

GABARITOS E RESOLUÇÕES

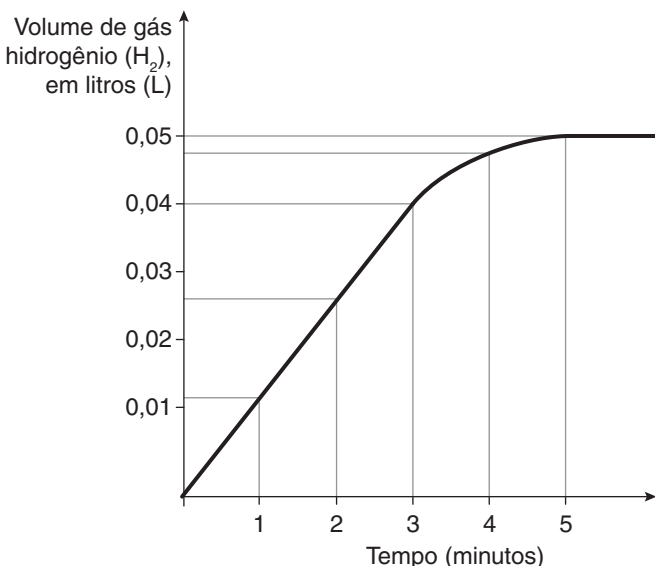
ENEM | 2º Dia - Ciclo 1
2019

QUESTÃO 1

Em um experimento, verifica-se que uma amostra de zinco metálico reage com uma solução aquosa de ácido clorídrico a 25 °C e 1 atm de acordo com a seguinte equação:



Durante a reação, o gás hidrogênio é coletado, e o tempo decorrido é cronometrado. A partir desses dados, obtém-se o gráfico representado a seguir.



Considerando que a massa molar do Zn é 65,0 g/mol e que o volume molar do gás hidrogênio, nas condições propostas, é de 25,0 L, qual o valor da massa de zinco metálico consumida, em gramas, decorridos cinco minutos de experimento?

- A** 0,104
- B** 0,116
- C** 0,130
- D** 0,145
- E** 3,250

GABARITO: C

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 17

De acordo com o gráfico, decorridos 5 minutos, formam-se 0,05 L de H₂.



$$65,0 \text{ g} \quad \text{-----} \quad 25,0 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} \quad \text{-----} \quad 0,05 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} = \frac{65,0 \text{ g} \cdot 0,05 \text{ L}}{25,0 \text{ L}} = 0,130 \text{ g}$$

Alternativa A: incorreta. Utilizou-se o tempo incorreto (3 minutos), e obteve-se 0,04 L de H₂, ao invés de 0,05 L.



$$65,0 \text{ g} \quad \text{-----} \quad 25,0 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} \quad \text{-----} \quad 0,04 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} = \frac{65,0 \text{ g} \cdot 0,04 \text{ L}}{25,0 \text{ L}} = 0,104 \text{ g}$$

Alternativa B: incorreta. Foram utilizados, incorretamente, o volume molar nas CNTP (22,4 L) e o tempo (3 minutos), obtendo-se, nesse caso, 0,04 L de H₂.



$$65,0 \text{ g} \quad \text{-----} \quad 22,4 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} \quad \text{-----} \quad 0,04 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} = \frac{65,0 \text{ g} \cdot 0,04 \text{ L}}{22,4 \text{ L}} \cong 0,116 \text{ g}$$

Alternativa D: incorreta. Utilizou-se, incorretamente, o volume molar nas CNTP (22,4 L).



$$65,0 \text{ g} \quad \text{-----} \quad 22,4 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} \quad \text{-----} \quad 0,05 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} = \frac{65,0 \text{ g} \cdot 0,05 \text{ L}}{22,4 \text{ L}} \cong 0,145 \text{ g}$$

Alternativa E: incorreta. Utilizou-se o volume molar de 1 L para o gás hidrogênio, supondo-se que 1 mol fosse proporcional a 1 L.



$$65,0 \text{ g} \quad \text{-----} \quad 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} \quad \text{-----} \quad 0,05 \text{ L}$$

$$m_{\text{Zn}} = \frac{65,0 \text{ g} \cdot 0,05 \text{ L}}{1 \text{ L}} = 3,25 \text{ g}$$

QUESTÃO 2

Crocodilos-do-nilo podem viver mais de 50 anos e crescer continuamente. Chegam a medir 6 metros de comprimento e a pesar cerca de 1 tonelada. Passam a maior parte do tempo na água, conseguindo permanecer muito tempo sem respirar. Alimentam-se de peixes e outras presas. Conseguem produzir reservas alimentares em seu organismo durante a abundância de caça. Nas margens dos rios, fazem escavações, criando câmaras que usam como abrigo durante os meses de escassez de alimento, permanecendo todo esse período em repouso, mantendo baixa taxa metabólica.

Os crocodilos-do-nilo sobreviveram à catástrofe da Era Mesozoica, quando um meteorito chocou-se contra a Terra; seus primos, os dinossauros, foram eliminados com as mudanças que se seguiram, como a espessa camada de pó que cobriu a atmosfera, impedindo a entrada de luz.



Disponível em: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5b/NileCrocodile-SRG001c.jpg>. Acesso em: 18 jan. 2019.

A vantagem adaptativa dos crocodilos-do-nilo em relação aos dinossauros foi a(o)

- A** pecilotermia.
- B** economia de energia.
- C** oviparidade.
- D** respiração pulmonar.
- E** epitélio impermeável.

GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 13

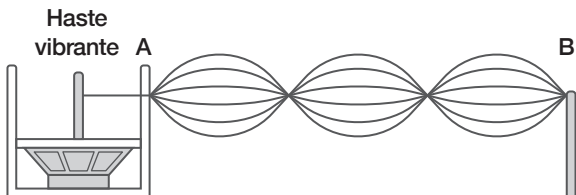
O modo de vida do crocodilo permite que ele economize energia e sobreviva durante muito tempo sem alimentação.

Alternativas A, C, D e E: incorretas. Crocodilos e dinossauros são classificados como répteis, os quais apresentam pecilotermia, oviparidade, respiração pulmonar e epitélio impermeável em comum.

QUESTÃO 3

O alto-falante é usado para emitir ondas sonoras. De forma simplificada, ele transforma energia elétrica em energia mecânica com o auxílio de um diafragma que, com movimentos oscilatórios, movimenta as moléculas do ar. O ouvido humano detecta essas ondas sonoras, e o cérebro as interpreta, dando significado aos sons recebidos.

Um desses alto-falantes é utilizado para a montagem do vibrador a seguir, na qual uma haste é conectada ao seu diafragma e esta é presa na extremidade (A) de um fio cuja outra extremidade está presa a uma haste fixa (B). Quando o sistema é posto a vibrar, forma-se um padrão de ondas estacionárias no fio elástico representado no esquema a seguir:



Sabe-se que a frequência que gerou o padrão estacionário é de 500 Hz e que o comprimento original do fio é de 60 cm. Qual a velocidade de propagação das ondas formadas?

- A** 200 m/s
- B** 300 m/s
- C** 800 m/s
- D** 1 250 m/s
- E** 20 000 m/s

GABARITO: A

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 1

Como se trata de uma onda estacionária, nota-se que há 4 nós e três distâncias de metade de um comprimento de onda entre eles, que, quando somadas, correspondem ao comprimento total do fio. Por isso, tem-se:

$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 0,6 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$$

$$\text{Como } v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = 0,4 \cdot 500 = 200 \text{ m/s.}$$

Alternativa B: incorreta. Confundiu-se o comprimento de onda com o comprimento da corda ($L = 0,6 \text{ m}$), obtendo-se $v = 0,6 \cdot 500 = 300 \text{ m/s}$.

Alternativa C: incorreta. Confundiu-se o comprimento de onda com o comprimento da corda ($L = 0,6 \text{ m}$), e o cálculo da velocidade está incorreto: $v = \frac{500}{0,6} \cong 800 \text{ m/s}$.

Alternativa D: incorreta. O comprimento de onda foi encontrado corretamente ($\lambda = 40 \text{ cm}$), porém o cálculo da velocidade está incorreto: $v = \frac{500}{0,4} = 1250 \text{ m/s}$.

Alternativa E: incorreta. O comprimento de onda foi encontrado corretamente ($\lambda = 40 \text{ cm}$), porém o cálculo da velocidade foi comprometido por erro de unidade: $v = 40 \cdot 500 = 20\,000 \text{ m/s}$.

QUESTÃO 4

Uma motorista precisou trocar um retrovisor externo de seu carro. Após a instalação do novo retrovisor, ela percebeu que as imagens não possuíam o padrão do retrovisor anterior, pois, dependendo da distância em que o novo retrovisor estava, as imagens apareciam invertidas. Ela constatou também uma perda do campo visual, pois havia agora uma quantidade maior de pontos “cegos” (regiões em que ela não podia ver a imagem no espelho), sendo que objetos a uma distância de 1 metro do espelho produziam uma imagem totalmente borrada e desfocada.

Considerando o exposto, o novo espelho retrovisor do carro é do tipo

- A** plano, pois as imagens são invertidas.
- B** convexo, pois o campo visual é reduzido.
- C** convexo, de distância focal igual a 1 m.
- D** côncavo, de distância focal igual a 1 m.
- E** côncavo, de distância focal igual a 0,5 m.

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 18

O novo espelho retrovisor do carro é côncavo, pois produz imagem invertida, e a determinação visual da distância focal se dá quando o objeto se encontra na posição do foco, produzindo uma imagem imprópria (borrão).

Alternativa A: incorreta. As imagens geradas pelo espelho plano são direitas, e não invertidas.

Alternativa B: incorreta. O espelho convexo fornece imagem direita, menor e virtual, sendo que a determinação da distância focal não se dá por meio de perda de imagem (borrão).

Alternativa C: incorreta. A determinação visual da distância focal no espelho convexo não se dá por meio da perda de imagem (borrão), sendo uma imagem invertida uma característica do espelho côncavo.

Alternativa E: incorreta. Encontra-se 0,5 m ao considerar, erroneamente, que a distância mencionada (1 m) é o raio de curvatura do espelho, que vale o dobro da distância focal.

QUESTÃO 5

Os valores orientadores para solo e água subterrânea são concentrações de substâncias químicas derivadas por meio de critérios numéricos e dados existentes na literatura científica internacional, para subsidiar ações de prevenção e controle da poluição, visando à proteção da qualidade dos solos e das águas subterrâneas e o gerenciamento de áreas contaminadas.

Cetesb. Disponível em: <<https://cetesb.sp.gov.br/aguas-subterraneas/valores-orientadores-para-solo-e-agua-subterranea/>>. Acesso em: 7 nov. 2018.

De acordo com a Companhia Ambiental do Estado de São Paulo (Cetesb), o valor orientador máximo de benzeno que pode ser encontrado em água subterrânea é de $5 \cdot 10^{-6}$ g/L, e o de hexaclorobenzeno é de $0,2 \cdot 10^{-6}$ g/L.

Sabe-se que o benzeno possui massa molar de 78 g/mol e que o hexaclorobenzeno possui massa molar de 285 g/mol. Com base nos valores orientadores, quais as quantidades máximas de matéria de benzeno e hexaclorobenzeno, respectivamente, podem ser encontradas, aproximadamente, em um bilhão de litros de água subterrânea?

- A** 0,7 mol e 64 mol.
- B** 64 mol e 0,7 mol.
- C** 17,5 mol e 2,56 mol.
- D** 0,064 mol e 0,0007 mol.
- E** 0,0175 mol e 0,00256 mol.

GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 3

Habilidade: 10

$$5 \cdot 10^{-6} \text{ g de benzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^9 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^9 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{benzeno}} = 5 \cdot 10^3 \text{ g}$$

$$n_{\text{benzeno}} = \frac{m_{\text{benzeno}}}{M_{\text{benzeno}}} = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ g}}{78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{benzeno}} \cong 0,064 \cdot 10^3 \text{ mol}$$

$$n_{\text{benzeno}} \cong 64 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

$$0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g de hexaclorobenzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^9 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^9 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = 0,2 \cdot 10^3 \text{ g}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{m_{\text{hexaclorobenzeno}}}{M_{\text{hexaclorobenzeno}}} = \frac{0,2 \cdot 10^3 \text{ g}}{285 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} \cong 0,0007 \cdot 10^3 \text{ mol}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} \cong 0,7 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

Alternativa A: incorreta. A palavra “respectivamente” não foi considerada, e calculou-se, erroneamente, primeiro a quantidade de matéria para o hexaclorobenzeno e depois para o benzeno.

$$0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g de hexaclorobenzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^9 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^9 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = 0,2 \cdot 10^3 \text{ g}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{m_{\text{hexaclorobenzeno}}}{M_{\text{hexaclorobenzeno}}} = \frac{0,2 \cdot 10^3 \text{ g}}{285 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} \cong 0,0007 \cdot 10^3 \text{ mol}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} \cong 0,7 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

$$5 \cdot 10^{-6} \text{ g de benzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^9 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^9 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{benzeno}} = 5 \cdot 10^3 \text{ g}$$

$$n_{\text{benzeno}} = \frac{m_{\text{benzeno}}}{M_{\text{benzeno}}} = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ g}}{78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{benzeno}} \cong 0,064 \cdot 10^3 \text{ mol}$$

$$n_{\text{benzeno}} \cong 64 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

Alternativa C: incorreta. Confundi-se a massa molar do benzeno com a do hexaclorobenzeno.

$$5 \cdot 10^{-6} \text{ g de benzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^9 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^9 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{benzeno}} = 5 \cdot 10^3 \text{ g}$$

$$n_{\text{benzeno}} = \frac{m_{\text{benzeno}}}{M_{\text{hexaclorobenzeno}}} = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ g}}{285 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{benzeno}} \cong 0,0175 \cdot 10^3 \text{ mol}$$

$$n_{\text{benzeno}} \cong 17,5 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

$$0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g de hexaclorobenzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^9 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^9 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = 0,2 \cdot 10^3 \text{ g}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{m_{\text{hexaclorobenzeno}}}{M_{\text{benzeno}}} = \frac{0,2 \cdot 10^3 \text{ g}}{78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} \cong 0,00256 \cdot 10^3 \text{ mol}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} \cong 2,56 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

Alternativa D: incorreta. Confundi-se um bilhão (10^9 L) com um milhão (10^6 L) de litros de água subterrânea.

$$5 \cdot 10^{-6} \text{ g de benzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^6 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^6 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{benzeno}} = 5 \text{ g}$$

$$n_{\text{benzeno}} = \frac{m_{\text{benzeno}}}{M_{\text{benzeno}}} = \frac{5 \text{ g}}{78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{benzeno}} \cong 0,064 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

$$0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g de hexaclorobenzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^6 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^6 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = 0,2 \text{ g}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{m_{\text{hexaclorobenzeno}}}{M_{\text{hexaclorobenzeno}}} = \frac{0,2 \text{ g}}{285 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} \cong 0,0007 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

Alternativa E: incorreta. Confundi-se um bilhão (10^9 L) com um milhão (10^6 L) de litros de água subterrânea e, também, confundiu-se a massa molar do benzeno com a do hexaclorobenzeno.

$$5 \cdot 10^{-6} \text{ g de benzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^6 \text{ L}$$

$$m_{\text{benzeno}} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^6 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{benzeno}} = 5 \text{ g}$$

$$n_{\text{benzeno}} = \frac{m_{\text{benzeno}}}{M_{\text{hexaclorobenzeno}}} = \frac{5 \text{ g}}{285 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{benzeno}} \cong 0,0175 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

$$0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g de hexaclorobenzeno} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 10^6 \text{ L}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \text{ g} \cdot 10^6 \text{ L}}{1 \text{ L}}$$

$$m_{\text{hexaclorobenzeno}} = 0,2 \text{ g}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} = \frac{m_{\text{hexaclorobenzeno}}}{M_{\text{benzeno}}} = \frac{0,2 \text{ g}}{78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n_{\text{hexaclorobenzeno}} \cong 0,00256 \text{ mol (quantidade de matéria)}$$

QUESTÃO 6

Certos alimentos, devido ao seu processamento, podem ser armazenados por muitos dias, sem apodrecer, em temperatura ambiente, isto é, sem refrigeração. O principal fator que leva os alimentos a apodrecer é a proliferação de microrganismos, tais como bactérias e fungos, em sua superfície ou em seu interior.

A carne-seca e o bacalhau salgado são exemplos de alimentos processados com um mecanismo semelhante, que evita a proliferação dos microrganismos, o qual consiste na adição de

- A** substâncias tóxicas aos microrganismos, mas seguras para o consumo humano.
- B** substâncias oxidantes que causam danos às membranas celulares dos microrganismos.
- C** solutos em grande concentração que causam a morte dos microrganismos por desidratação.
- D** microrganismos não causadores de doenças que alteram o pH do alimento, o tornando inóspito para os demais microrganismos.
- E** substâncias que formam um microfilme protetor, impedindo o contato dos microrganismos com o alimento.

GABARITO: C

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 8

Habilidade: 29

A grande quantidade de solutos no meio extracelular leva à desidratação das bactérias por osmose.

Alternativa A: incorreta. O sal adicionado ao bacalhau não é tóxico.

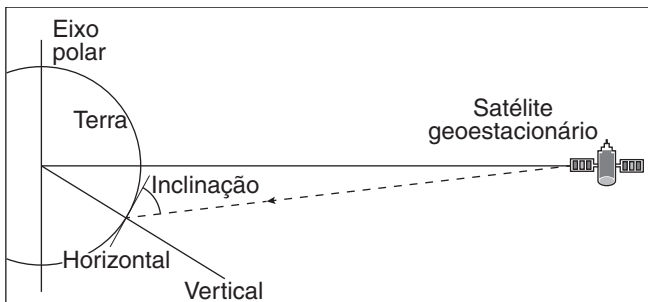
Alternativa B: incorreta. Sal não é oxidante.

Alternativa D: incorreta. Não são adicionados microrganismos aos alimentos mencionados, e não há alteração significativa em seu pH.

Alternativa E: incorreta. Sal não forma um filme protetor; desse modo, não impede o acesso das bactérias ao alimento.

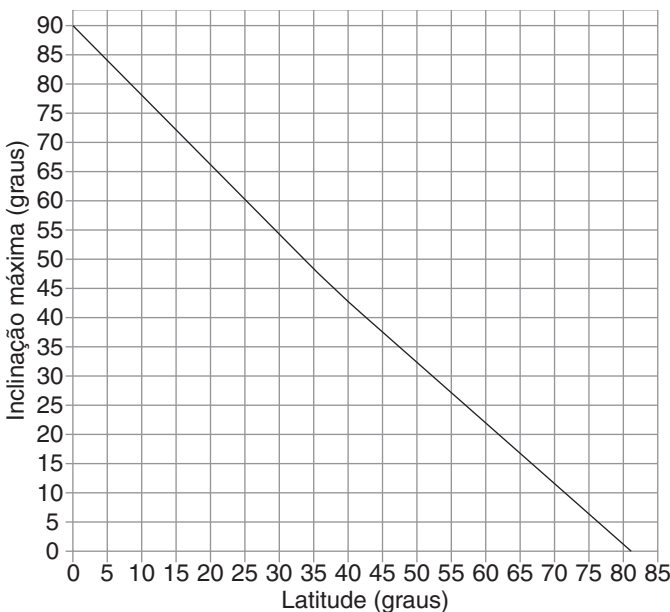
QUESTÃO 7

Satélites geoestacionários estão sendo utilizados para universalizar o acesso à internet de alta velocidade no Brasil. Um desses satélites geoestacionários recebe sinais eletromagnéticos enviados a partir de uma estação na superfície da Terra e os reenvia de volta para o planeta, como mostra o esquema a seguir:



Radiação oriunda do satélite geoestacionário chega à Terra segundo uma direção inclinada em relação à horizontal

Quando o satélite estacionário encontra-se sobre a mesma linha de longitude da antena, o ângulo máximo de incidência depende da latitude de localização da antena em relação à Linha do Equador (sobre a qual o satélite geoestacionário se encontra) e é dado pelo gráfico a seguir:



Inclinação máxima segundo a qual a radiação oriunda do satélite geoestacionário chega à Terra

Com base no gráfico anterior, uma associação correta entre a latitude e a inclinação máxima correspondente do sinal eletromagnético, respectivamente, é

- A 4° e 85°.
- D 80° e 12°.
- B 25° e 57°.
- E 90° e 5°.
- C 45° e 40°.

GABARITO: A

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 17

A latitude (primeiro valor) está no eixo x, e a inclinação dos raios está no eixo y. Dessa forma, os valores, corretamente relacionados, são 4° e 85°.

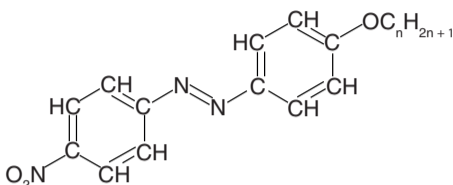
Alternativa B: incorreta. A leitura de dados está invertida.
Alternativas C, D e E: incorretas. A leitura do gráfico mostra que os dados apontados não estão associados corretamente.

QUESTÃO 8

Cristais líquidos (CLs) constituem importantes materiais eletrônicos moleculares, que combinam as propriedades de ordem do estado sólido e a fluidez do estado líquido. Esta combinação única de mobilidade molecular e anisotropia ótica, elétrica e magnética propicia aos CLs um vasto número de aplicações tecnológicas, destacando-se como componentes ativos em mostradores planos (*Liquid Crystal Displays, LCDs*) de celulares, *tablets*, *laptops* e outros dispositivos.

CRISTIANO, R. "Síntese de cristais líquidos derivados do nitrozobenzeno". *Química Nova*, v. 37, 2014.

As propriedades dos CLs estão intimamente ligadas à sua estrutura molecular. Um exemplo genérico de uma molécula que constitui cristais líquidos está representado a seguir.



Qual das espécies ilustradas a seguir apresenta as características estruturais necessárias para formar um cristal líquido?

- A**
-
- B**
-
- C**
-
- D**
-
- E**
-

GABARITO: C

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 18

A molécula ilustrada apresenta estrutura semelhante ao exemplo fornecido no texto. Para perceber isso, é necessário analisar a presença de dois grupos benzênicos ligados a $N = N$.

Alternativa A: incorreta. A molécula ilustrada (base nitrogenada) não apresenta estrutura semelhante ao exemplo fornecido no texto, ou seja, a presença de dois grupos benzênicos ligados a $N = N$.

Alternativa B: incorreta. A molécula ilustrada (hidrocarboneto) não apresenta estrutura semelhante ao exemplo fornecido no texto, ou seja, a presença de dois grupos benzênicos ligados a $N = N$.

Alternativa D: incorreta. A molécula ilustrada (dissacárido) não apresenta estrutura semelhante ao exemplo fornecido no texto, ou seja, a presença de dois grupos benzênicos ligados a $N = N$.

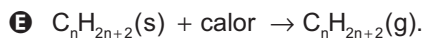
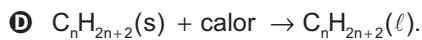
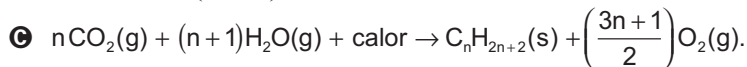
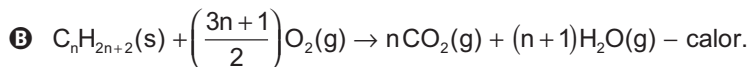
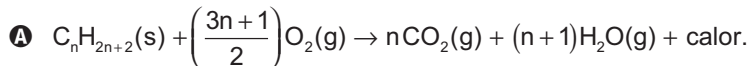
Alternativa E: incorreta. A molécula ilustrada (sulfonamida) não apresenta estrutura semelhante ao exemplo fornecido no texto, ou seja, a presença de dois grupos benzênicos ligados a $N = N$.

QUESTÃO 9

Uma coisa combustível como esta, queimando aos poucos, sem que a chama jamais se intrometa, é uma visão belíssima, especialmente quando se aprende como a chama é vigorosa – como tem o poder de destruir a cera ao se apoderar dela, e de perturbar sua forma, se chegar perto demais.

FARADAY, M. "A história química de uma vela". *As forças da matéria*. Conferência I, 2003. p. 33.

Considerando que a cera citada no texto seja a parafina, um hidrocarboneto de fórmula geral C_nH_{2n+2} com $n > 20$, a equação química análoga ao pensamento do cientista pode ser representada por



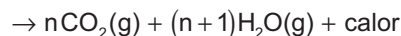
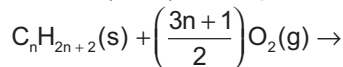
GABARITO: A

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

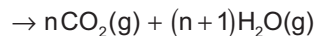
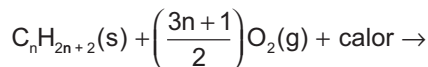
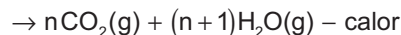
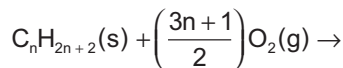
Competência: 5

Habilidade: 17

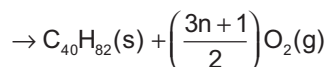
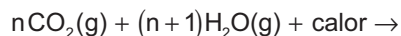
A parafina é um hidrocarboneto de fórmula geral C_nH_{2n+2} com $n > 20$. Uma equação termoquímica deve mostrar os estados de agregação dos reagentes e dos produtos e, também, o calor envolvido. Como se trata de uma combustão, a energia liberada (calor) deve aparecer ao lado dos produtos da reação.



Alternativa B: incorreta. Considerou-se, erroneamente, absorção de energia (calor) pelos reagentes.



Alternativa C: incorreta. Considerou-se, erroneamente, a reação inversa.

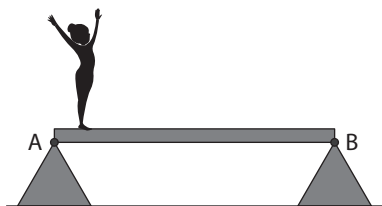


Alternativa D: incorreta. Considerou-se, erroneamente, a reação de mudança do estado de agregação sólido para o estado de agregação líquido com absorção de energia, quando o correto seria a combustão do reagente com liberação de energia (calor).

Alternativa E: incorreta. Considerou-se, erroneamente, a reação de mudança do estado de agregação sólido para o estado de agregação gasoso com absorção de energia, quando o correto seria a combustão do reagente com liberação de energia (calor).

QUESTÃO 10

Uma ginasta fez uma exibição sobre a trave olímpica. O aparelho, composto de uma barra em formato de paralelepípedo, com comprimento de 5 m e massa de 20 kg, estava apoiado em dois suportes localizados junto às suas extremidades, conforme a figura a seguir. A atleta, cuja massa era de 42 kg, realizou um movimento que consistia em caminhar de uma extremidade à outra da trave.



Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, que a barra é homogênea e que sensores foram colocados junto aos suportes para aferir a carga aplicada em cada um deles, as leituras, em newtons, de cada sensor variaram dentro do intervalo de

- A 100 a 200.
- D 200 a 310.
- B 100 a 420.
- E 200 a 420.
- C 100 a 520.

GABARITO: C

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 6

Habilidades: 20

A resolução pode ser feita das seguintes maneiras:

1ª resolução

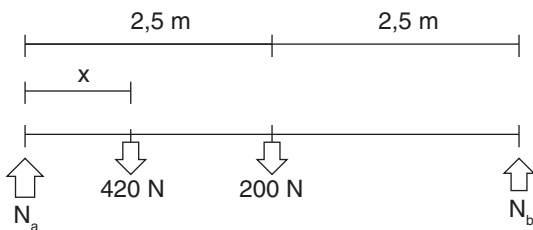
Peso da trave = $20 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 200 \text{ N}$

Peso da ginasta sobre o apoio = $42 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 420 \text{ N}$

O cálculo considera o peso da trave distribuído simetricamente sobre os apoios (100 N em cada) e a inclusão do peso da menina sobre o apoio (420 N), considerando-se que ela foi de uma extremidade a outra. Logo, a carga aferida pelos sensores em cada apoio variou de 100 N a 520 N no decorrer do deslocamento da atleta.

