

2) PROPORÇÃO: IGUALDADE ENTRE DUAS RAZÕES.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$\text{EX: } \frac{a}{b} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{a}{5} = \frac{b}{7} = k \Rightarrow \begin{cases} a = 5k \\ b = 7k \end{cases}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{y}{8} = k \Rightarrow \begin{cases} x = 7k \\ y = 8k \end{cases}$$

EX 1) A RAZÃO ENTRE DOIS NÚMEROS REAIS POSITIVOS É IGUAL A $\frac{3}{5}$. SE A DIFERENÇA ENTRE OS QUADRADOS DESSES NÚMEROS VALE 144, DETERMINE A SOMA DESSES NÚMEROS.

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5} \longrightarrow \begin{cases} a = 3k \\ b = 5k \end{cases}$$

$$b^2 - a^2 = 144$$

$$(5k)^2 - (3k)^2 = 144$$

$$25k^2 - 9k^2 = 144$$

$$16k^2 = 144$$

$$k^2 = 9$$

$$k = 3$$

$$\begin{cases} a = 9 \\ b = 15 \end{cases}$$

$$a + b = 9 + 15 = 24$$

EX 2) SABENDO QUE $\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = \frac{c}{11} = \frac{d}{13}$

E QUE $a + b + c - d = 1800$, ENTÃO DETERMINE a, b, c e d .

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{7} = \frac{c}{11} = \frac{d}{13} = k \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a = 4k = 800 \\ b = 7k = 1400 \\ c = 11k = 2200 \\ d = 13k = 2600 \end{cases}$$

$$4k + 7k + 11k - 13k = 1800$$

$$9k = 1800$$

$$k = 200$$

EX 3) NUMA MAQUETE TEMOS A CONVERSÃO 5 cm PARA 3 m, ENTÃO DETERMINE AS ESCALAS DE COMPRIMENTO, ÁREA E VOLUME.

$$5 \text{ cm} : 3 \text{ m}$$

$$5 \text{ cm} : 300 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} : 60 \text{ cm}$$

$$1 : 60$$

$$1 \text{ cm}^2 : 3600 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ cm}^3 : 216000 \text{ cm}^3$$



MESTRES

DA MATEMÁTICA

mestresdamatematica.com.br

EX 4) NUMA MAQUETE, UMA PISCINA QUE POSSUI NA REALIDADE 27000 L, ESTÁ REPRESENTADA COM 8 mL. SE UM QUANTO NESSA MAQUETE POSSUI 10 cm^2 , ENTÃO QUAL SERÁ A ÁREA REAL DESSE QUANTO EM m^2 ?

MAQUETE

$$8 \text{ cm}^3$$

$$8 \text{ cm}^3$$

$$2 \text{ cm}$$

x^2

$$4 \text{ cm}^2$$

REAL

$$27000 \text{ dm}^3$$

$$27 \text{ m}^3$$

$$3 \text{ m}$$

x^2

$$9 \text{ m}^2$$

$$\begin{array}{cc} 4 \text{ cm}^2 & 9 \text{ m}^2 \\ 10 \text{ cm}^2 & A \end{array}$$

$$4A = 90$$

$$A = 22,5 \text{ m}^2$$

3) GRANDEZAS PROPORCIONAIS

3.1) DIRETAMENTE PROPORCIONAIS (DP)

