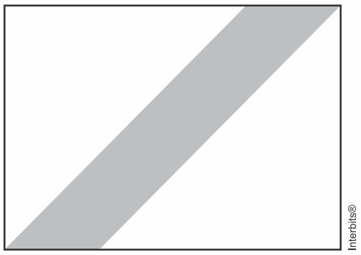
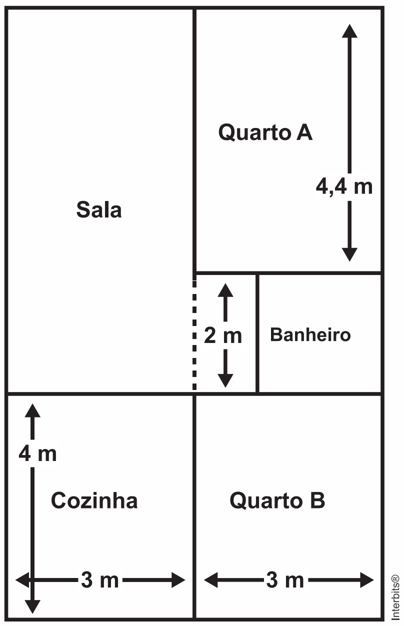
NÍVEL 1

1. Uma família possui um terreno retangular com 18 metros de largura e 24 metros de comprimento. Foi necessário demarcar nesse terreno dois outros iguais, na forma de triângulos isósceles, sendo que um deles será para o filho e o outro para os pais. Além disso, foi demarcada uma área de passeio entre os dois novos terrenos para o livre acesso das pessoas.
Os terrenos e a área de passeio são representados na figura.



A área de passeio calculada pela família, em metro quadrado, é de
a) $108.$
b) $216.$
c) $270.$
d) $288.$
e) $324.$

2. A figura traz o esboço da planta baixa de uma residência. Algumas medidas internas dos cômodos estão indicadas. A espessura de cada parede externa da casa é $0,20\text{ m}$ e das paredes internas, $0,10\text{ m}$.

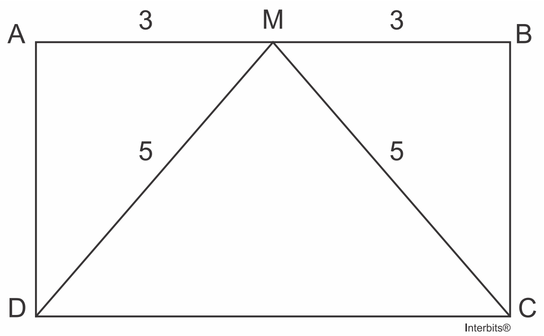


Sabe-se que, na localidade onde se encontra esse imóvel, o Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) é calculado conforme a área construída da residência. Nesse cálculo, são cobrados $R\$ \ 4,00$ por cada metro quadrado de área construída.

O valor do IPTU desse imóvel, em real, é
a) $250,00.$
b) $250,80.$
c) $258,64.$

d) $276,48.$
e) $286,00.$

3. Considere o retângulo $ABCD.$



Seja M o ponto médio do lado $AB.$ Sabemos que $AM = MB = 3$ e que $DM = MC = 5.$ Quanto vale a área do triângulo $AMD?$
a) 4
b) 6
c) $15/2$
d) 10
e) 15

4. Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

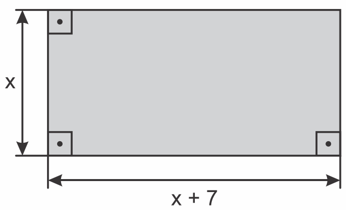


Figura A

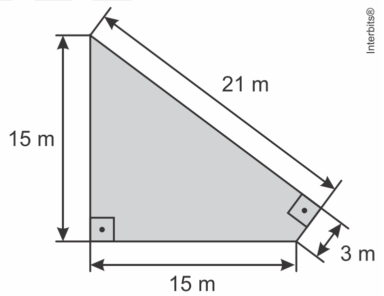
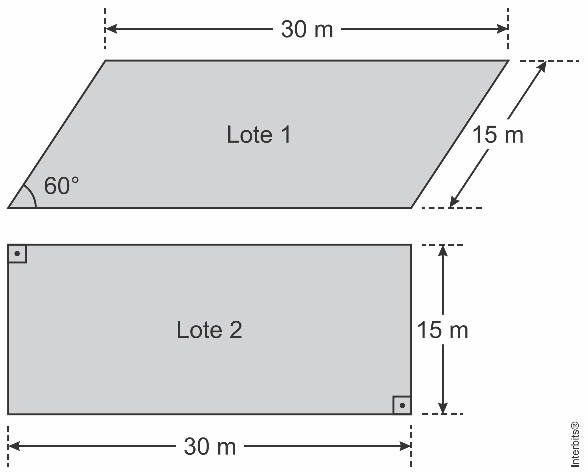


Figura B

Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a
a) $7,5$ e $14,5.$
b) $9,0$ e $16,0.$
c) $9,3$ e $16,3.$
d) $10,0$ e $17,0.$
e) $13,5$ e $20,5.$

5. Um casal e seus dois filhos saíram, com um corretor de imóveis, com a intenção de comprar um lote onde futuramente construiriam sua residência. No projeto da casa, que esta família tem em mente, irão necessitar de uma área de pelo menos $400\text{ m}^2.$ Após algumas avaliações, ficaram de decidir entre os lotes 1 e 2 da figura, em forma de paralelogramos, cujos preços são R\$ 100.000,00 e R\$ 150.000,00, respectivamente.