2ª resolução

Consideram-se os momentos, de acordo com as distâncias de cada carga.



$$\Sigma N_a = 0 \Rightarrow 420x + 200 = N_b$$

$$N_b = 84x + 100$$

$$x_{\text{mín}} = 0 \text{ m} \Rightarrow N_{b\text{mín}} = 100 \text{ N}$$

$$x_{\text{máx}} = 5 \text{ m} \Rightarrow N_{b\text{máx}} = 520 \text{ N}$$

Alternativa A: incorreta. O cálculo incluiu apenas o peso da trave distribuído simetricamente ou apenas sobre um dos apoios.

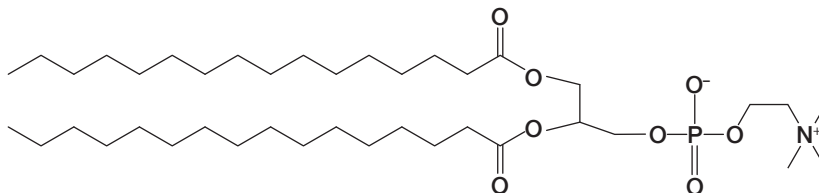
Alternativa B: incorreta. O cálculo incluiu o peso da trave (dividido simetricamente) ou o peso da atleta.

Alternativa D: incorreta. O cálculo incluiu apenas o peso da trave sobre um apoio ou o peso da atleta distribuído simetricamente.

Alternativa E: incorreta. O cálculo incluiu apenas o peso da trave ou somente o peso da atleta sobre um único apoio.

QUESTÃO 11

A molécula representada a seguir é um importante fosfolípido presente nos organismos superiores. Ela faz parte de um grupo de biomoléculas que contêm uma função oxigenada que sofre hidrólise, produzindo um ácido carboxílico e um álcool.



A função orgânica oxigenada presente nessa molécula e a fórmula molecular do composto de caráter ácido proveniente de sua hidrólise são, respectivamente,

- A cetona e $C_{16}H_{32}O$.
- D éter e $C_{16}H_{32}O_2$.
- B éter e $C_{16}H_{32}O$.
- E éster e $C_{16}H_{32}O_2$.
- C éster e $C_{16}H_{32}O$.

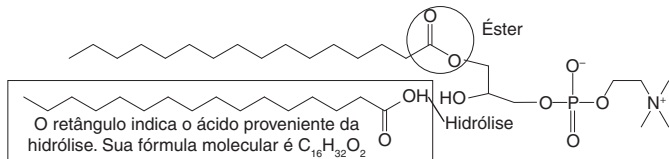
GABARITO: E

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 17

A função é éster, e o produto da hidrólise é um ácido carboxílico de fórmula $C_{16}H_{32}O_2$.



Alternativa A: incorreta. A molécula não tem função cetona, e sim éster, além de faltar um oxigênio na fórmula molecular.

Alternativa B: incorreta. A molécula não tem função éter, e sim éster, além de faltar um oxigênio na fórmula molecular.

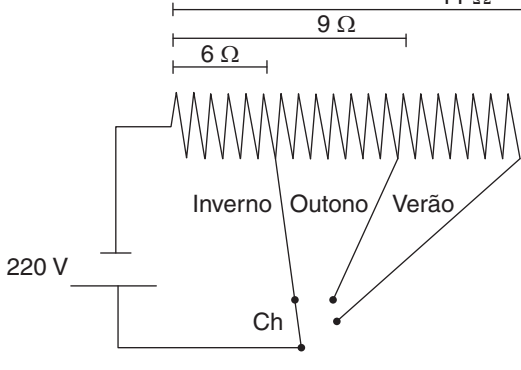
Alternativa C: incorreta. A função está correta, mas a fórmula molecular do produto está incorreta, faltando um oxigênio.

Alternativa D: incorreta. A molécula não tem função éter, e sim éster.

QUESTÃO 12

Aparelhos elétricos como geladeiras, máquinas de lavar roupa e chuveiros são, geralmente, considerados os responsáveis pelos altos valores em contas de energia.

O circuito elétrico da figura a seguir representa um chuveiro cuja chave (Ch) possibilita a mudança entre os três diferentes modos de funcionamento: inverno, outono e verão. (Considerar os banhos sempre com o chuveiro ligado).



Uma pessoa que toma um banho por dia com duração de 10 minutos, sempre com a água no modo mais quente possível, pretende economizar dinheiro usando o chuveiro somente na opção menos quente. Sabendo que o custo do kWh dessa cidade é de R\$ 0,42, a economia obtida em um mês por essa pessoa será de

- A** R\$ 5,60.
- B** R\$ 7,70.
- C** R\$ 9,20.
- D** R\$ 11,30.
- E** R\$ 17,00.

GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 3

Habilidade: 8

A pessoa usava sempre a água de forma mais quente possível, ou seja, no modo inverno. Em seguida, passou a usar no modo menos quente possível, ou seja, no modo verão. A potência dissipada, em função da diferença de potencial e da resistência, é:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Já em função da energia e do tempo, a potência é: $P = \frac{E}{t}$

Logo, juntando as duas:

$$\frac{E}{t} = \frac{U^2}{R}$$

$$E = \frac{U^2 \cdot t}{R}$$

A economia será dada pela diferença da energia consumida nos modos inverno e verão:

$$E_{\text{inv}} = \frac{U^2 \cdot t}{R_{\text{inv}}}$$

$$E_{\text{ver}} = \frac{U^2 \cdot t}{R_{\text{ver}}}$$

$$\Delta E = U^2 \cdot t \cdot \left(\frac{1}{R_{\text{inv}}} - \frac{1}{R_{\text{ver}}} \right)$$

Multiplicando pela taxa de kWh, tem-se o valor economizado em reais. É necessário dividir por 1000 para que se tenha a potência em Wh.

$$\$ = U^2 \cdot t \cdot \left(\frac{1}{R_{\text{inv}}} - \frac{1}{R_{\text{out}}} \right) \cdot \frac{(\text{taxa})}{1000}$$

Como ela toma um banho por dia, em 30 dias ela tomará 30 banhos. A duração de cada banho é de 10 minutos, assim o tempo total, em minutos, é de 300 minutos. Como cada hora tem 60 minutos, o tempo total, em horas, é igual a 5 h. Calculando a energia economizada:

$$\$ = 220^2 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{11} \right) \cdot \frac{0,42}{1000}$$

$$\$ = 220^2 \cdot 5 \cdot \left(\frac{5}{66} \right) \cdot \frac{0,42}{1000}$$

$$\$ = 220^2 \cdot \frac{0,42}{66 \cdot 40}$$

$$\$ = 220^2 \cdot \frac{42}{100 \cdot 66 \cdot 40}$$

$$\$ = \frac{220^2 \cdot 14}{100 \cdot 22 \cdot 40} = \frac{220 \cdot 14}{400} = \frac{22 \cdot 14}{40} = 7,7$$

Então a economia foi de 7,70 reais.

Alternativa A: incorreta. Se usar a resistência de outono no lugar da resistência de verão, tem-se:

$$\$ = U^2 \cdot t \cdot \left(\frac{1}{R_{\text{inv}}} - \frac{1}{R_{\text{out}}} \right) \cdot (\text{taxa})$$

$$\$ = 220^2 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{9} \right) \cdot \left(\frac{0,42}{1000} \right)$$

$$R\$ = 5,64 \cong 5,60 \text{ reais}$$

Alternativa C: incorreta. Se o cálculo for feito somente com a resistência no modo verão, e não pela diferença da energia, tem-se:

$$\$ = \frac{(U^2 \cdot t \cdot (\text{taxa}))}{R}$$

$$\$ = \frac{220^2 \cdot 5 \cdot \left(\frac{0,42}{1000} \right)}{11}$$

$$\$ = 9,24 \cong 9,20 \text{ reais}$$

Alternativa D: incorreta. Se o cálculo for feito somente com a resistência no modo outono, e não pela diferença da energia, tem-se:

$$\$ = \frac{(U^2 \cdot t \cdot (\text{taxa}))}{R}$$

$$\$ = \frac{220^2 \cdot 5 \cdot \left(\frac{0,42}{1000} \right)}{9}$$

$$\$ \cong 11,29 \cong 11,30 \text{ reais}$$

Alternativa E: incorreta. Se o cálculo for feito somente com a resistência no modo inverno, e não pela diferença da energia, tem-se:

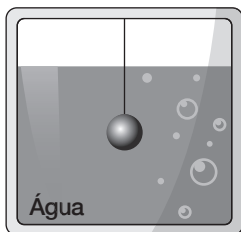
$$\$ = \frac{(U^2 \cdot t \cdot (\text{taxa}))}{R}$$

$$\$ = \frac{220^2 \cdot 5 \cdot \left(\frac{0,42}{1000} \right)}{6}$$

$$\$ = 16,94 \cong 17,00 \text{ reais}$$

QUESTÃO 13

Durante uma aula prática sobre empuxo, um professor resolveu realizar um experimento colocando uma bolinha de chumbo, presa por um fio ideal, fixada no alto de um aquário contendo água, conforme a figura a seguir:



O professor, então, questionou os alunos sobre como o sistema se comportaria em Marte, pois o módulo da aceleração gravitacional nesse planeta é de aproximadamente $0,38g$, sendo g o módulo da aceleração gravitacional na superfície da Terra.

Em relação aos valores das forças observados na Terra, pode-se concluir que, em Marte, o empuxo

- A** é igual, e a tração no fio é igual.
- B** é igual, e a tração no fio aumenta.
- C** diminui, e a tração no fio é igual.
- D** diminui, e a tração no fio diminui.
- E** aumenta, e a tração no fio aumenta.

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 18

O empuxo que atua sobre um corpo, quando colocado em um líquido de densidade d deslocando um volume V , é dado por $E = d \cdot V \cdot g$. Consequentemente, na Terra, o empuxo é dado por $E_{Terra} = d \cdot V \cdot g_{Terra}$ e em Marte é dado por $E_{Marte} = d \cdot V \cdot g_{Marte}$. Como $g_{Marte} < g_{Terra}$, conclui-se que $E_{Marte} < E_{Terra}$.

Do equilíbrio do corpo, tem-se:

$$F_R = 0 \Rightarrow E + T = P$$

$$(d \cdot V \cdot g) + T = m \cdot g \Rightarrow T = g \cdot (m - d \cdot V)$$

Assim, tem-se que a tração em Marte é dada por

$$T_{Marte} = g_{Marte} \cdot (m - d \cdot V) \text{ e a tração na Terra é dada por}$$

$$T_{Terra} = g_{Terra} \cdot (m - d \cdot V). \text{ Como } g_{Marte} < g_{Terra}, \text{ conclui-se que}$$

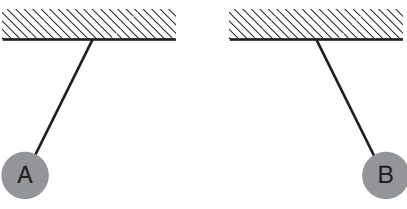
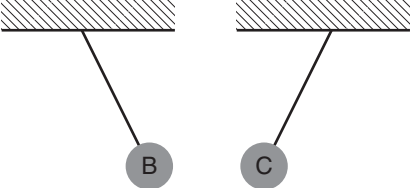
$$T_{Marte} < T_{Terra}.$$

Assim, tanto a tração quanto o empuxo possuem módulos menores em Marte do que na Terra.

Alternativas A, B, C e E: incorretas. O empuxo e a tração no fio diminuem em Marte, pois a aceleração gravitacional é menor.

QUESTÃO 14

Um experimento didático de eletrostática foi realizado em laboratório, e os resultados foram registrados e exibidos aos alunos posteriormente na sala de aula, conforme o quadro a seguir:

Ações	Observações
Corpos A e B são aproximados, sem haver contato.	
Corpos B e C são aproximados, sem haver contato.	

Primeiramente, realizou-se a ação de aproximar (sem haver contato) os corpos A e B, e, em seguida, o corpo B do corpo C. Ao designar o sinal (+) como carga elétrica líquida positiva, o sinal (-) como carga elétrica líquida negativa e (0) aos corpos eletricamente neutros, os alunos podem ter encontrado a seguinte combinação compatível para as cargas elétricas dos corpos A, B e C, respectivamente,

A	+	+	+
B	+	-	-
C	+	0	0
D	-	-	0
E	-	+	-

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 6

Habilidade: 21

Na primeira ação, ocorre repulsão, pois A e B possuem cargas de mesmo sinal (podendo ser negativas), e, no segundo caso, a esfera B carregada eletricamente pode atrair a esfera C, mesmo neutra, por indução eletrostática.

Alternativa A: incorreta. Caso todas as esferas tivessem cargas de mesmo sinal, haveria repulsão nas duas ações.

Alternativa B: incorreta. As esferas A e B devem, necessariamente, possuir cargas de mesmo sinal.

Alternativa C: incorreta. Caso a esfera B fosse neutra, ela seria atraída pela esfera A na primeira ação, mas não atrairia a C, também neutra, na segunda ação.

Alternativa E: incorreta. As esferas A e B se repelem, portanto devem possuir cargas de mesmo sinal.

QUESTÃO 15

A foto a seguir mostra uma gota de orvalho sobre uma folha.



Disponível em: <<https://pixabay.com/pt/gotejamento-flor-amarelo-1972411/>>. Acesso em: 7 nov. 2018.

A folha contém cera e cutina, materiais derivados de ácidos graxos e que têm como função proteger a folha.

O formato esférico de uma gota em contato com a folha ocorre para

- A** diminuir a tensão superficial entre a água (polar) e a cera (polar).
- B** diminuir a tensão superficial entre a água (polar) e a cera (apolar).
- C** aumentar a tensão superficial entre a água (polar) e a cera (apolar).
- D** aumentar a tensão superficial entre a água (polar) e a cera (polar).
- E** aumentar a interação entre a água (polar) e a cera (apolar).

GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 7

Habilidade: 25

A água é uma substância polar. A cera, um derivado de ácido graxo (ácido carboxílico de cadeia longa), é apolar. Quando substâncias com diferentes polaridades são colocadas em contato, o sistema tende a diminuir essa área de contato, pois é a situação em que a tensão superficial fica menor.

Alternativa A: incorreta. A cera, um derivado de ácido graxo, é apolar.

Alternativas C e D: incorretas. A tensão superficial é diminuída.

Alternativa E: incorreta. O formato esférico da gota ocorre para diminuir a tensão superficial entre a água e a cera, e não para aumentar a interação.

QUESTÃO 16

O Rio Amur desemboca no Pacífico, na costa da Sibéria. Uma grande parte da natureza está preservada nessa região. Ali vive o tigre siberiano, que pode abater ursos mais jovens com relativa facilidade. Ursos têm uma dieta diversificada, mas, em determinada época do ano, comem grande quantidade de peixes, que sobem contra a corrente do rio para a reprodução. Uma espécie de águia da região costuma se alimentar desses peixes, mas, em períodos de escassez de alimento, utiliza carcaças de ursos deixadas pelo tigre. No entanto, a águia frequentemente tem sua refeição perturbada pela presença de corvos, que disputam o mesmo alimento.

Considerando a teia alimentar apresentada, a relação ecológica entre

- A** urso e tigre é de competição.
- B** tigre e corvo é de comensalismo.
- C** águia e peixe é de parasitismo.
- D** águia e corvo é de escravagismo.
- E** urso e águia é de predatismo.

GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 13

A relação ecológica representada entre o tigre e o corvo é de comensalismo, pois o corvo alimenta-se dos restos de alimentos deixados pelo tigre, beneficiando-se sem interferir na alimentação do felino.

Alternativa A: incorreta. A relação entre urso e tigre é de predatismo, pois o tigre é predador do urso.

Alternativa C: incorreta. A relação entre águia e peixe é de predatismo, pois a águia é predadora do peixe.

Alternativa D: incorreta. A relação entre águia e corvo é de competição, pois ambos competem pelo mesmo alimento (peixe).

Alternativa E: incorreta. A relação entre urso e águia é de competição, pois ambos competem pelo mesmo alimento (peixe).

QUESTÃO 17

Em 1825, o então estudante Carl Jacob Löwig (1803-1893), que trabalhava no laboratório de Leopold Gmelin (1788-1853), na Universidade de Heidelberg, trouxe consigo um líquido vermelho de odor muito desagradável que havia obtido passando gás cloro (Cl_2) em uma salmoura. Ele tratou esse líquido com éter etílico e, após a evaporação deste, isolou uma substância desconhecida que conferia as características supracitadas.

OLIVEIRA, Rafael; AFONSO, J. "Bromo". *Química Nova Escola*, v. 35, n. 1, 2013.

Considerando que o líquido seja o bromo (Br_2) e que a salmoura contenha ânions brometo (Br^-), a equação química que representa a reação de formação do líquido vermelho é

- A $\text{Br}_2(\ell) + \text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}(\ell) \rightarrow \text{C}_4\text{H}_9\text{BrO}(\ell) + \text{HBr}(\ell)$.
- B $\text{Br}^-(\text{aq}) + \text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}(\ell) \rightarrow \text{C}_4\text{H}_9\text{BrO}(\ell) + \text{H}^+$.
- C $2 \text{Br}^-(\text{aq}) + 2 \text{Cl}^-(\text{aq}) \rightarrow \text{Br}_2(\ell) + \text{Cl}_2(\text{g})$.
- D $2 \text{Br}^-(\text{aq}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow \text{Br}_2(\ell) + 2 \text{Cl}^-(\text{aq})$.
- E $\text{Br}_2(\ell) + 2 \text{Cl}^-(\text{aq}) \rightarrow 2 \text{Br}^-(\text{aq}) + \text{Cl}_2(\text{g})$.

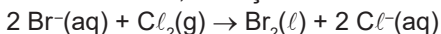
GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 4

Habilidade: 15

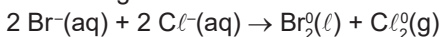
De acordo com o texto, a equação deve representar o brometo ($\text{Br}^-(\text{aq})$) presente na salmoura e o gás cloro ($\text{Cl}_2(\text{g})$) do lado dos reagentes. O bromo líquido ($\text{Br}_2(\ell)$) e o ânion cloreto ($\text{Cl}^-(\text{aq})$) devem ser representados do lado dos produtos. Portanto, a reação corretamente balanceada é:



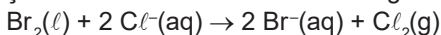
Alternativa A: incorreta. Concluiu-se, erroneamente, que o bromo líquido ($\text{Br}_2(\ell)$) reagiria com o éter ($\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}(\ell)$) citado no texto.

Alternativa B: incorreta. Concluiu-se, erroneamente, que o brometo presente na salmoura ($\text{Br}^-(\text{aq})$) reagiria com o éter ($\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}(\ell)$) citado no texto.

Alternativa C: incorreta. Representou-se, erroneamente, os íons do lado dos reagentes e bromo líquido ($\text{Br}_2(\ell)$) e cloro gasoso ($\text{Cl}_2(\text{g})$) do lado dos produtos, sem perceber que a soma das cargas do lado esquerdo da equação (-4) estava diferente da soma das cargas do lado direito da equação (0). A soma das cargas dos dois lados da equação deve ser igual.



Alternativa E: incorreta. Inverteu-se, erroneamente, a reação descrita no texto e obteve-se gás cloro.



QUESTÃO 18

O kiwi é uma ave endêmica da Nova Zelândia que tem o tamanho de uma galinha, não apresenta asas e esgueira-se em meio à densa vegetação das florestas daquele país. De hábitos noturnos, busca seu alimento no solo. Possui bico longo, em cuja extremidade se localizam as narinas. Conta com seu olfato apurado para localizar alimento e predadores, dos quais foge empregando suas longas patas, que permitem desenvolver alta velocidade. Essa ave ocupa, ainda, um nicho exclusivo e constitui casal monogâmico.

Acerca do exposto, a ave kiwi

- A** é uma espécie exótica da Nova Zelândia, dotada de características bem peculiares.
- B** compete com outras espécies que apresentam nicho ecológico semelhante em seu ambiente.
- C** não apresenta asas, ausência desencadeada pela falta de necessidade do órgão, promovendo sua atrofia ao longo de gerações.
- D** possui características decorrentes de mutações induzidas por fatores ambientais, como bico longo e ausência de asas.
- E** possui características adaptativas típicas da espécie selecionada pelo ambiente, que atua como agente de seleção natural.

GABARITO: E

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 11

O ambiente atua como agente de seleção natural, favorecendo a sobrevivência e a reprodução dos mais adaptados.

Alternativa A: incorreta. O kiwi é uma espécie endêmica, exclusiva de certos ambientes da Nova Zelândia. Não se trata de espécie exótica, procedente de outro ambiente. O termo “exótico”, em sentido popular, significa estranho, incomum. No entanto, esse não é o significado atribuído no contexto da questão.

Alternativa B: incorreta. O kiwi ocupa um nicho ecológico exclusivo em seu ambiente. Duas espécies que vivem no mesmo ambiente e que apresentam o mesmo nicho ecológico acabam competindo, e uma delas é eliminada na competição.

Alternativa C: incorreta. A necessidade não desencadeia mudanças evolutivas; isso corresponde a uma visão lamarckista e equivocada.

Alternativa D: incorreta. Mutações são fonte de variabilidade de uma espécie. No caso apresentado, eventuais mutações não foram induzidas pelas condições ambientais.

QUESTÃO 19

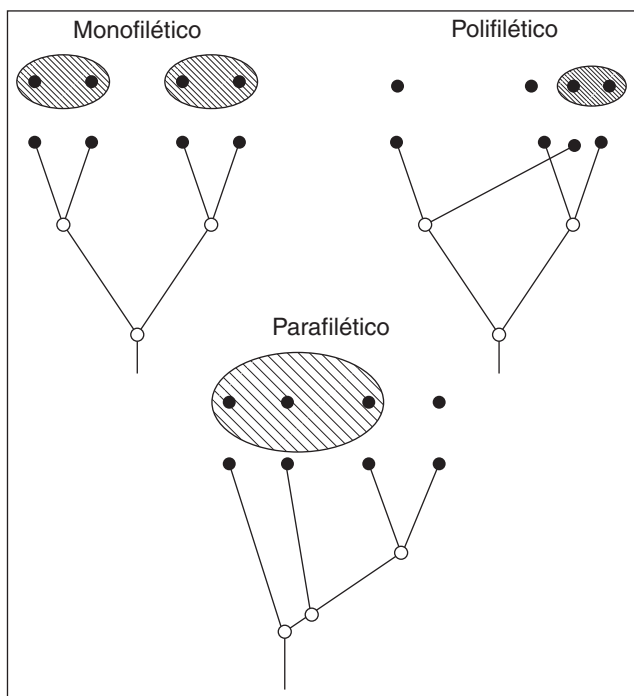
A filogenia, ou sistemática evolutiva, representa grupos de seres vivos por meio de árvores filogenéticas, que indicam parentesco entre os grupos estudados. A sistemática atual é fundamentada nas ideias de Willi Hennig, que define alguns conceitos como se segue:

Sinapomorfia: é uma característica em estado derivado (apomórfico), ou seja, que sofreu alguma modificação a partir de um estado ancestral; e que é compartilhada por dois (ou mais) grupos de organismos.

Simplesiomorfia: é uma característica em estado ancestral (plesiomórfico), ou seja, estado original da característica antes de uma modificação; e que é compartilhada por dois (ou mais) grupos de organismos.

Convergência: é uma característica que se apresenta em mesmo estado em dois grupos de organismos, embora tenha diferentes origens evolutivas.

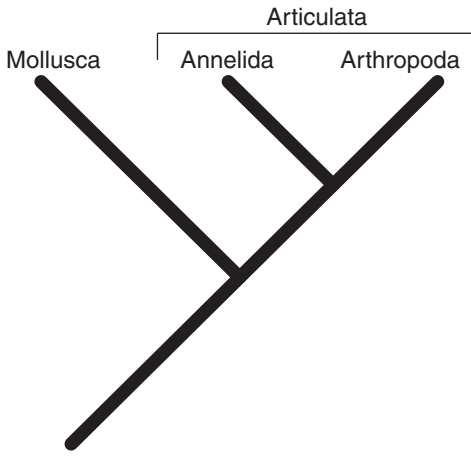
As três categorias de formação de grupos na sistemática, correspondentes às semelhanças dos seus constituintes, são baseadas em sinapomorfia (grupo monofilético), simplesiomorfia (grupo parafilético) ou convergência (grupo polifilético), conforme a seguinte figura:



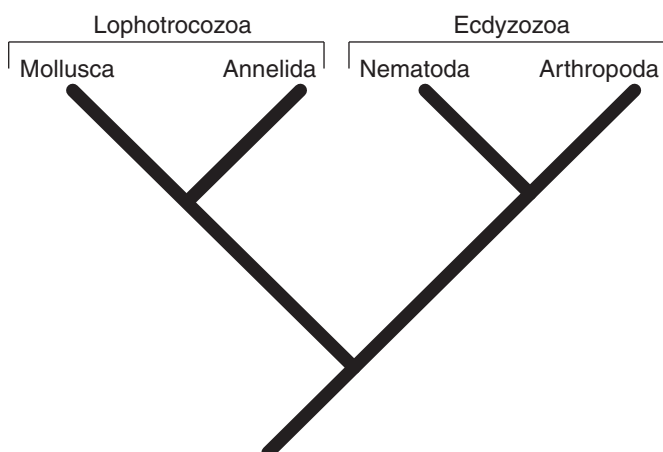
Traduzido e adaptado de HENNIG, Willi. *Phylogenetic Systematics*, 1966.

A seguir, é possível analisar representações das duas hipóteses mais aceitas sobre a relação filogenética dos artrópodes com os demais invertebrados.

Hipótese 1



Hipótese 2



O grupo chamado articulata, formado por anelídeos e artrópodes, é

- A** monofilético na hipótese 1, sendo a segmentação do corpo uma simplesiomorfia.
- B** parafilético na hipótese 1, sendo a segmentação do corpo uma convergência.
- C** monofilético na hipótese 2, sendo a segmentação do corpo uma sinapomorfia.
- D** polifilético na hipótese 2, sendo a segmentação do corpo uma sinapomorfia.
- E** polifilético na hipótese 2, sendo a segmentação do corpo uma convergência.

GABARITO: E

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 8

Habilidade: 28

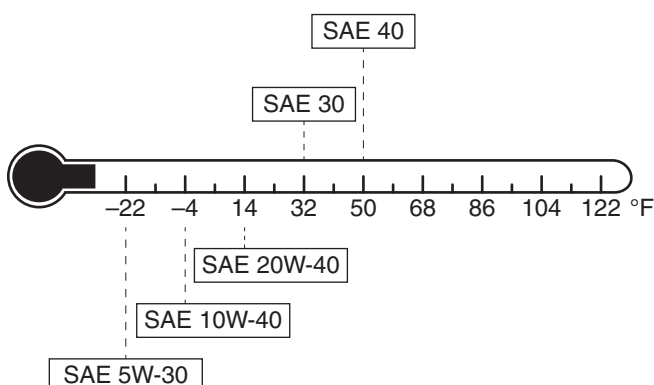
O grupo articulata é polifilético na hipótese 2, e o corpo segmentado é uma convergência.

Alternativas A, B e C: incorretas. O grupo articulata seria monofilético na hipótese 1, e, neste caso, o corpo segmentado seria uma sinapomorfia.

Alternativa D: incorreta. O grupo articulata é polifilético na hipótese 2, e, neste caso, corpo segmentado é uma convergência, não sinapomorfia.

QUESTÃO 20

Um casal brasileiro decidiu viajar de carro pela América do Sul. Para isso, eles verificaram, no manual do veículo, a tabela a seguir, que contém as instruções do tipo de óleo ideal a ser utilizado no motor a partir de certa temperatura ambiente. Por se tratar de um carro importado, as temperaturas da tabela estavam expressas na escala Fahrenheit.



Como a viagem do casal começa no extremo sul do continente, eles descobriram que precisariam de um óleo que atendesse pelo menos à temperatura mínima da região para o funcionamento do motor. A menor temperatura, em julho, seria em torno de -20 °C na região de Ushuaia, na Patagônia.