F (N)	10	20	40	80
a (m/s ²)	2	4	8	16

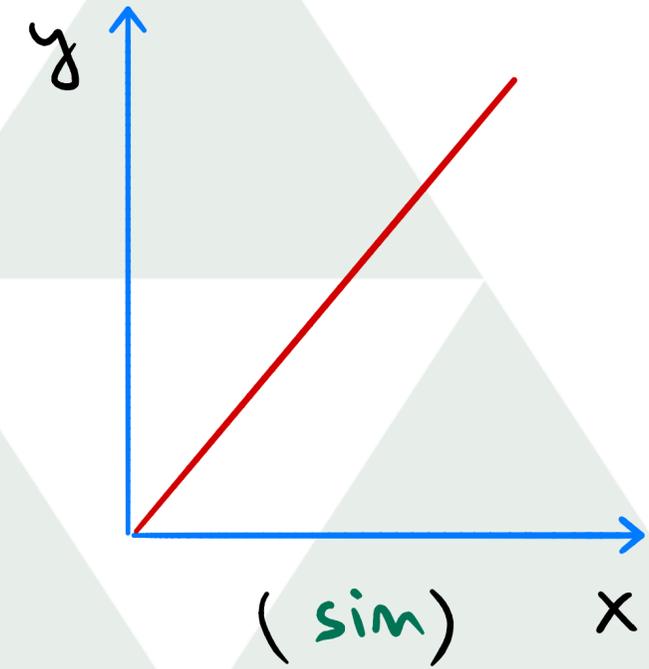
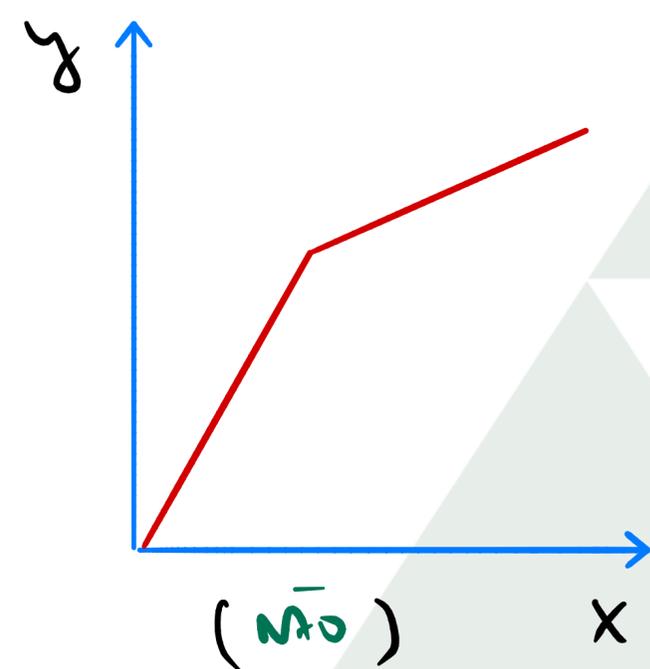
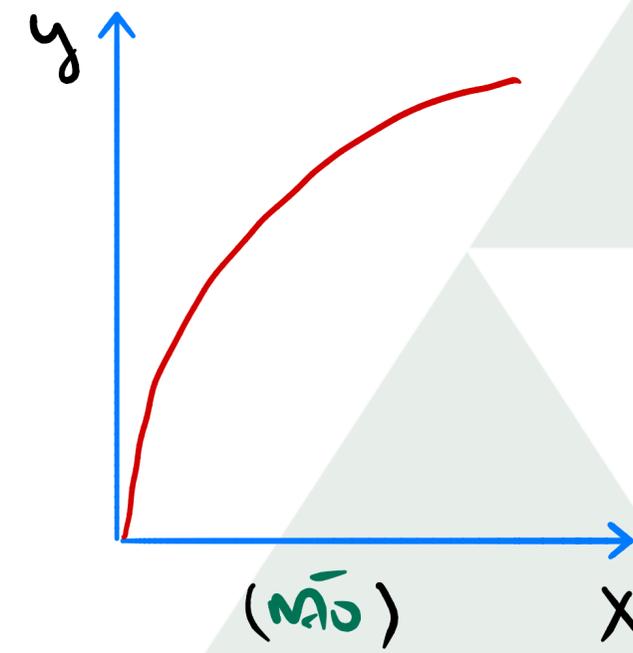
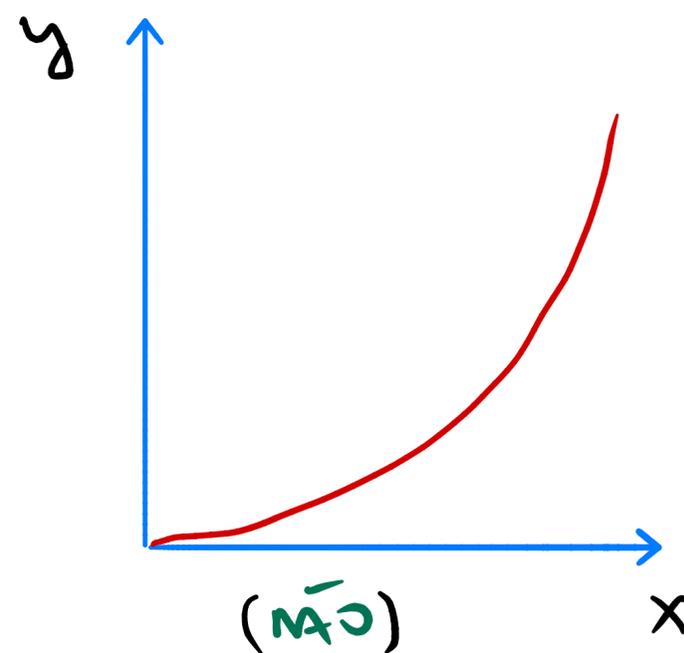
$$\frac{10}{2} = \frac{20}{4} = \frac{40}{8} = \frac{80}{16} = 5$$

