COLETÂNEA DE QUESTÕES DE MATEMÁTICA DA EEAr
(77 QUESTÕES RESOLVIDAS DE 2000 A 2013)

QUESTÃO 1

(EEAr 2013) Se x é um arco do 1º quadrante, com $\operatorname{sen} x = a$ e $\cos x = b$, então $y = \dfrac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{\operatorname{tg} x \cdot \cos(\pi + x)}$ é

a) a
b) b
c) $-a$
d) $-b$

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:
$\cos(\pi + x) = -\cos x$

$$y = \frac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{\operatorname{tg} x \cdot \cos(\pi + x)} = \frac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{\dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \cdot (-\cos x)} = -\cos x = -b$$

QUESTÃO 2

(EEAr 2013) Na PA decrescente $(18, 15, 12, 9, \ldots)$, o termo igual a -51 ocupa a posição

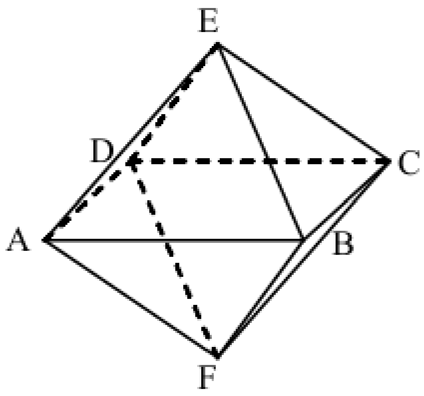
a) 30
b) 26
c) 24
d) 18

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:
A PA tem primeiro termo $a_1 = 18$ e razão $r = -3$. A expressão do termo geral é $a_n = a_1 + r \cdot (n-1)$. Assim, temos:
$-51 = 18 - 3(n-1) \Leftrightarrow n = 24$

QUESTÃO 3

(EEAr 2013) A figura mostra duas pirâmides regulares iguais, unidas pela base ABCD, formando um octaedro. Se ABCD tem 4 cm de lado e EF = 6 cm, o volume do sólido da figura, em cm^3, é



a) 26
b) 28
c) 32
d) 34

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:
Seja O o ponto médio de EF e, observando que $ABCD$ é um quadrado de lado 4 cm, temos:

$$V_{octa} = V_{ABCD-E} + V_{ABCD-F} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot EO + \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot FO = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot EF = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 6 = 32\text{ cm}^3$$

QUESTÃO 4
(EEAr 2013) Uma reta paralela à reta $r: y = 2x + 3$ é a reta de equação

a) $3y = 2x + 1$
b) $2y = 2x - 4$
c) $2y = 4x - 1$
d) $y = x + 3$

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:
Inicialmente, lembremos que retas paralelas têm o mesmo coeficiente angular.
A reta $r: y = 2x + 3$ possui coeficiente angular 2.
A reta $2y = 4x - 1 \Leftrightarrow y = 2x - \frac{1}{2}$ também possui coeficiente angular 2 e, portanto, é paralela à reta r.

QUESTÃO 5
(EEAr 2013) Seja z' o conjugado de um número complexo z. Sabendo que $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ e que $2z + z' = 9 + 2i$, o valor de $a + b$ é

a) 5
b) 4
c) 3
d) 2

RESPOSTA:

RESOLUÇÃO:
$z = a + bi \Rightarrow z' = a - bi$

$$2z + z' = 9 + 2i \Leftrightarrow 2(a+bi) + (a - bi) = 9 + 2i \Leftrightarrow 3a + bi = 9 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 9 \Leftrightarrow a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow a + b = 3 + 2 = 5$

QUESTÃO 6

(EEAr 2012) Considerando que o domínio de uma função é o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ constituído por todos os valores que podem ser atribuídos à variável independente, o domínio da função $h(x) = \sqrt{x+4}$ é

a) $\mathbb{R}^*$
b) $\mathbb{R} - \{4\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} / x < 4\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -4\}$

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:
$x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$
Logo, $D_h = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -4\}$.

QUESTÃO 7

(EEAr 2012) No conjunto dos números reais, a equação $\left(3^x\right)^x = 9^8$ tem por raízes
a) um número positivo e um negativo.
b) um número negativo e o zero.
c) dois números negativos.
d) dois números positivos.

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:
$\left(3^x\right)^x = 9^8 \Leftrightarrow 3^{x \cdot x} = \left(3^2\right)^8 \Leftrightarrow 3^{x^2} = 3^{16} \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$
Portanto, as raízes são um número positivo e um negativo.

QUESTÃO 8

(EEAr 2012) Se a sequência $(x, 3x+2, 10x+12)$ é uma PG de termos não nulos, então x^2 é

a) 1
b) 4
c) 9
d) 16

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

$$PG(x, 3x+2, 10x+12) \Leftrightarrow (3x+2)^2 = x \cdot (10x+12) \Leftrightarrow 9x^2 + 12x + 4 = 10x^2 + 12x \Leftrightarrow x^2 = 4$$

QUESTÃO 9

(EEAr 2011) Se $\operatorname{sen} y = m$ e $\cos y = n$, o valor de $\dfrac{\sec y}{\operatorname{cossec} y}$ é

a) m
b) n^2
c) mn
d) $\dfrac{m}{n}$

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$$\frac{\sec y}{\operatorname{cossec} y} = \frac{\dfrac{1}{\cos y}}{\dfrac{1}{\operatorname{sen} y}} = \frac{\operatorname{sen} y}{\cos y} = \frac{m}{n}$$

QUESTÃO 10

(EEAr 2010) Seja a função $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{-2x+1}$. Os valores inteiros do domínio de f são tais que seu produto é igual a

a) 0.
b) 1.
c) 2.
d) 3.

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$x+1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -1$

$-2x+1\geq 0 \Leftrightarrow x\leq \frac{1}{2}$

$D_f=\left[-1,\frac{1}{2}\right]$

Os valores inteiros de D_f são -1 e 0, cujo produto é 0.

QUESTÃO 11

(EEAr 2010) Sejam os pontos A(−2, 2), B(2, −1) e C(5, k). Se a distância entre A e B é a mesma que a entre B e C, a soma dos possíveis valores de k é

a) 1.

b) 0.

c) −1.

d) −2.

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$\overline{AB}=\overline{BC} \Leftrightarrow \sqrt{(2-(-2))^2+(-1-2)^2}=\sqrt{(5-2)^2+(k-(-1))^2}$

$\Leftrightarrow 16+9=9+(k+1)^2 \Leftrightarrow k+1=\pm 4 \Leftrightarrow k=-5 \ \vee \ k=3$

$\text{soma}: (-5)+3=-2$

QUESTÃO 12

(EEAr 2010) Com os algarismos 2, 3, 4, 5 e 6 são formados números de três algarismos distintos. Um deles é escolhido ao acaso. A probabilidade de ele ser divisível por 5 é

a) $\frac{3}{5}$.

b) $\frac{2}{3}$.

c) $\frac{1}{5}$.

d) $\frac{1}{3}$.

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:

O total de número de três algarismos é $n(\Omega)=5\cdot 4\cdot 3=60$.