Confrontando os dados da tabela com as informações climáticas da região, para que o casal tenha segurança quanto ao funcionamento do carro, o óleo de motor ideal correspondente à temperatura mínima da região é do tipo

- A** SAE 5W-30.
- B** SAE 10W-40.
- C** SAE 20W-40.
- D** SAE 30.
- E** SAE 40.

GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 6

Convertendo -20 °C para $^{\circ}\text{F}$, encontra-se:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \Rightarrow \frac{-20}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$\frac{-20 \cdot 9}{5} = F - 32$$

$$F = -36 + 32 \Rightarrow F = -4\text{ °F}$$

Observando a tabela, percebe-se que o óleo do tipo SAE 10W-40 atende à temperatura mínima de -4 °F , correspondente a -20 °C , exigida para o bom funcionamento do motor.

Alternativa A: incorreta. Observando a tabela, percebe-se que esse tipo de óleo apresenta melhor funcionamento a partir da temperatura de -22 °F . Convertendo para $^{\circ}\text{C}$, encontra-se:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \Rightarrow \frac{C}{5} = \frac{-22 - 32}{9}$$

$$\frac{C}{5} = \frac{-54}{9} \Rightarrow C = \frac{270}{9} = -30\text{ °C}$$

Como a temperatura média da região é de -20 °C , esse óleo não é indicado.

Alternativa C: incorreta. Observando a tabela, percebe-se que esse tipo de óleo apresenta melhor funcionamento a partir da temperatura de 14 °F . Convertendo para $^{\circ}\text{C}$, encontra-se:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \Rightarrow \frac{C}{5} = \frac{14 - 32}{9}$$

$$\frac{C}{5} = \frac{-18}{9} \Rightarrow \frac{C}{5} = -2 \Rightarrow C = -10\text{ °C}$$

Como a temperatura média da região é de -20 °C , esse óleo não é indicado.

Alternativa D: incorreta. Observando a tabela, percebe-se que esse tipo de óleo apresenta melhor funcionamento a partir da temperatura de 32 °F . Convertendo para $^{\circ}\text{C}$, encontra-se:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \Rightarrow \frac{C}{5} = \frac{32 - 32}{9}$$

$$\frac{C}{5} = \frac{0}{9} \Rightarrow C = 0\text{ °C}$$

Como a temperatura média da região é de -20 °C , esse óleo não é indicado.

Alternativa E: incorreta. Observando a tabela, percebe-se que esse tipo de óleo apresenta melhor funcionamento a partir da temperatura de 50 °F . Convertendo para $^{\circ}\text{C}$, encontra-se:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \Rightarrow \frac{C}{5} = \frac{50 - 32}{9}$$

$$\frac{C}{5} = \frac{18}{9} \Rightarrow \frac{C}{5} = 2 \Rightarrow C = 10\text{ °C}$$

Como a temperatura média da região é de -20 °C , esse óleo não é indicado.

QUESTÃO 21

Segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS), doenças relacionadas à circulação e ao coração são a principal causa de mortes no mundo. Diversos fármacos têm sido empregados com o intuito de evitar os sintomas das doenças cardiovasculares e, com isso, melhorar a qualidade de vida e a longevidade da população acometida. Um desses fármacos é a digoxina, que aumenta a força de contração do coração e é usada para o tratamento da insuficiência cardíaca congestiva.

O metabolismo da digoxina é semelhante à ação de qual hormônio?

- A** Acetilcolina.
- B** Cortisol.
- C** Serotonina.
- D** Adrenalina.
- E** Vasopressina.

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 4

Habilidade: 14

A adrenalina estimula o aumento da atividade cardíaca (taquicardia).

Alternativa A: incorreta. A acetilcolina reduz a força de contração.

Alternativa B: incorreta. O cortisol não apresenta efeito específico no coração.

Alternativa C: incorreta. A serotonina é um neurotransmissor que tem efeito no sistema nervoso central e ações relacionadas ao humor, com ação indireta e antagônica no coração.

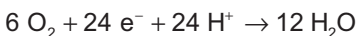
Alternativa E: incorreta. A vasopressina aumenta o volume do sangue por reabsorver mais água nos rins.

QUESTÃO 22

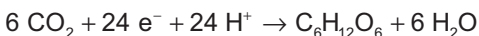
A importância das reações de oxirredução nos seres vivos, e particularmente nos mamíferos, fica evidenciada quando pensamos que uma grande parte do metabolismo diz respeito às transformações que os nutrientes sofrem no organismo e que, globalmente, podem ser entendidas como a oxidação dos nutrientes pelo oxigênio, formando-se dióxido de carbono e água.

RUI, P. *Notas sobre reações redox nos seres vivos*. 2012. p. 1.

Considere as seguintes semirreações de redução e seus respectivos potenciais padrão:



$$E^0 = +0,81 \text{ V}$$



$$E^0 = -0,43 \text{ V}$$

A equação química da reação global da oxidação da glicose e seu respectivo valor da diferença de potencial (ΔE) estão corretamente representados em

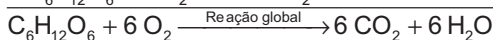
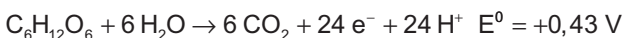
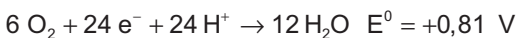
- A** $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6 \text{O}_2 \rightarrow 6 \text{CO}_2 + 6 \text{H}_2\text{O}$; $\Delta E = -0,38 \text{ V}$.
- B** $6 \text{CO}_2 + 6 \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6 \text{O}_2$; $\Delta E = +0,38 \text{ V}$.
- C** $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6 \text{O}_2 \rightarrow 6 \text{CO}_2 + 6 \text{H}_2\text{O}$; $\Delta E = -1,24 \text{ V}$.
- D** $6 \text{CO}_2 + 6 \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6 \text{O}_2$; $\Delta E = -1,24 \text{ V}$.
- E** $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6 \text{O}_2 \rightarrow 6 \text{CO}_2 + 6 \text{H}_2\text{O}$; $\Delta E = +1,24 \text{ V}$.

GABARITO: E

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 3

Habilidade: 8



$$\Delta E = +0,81 \text{ V} + (+0,43 \text{ V}) = +1,24 \text{ V}$$

Alternativa A: incorreta. A equação global está correta, mas o valor da diferença de potencial está incorreto ($-0,81 \text{ V} + (+0,43 \text{ V}) = -0,38 \text{ V}$).

Alternativa B: incorreta. Inverteu-se, erroneamente, a equação global e calculou-se o valor da diferença de potencial incorretamente ($+0,81 \text{ V} + (-0,43 \text{ V}) = +0,38 \text{ V}$).




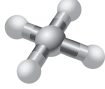



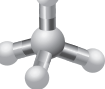


Alternativa C: incorreta. A equação global está correta, mas o valor da diferença de potencial está incorreto ($-0,81 \text{ V} + (-0,43 \text{ V}) = -1,24 \text{ V}$).

Alternativa D: incorreta. Inverteu-se, erroneamente, a equação global e calculou-se o valor da diferença de potencial incorretamente ($-0,81 \text{ V} + (-0,43 \text{ V}) = -1,24 \text{ V}$).

QUESTÃO 23

As moléculas das substâncias ozônio (O_3) e metano (CH_4) são importantes na manutenção do clima e da vida no planeta Terra. A primeira protege a Terra da radiação ultravioleta, e a segunda é uma das moléculas do efeito estufa.

Dado que o número de elétrons na camada de valência do hidrogênio é 1, do carbono é 4 e do oxigênio é 6, a estrutura de Lewis do ozônio e o modelo que representa corretamente a geometria molecular do metano são, respectivamente,

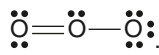
- A**  e 
- B**  e 
- C**  e 
- D**  e 
- E**  e 

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 7

Habilidade: 24

O ozônio tem 18 elétrons de valência. A única forma de distribuir esses 18 elétrons ao redor dos 3 átomos, segundo o modelo de Lewis, é: . Já o metano tem 4 nuvens eletrônicas ao redor do átomo central, o que lhe

confere a estrutura tetraédrica:



Alternativa A: incorreta. Os elétrons foram distribuídos de forma incorreta, e a molécula está com a geometria incorreta.

Alternativa B: incorreta. A molécula está com a geometria incorreta.

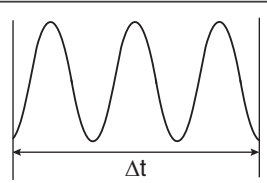
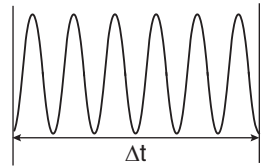
Alternativa C: incorreta. A molécula está com a geometria incorreta.

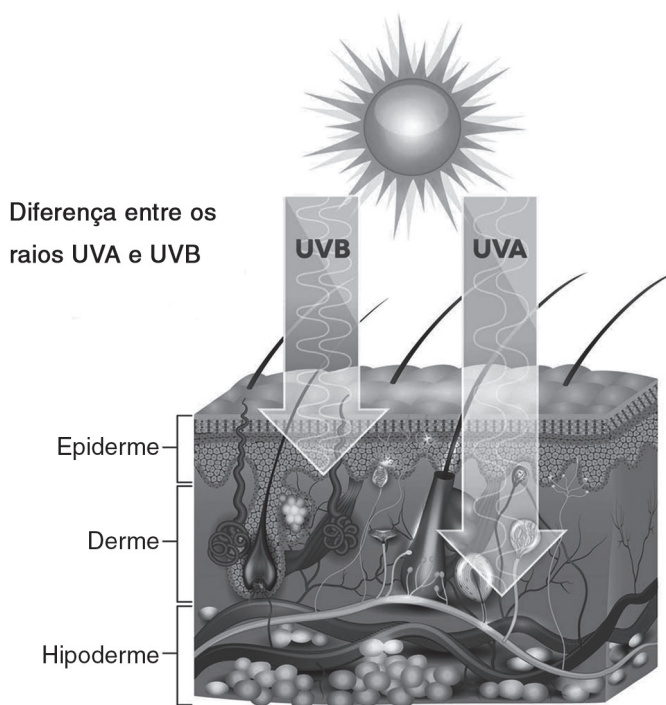
Alternativa E: incorreta. Os elétrons foram distribuídos de forma incorreta.

QUESTÃO 24

O Sol emite radiação que é composta de ondas eletromagnéticas de diferentes comprimentos de onda ou diferentes frequências. Uma parte importante dessas ondas é denominada radiação ultravioleta, mais conhecida como UV, e não é visível ao olho humano. A radiação ultravioleta é subdividida em UVA, UVB e UVC, de acordo com seu comprimento de onda.

A tabela a seguir mostra algumas informações acerca de dois tipos de radiação ultravioleta provenientes do Sol, com seus respectivos efeitos.

Radiação	Representação da onda	Efeitos mais prováveis
UVA		Bronzeamento Envelhecimento Manchas Câncer
UVB		Vermelhidão Queimadura Envelhecimento Manchas Câncer



Penetração dos raios na pele humana

Considerando os conceitos de ondulatória e analisando as informações contidas na tabela e na figura anteriores, a radiação

- A** UVB é mais provável de bronzear a pele, não oferecendo riscos de vermelhidão ou queimaduras.
- B** UVA tem maior frequência de onda que a radiação UVB.
- C** UVA tem maior velocidade, no vácuo, do que a radiação UVB.
- D** UVA tem maior comprimento de onda e menor frequência que a radiação UVB.
- E** UVB tem maior poder de penetração na pele do ser humano.

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidades: 1

De fato, a radiação UVA tem maior comprimento de onda e menor frequência do que a radiação UVB, e, de acordo com a representação dos comprimentos de onda, pode-se concluir isso.

Alternativa A: incorreta. Vermelhidão ou queimaduras são efeitos prováveis da radiação UVB, portanto oferecem riscos. E o bronzeamento da pele é o efeito mais provável da radiação UVA, conforme tabela.

Alternativa B: incorreta. De acordo com a representação dos comprimentos de onda, pode-se concluir que a radiação UVB tem maior frequência que a radiação UVA, e não o contrário.

Alternativa C: incorreta. As duas radiações têm a mesma velocidade no vácuo.

Alternativa E: incorreta. A radiação UVA tem maior comprimento de onda e, conforme a figura, tem maior poder de penetração na pele humana.

QUESTÃO 25

O solenodonte é um animal raro, encontrado em poucos lugares do planeta, como em algumas florestas da República Dominicana. Ele pertence ao grupo dos insetívoros, uma ordem muito antiga de mamíferos. Considera-se que os ancestrais desse tipo de animal espalharam-se pelo planeta e, com o tempo, originaram todos os outros tipos de mamíferos placentários, como os carnívoros, cetáceos, quirópteros etc.



Disponível em: <<https://dominantoday.com/dr/local/2018/01/22/joint-initiative-to-protect-rare-species/>>. Acesso em: 23 nov. 2018.

Sobre a história evolutiva dos animais,

- A** o solenodonte, pertencente ao grupo dos insetívoros, é considerado ancestral dos placentários atuais.
- B** o canguru e o ornitorrinco são mamíferos oriundos de insetívoros, pertencentes à classe do solenodonte.
- C** o camaleão é um réptil que se alimenta de insetos, tendo, portanto, parentesco evolutivo próximo ao do solenodonte.
- D** o processo de formação das espécies de mamíferos descrito é o de irradiação adaptativa.
- E** o desenvolvimento embrionário inicial dos mamíferos gerados a partir dos insetívoros apresenta particularidades próprias relacionadas ao meio onde vivem.

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 11

Irradiação adaptativa é a formação de diferentes espécies a partir de um ancestral comum. As espécies geradas adaptam-se a diferentes ambientes e conservam semelhanças internas. Isso ocorreu com os mamíferos placentários, oriundos de um ancestral comum insetívoro.

Alternativa A: incorreta. Alguns insetívoros originaram vários tipos de mamíferos. O solenodonte é um tipo atual de insetívoro, não ancestral.

Alternativa B: incorreta. Insetívoros originaram placentários. O canguru é um mamífero marsupial, e o ornitorrinco é um mamífero monotremado.

Alternativa C: incorreta. Camaleão e solenodonte alimentam-se de insetos, mas não possuem parentesco evolutivo próximo, uma vez que procedem de diferentes ancestrais e pertencem a diferentes classes.

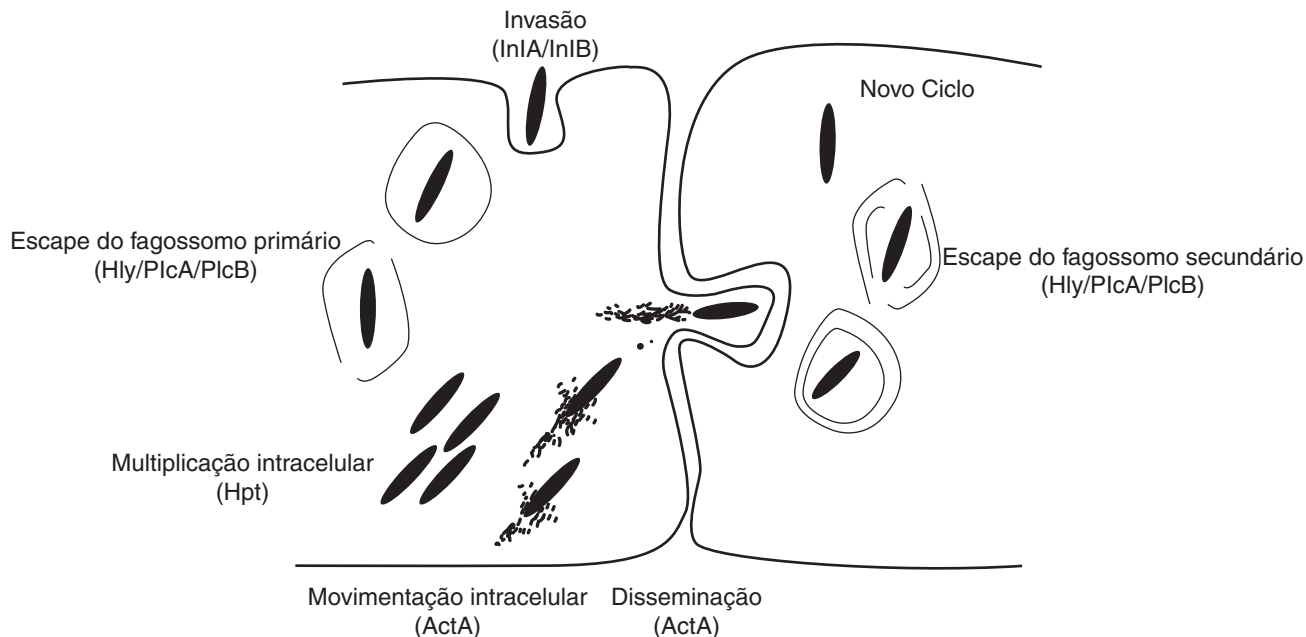
Alternativa E: incorreta. Organismos que apresentam parentesco evolutivo próximo têm o mesmo padrão de desenvolvimento embrionário, principalmente nas primeiras fases de seu desenvolvimento, e isso não depende de fatores ambientais.

Pouco tempo após fazer contato com uma célula de cultura de tecidos, bactérias chamadas de *Listeria* são fagocitadas por células do hospedeiro. Uma vez no interior do fagossomo, o microrganismo secreta hemolisinas (*listeriolisina O*, seu maior fator de virulência) e fosfolipases. [...]

Cerca de duas horas e meia após a infecção, a bactéria começa a migrar através do citoplasma da célula, com velocidade proporcional ao comprimento da sua cauda de actina. Quando a bactéria alcança a membrana plasmática da célula infectada, uma protuberância é originada. A bactéria e sua cauda se inserem intimamente nessa estrutura, como um dedo em uma luva. Quando essa protuberância faz contato com uma célula hospedeira vizinha, esta segunda célula fagocita a protuberância da primeira, e a bactéria fica envolvida em uma dupla membrana. Em seguida, a dupla membrana é dissolvida pelas enzimas bacterianas; a bactéria outra vez escapa para o citoplasma celular. Novos filamentos de actina são requisitados, a bactéria move-se em direção a outra célula e o ciclo se repete.

TRABULSI, L. R. *apud* SILVA, Fernando Merlin da. *Listeria monocytogenes: um perigo invisível nos alimentos*. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Medicina Veterinária) – Faculdades Metropolitanas Unidas, São Paulo, 2009. (Adapt.).

Ciclo de vida intracelular de *L. monocytogenes*



SILVA, Fernando Merlin da. *Listeria monocytogenes: um perigo invisível nos alimentos*. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Medicina Veterinária) – Faculdades Metropolitanas Unidas, São Paulo, 2009. (Adapt.).

O texto e a figura descrevem o ciclo de vida da bactéria *Listeria monocytogenes*, um parasita intracelular. Nas células eucarióticas, há organelas que foram originadas por um mecanismo semelhante ao descrito anteriormente. Tais organelas são os(as)

- A lisossomos, com enzimas digestivas para digerir membranas.
- B peroxissomos, com a enzima catalase para romper membranas.
- C centríolos, formadores de flagelos para a locomoção.
- D complexo de Golgi, que forma vesículas como os fagossomos.
- E mitocôndrias, com DNA próprio e capacidade de autoduplicação.

GABARITO: E

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 8

Habilidade: 29

Mitocôndrias são estruturas membranosas relacionadas à respiração celular, possuem DNA próprio e apresentam capacidade de autoduplicação, originando novos orgânulos. Atualmente, considera-se que as mitocôndrias tenham se originado de bactérias. Trata-se da hipótese endossimbiótica, a qual salienta a possibilidade de seres eucariontes terem englobado as bactérias, que, após mutações, originaram organelas citoplasmáticas.

Alternativa A: incorreta. Lisossomos possuem enzimas digestivas, mas não derivam de bactéria.

Alternativa B: incorreta. Peroxissomos possuem a enzima catalase, mas não derivam de bactérias.

Alternativa C: incorreta. Centríolos formam flagelos, mas não derivam de bactérias.

Alternativa D: incorreta. O complexo de Golgi forma vesículas, mas não fagossomos.

QUESTÃO 27

Ao longo do tempo, diversos modelos foram propostos para explicar a estrutura dos átomos. Na descrição a seguir, o nome do cientista e da partícula subatômica estão ocultos.

“O cientista X supôs que o átomo era uma nuvem esférica de matéria carregada positivamente, dentro da qual circulavam os Y em órbitas coplanares.”

O cientista X e a partícula subatômica Y são, respectivamente,

- A** John Dalton; prótons.
- B** Niels Bohr; elétrons.
- C** Ernest Rutherford; elétrons.
- D** Linus Pauling; nêutrons.
- E** J. J. Thomson; elétrons.

GABARITO: E

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 3

J. J. Thomson supôs um átomo dinâmico, dentro do qual estariam os elétrons, que neutralizariam a carga positiva da massa esférica. Thomson usou a expressão “*cloud*”, que significa “nuvem”, para explicar sua teoria, pois considerava que os elétrons se movessem como se estivessem dentro de uma nuvem.

Alternativa A: incorreta. Para Dalton, o átomo era uma esfera maciça e não contemplava partículas subatômicas.

Alternativas B e C: incorretas. Para Bohr, assim como para Rutherford, a carga positiva estava concentrada no núcleo.

Alternativa D: incorreta. Linus Pauling fez estudos sobre a eletrosfera e as ligações químicas.

QUESTÃO 28

A série triboelétrica foi criada para classificar os materiais que se eletrizam por atrito quanto à facilidade de trocarem cargas elétricas. Série triboelétrica é, portanto, o termo utilizado para designar uma listagem de materiais em ordem crescente quanto à possibilidade de perder elétrons. Ou seja, quanto maior a facilidade em adquirir cargas positivas, mais alta é a posição que o material ocupa na tabela.

Disponível em: <<https://www.infoescola.com/eletrostatica/serie-triboeletrica/>>. Acesso em: 7 nov. 2018. (Adapt.).

A tabela a seguir é um exemplo de série triboelétrica.

Pele de coelho
Vidro
Cabelo humano
Mica
Lã
Pele de gato
Seda
Algodão
Âmbar
Ebonite
Poliéster
Isopor
Plástico

+

Assim, com base na tabela apresentada, quando

- A** o vidro é atritado com o algodão, ele (vidro) ganha prótons.
- B** a seda é atritada com o vidro, ela doa elétrons para o vidro.
- C** o vidro é atritado com o plástico, ele (vidro) adquire carga negativa.
- D** a lã é atritada com a ebonite, ela (lã) se eletriza positivamente.
- E** o âmbar é atritado com o plástico, ele (âmbar) doa prótons para o plástico.

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidades: 17

Como a lã apresenta-se em uma posição superior na tabela em relação à ebonite, esta (lã) perderá elétrons tornando-se positivamente carregada, enquanto a ebonite, ao receber elétrons, torna-se negativamente carregada.

Alternativa A: incorreta. No processo de eletrização, nunca há transferência de prótons. Logo, nesse experimento, o que certamente ocorreu é que o vidro perdeu elétrons, tornando-se positivamente carregado. Já o algodão, ao receber elétrons, torna-se negativamente carregado.

Alternativa B: incorreta. O vidro apresenta uma posição na tabela mais alta do que a seda; logo, é ele quem doa elétrons, tornando-se positivamente carregado, enquanto a seda torna-se negativamente carregada, após receber elétrons do vidro.

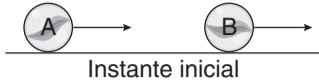
Alternativa C: incorreta. O vidro está numa posição mais alta na tabela do que o plástico, logo ele (vidro) perderá elétrons apresentando, ao final, carga elétrica positiva; já o plástico, ao receber elétrons, apresenta-se ao final do processo, negativamente carregado.

Alternativa E: incorreta. No processo de eletrização, não se doam prótons, mas sim elétrons. Logo, o âmbar perde elétrons, tornando-se eletricamente positivo, enquanto o plástico, ao receber elétrons, apresenta-se eletricamente negativo.

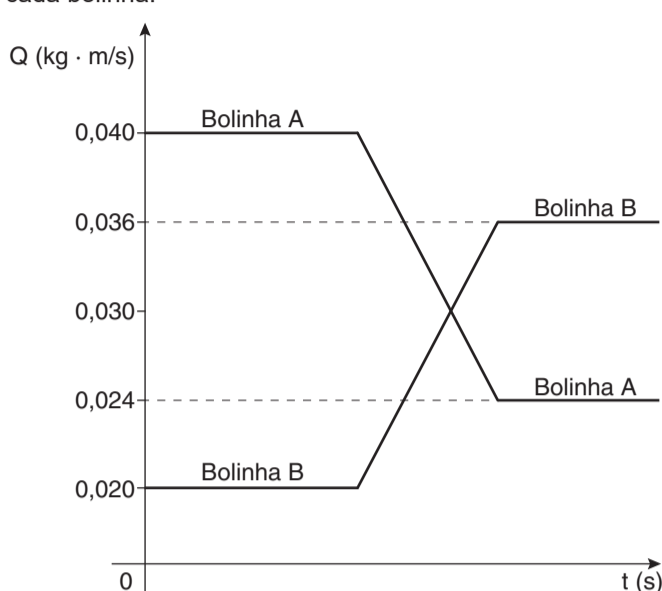
QUESTÃO 29

A brincadeira de jogar bolinha de gude consiste em lançar pequenas esferas, geralmente de vidro, umas nas outras, tentando atingir um alvo marcado ou, ainda, tomar as bolinhas dos adversários, acertando-as.

Em uma partida, uma criança jogou a bolinha B e, em seguida, outra criança jogou a bolinha A, sobre a mesma reta, conforme ilustração a seguir.



As bolinhas, idênticas, de massa igual a 20 g, colidiram no intervalo de tempo Δt_1 , de modo que houve perda moderada de energia cinética. O gráfico a seguir mostra a quantidade de movimento (Q) em função do tempo (t) para cada bolinha.



Nessa colisão, a perda da energia cinética foi de

- A** $3,2 \cdot 10^{-3}$ J.
- B** $12 \cdot 10^{-3}$ J.
- C** $47 \cdot 10^{-3}$ J.
- D** $97 \cdot 10^{-3}$ J.
- E** $1,28 \cdot 10^{-6}$ J.

GABARITO: A

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 6

Habilidade: 20

Sabendo-se que $|Q| = m \cdot |v|$ e que $m = 20 \text{ g} = 0,02 \text{ kg}$ para as duas bolinhas. Assim:

Antes do choque:

$$Q_a = m_a v_a \Rightarrow 0,040 = 0,02 v_a \Rightarrow v_a = 2 \text{ m/s}$$

$$Q_b = m_b v_b \Rightarrow 0,020 = 0,02 v_b \Rightarrow v_b = 1 \text{ m/s}$$

Depois do choque:

$$Q_a = m_a v_a \Rightarrow 0,024 = 0,02 v_a \Rightarrow v_a = 1,2 \text{ m/s}$$

$$Q_b = m_b v_b \Rightarrow 0,036 = 0,02 v_b \Rightarrow v_b = 1,8 \text{ m/s}$$

Para calcular a energia cinética das bolinhas:

$$E_c = \frac{m_a v_a^2}{2} + \frac{m_b v_b^2}{2} = \frac{m}{2} (v_a^2 + v_b^2)$$

Antes do choque:

$$E_{c_i} = \frac{0,02}{2} (2^2 + 1^2) = 0,05 \text{ J} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Depois do choque:

$$E_{c_f} = \frac{0,02}{2} (1,8^2 + 1,2^2) = 0,0468 \text{ J} = 46,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$\text{Então: } \Delta E_c = 46,8 \cdot 10^{-3} - 50 \cdot 10^{-3} = -3,2 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

Portanto, a perda de energia cinética foi de $3,2 \cdot 10^{-3}$ J.

Alternativa B: incorreta. Subtraíram-se, erroneamente, as velocidades das energias cinéticas iniciais e finais das duas bolinhas.

Antes do choque:

$$E_{c_i} = \frac{0,02}{2} (2^2 - 1^2) = 0,03 \text{ J} = 30 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Depois do choque:

$$E_{c_f} = \frac{0,02}{2} (1,8^2 - 1,2^2) \cong 0,018 \text{ J} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$\text{Então: } \Delta E_c = 18 \cdot 10^{-3} - 30 \cdot 10^{-3} = -12 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

Portanto, a perda de energia cinética foi de $12 \cdot 10^{-3}$ J.