SEJAM X e Y GRANDEZAS

"Y É DP A X $\Leftrightarrow \frac{Y}{X} = K$ (CONSTANTE)"

$$\frac{Y}{X} = K \Rightarrow \boxed{Y = K \cdot X} \quad (y = ax + b)$$

\downarrow \downarrow
K 0



3.2) INVERSAMENTE PROPORCIONAIS (IP)

v (m/s)	20	40	80
t (s)	8	4	2

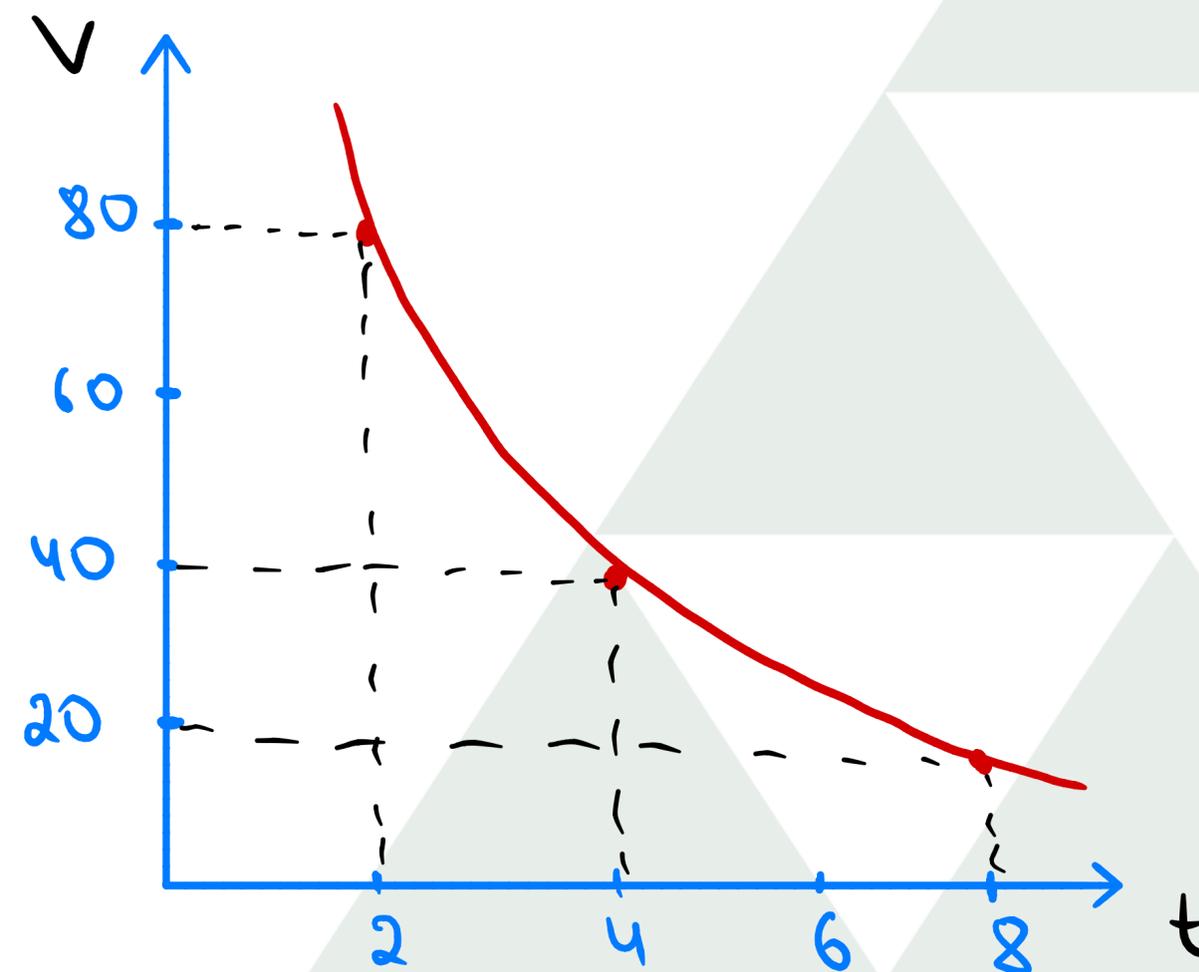
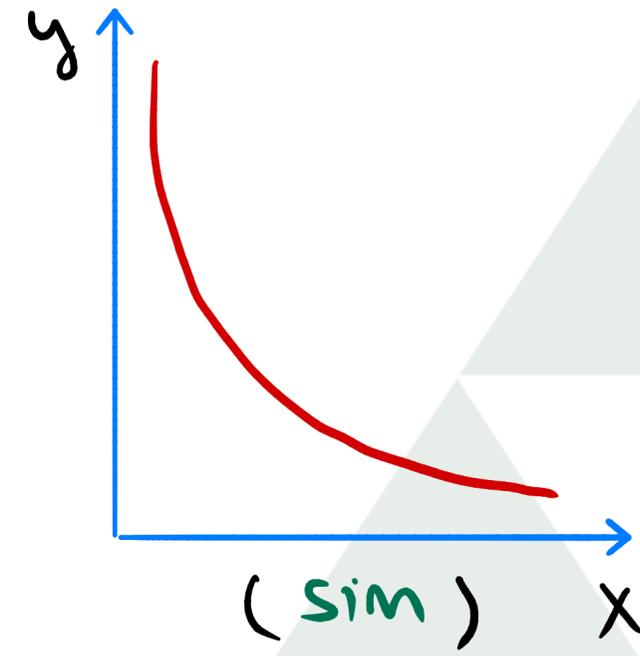
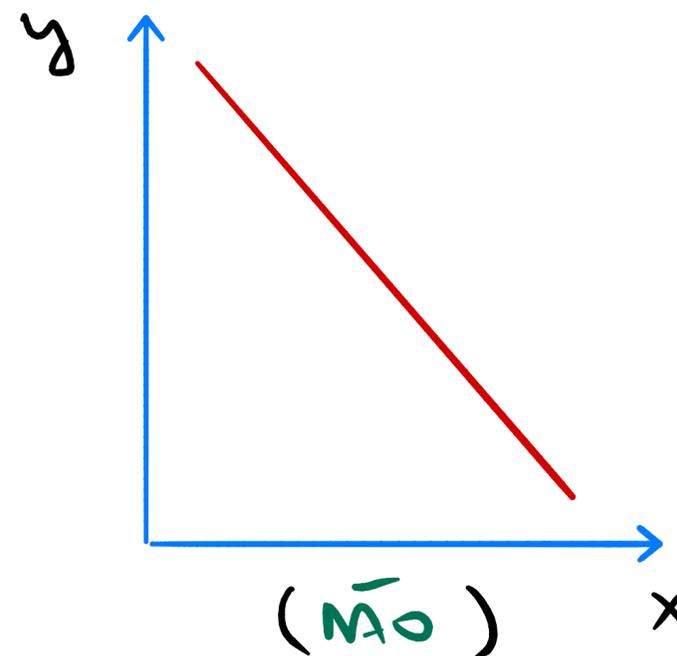
$$20 \cdot 8 = 40 \cdot 4 = 80 \cdot 2 = 160$$

SEJAM X e Y GRANDEZAS

"Y É IP A X $\Leftrightarrow Y \cdot X = K$ (CONSTANTE)"

$$Y \cdot X = K \Rightarrow Y = \frac{K}{X}$$

↳ RAMO DE HIPÉRBOLE



EQUAÇÃO GERAL DOS GASES

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

ISOBÁRICA: P CONSTANTE

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V \text{ DP } T$$

ISOVOLUMÉTRICA: V CONSTANTE
(ISOCÓRICA)