O total de números divisíveis por 5 é $n(A)=4\cdot 3\cdot 1=12$.

A probabilidade pedida é $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{12}{60}=\dfrac{1}{5}$.

QUESTÃO 13

(EEAr 2010) Uma pirâmide quadrangular regular tem 6 cm de altura e base de 8 cm de perímetro. O volume dessa pirâmide, em cm^3, é

a) 4.

b) 6.

c) 8.

d) 10.

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:

A base da pirâmide é um quadrado de lado $\dfrac{8}{4}=2\text{ cm}$.

$$V=\frac{1}{3}\cdot 2^2\cdot 6=8\text{ cm}^3$$

QUESTÃO 14

(EEAr 2010) A diagonal de um cubo de aresta a_1 mede 3 cm, e a diagonal da face de um cubo de aresta a_2 mede 2 cm. Assim, $a_1\cdot a_2$, em cm^2, é igual a:

a) $2\sqrt{6}$

b) $2\sqrt{3}$

c) $\sqrt{6}$

d) $\sqrt{3}$

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:

A diagonal de um cubo de aresta a_1 é $a_1\cdot\sqrt{3}=3\Leftrightarrow a_1=\sqrt{3}$.

A diagonal da face de um cubo de aresta a_2 é $a_2\cdot\sqrt{2}=2\Leftrightarrow a_2=\sqrt{2}$.

Assim, $a_1\cdot a_2=\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{6}\text{ cm}^2$.

QUESTÃO 15

(EEAr 2010) Simplificando-se a expressão $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x}{\operatorname{cossec} x}$, obtém-se

a) $\operatorname{cossec} x$.
b) $\cos x$.
c) $\sec x$.
d) $\operatorname{tg} x$.

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:

$$\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x}{\operatorname{cossec} x} = \frac{\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}}{\frac{1}{\operatorname{sen} x}} = \frac{\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x}{\operatorname{sen} x \cos x} \cdot \operatorname{sen} x = \frac{1}{\cos x} = \sec x$$

QUESTÃO 16

(EEAr 2010) Multiplicando-se o número complexo $2 - 3i$ pelo seu conjugado, obtém-se
a) 0.
b) −1.
c) 11.
d) 13.

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$$z = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i \Rightarrow z \cdot \bar{z} = |z|^2 = 2^2 + (-3)^2 = 13$$

QUESTÃO 17

(EEAr 2010) Para que o sistema $\begin{cases} kx - y + z = 0 \\ 2x - 4y - z = 1 \\ -3x + 4y - z = -1 \end{cases}$ seja possível e determinado, deve-se ter

a) $k \neq 9/8$.
b) $k \neq 2/5$.
c) $k = 7/6$.
d) $k = 1/3$.

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$$\begin{vmatrix} k & -1 & 1 \\ 2 & -4 & -1 \\ -3 & 4 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow 4k-3+8-12-2+4k \neq 0 \Leftrightarrow k \neq \frac{9}{8}$$

QUESTÃO 18

(EEAr 2009) Com os algarismos 1, 2, 4, 5 e 7, a quantidade de números de três algarismos distintos que se pode formar é

a) 100.

b) 80.

c) 60.

d) 30.

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:

$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

QUESTÃO 19

(EEAr 2008) Num triângulo ABC, são dados , $\hat{A} = 45^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$ e AC = 6 cm. Então BC = _____ cm.

a) $4\sqrt{3}$

b) $6\sqrt{2}$

c) $\sqrt{3}\ / 2$

d) $\sqrt{2}\ / 2$

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

Lei dos senos: $\dfrac{BC}{\operatorname{sen}\hat{A}} = \dfrac{AC}{\operatorname{sen}\hat{B}} \Leftrightarrow \dfrac{BC}{\operatorname{sen}45^\circ} = \dfrac{6}{\operatorname{sen}30^\circ} \Leftrightarrow BC = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{6}{1/2} = 6\sqrt{2}$ cm

QUESTÃO 20

(EEAr 2008) Um prisma reto é regular quando suas bases

a) são paralelas.

b) têm a mesma área.

c) têm arestas congruentes.

d) são polígonos regulares.

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:
Definição de prisma regular.

QUESTÃO 21
(EEAr 2008) A equação geral da reta que passa por P(0, 3) e Q(1, 5) é representada por ax + by + c = 0. Assim, o valor de $\frac{a}{c}$ é

a) $\frac{2}{3}$.

b) $\frac{3}{4}$.

c) $-\frac{1}{5}$.

d) $-\frac{5}{6}$.

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} a\cdot 0+b\cdot 3+c=0 \Leftrightarrow c=-3b \\ a\cdot 1+b\cdot 5+c=0 \Leftrightarrow a=-5b-c=-5b-(-3b)=-2b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{-2b}{-3b}=\frac{2}{3}$$

QUESTÃO 22
(EEAr 2008) Comparando-se tg 20°, tg 110° e tg 200°, obtém-se
a) tg 20° = tg 200° > tg 110°.
b) tg 20° = tg 110° < tg 200°.
c) tg 20° < tg 110° < tg 200°.
d) tg 200° < tg 20° < tg 110°.

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$$\operatorname{tg} 110^\circ = \operatorname{tg}(90^\circ + 20^\circ) = -\operatorname{cotg} 20^\circ$$

$$\operatorname{tg} 200^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ + 20^\circ) = \operatorname{tg} 20^\circ$$

$\Rightarrow \text{tg}\,110^\circ < 0 < \text{tg}\,200^\circ = \text{tg}\,20^\circ$

QUESTÃO 23
(EEAr 2008) O módulo do complexo z = – 3 + 4i é
a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:
$|z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

QUESTÃO 24
(EEAr 2008) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 4 & a \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} b \\ 2 \end{pmatrix}$. A . Se A . B é uma matriz nula 2 x 1, então a + b é
a) –1.
b) 0.
c) 1.
d) 2.

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:
$$\begin{pmatrix} 4 & a \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4b+2a \\ 2b-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b+2a=0 \Leftrightarrow 4\cdot 1+2a=0 \Leftrightarrow a=-2 \\ 2b-2=0 \Leftrightarrow b=1 \end{cases}$$
$\Rightarrow a+b=-2+1=-1$

QUESTÃO 25
(EEAr 2008) Retirando aleatoriamente um elemento do conjunto A = {1, 2, 3, 4, ..., 100}, a probabilidade de ele ser múltiplo de 5 é
a) $\frac{2}{5}$
b) $\frac{1}{5}$
c) $\frac{1}{10}$

d) $\frac{3}{10}$

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:
Os múltiplo de 5 são $5\cdot 1, 5\cdot 2, \ldots, 5\cdot 20$ totalizando 20.

Logo, a probabilidade pedida é $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$.

QUESTÃO 26
(EEAr 2008) Considere duas esferas: a primeira com 16π cm^2 de área, e a segunda com raio igual a 5/2 do raio da primeira. A área da segunda esfera, em cm^2, é
a) 100 π.
b) 50 π.
c) 40 π.
d) 20 π.