Alternativa C: incorreta. Considerou-se apenas a energia cinética final como resposta.

Alternativa D: incorreta. Somaram-se, incorretamente, as energias cinéticas iniciais e finais das duas bolinhas, ao invés de subtrair.

$$\Delta E_c = 47 \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 10^{-3} = 97 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Alternativa E: incorreta. Não se usou a equação da quantidade de movimento e considerou-se, erroneamente:

Antes do choque:

$$v_a = 0,040 \text{ m/s e } v_b = 0,020 \text{ m/s}$$

Depois do choque:

$$v_a = 0,024 \text{ m/s e } v_b = 0,036 \text{ m/s}$$

Logo,

$$\text{Antes do choque: } E_{c_i} = \frac{0,02}{2} \cdot (0,040^2 + 0,020^2) =$$

$$= 0,01 \cdot \left((4 \cdot 10^{-2})^2 + (2 \cdot 10^{-2})^2 \right) =$$

$$= 0,01 \cdot (16 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-4}) = 2 \cdot 10^{-5} \text{ J} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\text{Depois do choque: } E_{c_f} = \frac{0,02}{2} \cdot (0,036^2 + 0,024^2) =$$

$$= 0,01 \cdot \left((36 \cdot 10^{-3})^2 + (24 \cdot 10^{-3})^2 \right) =$$

$$= 0,01 \cdot (1296 \cdot 10^{-6} + 576 \cdot 10^{-6}) =$$

$$= 18,72 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\text{Então: } \Delta E_c = 18,72 \cdot 10^{-6} - 20 \cdot 10^{-6} = -1,28 \cdot 10^{-6} \text{ J.}$$

Portanto, a perda de energia cinética foi de $1,28 \cdot 10^{-6}$ J.

QUESTÃO 30

A doença de Huntington é neurodegenerativa e hereditária. O gene responsável foi identificado no cromossomo 4 humano, e basta uma cópia do gene alterado para causar os sintomas. Todos os indivíduos afetados pela doença têm um dos pais afetados também; mulheres e homens são afetados em proporção semelhante. Os sintomas mais evidentes começam a aparecer entre 30 e 40 anos de idade e incluem a falta de coordenação motora e movimentos incontroláveis de membros e tronco. Trata-se de uma doença progressiva para a qual não existe tratamento possível, levando o paciente a óbito em alguns anos.

De acordo com as informações apresentadas, a doença de Huntington tem herança

- A** autossômica recessiva.
- B** autossômica dominante.
- C** autossômica letal.
- D** ligada ao sexo recessiva.
- E** ligada ao sexo dominante.

GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 4

Habilidade: 13

Herança autossômica significa que é independente de sexo, ou seja, homens e mulheres têm a mesma probabilidade de transmitir o fenótipo aos filhos. A doença de Huntington é de herança autossômica dominante, isto é, basta que um dos pais seja afetado para transmitir o gene da doença. Os filhos que não herdarem o gene afetado não o transmitirão para sua prole.

Alternativa A: incorreta. Características recessivas só se manifestam caso o alelo esteja em dose dupla (homozigose).

Alternativa C: incorreta. Somente é chamado de alelo letal aquele que causa a morte antes do nascimento do indivíduo.

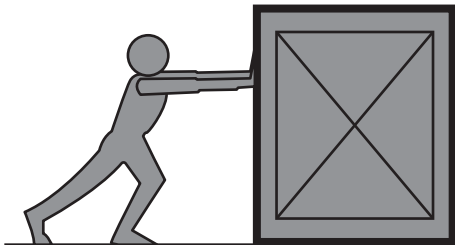
Alternativas D e E: incorretas. Dois dados no enunciado excluem herança ligada ao sexo: o fato de o gene estar em um cromossomo autossômico (o número 4), e o fato de a doença afetar homens e mulheres na mesma proporção.

QUESTÃO 31

Uma pessoa, ao empurrar uma caixa de massa 4 kg, inicialmente em repouso e apoiada sobre uma superfície plana, aplicou sobre ela uma força impulsora F , paralela ao piso, conforme a figura a seguir, cuja intensidade é variável de acordo com a relação:

$$F = 3t, 0 \leq t \leq 5 \text{ s}$$

$$F = 26 \text{ N}, t > 5 \text{ s}$$



Devido à interação entre a caixa e a superfície, uma força de atrito passou a atuar sobre a caixa. Sua intensidade variou de acordo com a relação:

$$f_{\text{at}} = F, \text{ se } F \leq 20 \text{ N}$$

$$f_{\text{at}} = 18 \text{ N}, \text{ se } F > 20 \text{ N}$$

Dessa forma, qual foi a aceleração da caixa no instante $t = 9 \text{ s}$?

- A** 0 m/s^2
- B** 0,5 m/s^2
- C** 1,5 m/s^2
- D** 2,0 m/s^2
- E** 2,25 m/s^2

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 6

Habilidades: 20

Para $t = 9 \text{ s}$, tem-se uma força impulsora $F = 26 \text{ N}$ e uma força de atrito $f_{\text{at}} = 18 \text{ N}$, gerando uma força resultante $F_{\text{R}} = 8 \text{ N}$. Logo,

$$F_{\text{R}} = m \cdot a$$
$$8 = 4 \cdot a$$
$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

Alternativa A: incorreta. A análise da força F foi feita de forma errada, considerando $F = f_{\text{at}}$. Com a resultante sendo nula, a aceleração também foi nula.

Alternativa B: incorreta. Considerou-se que $F = 20 \text{ N}$ e que $f_{\text{at}} = 18 \text{ N}$, o que gerou a resultante 2 N e, portanto, aceleração $a = 0,5 \text{ m/s}^2$.

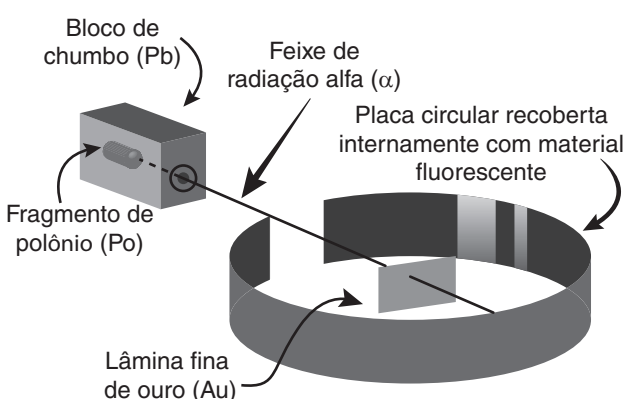
Alternativa C: incorreta. Considerou-se, erroneamente, $F = 26 \text{ N}$ e atrito igual a 20 N , o que gerou uma resultante igual a 6 N e, portanto, aceleração $a = 1,5 \text{ m/s}^2$.

Alternativa E: incorreta. Considerou-se, erroneamente, $F = 3t$ e, para $t = 9 \text{ s}$, $F = 27 \text{ N}$. Com $f_{\text{at}} = 18 \text{ N}$, obteve-se uma resultante de 9 N e, portanto, uma aceleração $a = 2,25 \text{ m/s}^2$.

QUESTÃO 32

A experiência de espalhamento das radiações alfa (α), também conhecida como experimento da folha de ouro (figura 1), realizada por Geiger e Marsden, foi fundamental na elucidação da estrutura interna dos átomos.

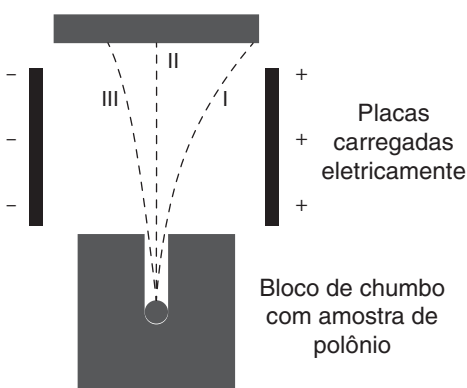
Figura 1



Esse experimento foi possível porque, anos antes, Rutherford realizou um outro experimento (figura 2) para identificar a natureza das radiações emitidas pelos átomos.

Figura 2

Tela fluorescente recoberta com sulfeto de zinco (ZnS)



Tempos depois, Rutherford pôde concluir que a radiação alfa (α) corresponde ao núcleo de um átomo de hélio.

A linha que corresponde à trajetória da radiação alfa (α), na figura 2, e a explicação para seu comportamento são, respectivamente,

- A** I, e seu desvio é maior por conta de sua menor massa comparada às outras emissões radioativas.
- B** I, e seu desvio é maior por conta de sua maior massa comparada às outras emissões radioativas.
- C** III, e seu desvio é menor por conta de sua maior massa comparada às outras emissões radioativas.
- D** III, e seu desvio é menor por conta de sua menor massa comparada às outras emissões radioativas.
- E** II, e não há desvio porque a radiação alfa é uma onda eletromagnética.

GABARITO: C

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 6

Habilidade: 22

A radiação alfa corresponde ao núcleo de hélio, linha III, logo é uma emissão de carga positiva e possui maior massa comparada às outras radiações. Por possuir carga positiva, a radiação alfa desvia para o lado negativo, e sua maior massa (maior inércia) a faz desviar menos que a linha I, que corresponde à radiação beta (correspondente a um elétron). A linha II corresponde à radiação gama, uma onda eletromagnética de alta energia e que não sofre desvio.

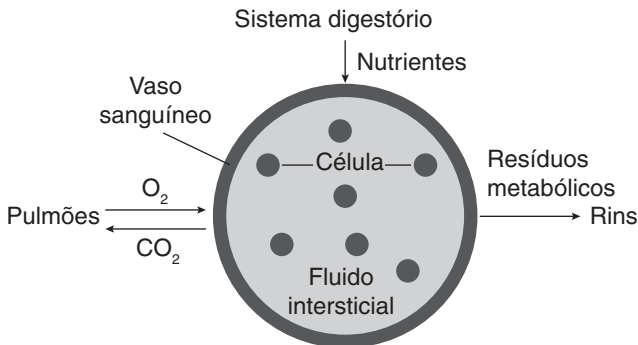
Alternativas A e B: incorretas. A linha I corresponde à radiação beta (que corresponde a um elétron).

Alternativa D: incorreta. A linha III corresponde à radiação alfa, núcleo de hélio, porém possui maior massa se comparada às outras radiações.

Alternativa E: incorreta. A linha II corresponde à radiação gama, uma onda eletromagnética de alta energia.

QUESTÃO 33

No organismo humano, as células estão imersas no fluido intersticial, que interage com o sangue. Alguns sistemas também interagem com o sangue, trocando materiais com ele.



Interações entre componentes do organismo humano

Nas interações do organismo apresentadas, verifica-se que

- A** o sangue e o fluido intersticial apresentam composição química que é mantida constante, em um estado de equilíbrio estático chamado homeostase.
- B** sistema digestório, rins e pulmões não participam da manutenção do pH sanguíneo.
- C** o fluido intersticial se forma com a saída total de plasma do interior dos capilares.
- D** uma parte do líquido presente no fluido intersticial retorna ao sangue e o excesso flui para vasos linfáticos.
- E** o excesso de líquido intersticial é eliminado para a cavidade intestinal, passando a fazer parte das fezes.

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 13

Há retorno de parte do fluido intersticial aos capilares sanguíneos, mas o excesso é recolhido por vasos linfáticos.

Alternativa A: incorreta. Homeostase é o estado de equilíbrio dinâmico do organismo, não estático.

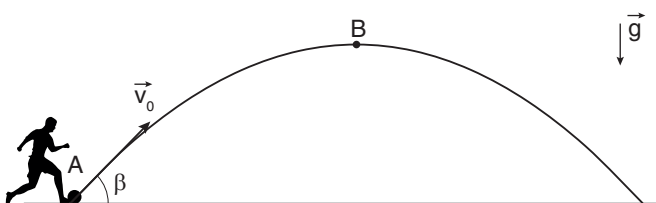
Alternativa B: incorreta. Os rins eliminam excesso de H⁺ por meio da urina; pulmões eliminam CO₂, o que representa um caminho de diminuição de ácido carbônico plasmático. O estômago, parte do sistema digestório, produz HCl a partir do sangue. Tudo isso tem interferência no processo contínuo de controle do pH sanguíneo.

Alternativa C: incorreta. O fluido intersticial é formado com a saída de uma parte do plasma sanguíneo, e não de sua totalidade; proteínas plasmáticas, por exemplo, não deixam o interior dos capilares.

Alternativa E: incorreta. O excesso de fluido intersticial passa para vasos linfáticos, cujo conteúdo é liberado em uma veia, retornando, assim, à circulação sanguínea.

QUESTÃO 34

Em um dado momento de um jogo de futebol, o juiz apita falta, paralisando a jogada. Um jogador, então, posiciona a bola, de massa m , no ponto A e a chuta, com energia cinética K_0 joules, formando um ângulo $\beta = 30^\circ$ com o plano horizontal, em uma trajetória parabólica, conforme a figura a seguir.



Considere que, no local, o módulo da aceleração da gravidade é igual a g , e que a bola, ao atingir a altura máxima de sua trajetória, no ponto B, possui energia potencial, em relação ao plano de lançamento, igual a U joules.

Ignorando eventuais efeitos dissipativos, a razão $\frac{K_0}{U}$ é igual a

- A** $\frac{4}{3}$
- B** $\frac{3}{2}$
- C** 2
- D** 1
- E** 4

GABARITO: E

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 6

Habilidade: 20

Decompondo a velocidade da bola no eixo x , tem-se:

$$v_x = v_0 \cos \beta$$

$$v_x = v_0 \cos 30^\circ$$

$$v_x = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2}$$

Calculando a energia mecânica nas duas posições, tem-se:

$$E_{m(A)} = E_{c(A)} + E_{p(A)} = K_0 + 0 \Rightarrow E_{m(A)} = K_0 = \frac{m}{2} v_0^2$$

$$E_{m(B)} = E_{c(B)} + E_{p(B)} = \frac{m}{2} v_x^2 + U = \frac{m}{2} \left(\frac{v_0 \sqrt{3}}{2} \right)^2 + U$$

$$E_{m(B)} = \left(\frac{3}{4} \right) \left(\frac{m}{2} \right) v_0^2 + U$$

$$E_{m(B)} = \left(\frac{3}{4} \right) K_0 + U$$

Da conservação da energia mecânica, tem-se:

$$E_{m(A)} = E_{m(B)}$$

$$K_0 = \left(\frac{3}{4} \right) K_0 + U$$

$$\frac{K_0}{4} = U$$

$$\frac{K_0}{U} = 4$$

Alternativa A: incorreta. Considerou-se, erroneamente, o valor de $\cos 30^\circ = \frac{1}{2}$. Nesse caso, $\frac{K_0}{U} = \frac{4}{3}$.

Alternativa B: incorreta. Considerou-se, erroneamente, o valor de $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Nesse caso, $\frac{K_0}{U} = \frac{3}{2}$.

Alternativa C: incorreta. Considerou-se, erroneamente, o valor de $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Nesse caso, $\frac{K_0}{U} = 2$.

Alternativa D: incorreta. Erro na resolução; não foi feito o mmc e, erroneamente, chegou-se à resposta de que $\frac{K_0}{U} = 1$.

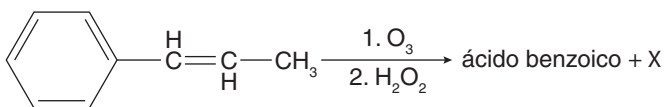
$$K_0 = \frac{3K_0}{4} + U$$

$$4K_0 = 3K_0 + U$$

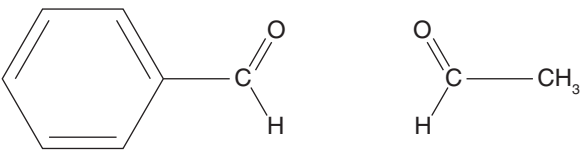
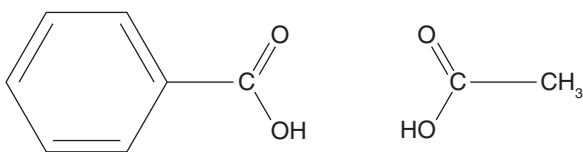
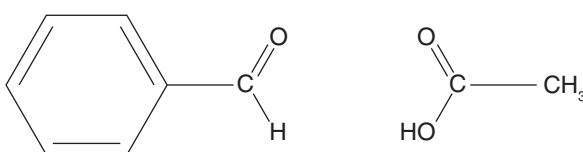
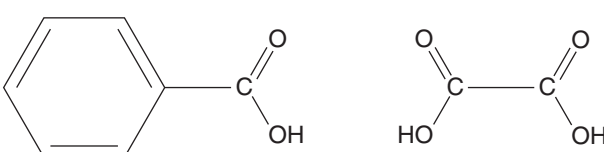
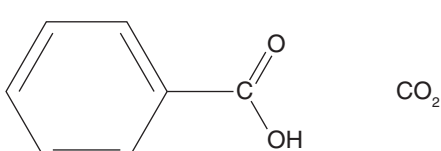
$$\frac{K_0}{U} = 1$$

QUESTÃO 35

Um dos conservantes de alimentos mais utilizados é o ácido benzoico. Sua obtenção pode ser feita a partir da oxidação da molécula representada a seguir, nas condições indicadas na reação:



A estrutura do ácido benzoico e do subproduto X resultante da reação apresentada anteriormente são, respectivamente,

- A** 
- B** 
- C** 
- D** 
- E** 

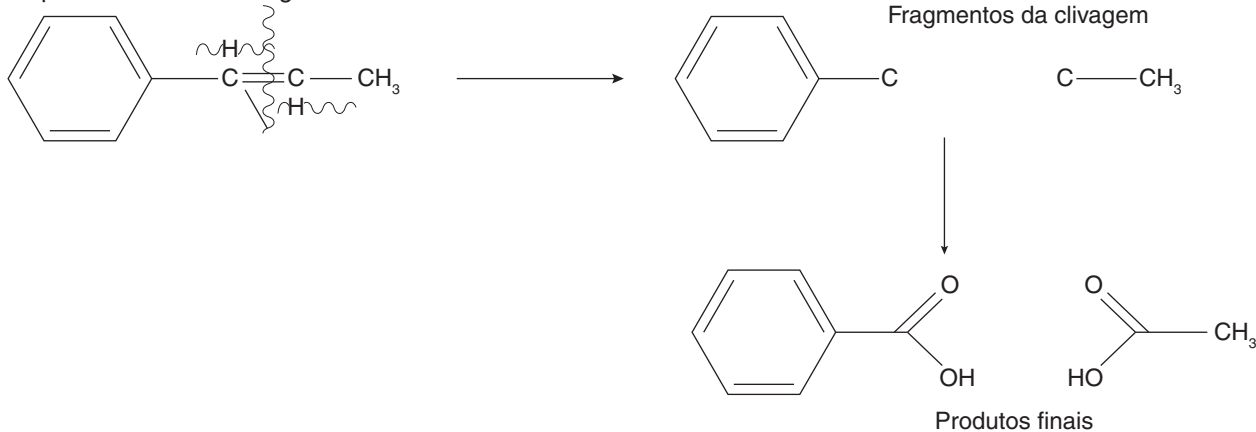
GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

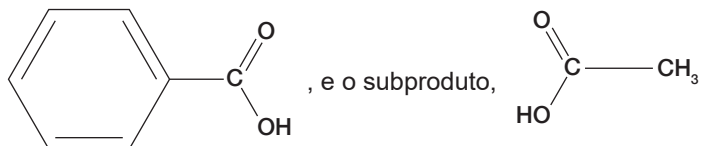
Competência: 7

Habilidade: 24

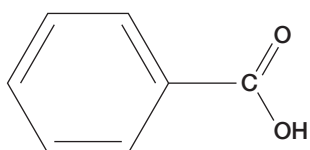
A reação é uma ozonólise sem zinco. Assim, os aldeídos são oxidados a ácido carboxílico. Uma possível forma de prever os produtos é dada a seguir:



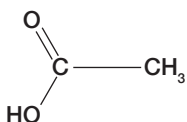
Alternativa A: incorreta. A estrutura do ácido benzoico resultante dessa reação seria

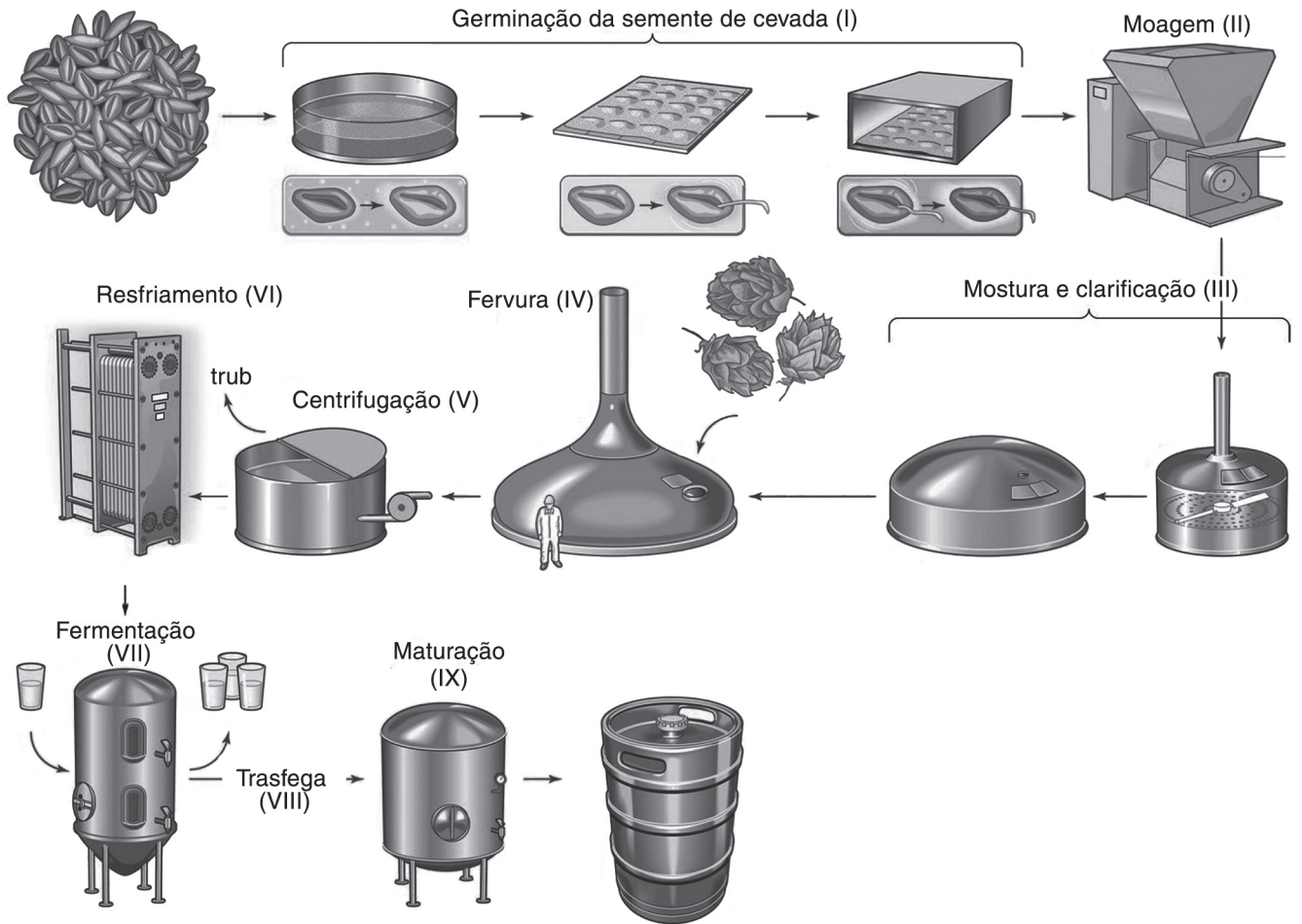


Alternativa C: incorreta. A estrutura do ácido benzoico resultante dessa reação seria



Alternativas D e E: incorretas. O subproduto resultante dessa reação seria





Disponível em: <<https://cinemaecerveja.com.br/descomplicando-a-cerveja-03-conhe%C3%A7a-o-processo-de-fabrica%C3%A7%C3%A3o-da-cerveja-4d47b0881c9b>>.

A figura anterior mostra, de maneira resumida, as principais etapas da produção de cerveja utilizadas pela indústria. De acordo com o esquema, a produção de álcool e a conversão do amido em maltose são representados, respectivamente, pelas etapas

- A IX e II.
- B VII e I.
- C III e IV.
- D VII e IV.
- E IX e I.

GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias
 Competência: 3
 Habilidade: 8

O etanol é produzido da fermentação (VII) realizada por microrganismos sobre a glicose. A conversão do amido em maltose ocorre na germinação da semente; a amilase liberada pelo embrião catalisa a hidrólise do amido.

- Alternativa A:** incorreta. A etapa IX representa a maturação, e a etapa II, a moagem.
- Alternativa C:** incorreta. A etapa III representa a mostura e a clarificação, e a etapa IV, a fervura.
- Alternativa D:** incorreta. A etapa IV representa a fervura.
- Alternativa E:** incorreta. A etapa IX representa a maturação.

QUESTÃO 37

Em florestas temperadas, ocorrem mudanças nas folhas durante o outono. As folhas mudam de cor e, posteriormente, desprendem-se da planta e caem no solo, em um processo conhecido como abscisão. Esse fenômeno envolve aspectos ambientais e fisiológicos.

Assinale a alternativa que apresenta a causa da abscisão de folhas:

- A** Citocinina.
- B** Diminuição de temperatura.
- C** Encurtamento dos dias.
- D** Ácido abscísico.
- E** Variação de umidade.

GABARITO: C

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 11

Os dias de outono ficam mais curtos; o fotoperíodo curto provoca alterações hormonais, e a folha produz menos auxina, desencadeando sua abscisão.

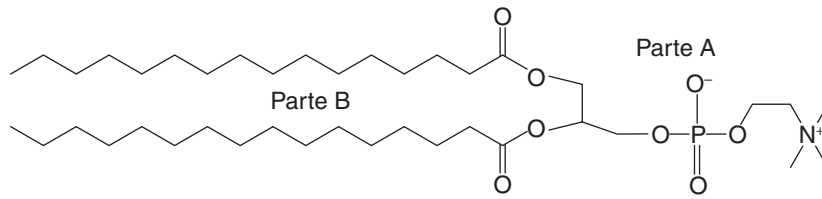
Alternativa A: incorreta. O hormônio responsável pela abscisão é a auxina.

Alternativas B e E: incorretas. A diminuição de temperatura e a variação de umidade no outono não interferem na abscisão.

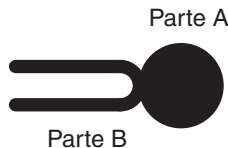
Alternativa D: incorreta. O ácido abscísico é um hormônio responsável pela redução de atividade metabólica e atua no retardamento do crescimento e do desenvolvimento de diferentes tipos de planta. Nos frutos, impede a germinação das sementes. Nas folhas, ocorre em condições de escassez de água, provocando o fechamento dos estômatos.

QUESTÃO 38

Para evitar o colapso dos alvéolos pulmonares durante a respiração, o organismo produz fosfolipídeos, como a dipalmitoilfosfatidilcolina (DPPC), mostrada na figura a seguir. A DPPC é um surfactante pulmonar, que diminui a tensão superficial dentro do alvéolo ao mediar a interação entre o fluido alveolar (aquoso) e o ar interno do alvéolo.