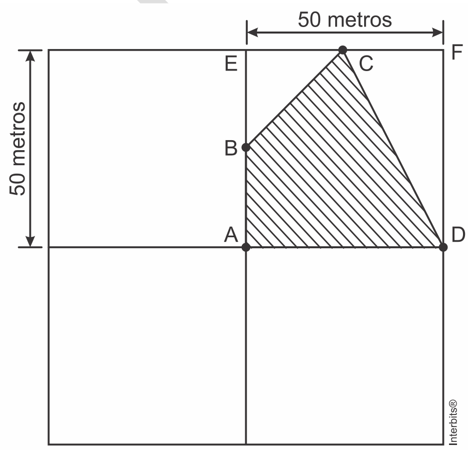
Use $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}$ e $1{,}7$ como aproximações respectivamente, para $\text{sen}(60°), \cos(60°)$ e $\sqrt{3}$.

Para colaborarem na decisão, os envolvidos fizeram as seguintes argumentações:

Pai: Devemos comprar o Lote 1, pois como uma de suas diagonais é maior do que as diagonais do Lote 2, o Lote 1 também terá maior área;
Mãe: Se desconsiderarmos os preços, poderemos comprar qualquer lote para executar nosso projeto, pois tendo ambos o mesmo perímetro, terão também a mesma área;
Filho 1: Devemos comprar o Lote 2, pois é o único que tem área suficiente para a execução do projeto;
Filho 2: Devemos comprar o Lote 1, pois como os dois lotes possuem lados de mesma medida, terão também a mesma área, porém o Lote 1 é mais barato;
Corretor: Vocês devem comprar o Lote 2, pois é o que tem menor custo por metro quadrado.

A pessoa que argumentou corretamente para a compra do terreno foi o(a)
a) pai.
b) mãe.
c) filho 1.
d) filho 2.
e) corretor.

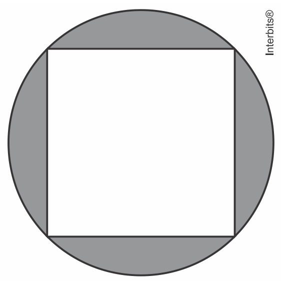
6. A área quadrada de um sítio deve ser dividida em quatro partes iguais, também quadradas, e, em uma delas, deverá ser mantida uma reserva de mata nativa (área hachurada), conforme mostra a figura a seguir.



Sabendo-se que B é o ponto médio do segmento AE e C é o ponto médio do segmento EF, a área

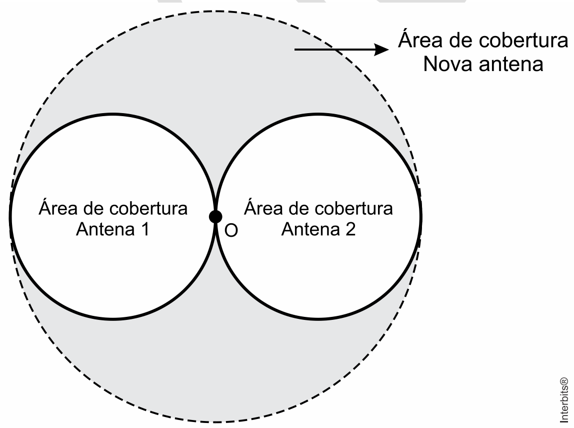
hachurada, em m^2, mede
a) $625,0$
b) $925,5.$
c) $1.562,5.$
d) $2.500,0.$

7. Um arquiteto deseja construir um jardim circular de 20 m de diâmetro. Nesse jardim, uma parte do terreno será reservada para pedras ornamentais. Essa parte terá a forma de um quadrado inscrito na circunferência, como mostrado na figura. Na parte compreendida entre o contorno da circunferência e a parte externa ao quadrado, será colocada terra vegetal. Nessa parte do jardim, serão usados 15 kg de terra para cada $m^2.$ A terra vegetal é comercializada em sacos com exatos 15 kg cada. Use 3 como valor aproximado para $\pi.$



O número mínimo de sacos de terra vegetal necessários para cobrir a parte descrita do jardim é
a) $100.$
b) $140.$
c) $200.$
d) $800.$
e) $1.000.$

8. (Enem 2015) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio $2 \text{ km},$ cujas circunferências se tangenciam no ponto $O,$ como mostra a figura.