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$$\frac{S}{16\pi} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow S = 16\pi \cdot \frac{25}{4} = 100\pi \text{ cm}^2$$

QUESTÃO 27
(EEAr 2008) Se $(r)\ x + 6y - 2 = 0$ e $(s)\ 8x + (t-1)y - 2 = 0$ são duas retas paralelas, então t é múltiplo de
a) 3.
b) 5.
c) 7.
d) 9.

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:

$$(r)\ x + 6y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$$

$$(s)\ 8x + (t-1)y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{8}{t-1}x + \frac{2}{t-1}$$

$r \parallel s \Leftrightarrow -\frac{1}{6} = -\frac{8}{t-1} \Leftrightarrow t - 1 = 48 \Leftrightarrow t = 49$ que é múltiplo de 7.

QUESTÃO 28

(EEAr 2008) O valor da expressão $\dfrac{\left(\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{6}-\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{4}\right).\sqrt{3}}{\cos\dfrac{\pi}{2}+\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{3}}$ é

a) $1-\sqrt{2}$.

b) $1+\sqrt{2}$.

c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

d) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$$\frac{\left(\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{6}-\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{4}\right).\sqrt{3}}{\cos\dfrac{\pi}{2}+\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{3}}=\frac{\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\sqrt{3}}{0+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=1-\sqrt{2}$$

QUESTÃO 29

(EEAr 2008) Dado $x\in\mathbb{R}$, para que o número $z=(2-xi)(x+2i)$ seja real, o valor de x pode ser
a) 4.
b) 0.
c) –1.
d) –2.

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$$z=(2-xi)(x+2i)=2x+4i-x^2i-2xi^2=2x+4i-x^2i-2x(-1)=4x+\left(4-x^2\right)i$$

$$z\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 4-x^2=0\Leftrightarrow x=\pm 2$$

QUESTÃO 30

(EEAr 2008) Ao comparar o valor de f(1) e f(−1) da função $f(x) = 5x^6 + 4x^2 + 3x-1$, obtém-se
a) f(1) < f(−1).

b) $f(1) = f(-1)$.
c) $f(1) > 2f(-1)$.
d) $f(1) = 2f(-1)$.

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:
$$f(1) = 5 \cdot 1^6 + 4 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 1 = 11$$
$$f(-1) = 5 \cdot (-1)^6 + 4 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) - 1 = 5$$
$$\Rightarrow f(1) > 2 \cdot f(-1)$$

QUESTÃO 31

(EEAr 2007) Se as matrizes $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{pmatrix}$ têm determinantes respectivamente iguais a x e y, e $ad \neq bc$, então o valor de $\frac{y}{x}$ é

a) 2
b) 3
c) –6
d) –4

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:
$$y = \begin{vmatrix} -2a & 2c \\ -3b & 3d \end{vmatrix} = (-1) \cdot 2 \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -6x \Leftrightarrow \frac{y}{x} = -6$$

QUESTÃO 32

(EEAr 2007) O polinômio $(m-n-3)x^2 + (m+n-5)x = 0$ é identicamente nulo, então o valor de $m^2 - n^2$ é

a) –12
b) –5
c) 10
d) 15

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$$(m-n-3)x^2+(m+n-5)x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-n-3=0 \\ m+n-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=3 \\ m+n=5 \end{cases} \Rightarrow m^2-n^2=(m+n)(m-n)=5\cdot 3=15$$

QUESTÃO 33

(EEAr 2007) A tabela mostra os pedidos de 4 clientes em uma lanchonete.

Cliente	**Pedidos**
1	1 suco de laranja, 2 hambúrgueres e 3 porções de batata frita
2	2 sucos de laranja, 1 hambúrguer e 2 porções de batata frita
3	2 sucos de laranja, 3 hambúrgueres e 1 porção de batata frita
4	1 suco de laranja, 1 hambúrguer e 1 porção de batata frita

Se os clientes 1, 2 e 3 pagaram, respectivamente, $R\$11,10$; $R\$10,00$ e $R\$11,90$ por seus pedidos, então o cliente 4 pagou em reais

a) 5,10.

b) 5,40.

c) 5,50.

d) 5,90.

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

Seja x o preço do suco de laranja, y o preço do hambúrguer e z o preço da porção de batata frita, então

$$\begin{cases} x+2y+3z=11,10 \\ 2x+y+2z=10,00 \quad (2\cdot L_1-L_2) \\ 2x+3y+z=11,90 \quad (2\cdot L_1-L_3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+3z=11,10 \\ 3y+4z=12,20 \quad (3L_3-L_2) \\ y+5z=10,30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+3z=11,10 \\ y+5z=10,30 \\ 11z=18,70 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=11,10-2\cdot 1,8-3\cdot 1,7=2,4 \\ y=10,30-5\cdot 1,7=1,8 \\ z=1,7 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=2,4+1,8+1,7=5,9$$

QUESTÃO 34

(EEAr 2006) Um cubo tem $216\ cm^2$ de área total. A medida, em cm, de sua diagonal é:

a) $6\sqrt{2}$

b) $6\sqrt{3}$

c) $2\sqrt{6}$

d) $2\sqrt{2}$

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:
Seja um cubo de aresta a. Sua área total é dada por $S_T = 6a^2 = 216 \Leftrightarrow a = 6\text{ cm}$. A sua diagonal é $d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}\text{ cm}$.

QUESTÃO 35
(EEAr 2006) Uma esfera tem $36\pi\ m^3$ de volume. A medida de sua superfície, em m^2, é:
a) 72π
b) 56π
c) 48π
d) 36π

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R^3 = 27 \Leftrightarrow R = 3 \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi\text{ cm}^2$$

QUESTÃO 36
(EEAr 2005) O raio da circunferência de equação $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$ é igual a
a) 5
b) 4
c) 6
d) 7

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:
$$x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 - 2x + 1\right) + \left(y^2 + 10y + 25\right) = -1 + 1 + 25$$
$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+5)^2 = 5^2 \Rightarrow R = 5$$

QUESTÃO 37
(EEAr 2005) No $8°$ ano de uma escola há 18 meninos e 30 meninas, sendo que um terço dos meninos e três quintos das meninas têm olhos castanhos. Escolhendo ao acaso um aluno dessa turma, a probabilidade de ser menina ou ter olhos castanhos é
a) 72,5%.
b) 75%.
c) 77,5%.

d) 80%.

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

Os meninos de olhos castanhos são $\frac{1}{3} \cdot 18 = 6$.

Seja A o evento: ser menina ou ter olhos castanhos, então $n(A) = 30 + 6 = 36$. O número de elementos do espaço amostral é $n(\Omega) = 18 + 30 = 48$. Assim, a probabilidade pedida é $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{36}{48} = \frac{3}{4} = 75\%$.

QUESTÃO 38

(EEAr 2005) Na 8ª A de uma escola há 18 meninos e 30 meninas, sendo que um terço dos meninos e três quintos das meninas têm olhos castanhos. Escolhendo ao acaso um aluno, a probabilidade de ser menina ou ter olhos castanhos é

a) 72,5%.
b) 75%.
c) 77,5%.
d) 80%.

