e det A = 5. Sabendo-se que $B = 3.(A^{-1} + C^{-1})^t$, então o determinante de B é igual a
a) 3^n b) $2.\frac{3^n}{5^2}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{3^{n-1}}{5}$ e) $5 . 3^{n-1}$

7 - (ITA-07) Sejam $A = (a_{jk})$ e $B = (b_{jk})$, duas matrizes quadradas $n\times n$, onde a_{jk} e b_{jk} são, respectivamente, os elementos da linha j e coluna k das matrizes A e B, definidos por $a_{jk} = \binom{j}{k}$, quando $j \geq k$, $a_{jk} = \binom{k}{j}$, quando $j < k$ e $b_{jk} = \sum_{p=0}^{jk}(-2)^p \cdot \binom{jk}{p}$.
O traço de uma matriz quadrada (c_{jk}) de ordem $n\times n$ é definido por $\sum_{p=1}^{n} c_{pp}$. Quando n for ímpar, o traço de $A + B$ é igual a
a) $n\cdot(n-1)/3$. b) $(n-1)\cdot(n+1)/4$
c) $(n^2 - 3\cdot n + 2)/(n-2)$ d) $3\cdot(n-1)/n$ e) $(n-1)/(n-2)$

8 - (ITA-06) Se det $\begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix} = -1$, então o valor do det
$$\begin{bmatrix} -2a & -2b & -2c \\ 2p+x & 2q+y & 2r+z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix}$$
é igual a

a) 0 b) 4 c) 8 d) 12 e) 16

9 - (ITA-04) Seja $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$ e a matriz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2^x & (x^2+1) \\ 2^x & \log_2 5 \end{bmatrix}$.

Assinale a opção correta.
a) $\forall x \in \mathbb{R}$, A possui inversa.
b) Apenas para x > 0, A possui inversa.
c) São apenas dois os valores de x para os quais A possui inversa.
d) Não existe valor de x para o qual A possui inversa.
e) Para $x = \log_2 5$, A não possui inversa.

10 - (ITA-04) Considere as afirmações dadas a seguir, em que **A** é uma matriz quadrada **n x n**, $\mathbf{n \geq 2}$:
I – O determinante de **A** é nulo se e somente se **A** possui uma linha ou uma coluna nula.
II – Se $\mathbf{A = (a_{ij})}$ é tal que $\mathbf{a_{ij} = 0}$ para **i > j**, com **i, j = 1, 2, ..., n**, então $\mathbf{\det A = a_{11}\, a_{22} \ldots a_{nn}}$.
III – Se **B** for obtida de **A**, multiplicando-se a primeira coluna por $\sqrt{2}+1$ e a segunda por $\sqrt{2}-1$, mantendo-se inalteradas as demais colunas, então **det B = det A**.
Então, podemos afirmar que é (são) verdadeira(s).
a) apenas II b) apenas III c) apenas I e II
d) apenas II e III e) todas

11 - (ITA-03) Sejam A e P matrizes n x n inversíveis e $B = P^{-1}AP$. Das afirmações:
I – B^T é inversível e $(B^T)^{-1} = (B^{-1})^T$.
II – Se A é simétrica, então B também o é.
III – $\det(A - \lambda I) = \det(B - \lambda I)$, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$)
é (são) verdadeira(s):
a) todas. d) apenas I e III.
b) apenas I. e) apenas II e III.
c) apenas I e II.

12 - (ITA-02) Seja a matriz

$$\begin{bmatrix} \cos 25^\circ & \text{sen } 65^\circ \\ \text{sen } 120^\circ & \cos 390^\circ \end{bmatrix}$$

O valor de seu determinado é:
a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ d) 1
b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ e) 0
c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

13 - (ITA-02) Sejam A e B matrizes quadradas de ordem n tais que AB = A e BA = B. Então, $[(A + B)^t]^2$ é igual a:
a) $(A + B)^2$. d) $A^t + B^t$.
b) $2(A^t \cdot B^t)$. e) $A^t B^t$.
c) $2(A^t + B^t)$.