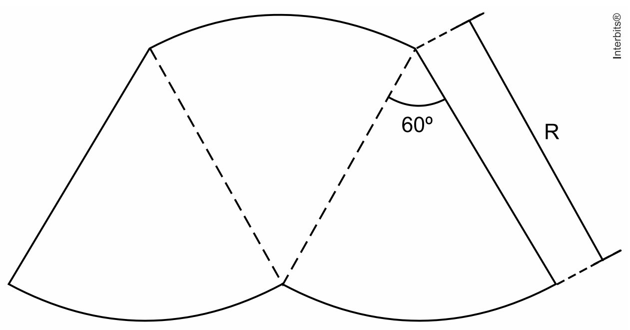


O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores.

Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em
a) $8\pi.$

b) $12\pi.$
c) $16\pi.$
d) $32\pi.$
e) $64\pi.$

9. (Enem 2015) O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a $60°.$ O raio R deve ser um número natural.



O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões $50\text{ m} \times 24\text{ m}.$
O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente.

Considere $3{,}0$ como aproximação para $\pi.$

O maior valor possível para $R,$ em metros, deverá ser
a) 16.
b) 28.
c) 29.
d) 31.
e) 49.

Gabarito Comentado – NÍVEL 1

Resposta da questão 1:
[A]

Se os triângulos retângulos são isósceles e congruentes, então seus catetos medem 18 m e a base do paralelogramo que constitui o passeio mede $24 - 18 = 6\text{ m}.$ Portanto, a área do passeio é igual a $6 \cdot 18 = 108\text{ m}^2.$

Resposta da questão 2:
[E]

Sendo $6 + 2 \cdot 0{,}2 + 0{,}1 = 6{,}5\text{ m}$ e $10{,}4 + 2 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}1 = 11\text{m}$ as dimensões da casa, podemos concluir que a resposta é dada por $4 \cdot 6{,}5 \cdot 11 = \text{R\$ } 286{,}00.$

Resposta da questão 3:
[B]

Calculando:
$\Delta AMD \text{ é retângulo} \rightarrow AD = 4$

$$S_{AMD} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

Resposta da questão 4:
[B]

Sabendo que as áreas são iguais, temos

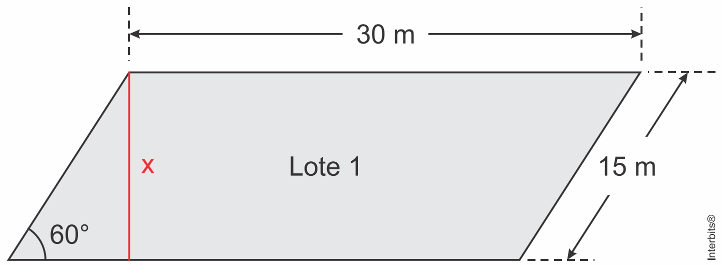
$$x\cdot(x+7)=\frac{15\cdot 15}{2}+\frac{21\cdot 3}{2}\Leftrightarrow x^2+7x-144=0$$
$$\Rightarrow x=9\text{ m}.$$

Portanto, o comprimento e a largura devem medir, respectivamente, 16 m e $9\text{ m}.$

Obs.: *Aparentemente houve um engano na ordem das medidas da alternativa [B].*

Resposta da questão 5:
[C]

Calculando:



$$\frac{15}{\text{sen }90^\circ}=\frac{x}{\text{sen }60^\circ}\Rightarrow x=15\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 15\cdot\frac{1{,}7}{2}\Rightarrow x\approx 12{,}75\text{ m}$$

$$S_{\text{lote1}}=12{,}75\cdot 30=382{,}5\text{ m}^2$$

$$S_{\text{lote2}}=15\cdot 30=450\text{ m}^2$$

Logo, o lote 2 é o único que tem área suficiente para a execução do projeto.

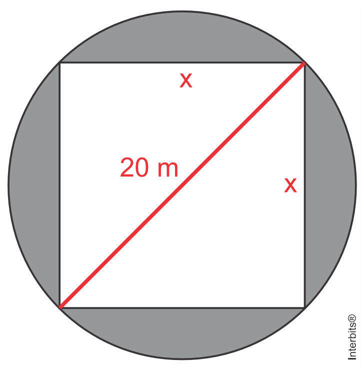
Resposta da questão 6:
[C]

A resposta é dada por

$$(\text{ADFE})-(\text{DFC})-(\text{BCE})=50^2-\frac{1}{2}\cdot 50\cdot 25-\frac{1}{2}\cdot 25\cdot 25$$
$$=4\cdot 625-\frac{3}{2}\cdot 625$$
$$=1.562{,}5\text{ m}^2.$$

Resposta da questão 7:
[A]

Calculando:



$$S_{circunf} = \pi(10)^2 = 100\pi \approx 300\ m^2$$

$$x\sqrt{2} = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 10\sqrt{2}\ m$$

$$S_{quadrado} = x^2 = \left(10\sqrt{2}\right)^2 = 200\ m^2$$

$$S_{terra} = 300 - 200 = 100\ m^2$$

Como é necessário 1 saco (de $15\ kg$) de terra por metro quadrado, serão necessários 100 sacos de terra vegetal para cobrir a área pretendida.