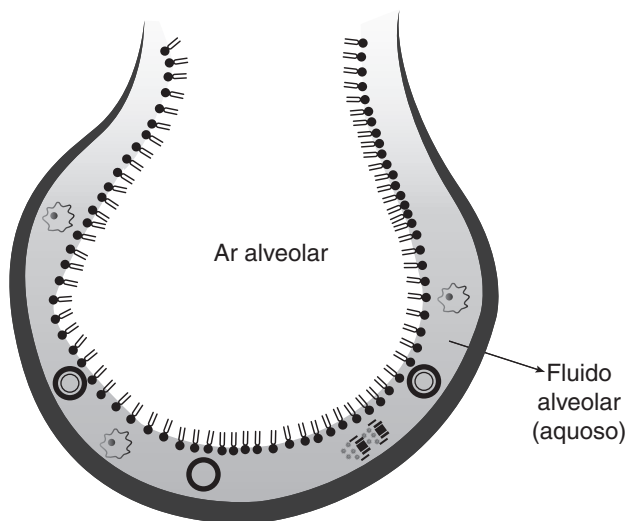


Considere que a DPPC possa ser representada por:



E que sua interação no alvéolo ocorra como mostra a figura a seguir:

Esquema da superfície interna do alvéolo



Do ponto de vista das forças intermoleculares, o posicionamento da molécula do surfactante no alvéolo ocorre porque

- A** a parte A, hidrofílica, interage com o fluido alveolar por ligações de hidrogênio, e a parte B, hidrofóbica, interage com o ar alveolar por forças de van der Waals.
- B** a parte A, hidrofílica, interage com o fluido alveolar por forças de van der Waals, e a parte B, hidrofóbica, interage com o ar alveolar por ligações de hidrogênio.
- C** a parte A, hidrofóbica, interage com o fluido alveolar por ligações de hidrogênio, e a parte B, hidrofílica, interage com o ar alveolar por forças de van der Waals.
- D** a parte A, hidrofóbica, interage com o fluido alveolar por forças de van der Waals, e a parte B, hidrofílica, interage com o ar alveolar por ligações de hidrogênio.
- E** a parte A faz ligações iônicas com a fase aquosa do líquido alveolar, e a parte B interage com o ar por ligações de hidrogênio.

GABARITO: A

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 18

O surfactante contém uma parte polar, a parte A, que interage com o meio aquoso (por isso, hidrofílico) por ligações de hidrogênio. Já a parte B, uma cadeia carbônica apolar, afasta-se da água (por isso, hidrofóbica) e interage com o ar (apolar) por forças de van der Waals.

Alternativa B: incorreta. A parte A, hidrofílica, interage com o fluido alveolar por ligações de hidrogênio, e não por forças de van der Waals.

Alternativa C: incorreta. A parte A é polar e interage com o meio aquoso por ligações de hidrogênio, por isso é hidrofílica, e não hidrofóbica.

Alternativa D: incorreta. A parte A é hidrofílica, e não hidrofóbica.

Alternativa E: incorreta. A parte A não faz ligações iônicas com a água. As interações da parte A com a água podem ser interpretadas como do tipo íon-dipolo (pois a parte A contém íons, e a água é polar) ou por ligações de hidrogênio entre os oxigênios da parte A e os hidrogênios da água.

QUESTÃO 39

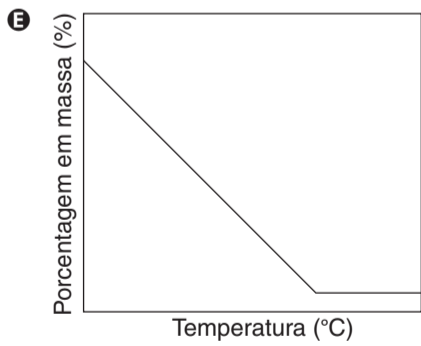
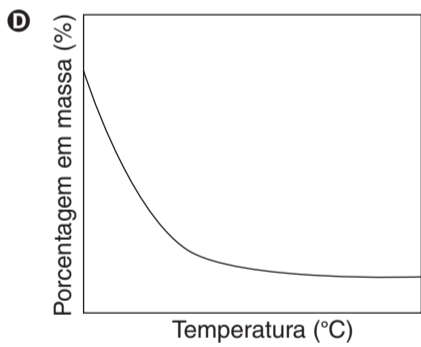
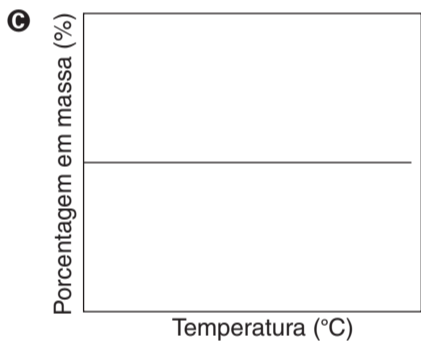
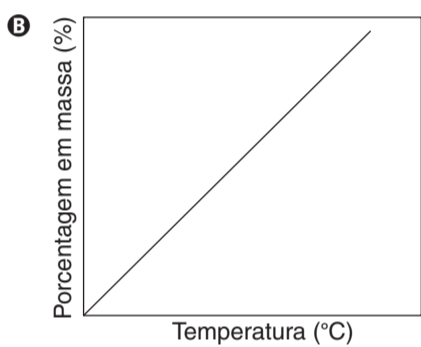
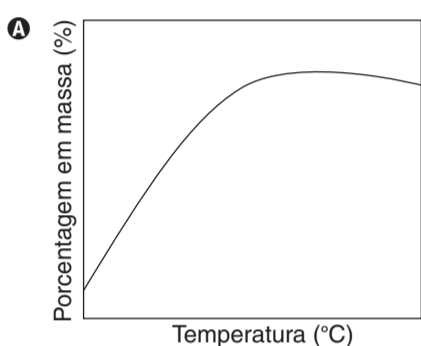
O carbonato de sódio é um material relativamente inofensivo e não tem efeito acentuado na pele e nas roupas. Autoridades em saúde industrial e doenças ocupacionais não o classificam como substância venenosa. Não é incluído como produto perigoso na legislação sobre transporte rodoviário ou ferroviário.

Disponível em: <<https://cloud.cnpgc.embrapa.br/igu/category/s12-administracao/c42-gestao/administracao/srh/fispq/laboratorios/Carbonato%20de%20sodio.pdf>>. Acesso em: 7 nov. 2018.

Variando-se a temperatura e medindo, a cada variação, a solubilidade desse sal em água, obtém-se a tabela ilustrada a seguir.

Temperatura (°C)	Porcentagem em massa (%)
0	7,50
10	11,25
20	17,50
25	23,33
30	28,75
40	32,50
50	32,00
60	31,50
70	31,00

Qual gráfico pode representar a curva de solubilidade do carbonato de sódio?



GABARITO: A

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 17

De acordo com a tabela, ocorre uma elevação acentuada e não linear de solubilidade até 40 °C (entre 11,25% e 32,50%) e depois uma diminuição gradativa e pequena (entre 32,50% e 31,00%) não linear. A curva deve ser crescente até certa temperatura e depois decrescente, porém representada de maneira não linear.

Alternativa B: incorreta. Interpretou-se, erroneamente, a tabela como se ocorresse um aumento linear de solubilidade.

Alternativa C: incorreta. Considerou-se, erroneamente, que a solubilidade permaneceria constante.

Alternativa D: incorreta. Analisou-se, erroneamente, a tabela de baixo para cima e interpretou-se uma diminuição não linear da solubilidade.

Alternativa E: incorreta. Analisou-se, erroneamente, a tabela de baixo para cima e interpretou-se uma diminuição linear da solubilidade, que atinge um valor constante.

QUESTÃO 40

Perto do arquipélago de Galápagos, há uma comunidade peculiar no fundo do mar, situada a centenas de metros de profundidade. Em total escuridão, encontram-se vermes tubiformes e crustáceos sem pigmentos, que dependem de microrganismos procariontes como fonte de alimento. Esses organismos fazem parte do grupo das arqueas, que se desenvolvem em torno de fendas vulcânicas, cujas emanções fornecem substâncias inorgânicas usadas no metabolismo dos microrganismos. A liberação de energia para a síntese de matéria orgânica, que mantém toda a cadeia alimentar, é proveniente das reações oxidativas.

O processo bioquímico descrito é a

- A** fermentação.
- B** fotossíntese.
- C** quimiossíntese.
- D** respiração celular aeróbia.
- E** respiração celular anaeróbia.

GABARITO: C

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 13

As arqueas, no caso descrito, realizam o processo bioquímico chamado quimiossíntese, que produz matéria orgânica sem o uso da luz. Elas utilizam a energia desprendida na oxidação de compostos inorgânicos presentes no local.

Alternativas A, D e E: incorretas. A fermentação e a respiração são processos que degradam matéria orgânica, liberando energia utilizada nas atividades metabólicas.

Alternativa B: incorreta. Fotossíntese gera matéria orgânica empregando energia luminosa; o ambiente apresentado é desprovido de luz.

QUESTÃO 41

Há diversos formatos de pistas de skate. As rampas, que têm seu formato semelhante à figura 1, são as mais conhecidas. Considere que foi colocado um *looping* ao final de uma pista como essa e que um esquetista desceu, sem atrito, ao longo dela. O *looping* circular tinha um raio $R = 2 \text{ m}$ e sua parte mais inferior tangenciava o piso horizontal no final da rampa.

Sabe-se ainda que o esquetista desceu, a partir do repouso no ponto mais alto da rampa, a uma altura H do piso. O gráfico apresenta a intensidade da força de contato (normal) sobre o esquetista, no ponto mais alto do trecho circular (também conhecido como ponto crítico do *looping*), em função da altura H da rampa.

Figura 1

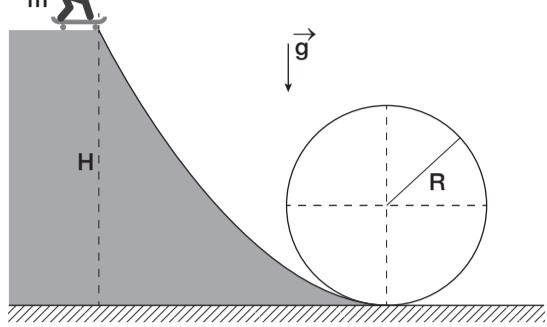
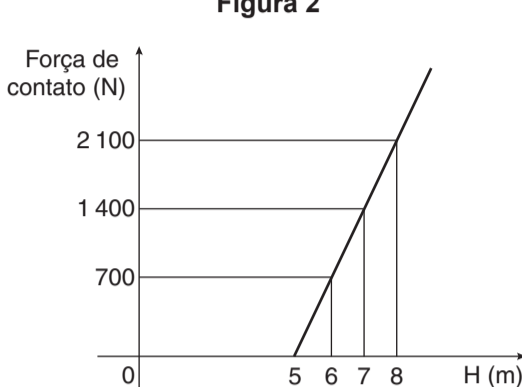


Figura 2



Considerando o esquetista e o skate como um conjunto de massa m , e sendo o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , a massa m do conjunto é, aproximadamente,

- A** 140 kg.
- B** 78 kg.
- C** 74 kg.
- D** 70 kg.
- E** 54 kg.

GABARITO: D

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 6

Habilidade: 20

Do princípio da conservação da energia mecânica, tem-se:

$$mgH = \left(\frac{m}{2}\right)v^2 + mg(2R)$$

$$2gH = v^2 + 4gR$$

$$20H = v^2 + 40R$$

Para qualquer força de contato, presente no gráfico da questão, acima de $H = 5 \text{ m}$, é possível encontrar a massa.

Pelo gráfico, $H = 6 \text{ m} \Rightarrow N = 700 \text{ N}$

$$20 \cdot 6 = v^2 + (40 \cdot 2) \Rightarrow v^2 = 40$$

No ponto crítico do *looping*:

$$F_R = m \cdot a_c$$

$$P + N = m\left(\frac{v^2}{R}\right)$$

$$10m + N = m\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

$$10m + 700 = m\left(\frac{40}{2}\right)$$

$$10m = 700 \Rightarrow m = 70 \text{ kg}$$

Alternativa A: incorreta. Utilizou-se, erroneamente, o valor da força de contato = 1400 N para $H = 6 \text{ m}$.

Do princípio da conservação da energia mecânica, tem-se:

$$mgH = \left(\frac{m}{2}\right)v^2 + mg(2R)$$

$$2gH = v^2 + 4gR$$

$$20H = v^2 + 40R$$

Pelo gráfico, $H = 6 \text{ m} \Rightarrow N = 1400 \text{ N}$

$$20 \cdot 6 = v^2 + (40 \cdot 2) \Rightarrow v^2 = 40$$

No ponto crítico do *looping*:

$$F_R = m \cdot a_c$$

$$P + N = m\left(\frac{v^2}{R}\right)$$

$$10m + N = m\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

$$10m + 1400 = m\left(\frac{40}{2}\right)$$

$$10m = 1400 \Rightarrow m = 140 \text{ kg}$$

Alternativa B: incorreta. Utilizou-se, erroneamente, o valor de $H = 5 \text{ m}$ para a força de contato = 700 N e usou-se o P como sendo a massa, desconsiderando-se a aceleração da gravidade.

Do princípio da conservação da energia mecânica, tem-se:

$$mgH = \left(\frac{m}{2}\right)v^2 + mg(2R)$$

$$2gH = v^2 + 4gR$$

$$20H = v^2 + 40R$$

No ponto crítico do *looping*:

$$F_R = m \cdot a_c$$

$$P + N = m\left(\frac{v^2}{R}\right)$$

$$m + N = m\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

Pelo gráfico $H = 5 \text{ m} \Rightarrow N = 700$

$$20 \cdot 5 = v^2 + (40 \cdot 2) \Rightarrow v^2 = 20$$

$$m + 700 = m\left(\frac{20}{2}\right)$$

$$9m = 700 \Rightarrow m \cong 78 \text{ kg}$$

Alternativa C: incorreta. Utilizou-se, erroneamente, o valor da força de contato = 1400 N para $H = 6 \text{ m}$ e usou o P como sendo a massa, desconsiderando-se a aceleração da gravidade.

Do princípio da conservação da energia mecânica, tem-se:

$$mgH = \left(\frac{m}{2}\right)v^2 + mg(2R)$$

$$2gH = v^2 + 4gR$$

$$20H = v^2 + 40R$$

No ponto crítico do *looping*:

$$F_R = m \cdot a_c$$

$$P + N = m\left(\frac{v^2}{R}\right)$$

$$m + N = m\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

Pelo gráfico, $H = 6 \text{ m} \Rightarrow N = 1400$

$$20 \cdot 6 = v^2 + (40 \cdot 2) \Rightarrow v^2 = 40$$

$$m + 1400 = m\left(\frac{40}{2}\right)$$

$$19m = 1400 \Rightarrow m \cong 74 \text{ kg}$$

Alternativa E: incorreta. Utilizou-se $H = 8 \text{ m}$ e $N = 2100 \text{ N}$ e considerou-se, erroneamente, o P como sendo a massa, desconsiderando-se a aceleração da gravidade.

Do princípio da conservação da energia mecânica, tem-se:

$$mgH = \left(\frac{m}{2}\right)v^2 + mg(2R)$$

$$2 \cdot g \cdot H = v^2 + 4 \cdot g \cdot R$$

$$20 \cdot H = v^2 + 40 \cdot R$$

Pelo gráfico, $H = 8 \text{ m} \Rightarrow N = 2100 \text{ N}$

$$20 \cdot 8 = v^2 + (40 \cdot 2) \Rightarrow v^2 = 80$$

No ponto crítico do *looping*:

$$F_R = m \cdot a_c$$

$$P + N = m\left(\frac{v^2}{R}\right)$$

$$m + N = m\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

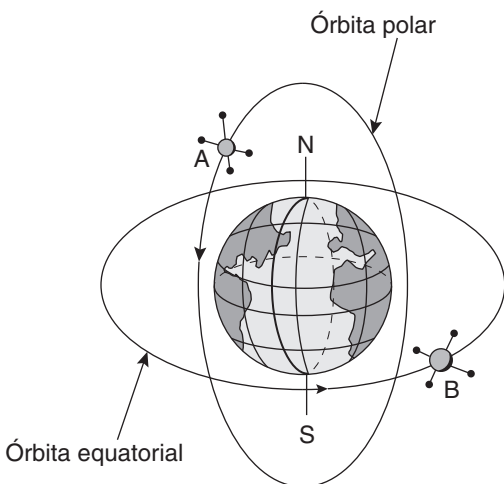
$$m + 2100 = m\left(\frac{80}{2}\right)$$

$$39m = 2100 \Rightarrow m \cong 54 \text{ kg}$$

QUESTÃO 42

Os satélites artificiais foram inicialmente inventados pelo ser humano para estabelecer comunicação em nível global e, mesmo orbitando a Terra, explorar outros planetas, corpos celestes e o Universo observável.

A figura a seguir apresenta dois satélites (A e B) no espaço e suas respectivas órbitas, polar e equatorial.



Ao analisar as órbitas apresentadas, observa-se que

- A** o satélite A tem período de rotação de 24 horas.
- B** o satélite A pode ser utilizado para fotografar toda a superfície da Terra.
- C** o satélite B é estacionário, ou seja, aparenta estar parado para um observador fixo na superfície da Terra.
- D** o satélite B pode ser utilizado para estudar o buraco da camada de ozônio sobre a Antártida.
- E** o satélite A e o satélite B sempre se cruzam em suas trajetórias sobre a mesma cidade.

GABARITO: B

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidades: 17

Como o satélite A tem órbita polar, se seu período orbital não for igual ao período de rotação da Terra, ele passará sobre diferentes localidades a cada volta, podendo cobrir toda a superfície do planeta.

Alternativa A: incorreta. O satélite A tem órbita polar, e não se pode afirmar que seu período seja de 24 horas.

Alternativa C: incorreta. O satélite B tem órbita equatorial, mas não é certo que ele seja estacionário.

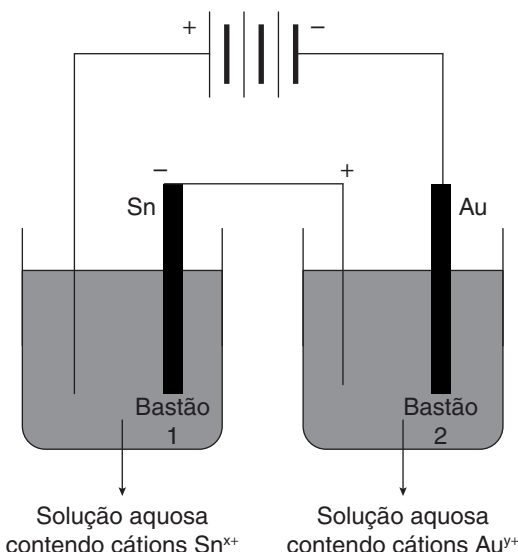
Alternativa D: incorreta. O satélite B tem órbita equatorial e, portanto, não sobrevoa os polos terrestres, o que o impede de alcançar a Antártida e estudar o buraco da camada de ozônio.

Alternativa E: incorreta. As órbitas dos dois satélites se cruzam, mas não têm o mesmo período entre si, nem período igual ao de rotação da Terra.

QUESTÃO 43

A eletrodeposição é um processo muito utilizado no revestimento metálico de objetos decorativos e de joias.

A figura ilustrada a seguir representa o funcionamento de um circuito elétrico durante certo tempo. Depois de aberto o circuito, verificou-se a deposição de 0,012 mol de estanho no bastão 1 e de 0,008 mol de ouro no bastão 2. Os valores das valências do estanho e do ouro foram substituídas por x e y, respectivamente.



Considerando a carga de 1 mol de elétrons equivalente a 1 faraday (1 F), tem-se que

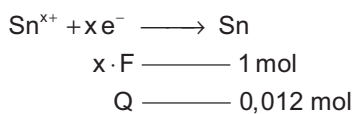
- A** $3x = 2y$.
- B** $2x = 3y$.
- C** $x = y$.
- D** $x = 4$.
- E** $x = 1$.

GABARITO: A

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

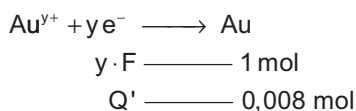
Competência: 2

Habilidade: 5



$$Q = \frac{x \cdot F \cdot 0,012 \text{ mol}}{1 \text{ mol}}$$

$$Q = 0,012x \cdot F$$



$$Q' = \frac{y \cdot F \cdot 0,008 \text{ mol}}{1 \text{ mol}}$$

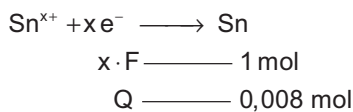
$$Q' = 0,008y \cdot F$$

$$Q = Q'$$

$$0,012x \cdot F = 0,008y \cdot F \quad (\div 0,004)$$

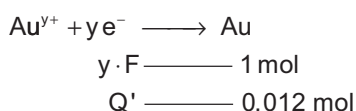
$$3x = 2y$$

Alternativa B: incorreta. Inverteu-se a quantidade de mols fornecida, atribuindo-se 0,008 mol ao estanho e 0,012 mol ao ouro.



$$Q = \frac{x \cdot F \cdot 0,008 \text{ mol}}{1 \text{ mol}}$$

$$Q = 0,008x \cdot F$$



$$Q' = \frac{y \cdot F \cdot 0,012 \text{ mol}}{1 \text{ mol}}$$

$$Q' = 0,012y \cdot F$$

$$Q = Q'$$

$$0,008x \cdot F = 0,012y \cdot F \quad (\div 0,004)$$

$$2x = 3y$$

Alternativa C: incorreta. Confundiu-se a carga elétrica relacionada ao circuito com o módulo das cargas elétricas dos cátions.

Alternativa D: incorreta. Usou-se uma das valências do estanho (+4), e as informações do texto não foram utilizadas.

Alternativa E: incorreta. Usou-se uma das valências do ouro (+1), e as informações do texto não foram utilizadas.

QUESTÃO 44

Teste de DNA prevê a inteligência das pessoas

Grosso modo, metade da inteligência de uma pessoa é herdada, ou seja, determinada pelos genes que ela carrega (a outra metade depende da educação que ela recebe e da vida que leva). A ciência sabe disso há mais de 60 anos – mas só de forma indireta, por meio de estudos que compararam a inteligência de irmãos gêmeos criados separadamente.

Agora, isso mudou: um estudo conseguiu medir, de forma direta, o efeito do DNA sobre a inteligência das pessoas. Cientistas das universidades Harvard e de Edimburgo compararam o código genético e o grau de inteligência de 248 mil pessoas, que foram analisados por 29 estudos realizados em vários países ao longo dos últimos dez anos.

Disponível em: <<https://super.abril.com.br/ciencia/teste-de-dna-preve-a-inteligencia-das-pessoas/>>. Acesso em: 14 nov. 2018.

O emprego do termo “código genético” no texto está

- A** errado, pois o código genético corresponde ao significado específico dos códons em termos de aminoácidos a serem incorporados a proteínas.
- B** errado, pois o código genético é universal, ou seja, o DNA dos humanos não apresenta diferenças que possam ser comparadas.
- C** errado, pois o código genético é degenerado, o que torna impossível qualquer forma de comparação de DNA entre os indivíduos analisados.
- D** correto, pois cada pessoa tem DNA único; as diferenças comparadas foram introduzidas por mutações e recombinações aleatórias.
- E** correto, pois os códons que determinam as sequências de aminoácidos nas proteínas dos indivíduos analisados podem ser diferentes.

GABARITO: A

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 4

Habilidade: 13

O código genético é o conjunto de todas as possíveis trincas de nucleotídeos (códons) e seus respectivos significados.

Alternativa B: incorreta. Embora o código genético seja realmente universal, isso não tem relação com o erro cometido no texto. O DNA tem diferenças que possibilitam a sua comparação.

Alternativa C: incorreta. Embora o código genético seja realmente degenerado, isso não tem relação com o erro cometido no texto.

Alternativa D: incorreta. O que se diz nessa alternativa está correto, mas não tem relação com o conceito de código genético (que é o significado dos códons).

Alternativa E: incorreta. O que se diz nessa alternativa está correto, pois o código genético é degenerado, mas isso não tem relação com o erro cometido no enunciado.

QUESTÃO 45

O ornitorrinco tem hábitos geralmente crepusculares e noturnos. Suas preferências alimentares são por animais carnívoros, especialmente insetos, vermes e crustáceos de água doce. Como os patos, é muito adaptado para viver em lagoas e rios, especialmente por possuir membranas interdigitais, as quais são mais acentuadas nas patas dianteiras.



Disponível em: <<http://animais.culturamix.com/informacoes/mamiferos/curiosidades-sobre-o-ornitorrinco>>. Acesso em: 13 nov. 2018. (Adapt.).

O ornitorrinco é um animal muito peculiar, pertencente à subclasse dos monotremados e à classe dos mamíferos. Entretanto, ele apresenta uma importante diferença em relação a todos os outros tipos de mamíferos. Essa diferença ocorre, pois os ornitorrincos

- A** não possuem glândulas mamárias.
- B** não possuem pelos.
- C** são ovíparos.
- D** realizam respiração branquial quando adultos.
- E** excretam predominantemente amônia.

GABARITO: C

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência: 8

Habilidade: 28

Os ornitorrincos, assim como as équidnas, são monotremados, ou prototérios, uma subclasse dos mamíferos. Eles são ovíparos, ou seja, põem ovos, que são chocados pela mãe. As fêmeas têm glândulas mamárias, mas não possuem mamilos; seu leite é liberado diretamente nos pelos.

Alternativa A: incorreta. Todos os mamíferos têm glândulas mamárias; na foto, elas não podem ser vistas, pois são difusas no ornitorrinco.

Alternativa B: incorreta. Todos os mamíferos possuem pelos; estes são visíveis na foto.

Alternativa D: incorreta. Todos os mamíferos têm respiração pulmonar.

Alternativa E: incorreta. Todos os mamíferos excretam predominantemente ureia.

QUESTÃO 46

Considere uma sala de aula em que estão presentes 97 alunos nascidos em dias distintos de um mesmo ano.

A partir da situação apresentada, é possível garantir que, nessa turma, pelo menos

- A** 15 alunos fazem aniversário no mesmo dia da semana, não considerando a data do calendário.
- B** 9 alunos fazem aniversário no mesmo mês do ano.
- C** 5 alunos têm a letra inicial do nome igual.
- D** 2 alunos terão gabaritos idênticos para uma prova de 90 questões com 5 alternativas cada.
- E** 50 alunos nasceram no mesmo semestre.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 2

Como são 12 meses, o pior cenário é ter 8 alunos fazendo aniversário em cada mês, totalizando 96 alunos. Como são 97 alunos, o 97º aluno fará aniversário em um mês em que já há 8 alunos. Portanto, pelo menos 9 alunos fazem aniversário em um mesmo mês.

Alternativa A: incorreta. Como são 7 dias na semana, o pior cenário seria ter 14 alunos fazendo aniversário no mesmo dia, o que já totalizaria 98 alunos.

Alternativa C: incorreta. Como são 26 letras do alfabeto, o pior cenário seria ter 4 alunos com a mesma inicial, o que já totalizaria 104 alunos.

Alternativa D: incorreta. Como são 90 questões com 5 alternativas cada, o pior cenário seria 5^{90} alunos fazendo a prova, que é o total de gabaritos possíveis. Como $125 = 5^3 < 5^{90}$, o número de alunos é insuficiente.

Alternativa E: incorreta. Como são 2 semestres, o pior cenário seria 48 alunos nascidos em cada semestre, totalizando 96 alunos. Como são 97 alunos, o 97º aluno terá nascido em um semestre em que já há outros 48. Logo, pode-se assegurar que pelo menos 49 alunos nasceram no mesmo semestre, não sendo possível garantir qualquer número acima deste.

QUESTÃO 47

Em uma fábrica, constatou-se que eram necessários 8 dias para produzir certo número de aparelhos utilizando os serviços de 7 operários, cada um trabalhando 3 horas por dia. Considere que, nessa fábrica, todos os operários apresentam a mesma capacidade produtiva.

Para reduzir para exatamente 2 dias o tempo de produção do mesmo número de aparelhos nessa fábrica, uma das possíveis soluções seria

- A** duplicar o número de operários.
- B** duplicar o número de operários e o número de horas trabalhadas por dia.
- C** triplicar o número de operários.
- D** triplicar o número de horas trabalhadas por dia.
- E** triplicar o número de operários e o número de horas trabalhadas por dia.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 2

Com base no enunciado, pode-se montar a seguinte tabela:

Dias	Aparelhos	Operários	Horas por dia
8	x	7	3
2	x	O	H

Assim, pode-se verificar que a quantidade de dias na situação pedida corresponde a um quarto da quantidade de dias na situação original. Logo, uma possível solução seria dobrar o número de operários e de horas por dia. Outra solução possível, mas que não aparece nas alternativas, seria quadruplicar o número de operários ou, ainda, a quantidade de horas trabalhadas por dia.