14 - (ITA-02) Seja A uma matriz real 2 x 2. Suponha que α e β sejam dois números distintos, e V e W duas matrizes reais 2 x 1 não-nulas, tais que $AV = \alpha V$ e $AW = \beta W$. Se $a, b \in R$ são tais que aV + bW é igual à matriz nula 2 x 1, então a + b vale:

a) 0 b) 1 c) – 1 d) $\frac{1}{2}$ e) - $\frac{1}{2}$

15 - (ITA-01) Sejam A e B matrizes n x n , e B uma matriz simétrica. Dadas as afirmações:
I. $AB + BA^T$ é simétrica.
II. $(A + A^T + B)$ é simétrica.
III. ABA^T é simétrica.
temos que:

a) apenas I é verdadeira
b) apenas II é verdadeira
c) apenas III é verdadeira
d) apenas I e III são verdadeiras
e) todas as afirmações são verdadeiras

16 - (ITA-01) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{bmatrix}$

A soma dos elementos da primeira coluna da matriz inversa de A é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

17 - (ITA-00) Considere as matrizes

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Se X é solução de $M^{-1}NX = P$, então $x^2 + y^2 + z^2$ é igual a:
(A) 35 (B) 17 (C) 38 (D) 14 (E) 29

18 - (ITA-00) Sendo x um número real positivo, considere as matrizes

$$A=\begin{pmatrix}\log_{1/3}x & \log_{1/3}x^2 & 1\\ 0 & -\log_3 x & 1\end{pmatrix}$$ e

$$B=\begin{pmatrix}0 & \log_{1/3}x^2\\ 1 & 0\\ -3\log_{1/3}x & -4\end{pmatrix}$$

A soma de todos os valores de x para os quais $(AB)=(AB)^T$ é igual a :

(A) $\frac{25}{3}$ (B) $\frac{28}{3}$ (C) $\frac{32}{3}$ (D) $\frac{27}{2}$ (E) $\frac{25}{2}$

19 - (ITA-00) Considere as matrizes

$$M=\begin{pmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & 1\\ 0 & 0 & c\end{pmatrix} \quad \text{e} \quad I=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

em que $a\neq 0$ e a,b e c formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão $q>0$. Sejam λ_1,λ_2 e λ_3 as raízes da equação $\det(M-\lambda I)=0$. Se

$\lambda_1\lambda_2\lambda_3=a$ e $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+7a$,

então $a^2+b^2+c^2$ é igual a :

(A) $\frac{21}{8}$ (B) $\frac{91}{9}$ (C) $\frac{36}{9}$ (D) $\frac{21}{16}$ (E) $\frac{91}{36}$

20 - (ITA-99) Considere as matrizes

$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 2\end{bmatrix}$, $I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$, $X=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}$

Se *x* e *y* são soluções do sistema $(AA'-3I)X=B$, então x + y é igual a:

a) 2 b) 1 c) 0 d) – 1 e) – 2

21 - (ITA-99) Sejam x, y e z números reais com y ≠ 0. Considere a matriz inversível

$$A=\begin{bmatrix}x & 1 & 1\\ y & 0 & 0\\ z & -1 & 1\end{bmatrix}.$$

Então:

a) A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a x + 1.

b) A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a 0.

c) A soma dos termos da primeira coluna de A^{-1} é igual a 1.

d) O produto dos termos da segunda linha de A^{-1} é igual a y.

e) O produto dos termos da terceira coluna de A^{-1} é igual a 1.

22 - (ITA-98) Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem 2 que satisfazem a seguinte propriedade: existe uma matriz M inversível tal que: $A=M^{-1}BM$.

Então:

a) $\det(-A^t)=\det B$

b) $\det A=-\det B$

c) $\det(2A)=2\det B$

d) Se $\det B\neq 0$ então $\det(-AB)<0$

e) $\det(A-I)=-\det(I-B)$

23 - (ITA-98) Sejam as matrizes de ordem 2,

$$A=\begin{bmatrix}2+a & a\\ 1 & 1\end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B=\begin{bmatrix}1 & 1\\ a & 2+a\end{bmatrix}$$

Então, a soma dos elementos da diagonal principal de $(AB)^{-1}$ é igual a:

a) a + 1 b) 4(a + 1) c) $\frac{1}{4}(5+2a+a^2)$

d) $\frac{1}{4}(1+2a+a^2)$ e) $\frac{1}{2}(5+2a+a^2)$

24 - (ITA-97) Sejam A, B e C matrizes reais quadradas de ordem n e não nulas. Por O denotamos a matriz nula de ordem n. Se AB = AC considere as afirmações:

I- $A^2\neq 0$

II- B = C

III- $\det B\neq 0$

IV- $\det(B-C)=0$

Então:

a) Todas são falsas.

b) Apenas a afirmação I é verdadeira.

c) Apenas a afirmação II é verdadeira.

d) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

e) Apenas a afirmação III é verdadeira.