Resposta da questão 8:
[A]

A área total de cobertura das duas antenas era de $2 \cdot \pi \cdot 2^2 = 8\pi\ km^2$. Com a nova antena, a área passou a ser de $\pi \cdot 4^2 = 16\pi\ km^2$. Portanto, o aumento foi de $16\pi - 8\pi = 8\pi\ km^2$.

Resposta da questão 9:
[B]

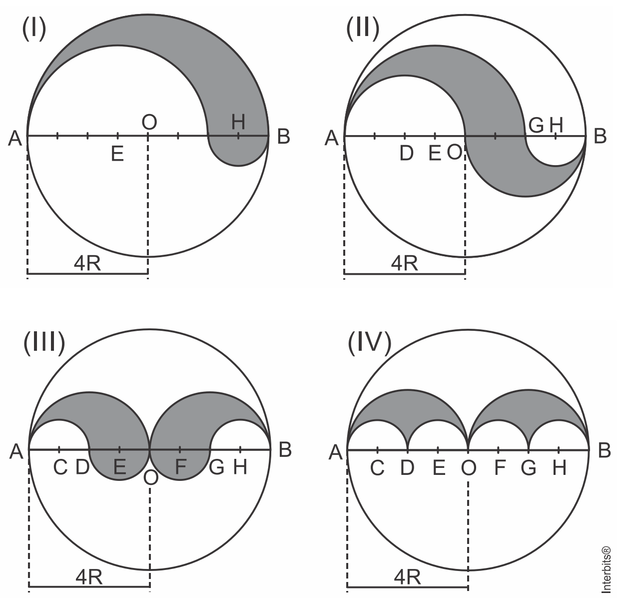
Sendo $3 \cdot 60° = 180°$, vem

$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 < 50 \cdot 24 \Rightarrow R^2 < 800$$
$$\Rightarrow 0 < R < 28{,}2\ m.$$

Portanto, o maior valor natural de R, em metros, é 28.

NÍVEL II

1 Considere os círculos abaixo, de centro O e raio $4R$, cujos diâmetros são divididos em oito partes iguais. Sabe-se que todos os arcos traçados nas quatro figuras são arcos de circunferência cujos diâmetros estão contidos no segmento $\overline{AB}$.



Sobre as áreas S_I, S_{II}, S_{III} e S_{IV} hachuradas nas figuras (I), (II), (III) e (IV), respectivamente, pode-se afirmar que

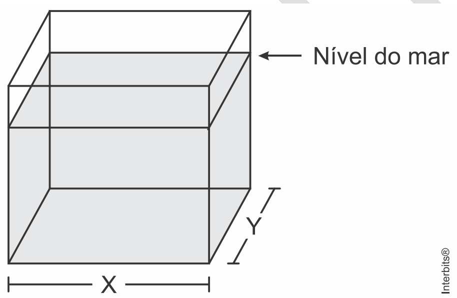
a) $S_I = S_{II} = S_{III} = S_{IV}$

b) $S_{III} > S_I$

c) $S_{IV} = \frac{1}{2} S_{II}$

d) $S_{II} > S_{III}$

2. Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de Y, em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

a) 1 e 49

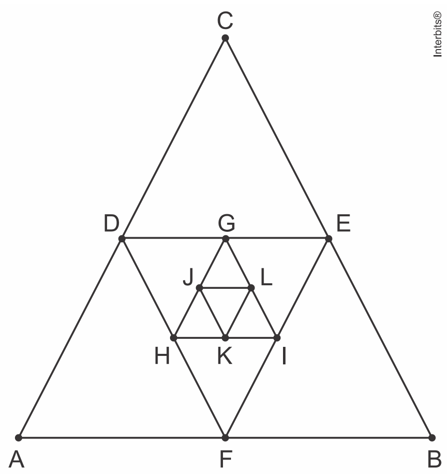
b) 1 e 99

c) 10 e 10

d) 25 e 25

e) 50 e 50

3. Na figura a seguir, o triângulo ABC é equilátero de lado igual a 1cm. Os pontos D, E e F são os respectivos pontos médios dos lados AC, BC e AB; os pontos G, H e I são os respectivos pontos médios dos lados DE, DF e EF e os pontos J, K e L são os respectivos pontos médios dos lados GH, HI e GI.



A área do triângulo JKL, em cm^2, é

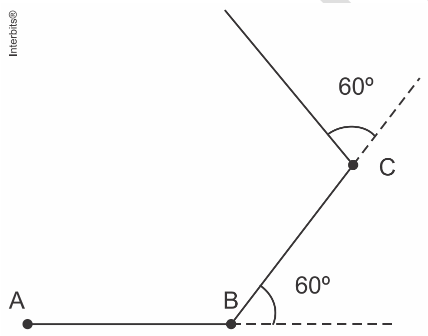
a) $\frac{\sqrt{3}}{256}$.

b) $\frac{\sqrt{3}}{512}$.

c) $\frac{\sqrt{3}}{768}$.

d) $\frac{\sqrt{3}}{1.024}$.