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

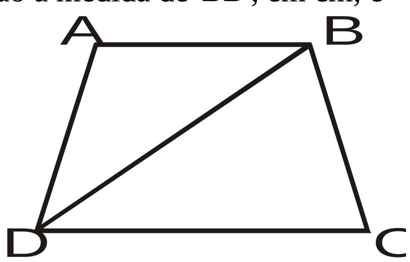
Há $\frac{1}{3} \cdot 18 = 6$ meninos de olhos castanhos.

O conjunto dos alunos que são meninas ou têm olhos castanhos possui $30 + 6 = 36$.

Assim, a probabilidade pedida é $\frac{36}{18+30} = \frac{36}{48} = \frac{3}{4} = 75\%$

QUESTÃO 39

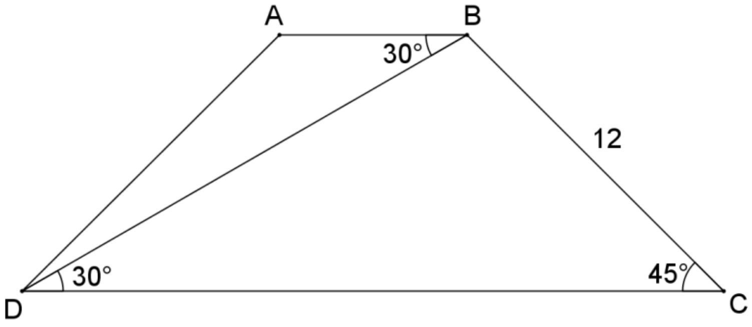
(EEAr 2005) O trapézio ABCD é isósceles, e as medidas dos ângulos $D\hat{B}A$ e $D\hat{C}B$ são 30º e 45º, respectivamente. Se BC = 12 cm, então a medida de $\overline{BD}$, em cm, é



a) $6\sqrt{2}$.
b) $8\sqrt{2}$.
c) $10\sqrt{2}$.
d) $12\sqrt{2}$.

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:



$AB \parallel CD \Rightarrow B\hat{D}C = D\hat{B}A = 30°$

Lei dos senos no ΔBCD: $\dfrac{BD}{\text{sen}\,45°} = \dfrac{12}{\text{sen}\,30°} \Leftrightarrow BD = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{12}{1/2} = 12\sqrt{2}$ cm

QUESTÃO 40

(EEAr 2004) A quantidade de números inteiros positivos x que verificam as inequações $3x - 8 < \dfrac{x}{2}$ e $x + 20 > 10x$, ao mesmo tempo, é
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

$3x - 8 < \dfrac{x}{2} \Leftrightarrow 3x - \dfrac{x}{2} < 8 \Leftrightarrow \dfrac{5x}{2} < 8 \Leftrightarrow x < \dfrac{16}{5} = 3{,}2$

$x + 20 > 10x \Leftrightarrow 9x < 20 \Leftrightarrow x < \dfrac{20}{9} = 2\dfrac{2}{9}$

Fazendo a interseção das duas soluções, temos $x < 2\dfrac{2}{9}$.

Como x deve ser um número inteiro positivo, então $x \in \{1, 2\}$, ou seja, há 2 valores de x.

QUESTÃO 41

(EEAr 2004) O valor da expressão $5x^0+2x^{\frac{3}{4}}+9x^{-\frac{1}{2}}$, quando $x=81$, é
a) 48.
b) 60.
c) 65.
d) 72.

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

$$5x^0+2x^{\frac{3}{4}}+9x^{-\frac{1}{2}}=5\cdot 81^0+2\cdot 81^{\frac{3}{4}}+9\cdot 81^{-\frac{1}{2}}=5\cdot 1+2\cdot\left(3^4\right)^{\frac{3}{4}}+9\cdot\left(3^4\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$=5+2\cdot 3^3+9\cdot 3^{-2}=5+2\cdot 27+9\cdot\frac{1}{9}=60$$

QUESTÃO 42

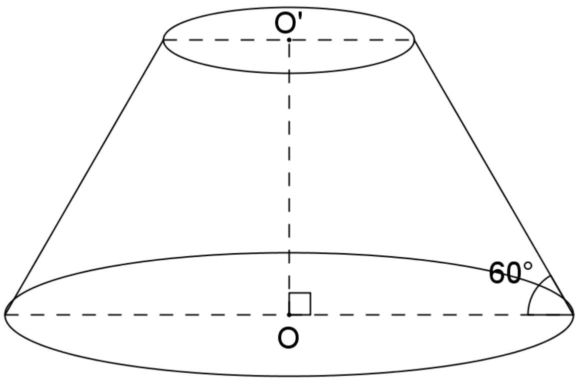
(EEAr 2004) As raízes da equação $-x^2+7x-6=0$ são dois números
a) simétricos.
b) naturais pares.
c) primos entre si.
d) inteiros e múltiplos de 3.

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:
As raízes de $-x^2+7x-6=0$ são 1 e 6, que são primos entre si.

QUESTÃO 43

(EEAr 2004) No tronco de cone reto, as bases são paralelas. Se o raio da base maior mede 5 cm e a distância entre as duas bases, $4\sqrt{3}$ cm, então o volume desse tronco de cone, em cm^3, é



a) $\frac{124\pi\sqrt{3}}{3}$.

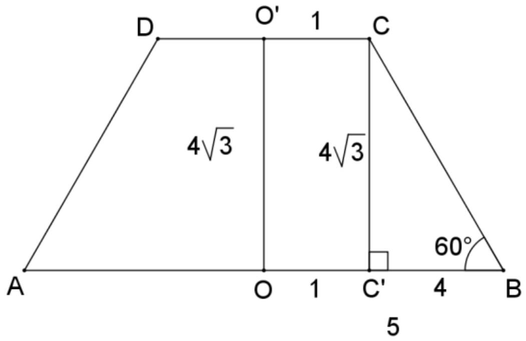
b) $125\pi\sqrt{3}$.

c) $\frac{96\pi\sqrt{3}}{3}$.

d) $124\pi\sqrt{3}$.

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:



A figura acima representa a seção meridiana do tronco de cone. Projeta-se o ponto C sobre a base AB, obtendo-se o ponto C'.

No triângulo BCC', temos: $CC' = OO' = 4\sqrt{3}$ e $\text{tg}\, 60° = \frac{CC'}{BC'} = \frac{4\sqrt{3}}{BC'} = \sqrt{3} \Leftrightarrow BC' = 4$.

Assim, $O'C = OC' = OB - BC' = 5 - 4 = 1$.

Logo, o volume do tronco de cone é $V = \frac{\pi \cdot 4\sqrt{3}}{3}\left(5^2 + 5 \cdot 1 + 1^2\right) = \frac{124\sqrt{3}\,\pi}{3}$

QUESTÃO 44

(EEAr 2004) A média de um conjunto de quatro valores é 4,25. Se aumentarmos de 5 unidades o menor desses valores, e diminuirmos de 3 unidades o maior deles, a nova média será
a) 4,75.
b) 5,25.
c) 5.
d) 5,5.