Alternativa A: incorreta. Apenas duplicar o número de operários divide por dois a quantidade inicial de dias.

Alternativa C: incorreta. Apenas triplicar o número de operários divide por três a quantidade inicial de dias.

Alternativa D: incorreta. Apenas triplicar o número de horas trabalhadas por dia divide por três a quantidade inicial de dias.

Alternativa E: incorreta. Triplicar o número de operários e a quantidade de horas trabalhadas por dia divide por nove a quantidade inicial de dias.

QUESTÃO 48

Uma família deseja construir, no quintal de sua casa, um espaço privativo sobre uma área com formato retangular, de tal forma que a soma dos comprimentos de duas paredes adjacentes desse espaço seja igual a 8 m. Ao efetuar o orçamento da obra com uma construtora, eles foram informados de que o custo aproximado do projeto idealizado seria de R\$ 100,00 por metro quadrado.

Sabendo que o orçamento realizado considerou toda a área relativa ao piso do espaço privativo, o custo total máximo que a obra desejada pode vir a ter é de

- A** R\$ 700,00.
- B** R\$ 800,00.
- C** R\$ 1 200,00.
- D** R\$ 1 500,00.
- E** R\$ 1 600,00.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 21

Sejam x e y as dimensões do terreno retangular em metros. Sendo A a sua área, tem-se:

$$x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - x \text{ (I)}$$

$$A = x \cdot y \text{ (II)}$$

Substituindo a relação (I) na relação (II), tem-se:

$$A(x) = x \cdot (8 - x)$$

$$A(x) = -x^2 + 8x$$

O custo total máximo da obra se dará no projeto em que o terreno retangular apresentar a área máxima, a qual pode ser calculada a partir da coordenada y do vértice da função anterior:

$$y_v = \frac{-\left[(8)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0\right]}{4 \cdot (-1)}$$

$$y_v = 16$$

Logo, a área máxima é de 16 m² e, com isso, o custo máximo possível da obra é de R\$ 1 600,00.

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter considerado que as dimensões do terreno são 1 m e 7 m.

Alternativa B: incorreta. Pode-se ter multiplicado a soma dos comprimentos das paredes, dada pelo enunciado, por 100, referente ao custo orçado, desconsiderando o cálculo da área máxima do terreno.

Alternativa C: incorreta. Pode-se ter considerado que as dimensões do terreno são 2 m e 6 m.

Alternativa D: incorreta. Pode-se ter considerado que as dimensões do terreno são 3 m e 5 m.

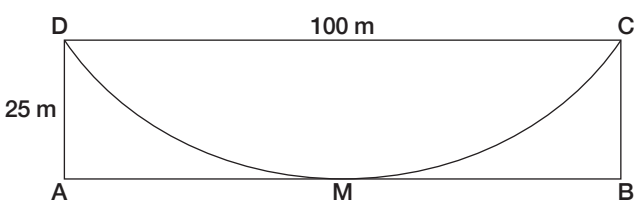
QUESTÃO 49

O Hotel Unique, localizado na cidade de São Paulo, tem uma arquitetura que chama a atenção pelo fato de sua fachada ter a forma de um arco.



Disponível em: <<https://blog.polomarmores.com.br>>. Acesso em: 26 out. 2018.

Em seu projeto, o arquiteto Ruy Ohtake planejou a fachada do Hotel Unique como um arco de circunferência inscrito em um retângulo ABCD de 100 m de comprimento e 25 m de altura, como mostra a figura a seguir.



Observe que o arco \widehat{CD} tangencia a base \overline{AB} do retângulo em seu ponto médio M.

O raio da circunferência que contém o arco \widehat{CD} é igual a

- A** 37,5 m.
- B** 50 m.
- C** 62,5 m.
- D** 75 m.
- E** 125 m.

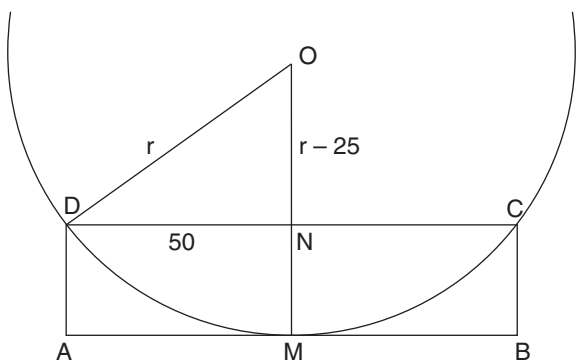
GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 7

Sendo O o centro da circunferência de raio r que contém o arco, e sendo N o ponto médio do lado \overline{DC} do retângulo, tem-se a seguinte figura:



Do teorema de Pitágoras no triângulo ODN:

$$r^2 = (r - 25)^2 + 50^2$$

$$r^2 = r^2 - 50r + 625 + 2\,500$$

$$50r = 3\,125$$

$$r = 62,5 \text{ m}$$

Alternativa A: incorreta. Ao se desenvolver o produto notável, pode-se ter considerado, equivocadamente, que $(-25)^2 = -625$, chegando à conclusão que

$$r = \frac{1875}{50} = 37,5 \text{ m.}$$

Alternativa B: incorreta. Pode-se ter considerado o ponto médio do segmento \overline{CD} como sendo coincidente ao centro da circunferência que contém o arco \widehat{CD} .

Alternativa D: incorreta. Pode-se ter considerado o triângulo ODN como sendo, além de retângulo, isósceles, calculando $r - 25 = 50 \text{ m}$.

Alternativa E: incorreta. Pode-se chegar a esse resultado se o segundo termo do produto notável não for multiplicado por 2.

QUESTÃO 50

Para a realização de uma exposição, carros e motocicletas foram estacionados em um pátio, totalizando 40 veículos. Considerando carros (todos com 4 rodas) e motos (todas com 2 rodas) e desconsiderando os estepes, o número total de rodas nesse pátio é 130.

Quantos carros foram estacionados nesse pátio?

- Ⓐ 40
- Ⓓ 15
- Ⓑ 30
- Ⓔ 10
- Ⓒ 25

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 4

Sabendo que cada carro tem 4 rodas e que cada motocicleta tem 2 rodas, e chamando de c e de m as quantidades de carros e de motos estacionados, respectivamente, monta-se e resolve-se o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} c + m = 40 \\ 4c + 2m = 130 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2c + 2m = 80 \\ 4c + 2m = 130 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 25 \\ m = 15 \end{cases}$$

Alternativa A: incorreta. Esse é o número total de veículos estacionados no pátio, considerando carros e motos.

Alternativa B: incorreta. Esse seria o número de carros estacionados no pátio caso houvesse 140 rodas no total.

Alternativa D: incorreta. Esse é o número total de motos estacionadas no pátio.

Alternativa E: incorreta. Esse seria o número de carros estacionados no pátio caso houvesse 100 rodas no total.

QUESTÃO 51

As localizações de três cidades, A, B e C, na planície do interior de um estado brasileiro correspondem aos vértices de um triângulo escaleno e acutângulo cujo ortocentro encontra-se em um lago bastante frequentado pelos moradores das três cidades, em especial pelos moradores da cidade A, que fica mais próxima do lago. Essas três cidades já são ligadas por estradas retilíneas pavimentadas e devidamente sinalizadas, mas, por conta do grande número de visitantes do lago, o prefeito da cidade A decidiu abrir uma nova estrada, também retilínea, para ligar sua cidade ao lago.

Nas condições apresentadas, a nova estrada deve ser construída sobre

- A** a reta bissetriz do ângulo formado pelas estradas que partem da cidade A para as cidades B e C.
- B** uma reta perpendicular à estrada que liga as cidades B e C.
- C** uma reta que parte da localização da cidade A em direção ao ponto médio da estrada que liga as cidades B e C.
- D** uma reta paralela à estrada que liga as cidades B e C.
- E** uma reta perpendicular à bissetriz do ângulo formado pelas estradas que partem da cidade B para as cidades A e C.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 9

Como o ortocentro de um triângulo é o ponto de encontro de suas alturas e as alturas de um triângulo estão situadas em retas perpendiculares aos seus lados, a estrada deve ser construída sobre uma reta perpendicular à estrada que liga as cidades B e C.

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter confundido os conceitos de ortocentro e incentro.

Alternativa C: incorreta. Pode-se ter confundido os conceitos de ortocentro e baricentro.

Alternativa D: incorreta. Uma vez que o lago se encontra no ortocentro do triângulo formado pelas três cidades e sendo retilínea a estrada que ligará a cidade A ao lago, tem-se que, necessariamente, a reta sobre a qual será construída essa estrada é perpendicular à estrada que liga as cidades B e C, bem como a qualquer outra reta paralela a \overline{BC} .

Alternativa E: incorreta. Estando o lago localizado sobre o ortocentro de um triângulo acutângulo, e sendo retilínea a estrada que liga a cidade A ao lago, tem-se que o ângulo θ formado entre a reta que liga a cidade A ao lago e a bissetriz do ângulo β (formado pelas estradas que ligam a cidade B às cidades A e C) será dado por $\theta = 90^\circ + \frac{\beta}{2}$ (maior ângulo entre a reta e a bissetriz) ou, ainda, por $\theta = 90^\circ - \frac{\beta}{2}$ (menor ângulo entre a reta e a bissetriz). Portanto, a reta que liga a cidade A ao lago jamais poderá ser perpendicular à bissetriz do ângulo β .

QUESTÃO 52

Cinco atletas participaram de uma seletiva para entrar em um time de futebol. A tabela a seguir apresenta o número de gols feitos por cada atleta durante os três jogos nos quais eles foram avaliados pela comissão técnica do time.

Atleta	Jogo 1	Jogo 2	Jogo 3
I	0	5	1
II	0	5	2
III	4	1	1
IV	2	1	3
V	5	1	2

Dentre os cinco atletas, apenas dois foram escolhidos para entrar no time: o que obteve a maior média de gols e o que marcou gols de forma mais regular. Esses atletas foram, respectivamente,

- A** I e II.
- B** I e V.
- C** II e III.
- D** V e III.
- E** V e IV.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 6

Habilidade: 25

O atleta V possui a maior média de gols por jogo:

$$M_V = \frac{5+1+2}{3} = \frac{8}{3} \cong 2,66$$

O atleta que marcou gols de forma mais regular é aquele que possui o menor desvio padrão, nesse caso, o atleta IV:

$$S_{IV} = \sqrt{\frac{(2-2)^2 + (1-2)^2 + (3-2)^2}{3}} \cong 0,81$$

Demais médias apresentadas pelos atletas:

$$M_I = \frac{0+5+1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$M_{II} = \frac{0+5+2}{3} = \frac{7}{3} \cong 2,33$$

$$M_{III} = \frac{4+1+1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$M_{IV} = \frac{2+1+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Demais desvios padrões apresentados pelos atletas:

$$S_I = \sqrt{\frac{(0-2)^2 + (5-2)^2 + (1-2)^2}{3}} = \sqrt{\frac{14}{3}} \cong 2,16$$

$$S_{II} = \sqrt{\frac{(0-2,33)^2 + (5-2,33)^2 + (2-2,33)^2}{3}} \cong 2,05$$

$$S_{III} = \sqrt{\frac{(4-2)^2 + (1-2)^2 + (1-2)^2}{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} \cong 1,41$$

$$S_V = \sqrt{\frac{(5-2,66)^2 + (1-2,66)^2 + (2-2,66)^2}{3}} \cong 1,70$$

Alternativa A: incorreta. Nenhum desses dois atletas possui a maior média nem o menor desvio padrão.

Alternativa B: incorreta. O atleta I não apresenta a maior média de gols, e o atleta V não possui o menor desvio padrão.

Alternativa C: incorreta. Nenhum desses dois atletas possui a maior média nem o menor desvio padrão.

Alternativa D: incorreta. O atleta III não possui o menor desvio padrão.

QUESTÃO 53

Em análise combinatória, a permutação com elementos repetidos é definida a partir das trocas de posições com elementos que ocorrem mais de uma vez. Para determinar os anagramas da palavra PROVA, utiliza-se a permutação simples, pois as 5 letras são distintas. Já para a palavra POLIEDRO, utiliza-se a permutação com elementos repetidos, pois a vogal O ocorre duas vezes.

João e Pedro calcularam quantos anagramas tem a palavra COLEÇÕES. Para João, $O = \tilde{O}$, e, para Pedro, $O \neq \tilde{O}$. Além disso, para ambos, $C \neq \tilde{C}$.

A partir do número de anagramas calculados corretamente por cada um, tem-se que

- A** as quantidades de anagramas obtidas por Pedro e João são iguais.
- B** João obteve a metade da quantidade de anagramas obtida por Pedro.
- C** João obteve o dobro da quantidade de anagramas obtida por Pedro.
- D** João obteve um terço da quantidade de anagramas obtida por Pedro.
- E** João obteve um quarto da quantidade de anagramas obtida por Pedro.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 2

O total de anagramas calculado por João é $P_8^{2;2} = \frac{8!}{2! \cdot 2!} = 10\ 080$, pois são 2 letras O e 2 letras E.

O total de anagramas calculado por Pedro é $P_8^2 = \frac{8!}{2!} = 20\ 160$, pois são 2 letras E.

Desse modo, João obteve a metade da quantidade de anagramas obtida por Pedro.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter desconsiderado a ocorrência de letras repetidas na palavra, utilizando-se, para ambos os casos, o cálculo de permutação simples.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter atribuído o cálculo da permutação com duas repetições a Pedro, e o da permutação com uma repetição apenas a João.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter considerado três repetições para João (O, E e C) e duas repetições para Pedro (E e C). Além disso, pode-se ter feito, para ambos os casos, o cálculo de arranjos simples de 8 elementos tomados 5 a 5 no caso de João, e 6 a 6 no caso de Pedro, o que resultaria em:

$$J_{8;5} = \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!}$$

$$P_{8;6} = \frac{8!}{(8-6)!} = \frac{8!}{2!}$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter considerado apenas para o cálculo de João, além das repetições das letras O e E, a repetição da letra C ($C = \tilde{C}$).

QUESTÃO 54

Um projeto de sustentabilidade inovador criado por uma *startup* inglesa consiste em comercializar água em embalagens esféricas. Para isso, a água é envolvida por uma membrana feita de um extrato natural de algas marinhas. Para beber a água dessa embalagem, basta furar a membrana esférica que a envolve. O projeto é sustentável porque, depois de beber a água, o consumidor pode até comer a membrana, e, mesmo que seja descartada, a membrana é altamente biodegradável.

Considere que uma empresa brasileira deseje comercializar água em embalagens esféricas com capacidade para armazenar meio litro de água cada uma. Dessa forma, desprezando a espessura da membrana e considerando que $\pi \cong 3$, o diâmetro da embalagem deve ser, aproximadamente, igual a

- A** 2,5 cm.
- B** 5 cm.
- C** 10 cm.
- D** 12,5 cm.
- E** 25 cm.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 3

Habilidade: 9

Como meio litro equivale a 500 cm^3 , usando a fórmula do volume de uma esfera de raio r , tem-se:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 500$$

Utilizando a aproximação dada no enunciado:

$$4r^3 = 500$$

$$r^3 = \frac{500}{4} = 125$$

$$r = \sqrt[3]{125} = 5 \text{ cm}$$

Portanto, o diâmetro da embalagem deve ser, aproximadamente, $2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}$.

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter chegado ao valor correto para o raio da esfera; porém, em vez de dobrá-lo para encontrar o diâmetro, fez-se a divisão do valor por 2.

Alternativa B: incorreta. Esse valor corresponde ao raio da embalagem. O diâmetro de uma esfera é igual ao dobro do seu raio.

Alternativa D: incorreta. Além do equívoco na conversão de litro para cm^3 , obtendo 50 cm^3 , pode-se ter esquecido de extrair a raiz cúbica na obtenção do valor do raio e, ainda, de multiplicar o valor deste por 2 para a obtenção do diâmetro, o que levaria aos seguintes cálculos:

$$\frac{4}{3}\pi r = 50$$

$$r = \frac{50}{4}$$

$$r = 12,5 \text{ cm}$$

Alternativa E: incorreta. Além do equívoco na conversão de litro para cm^3 , obtendo 50 cm^3 , pode-se ter esquecido de extrair a raiz cúbica na obtenção do valor do raio, o que levaria aos seguintes cálculos:

$$\frac{4}{3}\pi r = 50$$

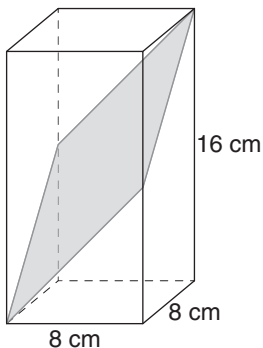
$$r = \frac{50}{4}$$

$$r = 12,5 \text{ cm}$$

$$d = 2 \cdot r \therefore d = 25 \text{ cm}$$

QUESTÃO 55

Determinado bloco de acrílico em forma de um prisma quadrangular regular com 16 cm de altura tem como base um quadrado com 8 cm de lado. Uma empresa confecciona troféus a partir de blocos como esse, dividindo cada bloco em dois poliedros idênticos, por meio de um corte plano que contém uma das diagonais do bloco e dois pontos médios de suas arestas, conforme mostrado na figura a seguir.



As inscrições de campeão e vice-campeão são feitas nas faces em forma de losango criadas pelo corte diagonal. Considerando $\sqrt{2} \cong 1,4$ e $\sqrt{3} \cong 1,7$, a área da face onde são feitas as inscrições, em cada um desses poliedros, é de, aproximadamente,

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| A 45 cm ² . | D 128 cm ² . |
| B 96 cm ² . | E 218 cm ² . |
| C 109 cm ² . | |

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 8

O comprimento d da diagonal menor do losango é igual à distância entre os pontos médios de duas arestas laterais opostas do prisma, que tem a mesma medida da diagonal do quadrado com 8 cm de lado. Portanto: $d = 8\sqrt{2}$ cm.

O comprimento D da diagonal maior do losango coincide com a diagonal do prisma. Portanto:

$$\begin{aligned}
 D &= \sqrt{(8)^2 + (8)^2 + (16)^2} = \\
 &= \sqrt{64 + 64 + 256} = \\
 &= \sqrt{64(1 + 1 + 4)} = 8\sqrt{6} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Logo, a área do losango é:

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{8\sqrt{6} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 32\sqrt{12} = 32 \cdot 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Utilizando-se a aproximação sugerida no enunciado, obtém-se:

$$A \cong 64 \cdot 1,7 = 108,8 \cong 109 \text{ cm}^2.$$

Portanto, a área da face onde serão feitas as inscrições é igual a, aproximadamente, 109 cm².

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter interpretado o comando da questão de maneira incorreta e calculado, em vez da área da face com formato de losango, o perímetro dessa face: $4 \cdot 8\sqrt{2} = 32 \cdot 1,4 \cong 45$ cm.

Alternativa B: incorreta. Pode-se ter interpretado o texto e/ou a figura de maneira incorreta, calculando a área da face com formato de trapézio, em vez da face com formato de losango, o que levaria aos seguintes cálculos:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(16 + 8) \cdot 8}{2} = \frac{192}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

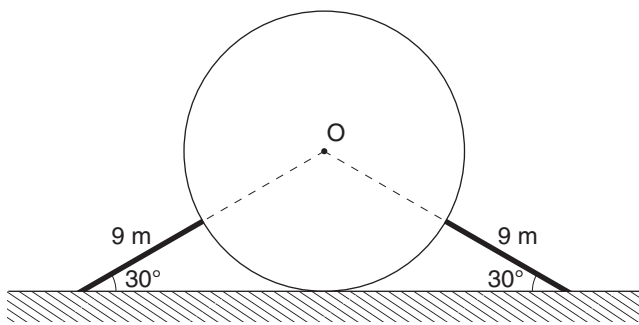
Alternativa D: incorreta. Pode-se ter interpretado a figura e/ou o enunciado de forma equivocada, considerando que o losango na imagem é também um quadrado, o que faria com que suas diagonais fossem idênticas e com medida igual a 16 cm cada; assim, a área do losango seria calculada da seguinte forma:

$$A = \frac{D \cdot D}{2} = \frac{16 \cdot 16}{2} = \frac{256}{2} = 128 \text{ cm}^2$$

Alternativa E: incorreta. Pode-se ter encontrado os valores corretos para as diagonais do losango, mas, ao calcular sua área, esqueceu-se de dividir por 2 o valor resultante do produto das diagonais, o que resultaria em uma área igual a 217,6 cm² \cong 218 cm².

QUESTÃO 56

Um agricultor resolveu implantar um reservatório de água esférico em seu sítio e, para isso, contratou um engenheiro. A imagem a seguir demonstra o reservatório, cujo centro O está alinhado com as direções em que foram instaladas duas vigas de sustentação, com 9 m de comprimento cada, a fim de garantir que a estrutura permaneça imóvel. De acordo com o projeto elaborado pelo engenheiro, cada uma dessas duas vigas, as quais se encontram em posições opostas em relação ao reservatório, forma um ângulo de 30° com o solo horizontal e plano. Considere desprezível a espessura das paredes do reservatório e que este encontra-se totalmente cheio de água.



Sabe-se que o consumo médio mensal de água do sítio é de 81 m^3 e que a propriedade não conta com outras fontes de abastecimento para esse recurso. Considere, ainda, $\pi = 3$.

Caso não seja reabastecido até que finde toda a água em seu interior, por quantos anos, no máximo, o novo reservatório terá água?

- A** 1
- B** 3
- C** 4
- D** 12
- E** 24

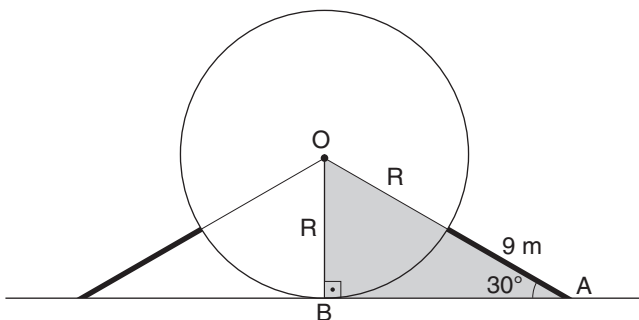
GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 8

Com base no enunciado, pode-se observar o triângulo retângulo OAB :



Como $\text{sen}30^\circ = \frac{1}{2}$, tem-se:

$$\frac{R}{R+9} = \frac{1}{2} \rightarrow 2R = R+9 \rightarrow R = 9 \text{ m}$$

Com isso, pode-se calcular o volume do reservatório (esfera):

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Assim, tem-se:

$$V_{\text{reservatório}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 9^3 = 2\,916 \text{ m}^3$$

Portanto, considerando o consumo médio mensal de 81 m^3 , pode-se calcular por quanto tempo, no máximo, o reservatório terá água:

$$\frac{2\,916}{81} = 36 \text{ meses} = 3 \text{ anos}$$

Alternativa A: incorreta. No cálculo do volume do reservatório, pode-se ter esquecido de fazer a multiplicação pelo valor correspondente a π (3), o que resultaria em um volume igual a 972 m^3 e, consequentemente, em um tempo de consumo da capacidade total do reservatório igual a 12 meses, ou seja, 1 ano.

Alternativa C: incorreta. Pode-se ter utilizado a fórmula para o cálculo do volume da esfera de forma equivocada, elevando o raio ao quadrado, além de considerar a resposta final em meses, em vez de anos:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi R^2$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 9^2$$

$$V_{\text{esfera}} = 324 \text{ m}^3$$

Tempo para o consumo da capacidade máxima:

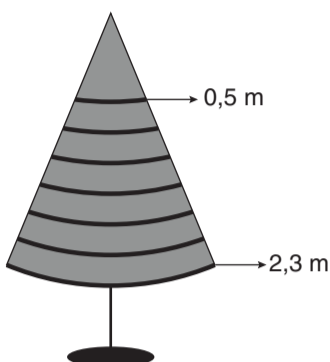
$$T_{\text{consumo}} = \frac{324}{81} = 4 \text{ meses}$$

Alternativa D: incorreta. No cálculo do volume do reservatório, pode-se ter esquecido de fazer a multiplicação pelo valor correspondente a π (3), o que resultaria em um volume igual a 972 m^3 , e de transformar o resultado obtido em meses (12) para anos.

Alternativa E: incorreta. No cálculo do raio do reservatório, pode-se ter invertido a razão entre o cateto oposto (R) e a hipotenusa ($R+9$) na equação envolvendo o seno de 30° , de modo que o valor encontrado para o raio, em módulo, foi igual a 18 m. Assim, o volume do reservatório resultaria em $23\,328 \text{ m}^3$, e o tempo necessário para esgotá-lo seria igual a 24 anos.

QUESTÃO 57

Uma decoração natalina será instalada no saguão de um edifício residencial. Entre os elementos decorativos, está prevista a montagem de uma árvore de Natal que consiste em um grande cone circular reto preso a um suporte metálico. Na superfície lateral desse cone, serão colocadas pequenas lâmpadas coloridas ligadas por fios elétricos instalados em sete níveis distintos, sendo que, em cada nível, as lâmpadas conectadas pelo fio formam uma circunferência situada em um plano paralelo aos planos das demais lâmpadas, conforme representam as faixas escuras na figura a seguir.



Sabe-se que as faixas estão igualmente afastadas umas das outras, que o comprimento da menor circunferência formada por lâmpadas é igual a 0,5 m e que o comprimento da maior circunferência formada por lâmpadas (correspondente à base do cone) é igual a 2,3 m.

Para formar todos os sete níveis de lâmpadas dessa árvore de Natal, sendo cada um desses níveis compostos de fios independentes e perfeitamente esticados ao redor da superfície do cone, em torno da qual completam uma única volta, o menor comprimento suficiente de fio, de valor inteiro, a ser utilizado na montagem da árvore é igual a

- A** 5 m.
- B** 7 m.
- C** 10 m.
- D** 14 m.
- E** 20 m.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 3

Habilidade: 14

Como a distância entre dois níveis consecutivos é constante e os cones determinados por eles são todos semelhantes entre si, os comprimentos das faixas formam, da menor para a maior, uma progressão aritmética. Dessa forma, tem-se que a soma dos comprimentos das sete faixas é dada por:

$$S_7 = \frac{(a_1 + a_7) \cdot 7}{2} = \frac{(0,5 + 2,3) \cdot 7}{2} = 9,8 \text{ m}$$

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter encontrado a razão da PA fazendo $\frac{(2,3 - 0,5)}{6} = 0,3$ e, em seguida, multiplicado esse valor por 5 e somado o resultado a 2,8 (0,5 + 2,3), obtendo 4,3, sendo, portanto, 5 m o menor valor inteiro suficiente.

Alternativa B: incorreta. Pode-se ter feito o cálculo da soma dos termos da PA excluindo os extremos do número total de termos, por meio da equação $S = \frac{(0,5 + 2,3) \cdot 5}{2}$; porém, ao final, esqueceu-se de somar o valor dos termos extremos ao resultado obtido.

Alternativa D: incorreta. Pode-se ter esquecido de fazer a divisão por 2 no cálculo da soma dos termos da PA e, além disso, ter excluído os extremos do número total de termos, por meio da equação $S = (0,5 + 2,3) \cdot 5$, o que resultaria em uma extensão de 14 m para o fio.

Alternativa E: incorreta. Pode-se ter esquecido de fazer a divisão por 2 no cálculo da soma dos sete termos da PA, o que resultaria em uma extensão de 19,6 m para o fio, sendo, portanto, 20 m o menor valor inteiro suficiente.

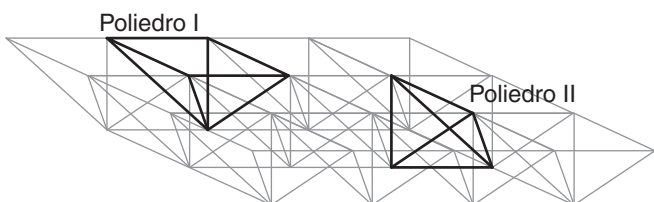
QUESTÃO 58

Nos terminais de ônibus urbanos, é muito comum o uso de estruturas geométricas para a sustentação de proteções laterais e coberturas, as quais protegem, do sol e da chuva, os cidadãos que esperam suas conduções.