4. A figura a seguir descreve o movimento executado por uma máquina para o corte de uma placa metálica:



Partindo de A, ela sistematicamente avança 6 cm e gira 60° para esquerda, até retornar ao ponto A. A área da superfície recortada é:

a) $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

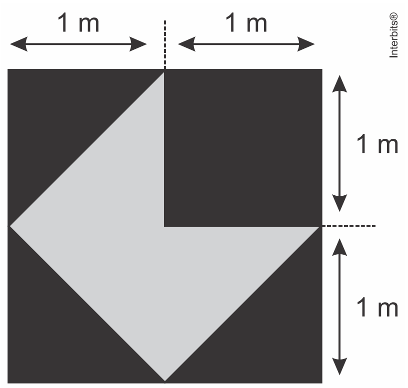
b) $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

c) $54\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

d) $64\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

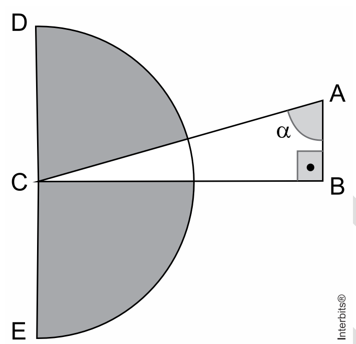
e) $120\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

5. A figura a seguir representa a tela de um quadro pós-moderno, um quadrado cujos lados medem 2 metros. Deseja-se pintar o quadro nas cores cinza e preta, como descrito na figura.



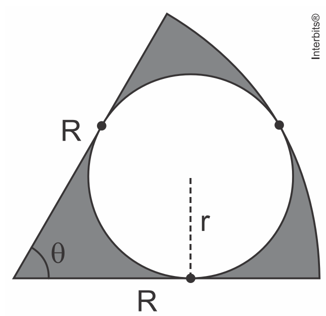
a) Qual a área que deverá ser pintada em preto? Expresse a resposta em metros quadrados. Qual é a proporção de cor preta para cor cinza?
b) Se a pintura na cor preta custa R\$ 100,00 o metro quadrado, e a pintura na cor cinza, R\$ 200,00 o metro quadrado, qual será o custo total de pintura do quadro?
c) Se as cores forem invertidas (sendo a área cinza pintada de preto e a área preta pintada de cinza), qual será a variação percentual do custo total de pintura do quadro, com relação ao custo total obtido no item B?

6. A figura indica um semicírculo de centro C e diâmetro $DE = 24\text{ cm}$, e um triângulo retângulo ABC. A área sombreada no semicírculo é igual a $69\pi\text{ cm}^2$.



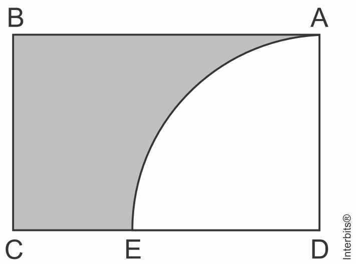
Nas condições descritas, a medida do ângulo , denotado por α, é igual a
a) $75°$.
b) $75{,}5°$.
c) $82°$.
d) $82{,}5°$.
e) $85°$.

7. A figura abaixo exibe um círculo de raio r que tangencia internamente um setor circular de raio R e ângulo central θ.



a) Para $\theta = 60°$, determine a razão entre as áreas do círculo e do setor circular.
b) Determine o valor de $\cos\theta$ no caso em que $R = 4r$.

8. Na figura abaixo, $ABCD$ é um retângulo e ADE é um quadrante de círculo de centro D. Se o lado AB e o arco AE têm comprimentos iguais a π cm, a medida da área sombreada, em cm^2, é:



a) 4
b) π
c) 2π
d) $\frac{\pi}{2}$
e) 2

Gabarito – NÍVEL II

Resposta da questão 1:
[C]

Calculando as áreas, temos:

$$S_I = \frac{\pi\cdot(4R)^2}{2} - \frac{\pi\cdot(3R)^2}{2} + \frac{\pi\cdot(R)^2}{2} = 4\cdot\pi\cdot R^2$$

$$S_{II} = \frac{\pi\cdot(3R)^2}{2} - \frac{\pi\cdot(2R)^2}{2} + \frac{\pi\cdot(2R)^2}{2} - \frac{\pi\cdot(R)^2}{2} = 4\cdot\pi\cdot R^2$$

$$S_{III} = 2\cdot\left[\frac{\pi\cdot(2R)^2}{2} - \frac{\pi\cdot(R)^2}{2} + \frac{\pi\cdot(R)^2}{2}\right] = 4\cdot\pi\cdot R^2$$

$$S_{IV} = 2\cdot\left[\frac{\pi\cdot(2R)^2}{2} - \frac{2\cdot\pi\cdot(R)^2}{2}\right] = 2\cdot\pi\cdot R^2$$

Portanto, $S_{IV} = \frac{1}{2} S_{II}$.