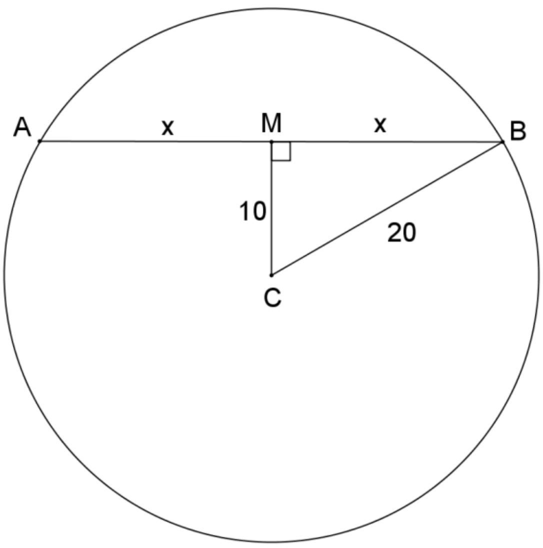
RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:
Sejam $x_1 \le x_2 \le x_3 \le x_4$ cuja média é $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 4,25 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17$.
A nova média é dada por $\frac{(x_1+5)+x_2+x_3+(x_4-3)}{4} = \frac{(x_1+x_2+x_3+x_4)+2}{4} = \frac{17+2}{4} = 4,75$.

QUESTÃO 45
(EEAr 2003) Numa circunferência de centro C e raio 20 cm, considere a corda $\overline{AB}$, cujo ponto médio é M. Se $CM = 10\text{ cm}$, então a medida de $\overline{AB}$ é, em cm,
a) $15\sqrt{5}$
b) $20\sqrt{3}$
c) 15
d) 20

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:



Teorema de Pitágoras: $x^2+10^2=20^2 \Leftrightarrow x=10\sqrt{3} \Rightarrow \overline{AB}=2x=20\sqrt{3}\text{ cm}$

QUESTÃO 46

(EEAr 2003) Um triângulo escaleno está inscrito num semicírculo de 10 cm de diâmetro, que é o maior lado do triângulo. Se as medidas dos lados menores do triângulo são tais que uma é o dobro da outra, então a diferença entre as áreas do semicírculo e do triângulo, em cm^2, é

a) $\frac{25\pi-40}{2}$

b) $\frac{25\pi-30}{2}$

c) $\frac{25\pi-20}{2}$

d) $\frac{25\pi-50}{2}$

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

Como o diâmetro do semicírculo é o maior lado do triângulo, então o triângulo é retângulo de hipotenusa 10 cm.

Sejam x e $2x$ os catetos do triângulo, então, pelo teorema de Pitágoras:

$x^2+(2x)^2=10^2 \Leftrightarrow 5x^2=100 \Leftrightarrow x=2\sqrt{5}$.

A diferença entre as áreas do semicírculo e do triângulo é $\frac{\pi\cdot 5^2}{2}-\frac{2\sqrt{5}\cdot 4\sqrt{5}}{2}=\frac{25\pi}{2}-20=\frac{25\pi-40}{2}\text{ cm}^2$.

QUESTÃO 47

(EEAr 2003) Se $m=2^2\cdot 3^a\cdot 5^2\cdot 7^3$ e $n=2^3\cdot 3^5\cdot 5^3\cdot 7^b\cdot 11$, e $\text{mdc}(m,n)=18900$, então os valores de a e b são, respectivamente,

a) 3 e 1

b) 2 e 3

c) 3 e 2

d) 2 e 2

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$\text{mdc}(m,n)=18900=2^2\cdot 3^3\cdot 5^2\cdot 7$

O mdc é o produto dos fatores comuns elevados aos menores expoentes, então $a=3$ e $b=1$.

QUESTÃO 48

(EEAr 2003) No emplacamento de automóveis da cidade paulista X, são usadas duas letras do alfabeto seguidas de quatro algarismos. O número de placas, começadas pela letra "A", seguida de vogal, inclusive "A", e de quatro algarismos distintos, sendo dois (2) o último algarismo, é

a) 2520
b) 720
c) 160
d) 3600

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

Há 1 possibilidade para a primeira letra; 5 possibilidades para a segunda letra; 9 possibilidade para o primeiro número; 8 possibilidades para o segundo número; 7 possibilidades para o terceiro número e 1 possibilidade para o quarto número. Logo, o número de placas é $1\cdot 5\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 1=2520$.

QUESTÃO 49

(EEAr 2003) Se os números 3, x e 10 são inversamente proporcionais aos números 5, 25 e y, então os valores de x e y estão compreendidos entre

a) 0 e 1
b) 1 e 2
c) 1 e 3
d) 0 e 2

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$$\frac{3}{\frac{1}{5}}=\frac{x}{\frac{1}{25}}=\frac{10}{\frac{1}{y}}\Leftrightarrow 15=25x=10y\Leftrightarrow x=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}=0,6 \ \wedge \ y=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}=1,5$$

Logo, x e y estão compreendidos entre 0 e 2.

QUESTÃO 50

(EEAr 2003) Uma das raízes da equação $x^2-(2\,\text{tg}\,a)x-1=0$ é, sendo $a\neq -\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$, é

a) $\text{tg}\,a+\text{cossec}\,a$
b) $\text{tg}\,a-\cos a$
c) $\text{tg}\,a+\text{sen}\,a$
d) $\text{tg}\,a-\sec a$

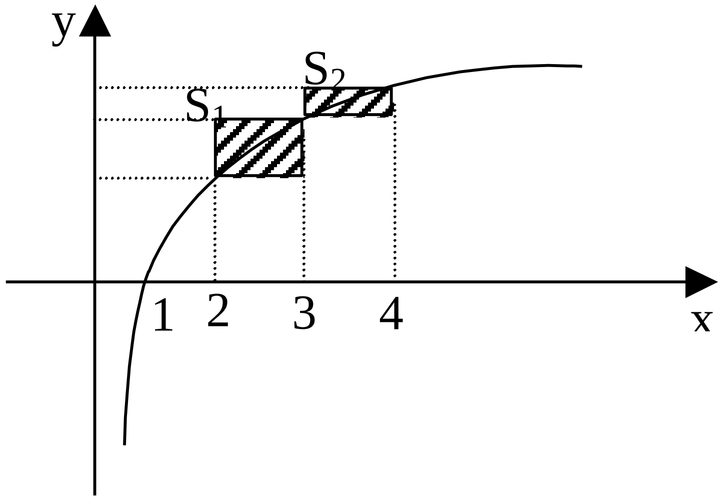
RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$$x=\frac{2\,\text{tg}\,a\pm\sqrt{4\,\text{tg}^2\,a+4}}{2}=\frac{2\,\text{tg}\,a\pm 2\sqrt{\text{tg}^2\,a+1}}{2}=\text{tg}\,a\pm\sqrt{\sec^2 a}=\text{tg}\,a\pm\sec a$$