Disponível em: <<http://engcivilupfaco.blogspot.com/>>. Acesso em: 31 out. 2018.

Uma observação atenta da composição geométrica de uma dessas estruturas revela formas geométricas tridimensionais denominadas poliedros. A figura a seguir destaca dois tipos de poliedro usados na formação dessa estrutura de sustentação, mas sem a cobertura e por outro ponto de vista.



Se todas as arestas das formas geométricas usadas na estrutura têm o mesmo comprimento, os poliedros I e II em destaque na figura anterior são, respectivamente,

- A** uma pirâmide triangular e um tetraedro regular.
- B** uma pirâmide quadrangular e um tetraedro regular.
- C** um octaedro regular e um hexaedro regular.
- D** um prisma quadrangular e um prisma triangular.
- E** um octaedro regular e uma pirâmide triangular.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 7

O poliedro I possui cinco faces, uma quadrada e quatro triangulares; portanto, trata-se de uma pirâmide de base quadrada, ou pirâmide quadrangular.

O poliedro II possui apenas quatro faces, formadas por triângulos equiláteros congruentes; portanto, trata-se de um tetraedro regular.

Alternativa A: incorreta. Pirâmides triangulares também são tetraedros, e o poliedro I possui cinco faces.

Alternativa C: incorreta. Os prefixos “octa” e “hexa” nos nomes dos poliedros referem-se ao número de faces, e não ao número de arestas.

Alternativa D: incorreta. Prismas são poliedros dotados de duas bases opostas situadas em planos paralelos.

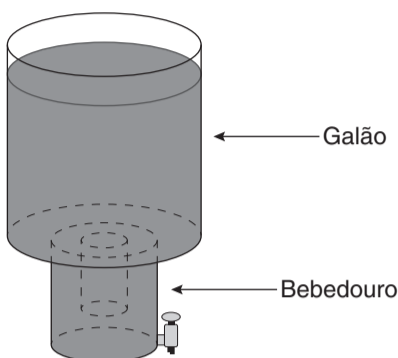
Alternativa E: incorreta. Octaedros regulares são poliedros formados por oito triângulos equiláteros.

QUESTÃO 59

Um galão de água tem a forma de um cilindro circular reto (sem considerar o gargalo) e possui as seguintes dimensões:

Diâmetro da base do galão	280 mm
Altura do galão sem o gargalo	325 mm

Depois de aberto, esse galão é colocado de cabeça para baixo sobre o bebedouro, de modo que uma pequena parte da água escorre do galão para o interior do bebedouro, preenchendo-o completamente. Nesse momento, é possível observar bolhas atravessando a coluna de água até a região superior do recipiente, que fica ocupada pela coluna de ar, conforme mostrado na figura a seguir.



Considere que, após colocar um galão como esse sobre um bebedouro, uma pessoa observou que uma coluna de ar com 2 cm de altura se formou no interior do galão.

Sendo assim, dado que $\pi \cong \frac{22}{7}$, o volume da coluna de ar no interior do galão é de, aproximadamente,

- A** 0,1 L.
- B** 0,2 L.
- C** 1,2 L.
- D** 4,9 L.
- E** 18,8 L.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 3

Habilidade: 12

O espaço ocupado pelo ar dentro do galão também tem a forma de um cilindro circular reto, mas com apenas 2 cm de altura.

O raio da base do galão é $\frac{28}{2} = 14$ cm.

Portanto:

$$V_{Ar} = \pi R^2 h = \frac{22}{7} \cdot 14^2 \cdot 2 = 1232 \text{ cm}^3 \cong 1,2 \text{ L}$$

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter se esquecido de elevar o valor do raio ao quadrado no momento de calcular a área da base do cilindro representado pelo galão, o que levaria ao seguinte cálculo para o volume da coluna de ar:

$$V = \pi R h$$

$$V = \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot 2$$

$$V = 88 \text{ cm}^3 \cong 0,1 \text{ L}$$

Alternativa B: incorreta. Pode-se ter considerado, equivocadamente, que a área da base do cilindro representado pelo galão é igual a $2\pi R$, o que levaria ao seguinte cálculo para o volume da coluna de ar:

$$V = 2\pi R h$$

$$V = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot 2$$

$$V = 0,176 \text{ cm}^3 \cong 0,2 \text{ L}$$

Alternativa D: incorreta. Pode-se ter esquecido de dividir pela metade o valor do diâmetro no momento de calcular a área da base do cilindro representado pelo galão, o que levaria ao seguinte cálculo para o volume da coluna de ar:

$$V = \pi D^2 h$$

$$V = \frac{22}{7} \cdot 28^2 \cdot 2$$

$$V = 4928 \text{ cm}^3 \cong 4,9 \text{ L}$$

Alternativa E: incorreta. Pode-se ter considerado, equivocadamente, a altura da coluna de água no interior do galão (sem contar o gargalo), o que levaria ao seguinte cálculo de volume:

$$V = \pi R^2 h$$

$$V = \frac{22}{7} \cdot 14^2 \cdot 30,5$$

$$V = 18788 \text{ cm}^3 \cong 18,8 \text{ L}$$

QUESTÃO 60

Determinada pessoa viveu, na seguinte ordem, $\frac{1}{3}$ de sua vida em Jundiaí, $\frac{1}{6}$ em Pedreira, 12 anos em Amparo, a metade do resto de sua vida em Sorocaba e, por último, morou em Campinas por tanto tempo quanto havia morado em Pedreira.

Desse modo, quando tinha 40 anos de idade, essa pessoa morava em

- A** Amparo.
- B** Campinas.
- C** Jundiaí.
- D** Pedreira.
- E** Sorocaba.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 4

Supondo que essa pessoa viveu x anos, pode-se montar o esquema a seguir:

Jundiaí: $\frac{x}{3}$

Pedreira: $\frac{x}{6}$

Amparo: 12

Após ter vivido por 12 anos em Amparo, essa pessoa viveu metade do resto de sua vida em Sorocaba e, a outra metade, viveu em Campinas por tanto tempo quanto havia morado em Pedreira. Portanto, sendo $\frac{x}{6}$ o tempo vivido em

Pedreira, tem-se:

Sorocaba: $\frac{x}{6}$

Campinas: $\frac{x}{6}$

Logo:

$$x = \frac{x}{3} + \frac{x}{6} + 12 + \frac{x}{6} + \frac{x}{6} \Rightarrow x = 72$$

Portanto, essa pessoa viveu dos 0 aos 24 anos em Jundiaí, dos 24 aos 36 anos em Pedreira, dos 36 aos 48 anos em Amparo, dos 48 aos 60 anos em Sorocaba e dos 60 aos 72 anos em Campinas.

Logo, aos 40 anos de idade, essa pessoa estava morando em Amparo.

Alternativa B: incorreta. Em Campinas, ela viveu dos 60 aos 72 anos de idade.

Alternativa C: incorreta. Em Jundiaí, ela viveu do nascimento aos 24 anos de idade.

Alternativa D: incorreta. Em Pedreira, ela viveu dos 24 aos 36 anos de idade.

Alternativa E: incorreta. Em Sorocaba, ela viveu dos 48 aos 60 anos de idade.

QUESTÃO 61

Em um determinado parque de diversões, ao adquirir uma entrada, cada visitante recebe também 100 fichas, que podem ser trocadas por diversos brindes. Além disso, algumas atrações permitem que o visitante aumente sua quantidade de fichas, podendo, assim, adquirir brindes melhores.

Júlia, uma visitante desse parque, logo após adquirir sua entrada, foi até uma barraca cuja atração consistia em atirar dardos em um alvo. De acordo com as regras do jogo, para cada acerto no alvo, Júlia receberia 25 fichas e, para cada erro, ela deveria desembolsar 20 fichas. Após 23 lançamentos, Júlia teve um saldo positivo de 80 fichas.

A diferença entre a quantidade de acertos e erros de Júlia foi igual a

- A** 1.
- B** 5.
- C** 11.
- D** 12.
- E** 25.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 21

Seja A a quantidade de acertos e E a quantidade de erros, tem-se:

$$\begin{cases} A + E = 23 \\ 25A - 20E = 80 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, chega-se a $A = 12$ e $E = 11$. Portanto, a diferença procurada é de 1.

Alternativa B: incorreta. Essa é a diferença simples entre as quantidades de fichas pagas para cada acerto ou erro do jogador na barraca de atirar dardos.

Alternativa C: incorreta. Essa é a quantidade de lançamentos errados por Júlia.

Alternativa D: incorreta. Essa é a quantidade de lançamentos acertados por Júlia.

Alternativa E: incorreta. Essa é a quantidade de fichas recebidas por acerto.

QUESTÃO 62

Um grupo de pesquisadores está desenvolvendo um novo tipo de medicamento para combater doenças cardíacas. Para isso, os pesquisadores selecionaram alguns pacientes e fizeram testes por meio dos quais se pôde obter a probabilidade de ocorrência de certo número de efeitos colaterais ao longo do tratamento com esse medicamento. A tabela a seguir apresenta os resultados dos testes.

Número exato de efeitos colaterais observados	Probabilidade de ocorrência
0	48%
1	32%
2	11%
3	7%
4 ou mais	2%

A probabilidade de que um determinado paciente submetido ao tratamento apresente mais de dois efeitos colaterais é igual a

- A** 0,14%.
- B** 9%.
- C** 11%.
- D** 20%.
- E** 91%.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 7

Habilidade: 28

A probabilidade solicitada é dada pela soma da probabilidade correspondente à observação de 3 efeitos colaterais com a probabilidade correspondente à observação de 4 efeitos ou mais. Portanto:

$$P = 7\% + 2\% = 9\%$$

Alternativa A: incorreta. Essa probabilidade ocorre caso se multipliquem as probabilidades de ocorrência de 3 e 4 ou mais efeitos colaterais.

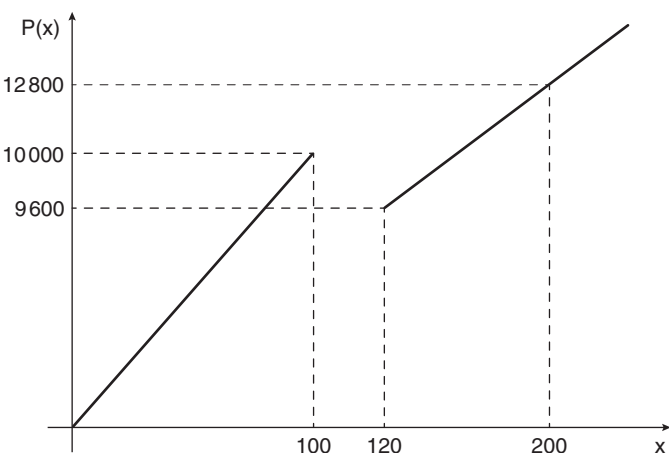
Alternativa C: incorreta. Essa é a probabilidade de que o paciente apresente exatamente 2 efeitos colaterais.

Alternativa D: incorreta. Essa é a probabilidade de que o paciente apresente 2 ou mais efeitos colaterais.

Alternativa E: incorreta. Essa é a probabilidade de que o paciente apresente até 2 efeitos colaterais.

QUESTÃO 63

Para o próximo ano, uma distribuidora de livros oferecerá preços promocionais às livrarias parceiras que comprarem a partir de 120 unidades. Durante essa promoção, a distribuidora só aceitará dois tipos de encomendas: até 100 volumes ou, pelo menos, 120 volumes. O preço $P(x)$, em reais, na venda de x unidades, está representado a seguir em dois trechos que correspondem a gráficos de funções afins.



(Figura ilustrativa e sem escalas)

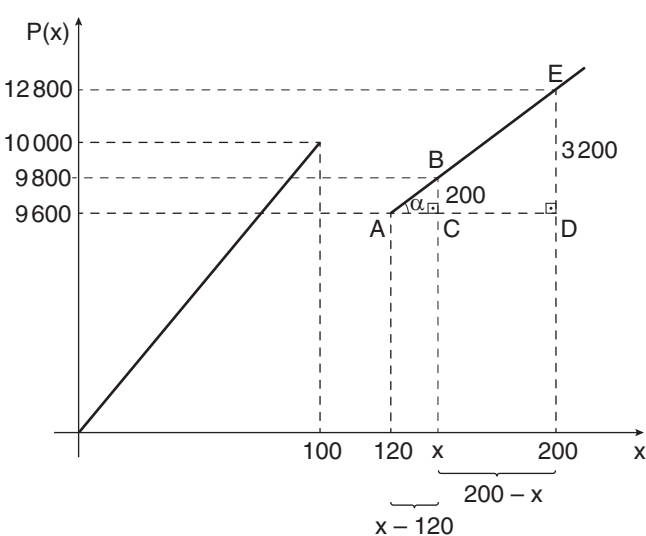
O maior número de livros que se pode comprar com R\$ 9 800,00 é igual a

- A 98.
- B 110.
- C 125.
- D 132.
- E 195.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias
Competência: 6
Habilidade: 25

Do enunciado, pode-se observar o gráfico do seguinte modo:



Os triângulos ABC e AED são semelhantes, pois $\widehat{BCA} = \widehat{EDA} = 90^\circ$ e α é ângulo comum dos triângulos ABC e AED . Logo, sendo x a quantidade máxima de livros que pode ser comprada com R\$ 9 800,00:

$$\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED}$$

$$\frac{x - 120}{80} = \frac{200}{3200}$$

$$\frac{x - 120}{80} = \frac{1}{16}$$

$$x - 120 = 5$$

$$x = 125$$

Portanto, nas condições apresentadas, o maior número de livros que se pode comprar com R\$ 9 800,00 é igual a 125.

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter calculado, em relação ao trecho do gráfico localizado à esquerda, a quantidade de livros correspondentes ao valor de R\$ 9 800,00, o que levaria aos seguintes cálculos:

$$Q = 100 - x$$

$$\frac{x}{100} = \frac{200}{10000} \Rightarrow x = 2$$

$$Q = 100 - x$$

$$Q = 100 - 2 = 98$$

Alternativa B: incorreta. Como o valor de R\$ 9 800,00 corresponde à média aritmética entre R\$ 10 000,00 e R\$ 9 600,00, pode-se ter encontrado, equivocadamente, a média aritmética entre as quantidades de livros correspondentes a esses valores (100 e 120, respectivamente), obtendo-se 110.

Alternativa D: incorreta. Pode-se ter estabelecido a relação de semelhança entre os triângulos ABC e AED de forma equivocada, considerando os valores das abscissas dos pontos C e D como correspondentes às medidas dos segmentos \overline{AC} e \overline{AD} , respectivamente, e somando, em seguida, o valor de x encontrado ao valor da abscissa do ponto A (120):

$$\frac{x}{200} = \frac{200}{3200} \Rightarrow x = 12,5$$

Valor final: $x + 120 = 132,5$

Alternativa E: incorreta. Pode-se ter estabelecido a relação de semelhança entre os triângulos ABC e AED de forma equivocada, por meio dos seguintes cálculos:

$$\frac{x - 120}{200 - x} = \frac{3200}{200} \Rightarrow x \cong 195,3$$

QUESTÃO 64

Um muro de 4 m de comprimento, 2 m de largura e 8 m de altura foi construído em 20 dias completos por 10 operários que tinham a mesma capacidade produtiva.

Sendo assim, considerando 12 operários, cada um com a mesma capacidade produtiva de um operário da situação anterior e com o mesmo número de horas trabalhadas por dia, qual o número mínimo de dias completos que são necessários para que eles construam um muro de 6 m de comprimento, 1,5 m de largura e 6 m de altura?

- A** 14
- B** 15
- C** 20
- D** 21
- E** 29

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 3

Do enunciado, tem-se que o volume do primeiro muro é igual a 64 m^3 , e o do segundo é igual a 54 m^3 . Assim, quanto mais dias, maior o volume e menor o número de operários. Logo:

$$\frac{20}{x} = \frac{64}{54} \cdot \frac{12}{10} \Rightarrow x = 14,0625 \text{ dias.}$$

Portanto, são necessários no mínimo 15 dias completos para construir o segundo muro.

Alternativa A: incorreta. É necessário 0,0625 dia a mais para que a construção do muro possa ser concluída. Portanto, 14 dias inteiros não são suficientes.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, considerou-se o volume do muro inversamente proporcional ao tempo, o que levaria ao seguinte raciocínio:

$$\frac{x}{20} = \frac{64}{54} \cdot \frac{10}{12} \cong 19,75$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a quantidade de operários diretamente proporcional ao tempo, o que levaria ao seguinte raciocínio:

$$\frac{x}{20} = \frac{54}{64} \cdot \frac{12}{10} = 20,25$$

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a quantidade de operários diretamente proporcional ao tempo e o volume do muro inversamente proporcional ao tempo, o que levaria ao seguinte raciocínio:

$$\frac{x}{20} = \frac{64}{54} \cdot \frac{12}{10} \cong 28,44$$

QUESTÃO 65

Oficialmente, as medidas de campo permitidas pela entidade que rege o futebol são de 90 a 120 metros de comprimento e de 45 a 90 metros de largura, resultando em um formato retangular.

Para partidas internacionais, a recomendação é mais específica: de 100 a 110 metros de comprimento e de 64 a 75 metros de largura.

Diário de Pernambuco. Disponível em: <blogs.diariodepernambuco.com.br>. Acesso em: 26 out. 2018. (Adapt.).

Dois campos de futebol, A e B, possuem medidas distintas. O campo A tem as menores medidas permitidas pela entidade que rege o futebol, e o campo B tem as maiores medidas recomendadas especificamente para partidas internacionais.

A diferença entre as áreas dos campos B e A é igual a

- A** 6 750 m².
- B** 4 200 m².
- C** 2 550 m².
- D** 2 350 m².
- E** 1 850 m².

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 8

De acordo com o texto, tem-se:

$$\text{Área}_A = 90 \cdot 45 = 4\,050 \text{ m}^2$$

$$\text{Área}_B = 110 \cdot 75 = 8\,250 \text{ m}^2$$

$$\text{Logo, } \text{Área}_B - \text{Área}_A = 8\,250 - 4\,050 = 4\,200 \text{ m}^2.$$

Alternativa A: incorreta. Esse resultado seria obtido se o campo B apresentasse as maiores dimensões permitidas pela entidade que rege o futebol (90 m × 120 m), em vez de apresentar as maiores dimensões recomendadas especificamente para partidas internacionais (75 m × 110 m).

Alternativa C: incorreta. Esse resultado seria obtido, por meio do cálculo da diferença entre as áreas dos campos A e B, se ambos fossem os maiores possíveis, de acordo com a entidade que rege o futebol e com a recomendação específica para partidas internacionais, respectivamente.

Alternativa D: incorreta. Esse resultado seria obtido se os campos A e B fossem, ambos, os menores possíveis, de acordo com a entidade que rege o futebol e com a recomendação específica para partidas internacionais, respectivamente.

Alternativa E: incorreta. Esse resultado seria obtido se o campo A apresentasse as menores dimensões recomendadas especificamente para jogos internacionais (64 m × 100 m), em vez de apresentar as menores dimensões permitidas pela entidade que rege o futebol (45 m × 90 m).

QUESTÃO 66

O Grande Buraco Azul é uma caverna subaquática localizada na costa de Belize, na América Central. Famosa devido ao marinheiro francês Jacques Cousteau, a caverna submarina tem a forma aproximada de um cilindro com cerca de 318 metros de diâmetro e 124 metros de profundidade.



G1. Disponível em: <<http://g1.globo.com>>. Acesso em: 5 nov. 2018.

Considerando 3 como aproximação para π , o volume aproximado de água, em litros, necessário para preencher todo o Grande Buraco Azul é igual a

- A** $7,6 \cdot 10^4$. **D** $37,6 \cdot 10^6$.
B $9,4 \cdot 10^6$. **E** $37,6 \cdot 10^9$.
C $9,4 \cdot 10^9$.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 8

O cálculo do volume do cilindro é feito da seguinte forma:

$$V = \pi r^2 h = 3 \cdot 159^2 \cdot 124 \cong 9,4 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 9,4 \cdot 10^9 \text{ L}$$

Portanto, são necessários, aproximadamente, $9,4 \cdot 10^9$ litros de água para preencher todo o Grande Buraco Azul.

Alternativa A: incorreta. Essa é a área da base do cilindro em metros quadrados.

Alternativa B: incorreta. Esse é o volume do cilindro em metros cúbicos.

Alternativa D: incorreta. Esse seria o volume do cilindro em metros cúbicos caso se tomasse o diâmetro por raio.

Alternativa E: incorreta. Esse seria o volume do cilindro em litros caso se tomasse o diâmetro por raio.

QUESTÃO 67

Em um supermercado, foi feita uma pesquisa com 200 clientes a fim de estudar o perfil de consumo para três marcas de sabão em pó: A, B e C. Do total de entrevistados, 80 consomem a marca A, 60 consomem a marca B, e 50 consomem a marca C. Além disso, constatou-se que 10 dos entrevistados consomem com regularidade as três marcas e que 40 não consomem nenhuma delas.

Escolhendo-se aleatoriamente um dos entrevistados da pesquisa, a probabilidade de que ele consuma apenas uma das três marcas é de

- A** 5%.
- B** 10%.
- C** 70%.
- D** 75%.
- E** 80%.

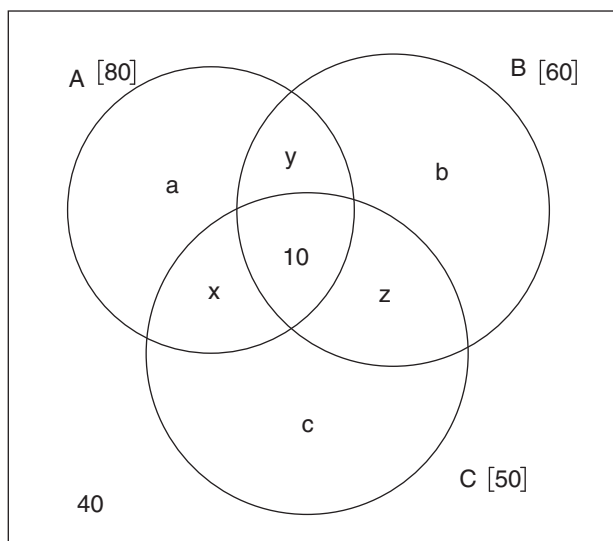
GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 7

Habilidade: 28

O diagrama a seguir representa os dados coletados na pesquisa.



Se o total de entrevistados é 200, tem-se:

$$a + b + c + x + y + z + 10 + 40 = 200 \text{ (I)}$$

Além disso, a partir do total de entrevistados que consome cada uma das marcas de sabão em pó, tem-se:

$$a + x + y + 10 = 80$$

$$b + y + z + 10 = 60$$

$$c + x + z + 10 = 50$$

Somando as três últimas equações:

$$a + b + c + 2(x + y + z) = 160 \text{ (II)}$$

Subtraindo a equação (I) de (II), tem-se:

$$x + y + z = 10$$

Assim, $a + b + c = 140$.

Como $a + b + c$ representa o total de entrevistados que consome apenas uma das marcas de sabão em pó, a probabilidade desejada é dada por:

$$P = \frac{140}{200} = 70\%.$$

Alternativa A: incorreta. Essa é a probabilidade de que o entrevistado escolhido consuma as três marcas.

Alternativa B: incorreta. Essa será a probabilidade de que o entrevistado escolhido consuma as três marcas caso seja considerado um espaço amostral de 100 entrevistados.

Alternativa D: incorreta. Essa é a probabilidade de que o entrevistado escolhido consuma uma ou duas marcas.

Alternativa E: incorreta. Essa é a probabilidade de que o entrevistado escolhido consuma pelo menos uma das três marcas.

QUESTÃO 68

Em 1683, Jacob Bernoulli estudou o problema dos juros compostos utilizando a expressão $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, com n tendendo ao infinito. Dessa maneira, ele encontrou para o limite um valor entre 2 e 3, sendo esta considerada uma primeira aproximação do cálculo do valor de uma importante constante matemática utilizada em diversas áreas do conhecimento, como a Biologia, a Economia, as Engenharias e a Física.

Disponível em: <www.nilsonjosemachado.net/sema20100831.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2019. (Adapt.).

Sabe-se que essa constante matemática consiste no número irracional correspondente ao limite a que tende a expressão citada no texto para valores suficientemente grandes de n . Considerando a aproximação $101^{100} = 2,704 \cdot 10^{200}$ e admitindo que $n = 100$ seja um valor suficientemente grande, o valor dessa constante, com uma casa decimal, é

- A** 2,7.
- B** 2,5.
- C** 2,4.
- D** 2,2.
- E** 2,1.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 3

Para $n = 100$, tem-se:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{100}\right)^{100} &= \left(\frac{101}{100}\right)^{100} = \frac{101^{100}}{100^{100}} = \frac{2,704 \cdot 10^{200}}{(10^2)^{100}} = \\ &= \frac{2,704 \cdot 10^{200}}{10^{200}} = 2,704 \end{aligned}$$

Portanto, com uma casa decimal, o valor dessa constante, que corresponde ao número de Euler (e), é igual a 2,7.

Alternativa B: incorreta. Esse é o valor obtido tomando $n = 4$.

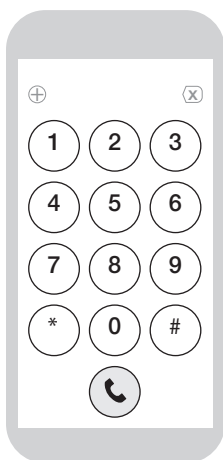
Alternativa C: incorreta. Esse é o valor obtido tomando $n = 3$.

Alternativa D: incorreta. Esse é o valor obtido tomando $n = 2$.

Alternativa E: incorreta. Esse é o valor obtido tomando $n = 1,5$.

QUESTÃO 69

A figura a seguir demonstra o teclado numérico de um *smartphone*.



Uma pessoa pretende ligar para um número de nove dígitos que não está em sua lista de contatos. Ela lembra apenas que o número desse contato contém as seguintes características:

- os cinco primeiros dígitos são 99123;
- o último dígito é ímpar;
- os outros três dígitos estão em linhas horizontais consecutivas do teclado, sendo que cada um deles ocupa uma linha diferente da dos outros dois.

O total de números de telefone que atendem a tais condições é igual a

- A** 50.
- B** 450.
- C** 900.
- D** 1 080.
- E** 5 400.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 2

Se os cinco primeiros dígitos do número de telefone são 99123, só há 1 possibilidade que atende a essa condição. Se o último dígito é ímpar, ele pode ser 1, 3, 5, 7 ou 9; um total de 5 possibilidades.

Da última condição:

- I. Se um dos três dígitos for zero, têm-se 3 possibilidades na linha com os dígitos 7, 8, 9, e outras 3 possibilidades na linha com os dígitos 4, 5, 6. Além disso, deve-se considerar que a troca de posição entre os três dígitos escolhidos resulta em números de telefone distintos. Assim, após a escolha dos três dígitos, têm-se $3! = 6$ possibilidades. Logo, são $1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 = 54$ possibilidades.
- II. Se não houver o dígito zero entre os três números que se deseja descobrir, têm-se 3 possibilidades na linha 7, 8, 9; 3 possibilidades na linha 4, 5, 6; e outras 3 possibilidades na linha 1, 2, 3. Além disso, deve-se considerar que a troca de posição entre os três dígitos escolhidos resulta em números de telefone distintos. Assim, após a escolha dos três dígitos, têm-se $3! = 6$ possibilidades. Logo, são $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 = 162$ possibilidades.

Dessa forma, têm-se $54 + 162 = 216$ possibilidades para os outros três dígitos.

Portanto, considerando as 5 possibilidades de números terminando com dígito ímpar, têm-se, no total, $5 \cdot 216 = 1\,080$ números de telefone possíveis.

QUESTÃO 70

Para resolver equações com variáveis contidas no conjunto dos números inteiros, pode-se fazer uso dos produtos notáveis e da fatoração, em números primos, do número inteiro em questão. Um dos principais produtos notáveis é a diferença de dois quadrados: $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$.