Resposta da questão 2:
[D]

Calculando:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 100 \\ x\cdot y = S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 50 \\ x\cdot y = S \end{cases} \Rightarrow x\cdot(50 - x) = S \Rightarrow x_{máx} = y_{máx} = 25$$

Resposta da questão 3:
[A]

Os lados dos triângulos formam uma PG de razão $\frac{1}{2}$. Portanto, o lado do triângulo JKL é $\frac{1}{8}$ do lado do triângulo ABC. Como o lado do triângulo ABC é 1 deveremos considerar que o lado do triângulo JKL é $\frac{1}{8}$.

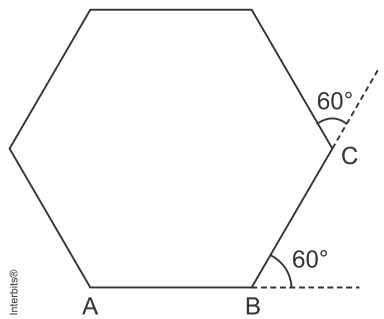
Portanto, sua área será dada por:

$$A = \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{256}$$

Resposta da questão 4:

[C]

A trajeto descrito pela máquina formará um hexágono regular de lado $6cm$.

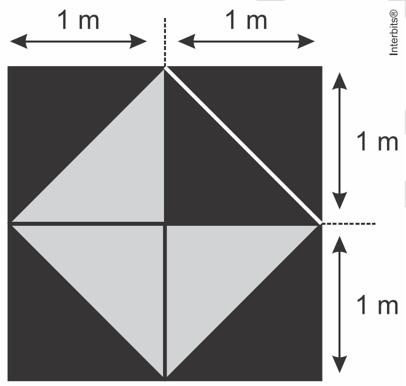


Portanto, sua área A será dada por:

$$A = 6 \cdot \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 54 \cdot \sqrt{3}\ cm^2$$

Resposta da questão 5:

Vamos considerar esta tela dividida em 8 triângulos retângulos congruentes, como na figura abaixo:



a) A área pintada de preto é $\frac{5}{8}$ da área total, ou seja;

$$A = \frac{5}{8} \cdot (2 \cdot 2) = 2{,}5m^2$$

A proporção da cor preta para a cor cinza será de $\frac{5}{3}$.

b) A área pintada de cinza será $4 - 2{,}5 = 1{,}5m^2$

Portanto, o custo com a pintura da tela será de:

$$2,5 \cdot 100 + 1,5 \cdot 200 = 550$$

Resposta: R$ 550,00.

c) Considerando a pintura com cores invertidas, temos o seguinte gasto:

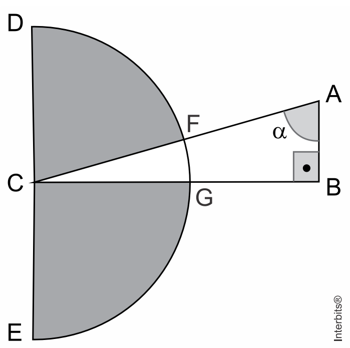
$$1,5 \cdot 100 + 2,5 \cdot 200 = 650$$

Portanto, um aumento de R$ 100,00.
Em porcentagem será dado por:

$\dfrac{100}{550} = \dfrac{2}{11} = 0,1818,$ ou seja $18,18\%.$

Resposta da questão 6:
[D]

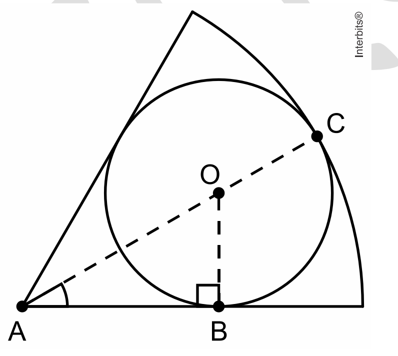
Calculando:



$$S_{\text{sombrada}} = S_{\text{semicírculo}} - S_{\text{CFG}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 12^2 - \frac{90° - \alpha}{360°} \cdot \pi \cdot 12^2 = 69\pi$$

$$69\pi = 144\pi \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{90° - \alpha}{360°}\right) \Rightarrow \frac{69}{144} = \frac{180° - 90° - \alpha}{360°} \Rightarrow \alpha = 82,5°$$

Resposta da questão 7:
a) Considere a figura.