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P \text{ DP } T$$

ISOTÉRMICA: T CONSTANTE

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \Rightarrow P \text{ IP } V$$

LEI DE COULOMB

$$F = \frac{k \cdot Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

$$F \cdot d^2 = k \cdot Q_1 \cdot Q_2 \Rightarrow \boxed{\frac{F \cdot d^2}{Q_1 \cdot Q_2} = k}$$

$$F \text{ IP } d^2$$

$$F \text{ DP } Q_1$$

$$F \text{ DP } Q_2$$

$$F \text{ DP } Q_1 \cdot Q_2$$



MESTRES

DA MATEMÁTICA

mestresdamatematica.com.br

EXERCÍCIOS

1) RENATO VAI DIVIDIR R\$ 5640,00 PARA SEUS 3 FILHOS: ANA, DE 3 ANOS; BIA, DE 4 ANOS; CAIO, DE 5 ANOS. DETERMINE A QUANTIA QUE CADA FILHO VAI RECEBER, SABENDO QUE A DIVISÃO VAI SER FEITA EM PARTES:

a) DIRETAMENTE PROPORCIONAIS ÀS IDADES

$$\begin{cases} A + B + C = 5640 \\ \frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 3K \rightarrow 1410 \\ B = 4K \rightarrow 1880 \\ C = 5K \rightarrow 2350 \end{cases}$$

$$3K + 4K + 5K = 5640 \rightarrow 12K = 5640$$

$$K = \frac{5640}{12} = 470$$

$$\frac{A+B+C}{3+4+5} = K = \frac{5640}{12} = 470$$

b) INVERSAMENTE PROPORCIONAIS ÀS IDADES

$$\begin{cases} A + B + C = 5640 \\ 3A = 4B = 5C = K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{K}{3} \rightarrow 2400 \\ B = \frac{K}{4} \rightarrow 1800 \\ C = \frac{K}{5} \rightarrow 1440 \end{cases}$$

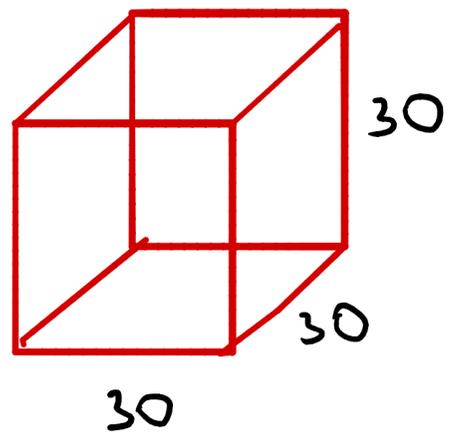
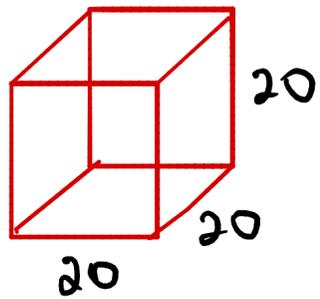
$$\frac{K}{3} + \frac{K}{4} + \frac{K}{5} = 5640 \quad \text{MMC} = 60$$

$$20K + 15K + 12K = 5640 \cdot 60$$

$$47K = \frac{5640 \cdot 60}{120} \Rightarrow K = 7200$$

$$\begin{array}{r} 5640 \overline{) 47} \\ 47 \\ \hline 94 \\ 94 \\ \hline 0 \end{array}$$

2) O PREÇO DE UM BOLO NA FORMA DE UM CUBO É DIRETAMENTE PROPORCIONAL AO SEU VOLUME. UM BOLO COM LADO 20 cm CUSTA R\$ 48,00, ENTÃO UM BOLO COM LADO 30 cm VAI CUSTAR ?