QUESTÃO 51

(EEAr 2003) Na figura abaixo, a curva representa o gráfico da função $y=\log x$, para x > 0. Assim, a soma das áreas das regiões hachuradas é igual a



a) log 2
b) log 3
c) log 4
d) log 6

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$$S_1=(3-2)\cdot(\log 3-\log 2)=\log 3-\log 2$$

$$S_2=(4-3)\cdot(\log 4-\log 3)=\log 2^2-\log 3=2\log 2-\log 3$$

$$S_1+S_2=(\log 3-\log 2)+(2\log 2-\log 3)=\log 2$$

QUESTÃO 52

(EEAr 2003) A divisão do polinômio P(x) por " $x-a$ " fornece o quociente $q(x)=x^3+x^2+x+1$ e resto 1. Sabendo que $P(0)=-15$, o valor de a é

a)– 16
b) – 13

c) 13
d) 16

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:
$$P(x)=(x-a)\left(x^3+x^2+x+1\right)+1\Rightarrow P(0)=(-a)\cdot 1+1=-15\Leftrightarrow a=16$$

QUESTÃO 53
(EEAr 2003) Para obter-se um total de R$ 22.800,00 ao final de 1 ano e 2 meses, à taxa de 12% ao ano, a juros simples, é necessário que se aplique
a) R$ 10.000,00
b) R$ 12.000,00
c) R$ 15.000,00
d) R$ 20.000,00

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:
$$12\%\text{ a.a.}=1\%\text{ a.m.}$$
$$1\text{ ano e }2\text{ meses}=14\text{ meses}$$
$$C_0\cdot\left(1+\frac{1}{100}\cdot 14\right)=22800\Leftrightarrow C_0=22800\cdot\frac{100}{114}=20.000,00$$

QUESTÃO 54
(EEAr 2002) Numa P.A., o 10° termo e a soma dos 30 primeiros termos valem, respectivamente, 26 e 1440. A razão dessa progressão é
a) 2.
b) 3.
c) 4.
d) 6.

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:
$$a_{10}=26\Leftrightarrow a_1+9r=26\Leftrightarrow a_1=26-9r$$
$$S_{30}=1440\Leftrightarrow\frac{(a_1+a_{30})\cdot 30}{2}=1440\Leftrightarrow 15\cdot\left(a_1+a_1+29r\right)=1440\Leftrightarrow 2a_1+29r=96$$
$$2\cdot(26-9r)+29r=96\Leftrightarrow 52-18r+29r=96\Leftrightarrow 11r=44\Leftrightarrow r=4$$

QUESTÃO 55

(EEAr 2002) Assinale V (verdadeiro) ou F (falso), considerando a geometria de posição espacial e plana.

(   ) A condição $r \cap s = \varnothing$ é necessária para que as retas r e s sejam paralelas distintas.

(   ) Duas retas que formam um ângulo reto são necessariamente perpendiculares.

(   ) Se duas retas têm um único ponto em comum, então elas são concorrentes.

(   ) A condição $r \cap s = \varnothing$ é suficiente para que as retas r e s sejam reversas.

A seqüência correta é:

a) V – V – V – V
b) V – F – V – F
c) F – V – F – V
d) F – F – F – F

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

(V) A condição $r \cap s = \varnothing$ é necessária para que as retas r e s sejam paralelas distintas.

A condição é necessária, mas não é suficiente, pois essa condição também inclui as retas reversas.

(F) Duas retas que formam um ângulo reto são necessariamente perpendiculares.

Elas podem ser ortogonais, se não forem coplanares.

(V) Se duas retas têm um único ponto em comum, então elas são concorrentes.

(F) A condição $r \cap s = \varnothing$ é suficiente para que as retas r e s sejam reversas.

As retas paralelas distintas são coplanares (não são reversas) e têm interseção vazia.

QUESTÃO 56

(EEAr 2002) O sistema $\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ x + 4y = -6 \\ 2x - 3y = m \end{cases}$, nas incógnitas x e y, admite uma única solução se, e somente se,

a) $m \neq -1$
b) $m = 0$
c) $m = -1$
d) $m = 2$

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ x + 4y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4y = -8 \\ x + 4y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \ \wedge \ y = -1$$

$$\Rightarrow m = 2x - 3y = 2 \cdot (-2) - 3 \cdot (-1) = -1$$

QUESTÃO 57

(EEAr 2001) Seja <u>k</u> a raiz da equação $2^{\log_8 \log_2 x} = \frac{1}{2}$. O valor de k^8 é

a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{1}{4}$
c) 1
d) 2

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$$2^{\log_8 \log_2 x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{\log_8 \log_2 x} = 2^{-1} \Leftrightarrow \log_8 \log_2 x = -1 \Leftrightarrow \log_2 x = 8^{-1} \Leftrightarrow \log_2 x = \frac{1}{8} \Leftrightarrow x = 2^{\frac{1}{8}}$$

$$\Rightarrow k = 2^{\frac{1}{8}} \Rightarrow k^8 = 2$$

QUESTÃO 58

(EEAr 2001) Seja $\frac{p}{q}$ a forma irredutível do resultado da expressão $\frac{2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}}{4\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}} + 1,2363636...$. O valor de $p - q$ é

a) 78
b) 98
c) 324
d) 524

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

$$\frac{2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}}{4\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}} + 1,2363636... = \frac{\frac{11}{4} + \frac{3}{2}}{\frac{17}{4} - \frac{3}{2}} + \frac{1236 - 12}{990} = \frac{17}{11} + \frac{1224}{990} = \frac{2754}{990} = \frac{153}{55}$$

$$\Rightarrow p = 153 \ \wedge \ q = 55 \Rightarrow p - q = 153 + 55 = 98$$

QUESTÃO 59

(EEAr 2001) Considere as circunferências que passam pelos pontos $(0,0)$ e $(2,0)$ e que são tangentes à reta $y=x+2$ as coordenadas dos centros dessas circunferências são

a) $(1,1)$ e $(1,-7)$
b) $(1,1)$ e $(-7,1)$
c) $(1,-7)$ e $(1,7)$
d) $(1,-7)$ e $(-1,7)$

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:
O centro da circunferência está na mediatriz dos pontos $(0,0)$ e $(2,0)$, que é a reta $x=1$. Logo, as coordenadas do centro da circunferência são $O(1,k)$ e o raio é dado por $r=\sqrt{(1-0)^2+(k-0)^2}=\sqrt{1+k^2}$.

$y=x+2 \Leftrightarrow x-y+2=0$

A distância do centro da circunferência à reta $y=x+2$ é $\frac{|1-k+2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|3-k|}{\sqrt{2}}$.

Para que a circunferência seja tangente à reta, a distância do centro da circunferência à reta deve ser igual ao seu raio.

$\sqrt{1+k^2}=\frac{|3-k|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 2\left(1+k^2\right)=9-6k+k^2 \Leftrightarrow k^2+6k-7=0 \Leftrightarrow k=-7 \ \vee \ k=1$

Logo, as coordenadas dos centros das circunferências são $(1,-7)$ e $(1,1)$.