Como o círculo e o setor são tangentes internamente, temos $\overline{AC} = R,$ $\overline{OB} = \overline{OC} = r$ e $BAO = 30°.$
Logo, segue que $\overline{AO} = \overline{AC} - \overline{OC} = R - r.$ Portanto, do triângulo $ABO,$ vem

$$\text{sen}BAO = \frac{\overline{OB}}{\overline{AO}} \Leftrightarrow \text{sen}30° = \frac{r}{R - r}$$

$$\Leftrightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{3}$$

Em consequência, a razão pedida é igual a

$$\frac{\pi r^2}{\pi R^2 \cdot \frac{60°}{360°}} = 6 \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{2}{3}.$$

b) Se $R = 4r,$ então, do triângulo $ABO,$ obtemos

$$\text{sen}\frac{\theta}{2} = \frac{r}{R-r} \Leftrightarrow \text{sen}\frac{\theta}{2} = \frac{1}{3}.$$

Por conseguinte, vem

$$\begin{aligned} \cos\theta &= 1 - 2\,\text{sen}^2\frac{\theta}{2} \\ &= 1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= \frac{7}{9}. \end{aligned}$$

Resposta da questão 8:
[B]

Com os dados do enunciado, pode-se escrever:

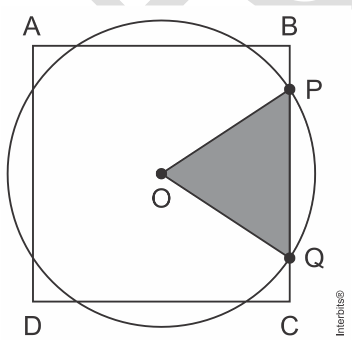
$$AE = \frac{1}{4}2\pi R = \pi \Rightarrow \frac{R}{2} = 1 \Rightarrow R = \overline{AD} = 2$$

$$S_{ABCE} = S_{ABCD} - S_{AED}$$

$$S_{ABCE} = \overline{AB} \cdot \overline{AD} - \frac{1}{4}\pi R^2 = 2\pi - \pi \Rightarrow S_{ABCE} = \pi \text{ cm}^2$$

NÍVEL 3

1. Analise a figura a seguir.

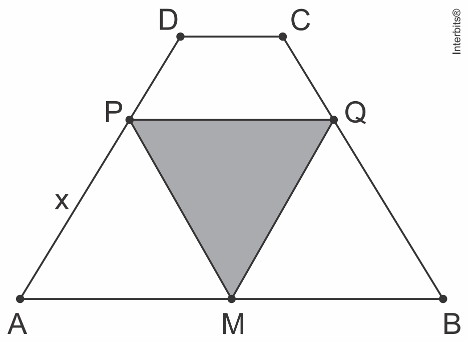


Pelo centro O do quadrado de lado $\sqrt{6}$ cm acima, traçou-se a circunferência que corta o lado BC nos pontos P e $Q.$ O triângulo OPQ tem área $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm^2.

Sendo assim, é correto afirmar que o raio dessa circunferência, em cm, é igual a

a) 1
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$
e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2. A figura abaixo mostra o trapézio isósceles $ABCD$ de bases AB e $DC,$ o segmento variável PQ paralelo a AB e o ponto $M,$ médio de $AB.$

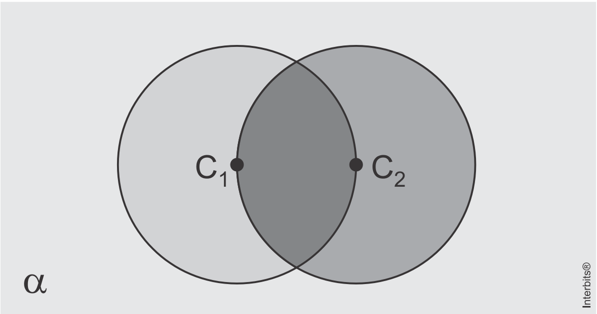


Considere as medidas a seguir:

$AB = 8, DC = 2, AD = BC = 5$ e $AP = x\ (0 < x \leq 5)$

a) Calcule a área do triângulo *MPQ* quando $x = 2.$
b) Determine o valor máximo para a área do triângulo $MPQ.$

3. Na figura abaixo, estão representados dois círculos congruentes, de centros C_1 e $C_2,$ pertencentes ao mesmo plano $\alpha.$ O segmento $\overline{C_1C_2}$ mede $6\text{ cm}.$



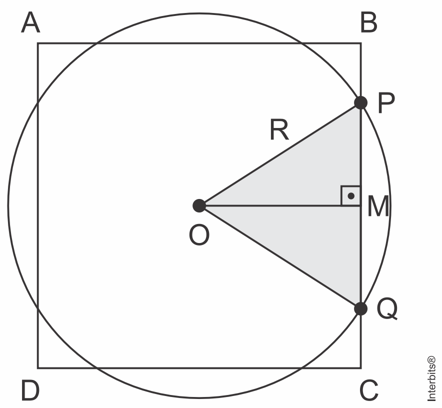
A área da região limitada pelos círculos, em $\text{cm}^2,$ possui valor aproximado de:
a) 108
b) 162
c) 182
d) 216

Gabarito – NÍVEL III

Resposta da questão 1:
[B]

A altura h do triângulo é metade do lado do quadrado:

$$h = \frac{\sqrt{6}}{2}$$



Determinando a medida PQ, utilizando o valor da área do triângulo;

$$\frac{1}{2} \cdot PQ \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow PQ = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{6}} \Rightarrow PQ = \sqrt{2}$$