25 - (ITA-97) Considere as matrizes

$$A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix} \text{ e } B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0 & -2 & 0\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$$

Sejam λ_0, λ_1 e λ_2 as raízes da equação $\det(A-\lambda I_3)=0$ com $\lambda_0\leq\lambda_1\leq\lambda_2$. Considere as afirmações:

I- $B=A-\lambda_0 I_3$

II- $B=(A-\lambda_1 I_3)A$

III- $B=A(A-\lambda_2 I_3)$

Então:

a) Todas as afirmações são falsas.

b) Todas as afirmações são verdadeiras.

c) Apenas I é falsa.

d) Apenas II é falsa.

e) Apenas III é verdadeira.

26 - (ITA-96) Seja $a \in \Re$, $a > 0$ e $a \neq 1$ e considere a matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} \log_{a}^{3a} & \log_{10}^{(3a)^2} \\ \log_{a}^{1/a} & \log_{a}^{a} \\ \log_{a}^{1} & \log_{10}^{1} \end{bmatrix}$$

Para que a característica de A seja máxima, o valor de a deve ser tal que:

a) $a \neq 10$ e $a \neq 1/3$ b) $a \neq \sqrt{10}$ e $a \neq 1/3$

c) $a \neq 2$ e $a \neq 10$ d) $a \neq 2$ e $a \neq \sqrt{3}$

e) $a \neq 2$ e $a \neq \sqrt{10}$

27 - (ITA-96) Considere A e B matrizes reais 2x2, arbitrárias. Das afirmações abaixo assinale a verdadeira. No seu caderno de respostas, justifique a afirmação verdadeira e dê exemplo para mostrar que cada uma das demais é falsa.

a) Se A é não nula então A possui inversa

b) $(AB)^t = A^tB^t$

c) det (AB) = det (BA)

d) det A^2 = 2 det A

e) $(A + B)(A – B) = A^2 – B^2$

28 - (ITA-96) Seja $a \in \Re$ e considere as matrizes reais 2x2.

$$A = \begin{bmatrix} 3^a & -1 \\ -1 & 3^a \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 7^{a-1} & 8^{a-3} \\ 7 & 2^{-3} \end{bmatrix}$$

O produto AB será inversível se e somente se:

a) $a^2 - 5a + 6 \neq 0$ b) $a^2 - 5a \neq 0$ c) $a^2 - 3a \neq 0$

d) $a^2 - 2a + 1 \neq 0$ e) $a^2 - 2a \neq 0$

29 - (ITA-95) Dizemos que duas matrizes **nxn** A e B são semelhantes se existe uma matriz **nxn** inversível P tal que $B = P^{-1}AP$. Se A e B são matrizes semelhantes quaisquer, então:

a) B é sempre inversível.

b) Se A é simétrica, então B também é simétrica.

c) B^2 é semelhante a A.

d) Se C é semelhante a A, então BC é semelhante a A^2.

e) $\det(\lambda I – B) = \det(\lambda I - A)$, onde λ é um real qualquer.

30 - (ITA-95) Sejam A e B matrizes reais 3x3. Se tr(A) denota a soma dos elementos da diagonal principal de A, considere as afirmações:

I- $tr(A^t) = tr(A)$

II- Se A é inversível, então $tr(A) \neq 0$.

III- $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda tr(B)$, para todo $\lambda \in R$.

Temos que:

a) Todas as afirmações são verdadeiras.

b) Todas as afirmações são falsas.

c) Apenas a afirmação I é verdadeira.

d) Apenas a afirmação II é falsa.

e) Apenas a afirmação III é falsa.

31 - (ITA-94) Sejam A e I matrizes reais quadradas de ordem 2, sendo I a matriz identidade. Por T denotamos o traço de A, ou seja T é a soma dos elementos da diagonal principal de A. Se $T \neq 0$ e λ_1, λ_2 são raízes da equação: $\det(A – \lambda I) = \det(A) – \det(\lambda I)$, então:

a) λ_1 e λ_2 independem de T. b) $\lambda_1 . \lambda_2 = T$ c) $\lambda_1 . \lambda_2 = 1$

d) $\lambda_1 + \lambda_2 = T/2$ e) $\lambda_1 + \lambda_2 = T$

32 - (ITA-94) Sejam A e P matrizes reais quadradas de ordem n tais que A é simétrica(isto é, $A = A^t$) e P é ortogonal(isto é, $PP^t = I = P^tP$), P diferente da matriz identidade. Se $B = P^tAP$ então:

a) AB é simétrica. b) BA é simétrica. c) det A = det B

d) BA = AB e) B é ortogonal.