QUESTÃO 60

(EEAr 2001) Se x e y são números reais que tornam simultaneamente verdadeiras as sentenças $2^{x+y}-2=30$ e $2^{x-y}-2=0$, então x^y é igual a

a) 9
b) 8
c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{1}{9}$

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$2^{x+y}-2=30 \Leftrightarrow 2^{x+y}=32 \Leftrightarrow 2^{x+y}=2^5 \Leftrightarrow x+y=5$

$2^{x-y}-2=0 \Leftrightarrow 2^{x-y}=2 \Leftrightarrow x-y=1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=3 \ \wedge \ y=2 \Rightarrow x^y = 3^2 = 9$$

QUESTÃO 61

(EEAR 2001) No emplacamento de automóveis da cidade paulista X, são usadas duas letras do alfabeto seguidas de quatro algarismos. O número de placas, começadas pela letra "A", seguida de vogal, inclusive "A", e de quatro algarismos distintos, sendo dois (2) o último algarismo, é

a) 2520
b) 720
c) 160
d) 3600

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 1 = 2520$

QUESTÃO 62

(EEAr 2001) Num cone circular reto, cujo raio da base mede r e a geratriz é g, a base é equivalente à secção meridiana. A altura desse cone mede

a) πrg
b) $\frac{\pi r}{g}$
c) πr
d) πg

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:

$$\pi r^2 = \frac{2r \cdot h}{2} \Leftrightarrow h = \pi r$$

QUESTÃO 63

(EEAr 2001) Um capital cresce sucessiva e cumulativamente, na base de 10% ao ano. Ao final de 3 anos, o montante, comparado ao capital inicial, será

a) 30% superior.
b) 130% do capital.
c) aproximadamente 150% do capital.
d) aproximadamente 133% do capital.

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$$M = C_0 \cdot (1{,}1)^3 = 1{,}331 \cdot C_0 \approx 133\% \cdot C_0$$

QUESTÃO 64

(EEAr 2001) Dois lados consecutivos de um paralelogramo medem 8 m e 12 m e formam entre si um ângulo de 60º. As medidas das diagonais desse paralelogramo são tais que o número que expressa

a) o seu produto é racional.
b) a sua razão é maior que 2.
c) a sua soma é maior que 32.
d) a sua diferença é irracional.

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

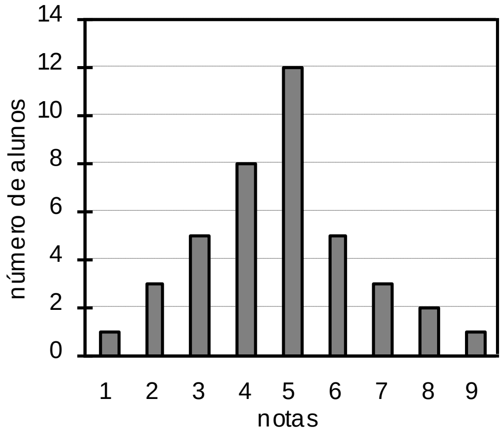
$$d^2 = 8^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cos 60^\circ = 112 \Leftrightarrow d = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

$$D^2 = 8^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cos 120^\circ = 304 \Leftrightarrow D = \sqrt{304} = 4\sqrt{19}$$

$$D - d = 4\sqrt{19} - 4\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$$

QUESTÃO 65

(EEAr 2001) Os resultados da prova de Ciências aplicada a uma turma de um certo colégio estão apresentados no gráfico. Baseado neste gráfico, podemos afirmar que a porcentagem de alunos dessa turma com nota inferior a 5,0, nessa prova de Ciências, foi de



a) 37,5%
b) 42,5%
c) 47,5%
d) 52,5%

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:
Total de alunos: $1+3+5+8+12+5+3+2+1=40$
Alunos com nota inferior a $5,0$: $1+3+5+8=17$
A porcentagem pedida é $\frac{17}{40}=42,5\%$.

QUESTÃO 66

(EEAr 2001) Supondo definida em $\mathbb{R}$ a fração $\frac{\sqrt{a}\,.\sqrt{a+\sqrt{a}}\,.\sqrt{a-\sqrt{a}}\,.\sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2-1}}$, o seu valor é

a) $\sqrt{a+1}$
b) a + 1
c) a – 1
d) a

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:
$$\frac{\sqrt{a}\,.\sqrt{a+\sqrt{a}}\,.\sqrt{a-\sqrt{a}}\,.\sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2-1}}=\frac{\sqrt{a}\,.\sqrt{a^2-a}\,.\,\sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2-1}}=\frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{a-1}\cdot\sqrt{a+1}}{\sqrt{a+1}\cdot\sqrt{a-1}}=a$$

QUESTÃO 67

(EEAr 2001) No sistema de coordenadas cartesianas, a equação $x^2+y^2=ax+by$, onde a e b são números reais não nulos, representa uma circunferência de raio

a) $\sqrt{a^2+b^2}$
b) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$
c) $\frac{a+b}{2}$
d) a + b

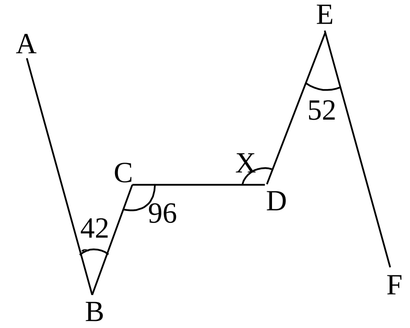
RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:
$$x^2+y^2=ax+by \Leftrightarrow x^2-2\cdot\frac{a}{2}x+\frac{a^2}{4}+y^2-2\cdot\frac{b}{2}y+\frac{b^2}{4}=\frac{a^2+b^2}{4}\Leftrightarrow\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\left(y-\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}\right)^2$$

Logo, trata-se de uma circunferência de centro $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ e raio $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$.

QUESTÃO 68

(EEAr 2000) Na figura, $\overline{BA} \parallel \overline{EF}$. A medida X é



a) 105°

b) 106°

c) 107°

d) 108°

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

$42^\circ + \hat{X} = 96^\circ + 52^\circ \Leftrightarrow \hat{X} = 106^\circ$

QUESTÃO 69

(EEAr 2000) Em uma fábrica, sobre o preço final do produto, sabe-se que:
I) 1/4 dele são salários.
II) 1/5 dele são impostos.
III) 25% dele é o custo da matéria prima.
IV) o restante dele é o lucro.
O percentual do preço final que representa o lucro é
a) 10%
b) 15%
c) 20%
d) 30%

RESPOSTA: d

RESOLUÇÃO:

$$1-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-25\%=1-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\frac{1}{4}=\frac{20-5-4-5}{20}=\frac{6}{20}=\frac{30}{100}=30\%$$

QUESTÃO 70

(EEAr 2000) Uma função quadrática tem o eixo das ordenadas como eixo de simetria. A distância entre os zeros da função é de 4 unidades, e a função tem -5 como valor mínimo. Esta função é definida por

a) $y=\frac{5}{4}x^2-20$

b) $y=\frac{5}{4}x^2-5$

c) $y=\frac{5}{4}x^2-20x$

d) $y=\frac{5}{4}x^2-5x$

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

Se o eixo das ordenadas é o eixo de simetria, então $x_V=0$ e, como -5 é o valor mínimo, então $y_V=-5$.

Seja a função dada por $f(x)=ax^2+bx+c$, então

$$x_V=-\frac{b}{2a}=0 \Leftrightarrow b=0 \Rightarrow f(x)=ax^2+c$$

$$y_V=-\frac{\Delta}{4a}=-5 \Rightarrow f(0)=c=-5 \ \wedge \ \Delta=20a$$

A distância entre os zeros da função é o módulo da diferença das raízes que é igual a $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=4$.