$$\begin{array}{l} 48 \\ \times \end{array} \begin{array}{l} (20)^3 \\ (30)^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 48 \\ \times \end{array} \begin{array}{l} 8000 \\ 27000 \end{array}$$

$$\cancel{8000} \times = \sqrt[6]{48} \cdot \cancel{27000}$$

$$\boxed{x = 162}$$



MESTRES

DA MATEMÁTICA

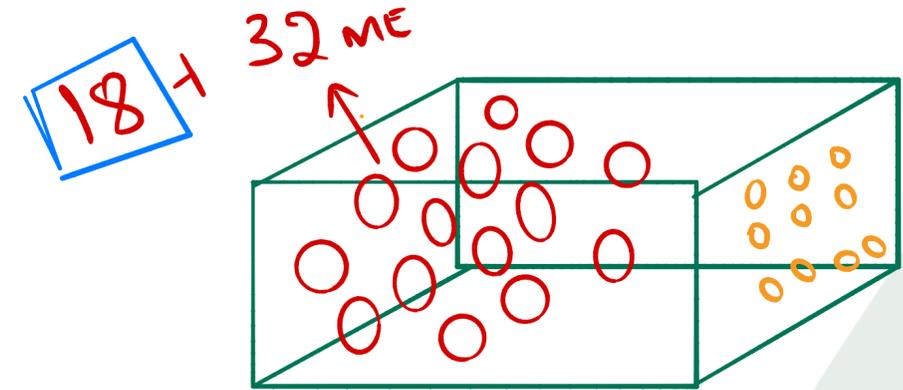
mestresdamatematica.com.br

3) UM CAMINHÃO PODE CARRREGAR 50 MELANCIAS OU 400 LARANJAS. SE FORAM COLOCADAS 32 MELANCIAS NESSE CAMINHÃO, ENTÃO QUANTAS LARANJAS ELE AINDA PODE TRANSPORTAR?

$$\begin{array}{ccc} 50 \text{ ME} & & 400 \text{ LAN} \\ & \times & \\ 18 \text{ ME} & & X \end{array}$$

$$\cancel{50} X = 18 \cdot \cancel{400}^8$$

$$X = 144 \text{ LARANJAS}$$



4) UM CARRO VIAJANDO A 80 km/h PERCORRE CERTA DISTÂNCIA EM 75 min.
 AUMENTANDO ESSA VELOCIDADE EM 20 km/h, ELE VAI PERCORRER ESSA MESMA
 DISTÂNCIA EM QUANTOS MINUTOS?

80 km/h — 75 min D
 100 km/h — X D

$$\cancel{100}x = \cancel{80} \cdot \cancel{75}$$

$$x = 60 \text{ min}$$

T.R

T.L

80 km/h 75 min
 100 km/h X

80 X
 100 75

$$\cancel{100}x = \cancel{80} \cdot \cancel{75}$$

$$x = 60$$

5) 72 OPERÁRIOS FAZEM UM CERTO TRABALHO EM 48 DIAS. EM QUANTOS DIAS, 96 OPERÁRIOS, DUAS VEZES MAIS EFICIENTES DO QUE OS PRIMEIROS, NÃO REALIZAM ESSE MESMO TRABALHO?

$$72 \text{ op} \text{ --- } 48 \text{ D}$$

$$96 \text{ op} \text{ --- } X$$

$$\frac{96}{2} X = 72 \cdot \frac{48}{2}$$

$$X = 36$$



MESTRES

DA MATEMÁTICA

mestresdamatematica.com.br

6) UMA CASA POSSUI ALIMENTO PARA 36 PESSOAS PARA EXATAMENTE 30 DIAS. APÓS 10 DIAS, 9 PESSOAS CHEGAM NESTA CASA MAS A QUANTIDADE DE ALIMENTO NÃO É AUMENTADA. DURANTE MAIS QUANTOS DIAS OS ALIMENTOS EXISTENTES VÃO DURAR SE O CONSUMO POR PESSOA CONTINUAR O MESMO?