33 - (ITA-94) Seja a uma matriz real quadrada de ordem n e B = I – A, onde I denota a matriz identidade de ordem n. supondo que A é inversível e idempotente(isto é, $A^2 = A$) considere as afirmações:

I- B é idempotente.

II- AB = BA

III- B é inversível.

IV- $A^2 + B^2 = I$

V- AB é simétrica.

Com respeito a estas afirmações temos:

a) Todas são verdadeiras.

b) Apenas uma é verdadeira.

c) Apenas duas são verdadeiras.

d) Apenas três são verdadeiras.

e) Apenas quatro são verdadeiras.

34 - (ITA-93) Dadas as matrizes reais $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 0 \\ y & 8 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & y \\ 0 & 8 & 2 \\ x & 3 & x-2 \end{bmatrix}$, analise as afirmações:

I. $A = B \Leftrightarrow x = 3$ e $y = 0$

II. $A + B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 1 & 16 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow x = 2$ e $y = 1$.

III. $A\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow x = 1$

e conclua:

a) apenas a afirmação II é verdadeira

b) apenas a afirmação I é verdadeira
c) as afirmações I e II são verdadeiras
d) todas as afirmações são falsas
e) apenas a afirmação I é falsa

35 - (ITA-93) Seja a matriz 3x3 dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Sabendo-se que B é a inversa de A, então a soma dos elementos de B vale:
a) 1 b) 2 c) 5 d) 0 e) – 2

36 - (ITA-93) Sabendo-se que a soma das raízes da equação $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ x & 0 & x & 0 \\ 0 & b & x & x \\ b & x & 2 & b \end{vmatrix} = 0$ é $\dfrac{-8}{3}$ e que S é o conjunto destas raízes, podemos afirmar que:
a) $S \subset [-17, -1]$
b) $S \subset [1, 5]$
c) $S \subset [-1, 3]$
d) $S \subset [-10, 0]$
e) $S \subset [0, 3]$

37 - (ITA-92) Considere a equação:

$$\det \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ G(x) & 2x & F(x) \\ [G(x)]^2 & 4x^2 & [F(x)]^2 \end{bmatrix} = 0$$ onde:

$F(x) = \dfrac{x^4 + x^3 - x + 1}{x^2}$ e $G(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x}$, com $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.
Sobre as raízes reais dessa equação, temos:
a) Duas delas são negativas.
b) Uma delas é um número irracional.
c) Uma delas é um número par.
d) Uma delas é positiva e outra negativa.
e) n.d.a.

38 - (ITA-92) Seja $A \in M_{3x3}$ tal que det A = 0. Considere as afirmações:
I- Existe $X \in M_{3x1}$ não nula tal que AX é identicamente nula.
II- Para todo $Y \in M_{3x1}$, existe $X \in M_{3x1}$ tal que AX = Y.
III- Sabendo que $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ então a primeira linha da transposta de A é $\begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.
Temos que:
a) Todas são falsas.
b) Apenas II é falsa.
c) Todas são verdadeiras.
d) Apenas I e II são verdadeiras.
e) n.d.a.

39 - (ITA-92) Seja $C = \{ X \in M_{2x2};\ X^2 + 2X = 0\}$. Dadas as afirmações:
I- Para todo $X \in C$ e C, (X + 2I) é inversível.
II- Se $X \in C$ e $\det(X + 2I) \neq 0$ então X não é inversível.
III- Se $X \in C$ e $\det X \neq 0$ então $\det X > 0$.
Podemos dizer que:
a) Todas são verdadeiras.
b) Todas são falsas.
c) Apenas II e III são verdadeiras.
d) Apenas I é verdadeira.
e) n.d.a.

40 - (ITA-91) Sejam m e n números reais com $m \neq n$ e as matrizes:
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Para que a matriz mA + nB seja não inversível é necessário que:
a) m e n sejam positivos.
b) m e n sejam negativos.
c) m e n tenham sinais contrários.
d) $n^2 = 7m^2$.
e) n.d.a.

41 - (ITA-91) Sejam M e B matrizes quadradas de ordem n tais que $M - M^{-1} = B$. Sabendo que $M^t = M^{-1}$ podemos afirmar que:
a) B^2 é a matriz nula.
b) $B^2 = -2I$.
c) B é simétrica.
d) B é anti-simétrica.
e) n.d.a.
Notações: M^t e M^{-1} denotam, respectivamente a matriz transposta de M e a matriz inversa de M. Por I denotamos a matriz identidade de ordem n.