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=4 \Rightarrow \Delta=16a^2 \Leftrightarrow 20a=16a^2 \Leftrightarrow a=\frac{20}{16}=\frac{5}{4}.$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{5}{4}x^2-5.$$

QUESTÃO 71

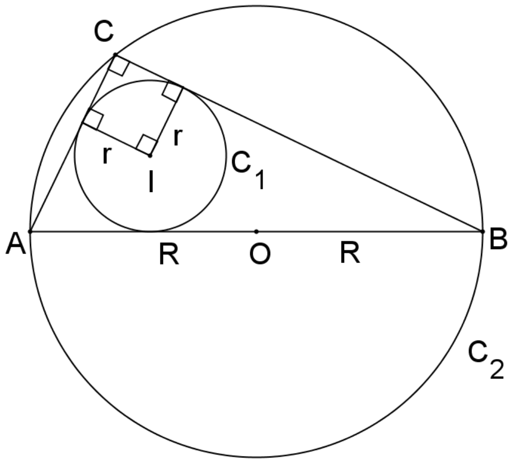
(EEAr 2000) Consideremos um triângulo retângulo que simultaneamente está circunscrito à circunferência C_1 e inscrito na circunferência C_2. Sabendo-se que a soma dos comprimentos dos catetos do triângulo é K cm, então, a soma dos comprimentos dessas duas circunferências, em cm, é

a) $\frac{4K\pi}{3}$

b) $\frac{2K\pi}{3}$
c) $K\pi$
d) $2K\pi$

RESPOSTA: c

RESOLUÇÃO:



$$AC + BC = K$$
$$r = p - AB = \frac{K + AB}{2} - AB = \frac{K}{2} - \frac{AB}{2}$$
$$2R = AB \Leftrightarrow R = \frac{AB}{2}$$
A soma dos comprimentos das duas circunferências é
$$2\pi R + 2\pi r = 2\pi(R + r) = 2\pi\left[\frac{AB}{2} + \left(\frac{K}{2} - \frac{AB}{2}\right)\right] = 2\pi \cdot \frac{K}{2} = K\pi.$$

QUESTÃO 72
(EEAr 2000) Dadas as afirmações abaixo, assinale a que é **FALSA**:
a) O quadrado de um número par é sempre um número par.
b) Se o algarismo das unidades de um quadrado perfeito é 9, então o algarismo das unidades da sua raiz quadrada é 3.
c) Se o algarismo das unidades de um número é 5, então ele pode ser quadrado perfeito.
d) Se a raiz quadrada exata de um número contém o fator 3, então esse número contém o fator 3 um número par de vezes.

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

a) V: $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow (2k)^2 = 4k^2$ que é par

b) F: contraexemplo $\sqrt{49} = 7$

c) V: por exemplo, $25 = 5^2$

d) V: $\sqrt{n} = 3k \Rightarrow n = 3^2 \cdot k^2$, logo 3 é fator de n e, como n é um quadrado perfeito (já que possui raiz quadrada exata), o fator 3 aparece um número par de vezes.

QUESTÃO 73

(EEAr 2000) Resolvendo o sistema $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 4 \\ xy = 8 \end{cases}$, obtemos

a) $S = \left\{ \left(32, \frac{1}{4} \right) \right\}$

c) $S = \{(2,4)\}$

b) $S = \{(8,1)\}$

d) $S = \left\{ \left(16, \frac{1}{2} \right) \right\}$

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 4 \Leftrightarrow \log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 y = 4 \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 \sqrt{y} = 4 \Leftrightarrow \log_2 x\sqrt{y} = 4 \Leftrightarrow x\sqrt{y} = 16 \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{xy}{x\sqrt{y}} = \frac{8}{16} \Leftrightarrow \sqrt{y} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = \frac{1}{4} \text{ e } x = \frac{8}{y} = \frac{8}{1/4} = 32$$

$$\Rightarrow S = \left\{ \left(32, \frac{1}{4} \right) \right\}$$

QUESTÃO 74

(EEAr 2000) Sejam a, b e c termos consecutivos de uma PG, todos positivos. Se $a < b < c$ e $a = m - 1$, $b = m + 5$ e $c = 11m - 1$, então o valor de $a + b + c$ é

a) 40

b) 42

c) 44

d) 46

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

$PG(a,b,c) \Rightarrow b^2 = a \cdot c \Rightarrow (m+5)^2 = (m-1)\cdot(11m-1) \Leftrightarrow m^2 + 10m + 25 = 11m^2 - 12m + 1$

$\Leftrightarrow 5m^2 - 11m - 12 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{4}{5} \ \vee \ m = 3$

$m = 3 \Rightarrow a = 2,\ b = 8,\ c = 32 \Rightarrow a + b + c = 42$

$m = -\frac{4}{5} \Rightarrow a = -\frac{9}{5},\ b = \frac{21}{5},\ c = -\frac{49}{5}$ (não convém)

QUESTÃO 75

(EEAr 2000) A posição dos pontos $P(3,2)$ e $Q(1,1)$ em relação à circunferência $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ é:

a) P é interior e Q é exterior
b) P é exterior e Q é interior
c) P e Q são interiores
d) P e Q são exteriores

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4 \Rightarrow O(1,1)$

$\overline{PO}^2 = (3-1)^2 + (2-1)^2 = 5 > 4 \Rightarrow$ P é exterior

$\overline{QO}^2 = (1-1)^2 + (1-1)^2 = 0 < 4 \Rightarrow$ Q é interior

QUESTÃO 76

(EEAr 2000) Dada a equação $x^3 - 10x^2 - 2x + 20 = 0$ e sendo a, b e c as suas raízes, o valor da soma $a^2bc + ab^2c + abc^2$ é

a) 200
b) -200
c) 400
d) -400

RESPOSTA: b

RESOLUÇÃO:

Pelas relações de Girard, temos: $\begin{cases} a+b+c = 10 \\ ab+ac+bc = -2 \\ abc = -20 \end{cases}$.

$$a^2bc + ab^2c + abc^2 = abc(a+b+c) = (-20)\cdot(10) = -200$$

QUESTÃO 77

(EEAr 2000) As sequências $(x,3,y)$ e $(y,\sqrt{5},x)$ são, respectivamente, progressões aritmética e geométrica. Se a progressão aritmética é crescente, a razão da progressão geométrica é:

a) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

b) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

c) $\sqrt{5}$

d) $2\sqrt{5}$

RESPOSTA: a

RESOLUÇÃO:

$$PA(x,3,y) \Leftrightarrow x+y = 2\cdot 3 = 6$$

$$PG(y,\sqrt{5},x) \Leftrightarrow x\cdot y = \left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$$

Logo, $(x,y)=(1,5)$ ou $(x,y)=(5,1)$.

Como a PA é crescente, então $x<y$ e, consequentemente, a PA é $(1,3,5)$ e a PG é $(5,\sqrt{5},1)$ cuja razão é $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.