36 PESSOAS — 20 DIAS

45 PESSOAS — X

$$\frac{5}{45} X = \frac{4}{36} \cdot \frac{4}{20}$$

$$X = 16 \text{ dias}$$

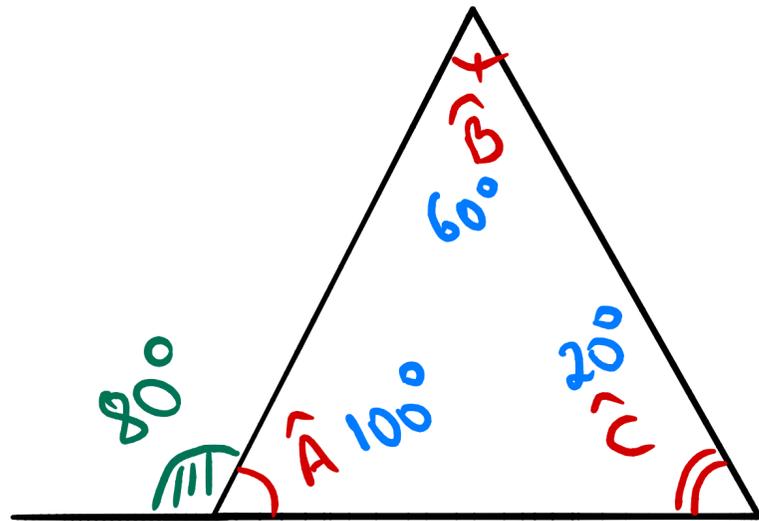


MESTRES

DA MATEMÁTICA

mestresdamatematica.com.br

7) OS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO SÃO INVERSAMENTE PROPORCIONAIS A 3, 5 e 15. SE O MENOR ÂNGULO INTERNO DESSE TRIÂNGULO MEDE 20° , ENTÃO QUAL O MENOR ÂNGULO EXTERNO DESSE TRIÂNGULO?



$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ 3\hat{A} = 5\hat{B} = 15\hat{C} = K \end{cases}$$

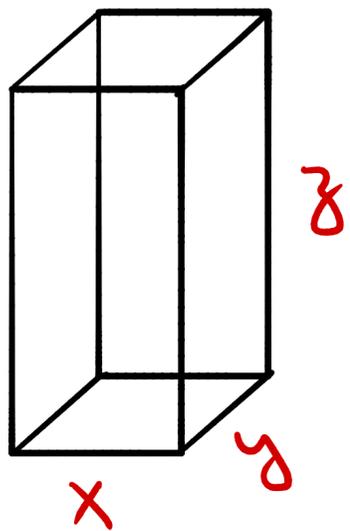
$$\hat{A} = \frac{K}{3} \Rightarrow A = \frac{300^\circ}{3} = 100^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{K}{5} \Rightarrow B = \frac{300^\circ}{5} = 60^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{K}{15} = 20^\circ \Rightarrow K = 300^\circ$$

8) A RESISTÊNCIA R DE UMA VIGA DE MADEIRA NA FORMA DE UM PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO É DIRETAMENTE PROPORCIONAL AO COMPRIMENTO x , DIRETAMENTE PROPORCIONAL AO QUADRADO DA LARGURA y E INVERSAMENTE PROPORCIONAL AO CUBO DA ALTURA z .

a) SENDO K A CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE, DETERMINE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA QUE REPRESENTA R EM FUNÇÃO DE x, y, z E K .



R DP x
 R DP y^2
 R IP z^3

$$\frac{R \cdot z^3}{x \cdot y^2} = K \Rightarrow$$

$$R = \frac{K \cdot x \cdot y^2}{z^3}$$

b) DETERMINE K SABENDO QUE QUANDO $x=16$, $y=3$, $z=2$, TEMOS $R=90$.

$$K = \frac{90 \cdot 2^3}{16 \cdot 3^2} = \frac{\cancel{90} \cdot \cancel{8}}{\cancel{16} \cdot \cancel{9}} = 5 \Rightarrow K = 5$$

9) RENATO VAI DIVIDIR R\$ 19600,00 EM PARTES QUE SÃO AO MESMO TEMPO
DIRTAMENTE PROPORCIONAIS A (3,4,5) E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS A (2,3,4).

$$(x, y, z) \begin{cases} \text{DP} \rightarrow (3, 4, 5) \\ \text{IP} \rightarrow (2, 3, 4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 19600 \\ \frac{2 \cdot x}{3} = \frac{3 \cdot y}{4} = \frac{4 \cdot z}{5} = k \end{cases}$$

$$x = \frac{3k}{2} = 7200$$

$$y = \frac{4k}{3} = 6400$$

$$z = \frac{5k}{4} = 6000$$

$$\frac{3k}{2} + \frac{4k}{3} + \frac{5k}{4} = 19600 \quad \text{MMC} = 12$$

$$18k + 16k + 15k = 19600 \cdot 12$$

$$49k = 19600 \cdot 12$$

$$k = 4800$$



MESTRES

DA MATEMÁTICA

mestresdamatematica.com.br