42 - (ITA-90) Sejam A, B e C matrizes quadradas n x n tais que A e B são inversíveis e $ABCA = A^t$, onde A^t é a transposta da matriz A. Então podemos afirmar que:
a) C é inversível e $\det C = \det(AB)^{-1}$;
b) C não é inversível pois det C = 0;
c) C é inversível e det C = det B;
d) C é inversível e $\det C = (\det A)^2 . \det B$;
e) C é inversível e $\det C = \dfrac{\det A}{\det B}$.
Nota: det X denota o determinante da matriz quadrada X.

43 - (ITA-89) Sendo A, B, C matrizes reais nxn, considere as seguintes afirmações:
1. A(BC) = (AB)C
4. det (AB) = det (A). det (B)

2. AB = BA 5. det (A + B) = det (A) + det (B)
3. A + B = B + A
Então podemos afirmar que:
a) 1 e 2 são corretas d) 4 e 5 são corretas
b) 2 e 3 são corretas e) 5 e 1 são corretas
c) 3 e 4 são corretas

44 - (ITA-89) Considere a equação

$$x\begin{bmatrix}4\\-16\\4\end{bmatrix}+y\begin{bmatrix}5\\1\\2\end{bmatrix}+z\begin{bmatrix}7\\0\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$, onde x, y e z são números reais. É verdade que:

a) a equação admite somente uma solução
b) em qualquer solução, $x^2 = z^2$
c) em qualquer solução, $16x^2 = 9z^2$
d) em qualquer solução, $25y^2 = 16z^2$
e) em qualquer solução, $9y^2 = 16z^2$

45 - (ITA-89) Sendo $A=\begin{vmatrix}1 & 2 & -1\\0 & -3 & 2\\3 & -1 & -2\end{vmatrix}$ então o elemento da terceira linha e primeira coluna, de sua inversa, será:
a) 5/8 b) 9/11 c) 6/11 d) –2/13 e) 1/13

46 - (ITA-88) Seja A uma matriz real que possui inversa. Seja n um número inteiro positivo e A^n o produto de matriz A por ela mesma n vezes. Das afirmações a verdadeira é:
a) A^n possui inversa, qualquer que seja o valor de n
b) A^n possui inversa apenas quando n = 1 ou n = 2.
c) A^n possui inversa e seu determinante independe de n.
d) A^n não possui inversa para valor algum de n, n > 1.
e) Dependendo da matriz A, a matriz A^n poderá ou não ter inversa.

47 - (ITA-87) Considere P a matriz inversa da matriz M, onde M = $\begin{bmatrix}1/3 & 0\\1/7 & 1\end{bmatrix}$. A soma dos elementos da diagonal principal da matriz P é:
a) 9/4 b) 4/9 c) 4 d) 5/9 e) –1/9

48 - (ITA-87) Seja λ um número real, I a matriz identidade de ordem 2 e A a matriz quadrada de ordem 2, cujos elementos a_{ij} são definidos por: $a_{ij} = i + j$. Sobre a equação em λ definida por det $(A - \lambda I)$ = det$A - \lambda$, qual das afirmações abaixo é verdadeira?
a) Apresenta apenas raízes negativas.
b) Apresenta apenas raízes inteiras.
c) Uma raiz é nula e a outra negativa.
d) As raízes são 0 e 5/2.
e) Todo λ real satisfaz esta equação.

49 - (ITA-87) Quaisquer que sejam os números reais a, b e c, o determinante da matriz

$$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\1 & 1+a & 1 & 1\\1 & 1 & 1+b & 1\\1 & 1 & 1 & 1+c\end{vmatrix}$$ é dada por:

a) ab + ac + bc b) abc c) zero
d) abc + 1 e) 1

50 - (ITA-87) Seja P o determinante da seguinte matriz real: $\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\\sqrt{2} & \sqrt{3} & 2 & x\\2 & 3 & 4 & x^2\\4 & 9 & 8 & x^3\end{bmatrix}$. Para se obter P < 0 é suficiente considerar x em $\Re$, tal que:

a) x = $(\sqrt{2}+\sqrt{3})/2$ b) 10 < x < 11 c) $\sqrt{3} < x < 2$
d) 2 < x< 3 e) 9 < x< 10