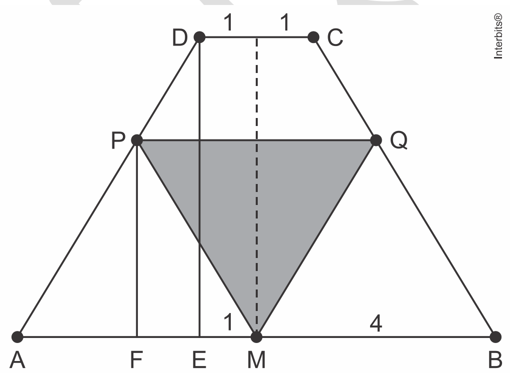
Logo,

$$PM = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Aplicando, agora, o Teorema de Pitágoras no triângulo POM, temos a medida R do raio da circunferência:

$$R^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{8}{4}} \Rightarrow R = \sqrt{2}$$

Resposta da questão 2:
De acordo com o enunciado:



Assim, o triângulo AED é retângulo do tipo 3-4-5 e os triângulos AED e AFP são semelhantes. O segmento PF é a altura h do triângulo MPQ. Assim, tem-se:

$$\frac{x}{AD}=\frac{h}{DE}=\frac{AF}{AE}\Rightarrow\frac{x}{5}=\frac{h}{4}=\frac{AF}{3}\Rightarrow\begin{cases}AF=\dfrac{3x}{5}\\ h=\dfrac{4x}{5}\end{cases}$$

$$PQ=2FM=2\cdot(AM-AF)=2\cdot\left(4-\frac{3x}{5}\right)=8-\frac{6x}{5}=\frac{40-6x}{5}$$

$$S=\frac{PQ\cdot h}{2}=\left[\left(\frac{40-6x}{5}\right)\cdot\frac{4x}{5}\right]\cdot\frac{1}{2}=\frac{-12x^2+80x}{25}\Rightarrow S=\frac{1}{25}\cdot\left(-12x^2+80x\right)$$

a) Calculando:

$$S=\frac{1}{25}\cdot\left(-12x^2+80x\right)\Rightarrow S=\frac{1}{25}\cdot(-12\cdot4+80\cdot2)=\frac{112}{25}=4{,}48$$

b) Calculando:

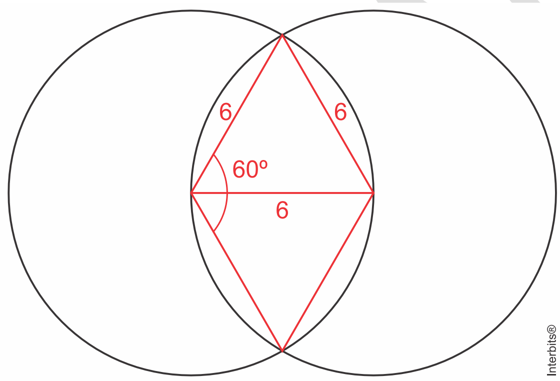
$$S(x)=\frac{1}{25}\cdot\left(-12x^2+80x\right)$$

$$x_{máx}=\frac{80}{-12\cdot2}=\frac{10}{3}$$

$$S\left(10/3\right)=\frac{1}{25}\cdot\left(-12\cdot\left(10/3\right)^2+80\cdot10/3\right)=4\cdot\left(\frac{-12}{9}+\frac{8}{3}\right)=\frac{16}{3}$$

Resposta da questão 3:
[C]

O segmento $\overline{C_1C_2}$ é igual ao raio de ambas as circunferências e é igual a $6.$ Assim, pode-se concluir:



Portanto, a área da região limitada pelos círculos é composta pela área dos círculos menos a área da intersecção entre eles. Já a área da intersecção é composta por dois triângulos equiláteros de lado 6 e 4 segmentos circulares. Assim, considerando $\sqrt{3}\approx1{,}73$ e $\pi=3{,}14,$ pode-se estimar a área da intersecção como sendo:

$$S_\Delta=\frac{\ell^2\cdot\sqrt{3}}{4}$$

$$S_\Delta=\frac{6^2\cdot\sqrt{3}}{4}\to S_\Delta=9\sqrt{3}\approx15{,}6$$

$$S_{seg}=S_{setor}-S_\Delta$$

$$S_{seg}=\frac{\pi\cdot R^2\cdot60°}{360°}-9\sqrt{3}=\frac{\pi\cdot6^2\cdot60°}{360°}-9\sqrt{3}=6\pi-9\sqrt{3}\approx3{,}27$$

$$S_{inter\,sec}=2\cdot S_\Delta+4\cdot S_{seg}$$

$$S_{inter\,sec}\approx2\cdot15{,}6+4\cdot3{,}27\approx44{,}28$$

Logo, a área da região limitada pelos círculos será:

$$S_{oo} = 2 \cdot S_o - S_{inter\,sec}$$

$$S_o = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi \approx 113$$

$$S_{oo} \approx 2 \cdot 113 - 44{,}28 \approx 181{,}72$$

$$S_{oo} \approx 182 \text{ cm}^2$$