51 - (ITA-86) Seja $x \in \Re$ e *A* a matriz definida por

$$A=\begin{bmatrix}1+\operatorname{sen} x & \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\\\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right) & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

Se S é o conjunto dos x tais que *A* é uma matriz inversível, então podemos afirmar que:
a) S é vazio d) S = {$k\pi$, $k \in Z$}
b) S = {$k\pi/2$, $k \in Z$} e) S = $[-\pi/2, \pi/2]$
c) S = $[0, 2\pi]$

52 - (ITA-86) Dizemos que duas matrizes reais, 2x1, A e B quaisquer são linearmente dependentes se e somente se existem dois números reais x e y não ambos nulos tais que xA + yB = 0, onde 0 é a matriz nula 2x1.

Se $A=\begin{bmatrix}1\\k^n-1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}k^{-n}+1\\2\end{bmatrix}$

onde $k \in R^*$ e $n \in N$ = (1, 2, 3, ...}
a) A e B são linearmente dependentes, $\forall\, k \in R^*$.

b) existe um único $k \in R^*$ tal que A e B não são linearmente dependentes.
c) existe um único $k \in R^*$ tal que A e B são linearmente dependentes.
d) existe apenas dois valores de $k \in R^*$ tais que A e B são linearmente dependentes.
e) não existe valor de $k \in R^*$ tal que A e B sejam linearmente dependentes.

53 - (ITA-85) Dizemos que um número real λ é autovalor de uma matriz real I_{nxn} quando existir uma matriz coluna X_{nx1} não-nula, tal que TX = λX. Considere uma matriz real P_{nxm} satisfazendo PP = P. Denote que λ_1 um autovalor de P e por λ_2 um autovalor de PP. Podemos afirmar que, necessariamente:
a) $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$
b) $\lambda_1 > \lambda_2 > 1$
c) λ_1 e λ_2 pertencem ao conjunto {0, 1}
d) λ_1 e λ_2 pertencem ao conjunto $\{t \in R$ tal que $t < 0$ ou $t > 1\}$
e) λ_1 e λ_2 pertencem ao intervalo aberto (0, 1)

54 - (ITA-85) Dadas as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & -1 \\ 0 & x_1 & 1 \\ x_3 & -x_2 & 1 \end{pmatrix} \quad e \quad B = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & -x_2 & 0 \\ -x_3 & 0 & -x_3 \end{pmatrix}$$

onde x_1, x_2 e x_3 são raízes da seguinte equação em x: $x^3 + ax^2 + bx - 2 = 0$. Se det A = $4x_1$ e det (A – B) = 8, então podemos afirmar que:
a) det (A – B) = 5 e a = 2 b) det A = b e a = 2
c) det B = 2 e b = 5 d) det (A – B) = a e = det A
e) det A = a/2 e b = a/2

55 - (ITA-84) Sejam P, Q, R matrizes reais quadradas arbitrárias de ordem n. Considere as seguintes afirmações:
I - se PQ = PR, então Q = R
II - se P^3 é a matriz nula, então o determinante de P é zero
III - PQ = QP
Podemos afirmar que:
a) I é a única afirmação verdadeira
b) II e III são afirmações verdadeiras
b) I e II são afirmações verdadeiras
a) III é a única afirmação falsa
b) I e III são afirmações falsas

56 - (ITA-83) Seja a matriz A = $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, onde

$a = 2^{(1+\log_2 5)}$; $b = 2^{\log_2 8}$;
$c = \log_{\sqrt{3}} 81$ e $d = \log_{\sqrt{3}} 27$.

Uma matriz real quadrada B, de ordem 2, tal que AB é a matriz identidade de ordem 2 é:

a) $\begin{bmatrix} \log_{\sqrt{3}} 27 & 2 \\ 2 & \log_{\sqrt{3}} 81 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & \log_2 5 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} \log_2 5 & 3\log_{\sqrt{3}} 81 \\ 5 & -2^{\log_2 81} \end{bmatrix}$

GABARITO

1	C
2	E
3	C
4	E
5	A
6	D
7	C
8	D
9	A
10	D
11	D
12	E
13	C
14	A
15	E
16	A
17	A
18	B
19	A
20	D
21	C
22	A
23	C
24	SR
25	E
26	B
27	C
28	E
29	E
30	D
31	D
32	C
33	E
34	A
35	B
36	B
37	E
38	B
39	C
40	C
41	D
42	A
43	C
44	E
45	B
46	A
47	C
48	B
49	B
50	C
51	A
52	D
53	C
54	C
55	E
56	C