Considere x e y inteiros tais que $x^2 - y^2 = 2019$. Assim, a quantidade de pares ordenados (x, y) que são soluções inteiras dessa equação é igual a

- A** 1.
- B** 2.
- C** 4.
- D** 6.
- E** 8.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 4

A equação dada pode ser reescrita da seguinte forma:

$$x^2 - y^2 = 2019 \Leftrightarrow (x + y) \cdot (x - y) = 2019.$$

Sabe-se que $2019 = 1 \cdot 2019 = 3 \cdot 673$. Como a equação apresenta variáveis contidas no conjunto dos números inteiros, têm-se as seguintes possibilidades:

$$\begin{cases} x + y = 2019 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1010 \\ y = 1009 \end{cases} \Rightarrow (1010, 1009)$$

$$\begin{cases} x + y = -2019 \\ x - y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1010 \\ y = -1009 \end{cases} \Rightarrow (-1010, -1009)$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2019 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1010 \\ y = -1009 \end{cases} \Rightarrow (1010, -1009)$$

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = -2019 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1010 \\ y = 1009 \end{cases} \Rightarrow (-1010, 1009)$$

$$\begin{cases} x + y = 673 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 338 \\ y = 335 \end{cases} \Rightarrow (338, 335)$$

$$\begin{cases} x + y = -673 \\ x - y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -338 \\ y = -335 \end{cases} \Rightarrow (-338, -335)$$

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 673 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 338 \\ y = -335 \end{cases} \Rightarrow (338, -335)$$

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ x - y = -673 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -338 \\ y = 335 \end{cases} \Rightarrow (-338, 335)$$

Portanto, a equação dada tem 8 pares de soluções inteiras.

Alternativa A: incorreta. Essa seria a quantidade de pares ordenados caso a resolução fosse obtida apenas para a fatoração de $2019 = 3 \cdot 673$ ou apenas para a fatoração de $2019 = 1 \cdot 2019$ no conjunto dos números naturais.

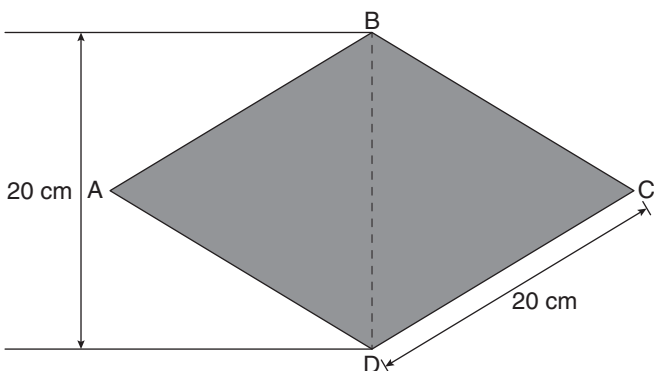
Alternativa B: incorreta. Essa seria a quantidade de pares ordenados caso a resolução fosse obtida para a fatoração de $2019 = 3 \cdot 673$ e para a fatoração de $2019 = 1 \cdot 2019$ com resultados estritamente positivos.

Alternativa C: incorreta. Essa seria a quantidade de pares ordenados caso a resolução fosse obtida apenas para a fatoração de $2019 = 3 \cdot 673$ ou apenas para a fatoração de $2019 = 1 \cdot 2019$.

Alternativa D: incorreta. Esse seria a quantidade de pares ordenados caso a resolução fosse obtida para a fatoração de $2019 = 3 \cdot 673$ e para a fatoração de $2019 = 1 \cdot 2019$ excluindo os pares de soluções estritamente positivos.

QUESTÃO 71

Uma placa de alumínio foi cortada em forma de losango para a confecção de um suporte lateral para livros. A figura a seguir apresenta algumas especificações desse corte.



Depois de cortada, a placa será dobrada sobre a linha pontilhada \overline{BD} de modo que os triângulos ABD e CBD fiquem perpendiculares um ao outro, formando um diedro reto.

Considerando que $\sqrt{2} \cong 1,4$ e $\sqrt{3} \cong 1,7$, após a placa ser dobrada, a distância entre os vértices A e C será igual a, aproximadamente,

- A** 14 cm.
- B** 17 cm.
- C** 20 cm.
- D** 24 cm.
- E** 34 cm.

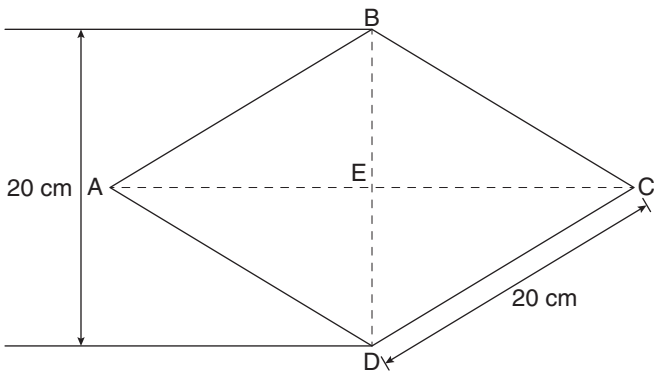
GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 6

Traçando a diagonal \overline{AC} do losango e obtendo o ponto E na interseção das diagonais, observa-se que os segmentos \overline{AE} e \overline{CE} são alturas de triângulos equiláteros com 20 cm de lado, conforme mostrado a seguir.



Portanto:

$$AE = CE = \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{2} = 10 \cdot \sqrt{3} \cong 10 \cdot 1,7 = 17 \text{ cm}$$

Depois que a placa é dobrada, os pontos A , E e C determinam um triângulo retângulo de hipotenusa \overline{AC} . Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo AEC , tem-se:

$$AC^2 = (17)^2 + (17)^2 = 2 \cdot (17)^2$$

$$AC = \sqrt{2} \cdot 17 \cong 1,4 \cdot 17 = 23,8 \cong 24 \text{ cm}$$

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter considerado, equivocadamente, que a placa foi dobrada sobre o segmento \overline{AC} ; em seguida, calculou-se a distância entre os vértices B e D :

$$BD^2 = 10^2 + 10^2$$

$$BD = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$BD \cong 14 \text{ cm}$$

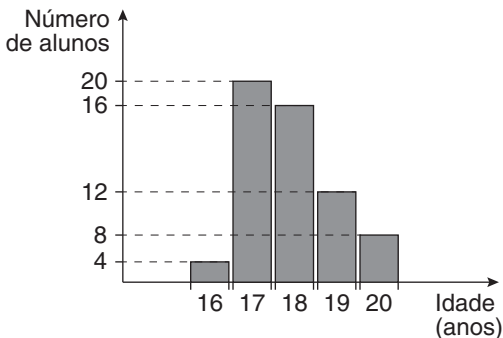
Alternativa B: incorreta. Esse é o valor aproximado dos catetos do triângulo retângulo ACE determinado pela dobra da placa.

Alternativa C: incorreta. Esse é o valor dos lados do losango formado pela placa, bem como de sua menor diagonal.

Alternativa E: incorreta. Esse é o valor aproximado do segmento \overline{AC} antes de a placa ser dobrada.

QUESTÃO 72

O gráfico a seguir apresenta as idades dos alunos de determinada turma de um curso de Programação para iniciantes.



A moda das idades dos alunos dessa turma é igual a

- A** 16.
- B** 17.
- C** 18.
- D** 19.
- E** 20.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 7

Habilidade: 28

De acordo com a análise do gráfico, conclui-se que a maioria dos alunos dessa turma possui 17 anos e, portanto, a moda é igual a 17.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter considerado a moda como correspondente à frequência do valor médio entre as idades disponíveis, o qual é igual a 18.

Alternativa C: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter considerado a moda como correspondente à média ponderada das idades dos alunos da turma. Pode-se ainda ter confundido os conceitos de moda e mediana, pois esta também é igual a 18.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter feito a divisão do número total de alunos (60) pela quantidade de idades distintas (5) e, em seguida, associado o conceito de moda à idade correspondente ao valor obtido dessa divisão $\left(\frac{60}{5} = 12 \Rightarrow \text{idade correspondente: } 19\right)$.

Alternativa E: incorreta. Pode-se ter descoberto a idade correspondente à moda (17); porém, equivocadamente, assinalou-se o valor correspondente à sua frequência (20).

QUESTÃO 73

O proprietário de uma empresa, a fim de otimizar seu faturamento, resolveu contratar um matemático para entender melhor o comportamento de suas vendas e a relação destas com seus preços. Após acompanhar as vendas durante um ano, o matemático constatou que a quantidade mensal vendida Q do principal produto da empresa, em milhares de unidades, relaciona-se com seu preço unitário P , em reais e em determinado intervalo, de acordo com a seguinte relação:

$$Q = 2 + 8 \cdot (0,7)^{3P}$$

Qual a relação que fornece o preço unitário P em função da quantidade vendida Q ?

- A** $P = \frac{\log\left[\frac{(Q-2)}{8}\right]}{3 \cdot \log(0,7)}$
- B** $P = \frac{\left[\log\left(Q - \frac{2}{8}\right)\right]}{3 \cdot \log(0,7)}$
- C** $P = \log\left[\frac{(Q-2)}{8} - 2,1\right]$
- D** $P = \log\left[\frac{(Q-2)}{8} - (0,7)^3\right]$
- E** $P = \log\left[\left(Q - \frac{2}{8}\right) - (0,7)^3\right]$

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 19

Do enunciado, tem-se:

$$Q = 2 + 8 \cdot (0,7)^{3P}$$

$$\frac{(Q-2)}{8} = (0,7)^{3P}$$

Aplicando log na base 10 em ambos os membros da equação, tem-se:

$$\log\left[\frac{(Q-2)}{8}\right] = \log\left[(0,7)^{3P}\right]$$

$$\log\left[\frac{(Q-2)}{8}\right] = 3P \cdot \log(0,7)$$

$$P = \frac{\log\left[\frac{(Q-2)}{8}\right]}{3 \cdot \log(0,7)}$$

Alternativa B: incorreta. Pode-se ter errado nos primeiros passos da resolução e passado o 8 dividindo apenas o 2, em vez de $Q - 2$.

Alternativas C, D e E: incorretas. Pode-se ter errado no último passo da resolução, transformando, equivocadamente, a divisão de logaritmos em um log da subtração dos logaritmandos.

QUESTÃO 74

O volume do porta-malas de um veículo é regulado pela norma internacional ISO 3832. Francisco Satkunas, engenheiro da SAE Brasil, explica que, para calcular esse volume, o departamento de engenharia de uma montadora coloca o máximo de paralelepípedos de madeira ou de isopor de tamanho $20 \times 10 \times 5$ cm no porta-malas. Cada um deles possui volume equivalente a 1 dm^3 ou 1 litro. Enche-se o espaço de carga até conseguir fechar o porta-malas sem problemas. Contando-se os paralelepípedos colocados, tem-se, assim, o volume oficial do porta-malas em litros.

Disponível em: <https://quatorrodas.abril.com.br/auto-servico/como-e-calculado-o-volume-de-um-porta-malas/>. Acesso em: 5 nov. 2018.

Sabe-se que o cubo é um sólido cujas arestas têm medidas iguais. Suponha que o porta-malas com 440 litros de um carro seja preenchido com cubos de aresta igual a 20 cm. Assim, a quantidade máxima de cubos que caberiam no porta-malas desse carro é igual a

- A** 22. **D** 73.
B 44. **E** 88.
C 55.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 3

Habilidade: 11

Se o cubo tem aresta igual a 20 cm, o seu volume é:

$$V = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 8\,000 \text{ cm}^3 = 8 \text{ dm}^3 = 8 \text{ L}$$

Assim, se o porta-malas tem 440 litros, cabem $\frac{440}{8} = 55$ cubos nele.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, o volume do porta-malas em litros foi dividido pela medida da aresta do cubo (20 cm).

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, o volume do porta-malas em litros foi dividido pela medida de uma das dimensões do sólido citado na reportagem (10 cm).

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, o volume do porta-malas em litros foi dividido pela quantidade de faces do cubo (6).

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, o volume do porta-malas em litros foi dividido pela medida de uma das dimensões do sólido citado na reportagem (5 cm).

QUESTÃO 75

Um comerciante resolveu registrar o número de vendas de determinado produto em cada mês do ano anterior. Os resultados encontrados por ele estão descritos a seguir.

Janeiro	21
Fevereiro	24
Março	20
Abril	23
Maio	22
Junho	22
Julho	18
Agosto	17
Setembro	16
Outubro	17
Novembro	16
Dezembro	18

Calculando a média aritmética, a moda e a mediana das vendas mensais feitas pelo comerciante, tem-se, para esse caso, que a

- A** mediana é maior do que a média aritmética.
- B** mediana é um número decimal.
- C** média aritmética é maior do que a mediana.
- D** média aritmética é um número inteiro.
- E** moda não existe.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 7

Habilidade: 27

Cálculo da média aritmética:

$$\begin{aligned} \text{Média} &= \frac{21 + 24 + 20 + 23 + 22 + 22 + 18 + 17 + 16 + 17 + 16 + 18}{12} = \\ &= \frac{234}{12} = 19,5 \end{aligned}$$

Moda:

16, 17, 18 e 22

Cálculo da mediana:

Rol: 16; 16; 17; 17; 18; 18; 20; 21; 22; 22; 23; 24

$$\text{Mediana} = \frac{(18 + 20)}{2}$$

Mediana = 19

Portanto, a média aritmética é maior do que a mediana.

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter somado as vendas de 11 meses apenas, em vez de 12 meses.

Alternativa B: incorreta. Pode-se ter errado o cálculo da média dos valores centrais da mediana, calculando $\frac{(17 + 18)}{2}$ ou $\frac{(20 + 21)}{2}$.

Alternativa D: incorreta. Pode-se ter confundido o cálculo da média aritmética com o cálculo da mediana, o qual resulta em um número inteiro.

Alternativa E: incorreta. Pode-se ter confundido o conceito de moda, considerando que, para existir, ela deva ser única.

QUESTÃO 76

Três funcionários de uma loja de materiais de construção precisavam transportar 195 latas de tinta. Para isso, o primeiro transportou 3 latas de tinta por vez, o segundo transportou 4 latas de tinta por vez, e o terceiro transportou 6 latas de tinta por vez.

Considerando que todos fizeram o mesmo número de viagens e que 1 viagem = 1 ida + 1 volta, o total de viagens realizadas por cada funcionário foi igual a

- A** 12.
- B** 13.
- C** 15.
- D** 30.
- E** 65.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 3

Em uma viagem, os três carregam, conjuntamente, $3 + 4 + 6 = 13$ latas de tinta. Assim, o número total de viagens é igual a $\frac{195}{13} = 15$.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter calculado o mmc entre 3, 4 e 6.

Alternativa B: incorreta. Esse valor corresponde à soma do número de latas de tinta que os três funcionários carregavam juntos a cada viagem.

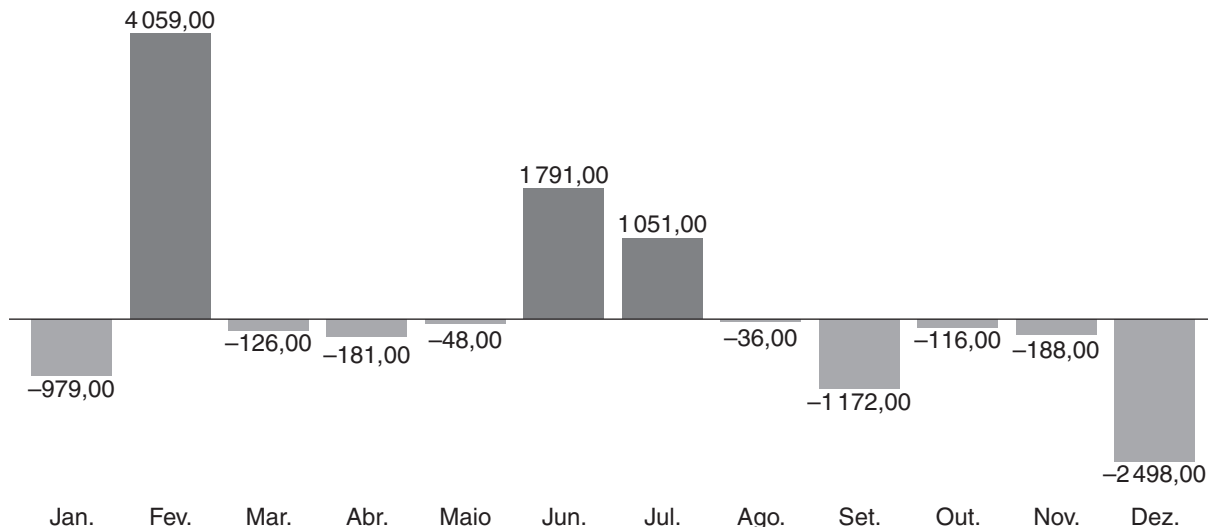
Alternativa D: incorreta. O valor considera o trajeto de ida e volta como correspondente a 2 viagens.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter considerado o número de viagens que teriam sido feitas pelo funcionário que carregou 3 latas por vez, caso ele fizesse o transporte das latas sozinho.

QUESTÃO 77

Um empresário decidiu fazer um gráfico em barras para organizar melhor a sua vida financeira. O gráfico a seguir demonstra, em reais, o saldo disponível em sua conta bancária ao final de cada mês do ano anterior.

Resultado mensal



De acordo com as informações apresentadas no gráfico, o empresário

- A** possuía R\$ 1 557,00 em sua conta no final de dezembro.
- B** pode ter gastado mais do que R\$ 4 185,00 no mês de março.
- C** obteve saldo positivo em sua conta somente nos meses de junho e julho.
- D** terminou o mês de julho com R\$ 2 842,00 em sua conta.
- E** terminou o ano precisando de R\$ 5 344,00 para zerar seu saldo.

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 6

Habilidade: 24

Como o gráfico de barras apresenta apenas o saldo disponível na conta ao final de cada mês, não há como saber exatamente quais foram os depósitos e débitos feitos na conta no decorrer de cada mês. Tomando como exemplo o mês de março, citado na alternativa, apesar de a diferença entre os valores indicados nas barras de fevereiro e março ser igual a R\$ 4 185,00, esse número nada diz sobre as transações que ocorreram entre o final de fevereiro e o final de março. Seria possível, por exemplo, que um único depósito no valor de R\$ 30 000,00 tivesse sido feito no dia 1º de março e que, até o dia 31 do mesmo mês, R\$ 34 185,00 tivessem sido debitados da conta, resultando, no final do mês de março, em um saldo negativo de R\$ 126,00. Portanto, é possível que o empresário tenha gastado mais do que R\$ 4 185,00 no mês de março.

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter considerado que o empresário iniciou o ano com saldo igual a zero e que os valores de cada mês representam o quanto de dinheiro entrou ou saiu da conta, e não o valor em reais disponível ao final de cada mês.

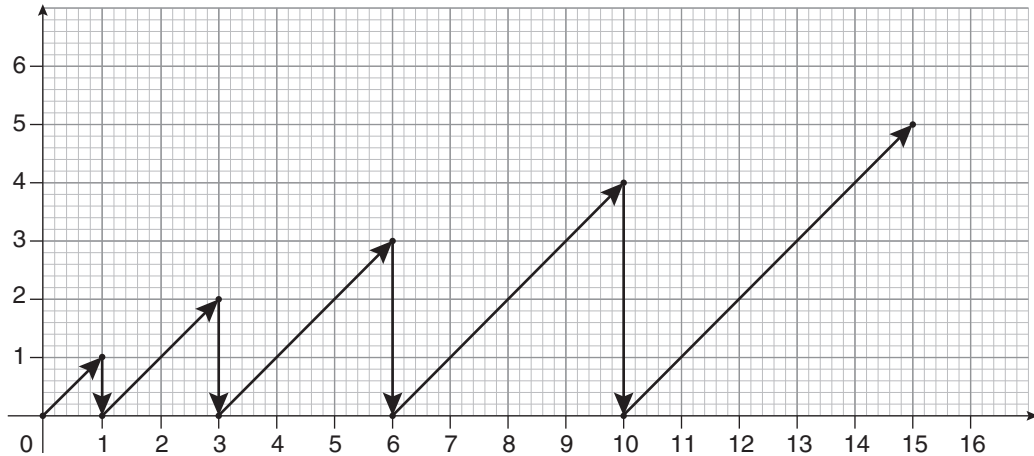
Alternativa C: incorreta. O empresário obteve saldo positivo também em fevereiro (R\$ 4 059,00), e não apenas em junho e julho.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, efetuou-se a soma dos saldos relativos aos meses de junho e julho, obtendo-se R\$ 2 842,00. No entanto, cada barra do gráfico indica o saldo disponível na conta do empresário ao final daquele mês. Portanto, o empresário terminou o mês de julho com R\$ 1 051,00.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, efetuou-se a soma de todos os saldos negativos apresentados ao longo do ano. Contudo, para zerar o saldo apresentado em dezembro, seriam necessários R\$ 2 498,00.

QUESTÃO 78

Um robô está programado para se deslocar em um plano cartesiano por meio de movimentos retilíneos. Durante um teste, o robô parte do ponto $(0, 0)$ e percorre, sucessivamente e em forma de zigue-zague, os pontos $(1, 1)$, $(1, 0)$, $(3, 2)$, $(3, 0)$, $(6, 3)$, $(6, 0)$, $(10, 4)$, mantendo o padrão apresentado no gráfico a seguir, cuja unidade de medida dos eixos está em metros.



As coordenadas do ponto em que o robô chegará após se deslocar $55(1 + \sqrt{2})$ m são

- A $(55, 55)$. C $(10, 55)$. E $(55, 0)$.
 B $(55, 10)$. D $(15, 5)$.

GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 6

Nota-se que os percursos verticais vão aumentando de 1 em 1 metro. Logo, sendo n o número de percursos verticais inteiros feitos pelo robô, tem-se:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = 55$$

Percebe-se que, somando os valores de 1 em 1 até o número 9, tem-se um resultado igual a 45. Portanto, $n = 10$.

Já os percursos em diagonal estão em uma progressão aritmética de razão $\sqrt{2}$. Nota-se, portanto, que $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \dots + 10\sqrt{2} = 55\sqrt{2}$. Assim, há dez trajetos completos em diagonal. Com isso, o deslocamento horizontal total será de $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ m.

No ponto final da trajetória, o robô terá acabado de voltar pela décima vez ao eixo x , e suas coordenadas serão $(55, 0)$.

Alternativa A: incorreta. Esse ponto considera que a abscissa do ponto final é igual à sua ordenada.

Alternativa B: incorreta. Essas seriam as coordenadas caso o robô terminasse no ponto final de um movimento diagonal imediatamente anterior ao último movimento vertical.

Alternativa C: incorreta. Essas seriam as coordenadas caso o robô terminasse no ponto final de um movimento diagonal imediatamente anterior ao último movimento vertical, porém invertendo-se equivocadamente abscissas e ordenadas.

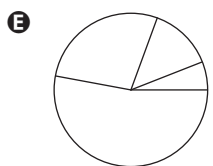
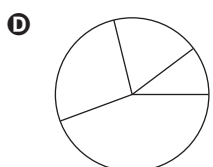
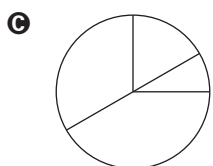
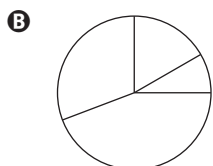
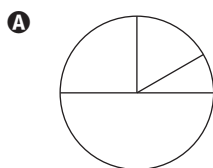
Alternativa D: incorreta. Esse é o ponto final da trajetória indicada na figura do enunciado.

QUESTÃO 79

Os irmãos Ana, Beto, Carlos e Diana dividiram uma *pizza* circular em quatro pedaços desiguais.

- Ana recebeu um pedaço equivalente ao dobro do pedaço de Beto;
- Beto recebeu um pedaço equivalente ao dobro do pedaço de Carlos;
- Carlos recebeu um pedaço equivalente ao dobro do pedaço de Diana.

Sabe-se que todos os cortes foram feitos na direção do centro da *pizza* e que não sobrou nenhum pedaço. Assim, a divisão dessa *pizza* está melhor representada em:



GABARITO: E

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 7

Seja α a medida, em graus, do ângulo correspondente ao pedaço de Diana, os ângulos correspondentes aos pedaços de seus irmãos foram: Carlos = 2α , Beto = 4α e Ana = 8α . Assim, tem-se:

$$\alpha + 2\alpha + 4\alpha + 8\alpha = 360^\circ$$

$$15\alpha = 360^\circ$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{15}$$

$$\alpha = 24^\circ$$

Logo, os ângulos correspondentes aos pedaços dos irmãos de Diana medem:

$$\text{Carlos} = 2 \cdot 24^\circ = 48^\circ$$

$$\text{Beto} = 4 \cdot 24^\circ = 96^\circ$$

$$\text{Ana} = 8 \cdot 24^\circ = 192^\circ$$

Como a alternativa E é a única que apresenta uma imagem com um setor maior que 180° – além de outros três setores que representam as proporções calculadas anteriormente –, ela é a que melhor representa a divisão correta da *pizza*.

Alternativa A: incorreta. Essa divisão apresenta dois setores que somam 90° , um setor com 180° e nenhum setor maior que 180° .

Alternativa B: incorreta. Essa divisão apresenta dois setores que somam 90° e nenhum setor maior que 180° .

Alternativa C: incorreta. Essa divisão apresenta dois setores que somam 180° e nenhum setor maior que 180° .

Alternativa D: incorreta. Essa divisão apresenta dois setores menores que somam mais que 90° e nenhum setor maior que 180° .

QUESTÃO 80

Dois cavalos estão à venda e seus preços foram avaliados como diretamente proporcionais às suas forças e inversamente proporcionais às suas idades. O primeiro cavalo tem 5 anos e 8 meses, o segundo tem 7 anos e 6 meses, e a força do primeiro está para a força do segundo assim como 3 está para 4,5.

Qual o preço do primeiro cavalo se o segundo foi vendido por R\$ 918 000,00?

- A** R\$ 462 400,00. **D** R\$ 1 040 400,00.
B R\$ 612 000,00. **E** R\$ 1 822 500,00.
C R\$ 810 000,00.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 4

Habilidade: 16

Chamando de P o preço do primeiro cavalo e sabendo que grandezas diretamente proporcionais mantêm a ordem nas frações e grandezas inversamente proporcionais invertem a ordem nas frações, pode-se montar a seguinte regra de três:

$$\frac{P}{918\,000} = \frac{3}{4,5} \cdot \frac{90}{68} \Rightarrow P = 810\,000$$

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a idade do cavalo como diretamente proporcional ao seu preço.

Alternativa B: incorreta. Equivocadamente, esqueceu-se de considerar a idade dos cavalos no cálculo do preço, o que levaria ao seguinte raciocínio:

$$\frac{P}{918\,000} = \frac{3}{4,5} = 612\,000$$

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, considerou-se a força como inversamente proporcional ao valor e a idade como diretamente proporcional ao valor, o que levaria ao seguinte raciocínio:

$$\frac{P}{918\,000} = \frac{4,5}{3} \cdot \frac{68}{90} = 1\,040\,400$$

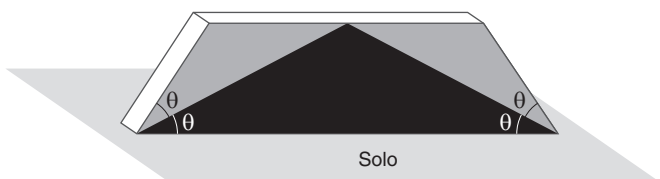
Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, no cálculo do preço, consideraram-se tanto a força quanto a idade como inversamente proporcionais ao valor, o que levaria ao seguinte raciocínio:

$$\frac{P}{918\,000} = \frac{4,5}{3} \cdot \frac{90}{68} = 1\,822\,500$$

QUESTÃO 81

Produzidos em diversos tamanhos, os blocos de concreto são bastante utilizados na demarcação de vias e na delimitação de áreas de circulação de veículos, auxiliando na organização e na segurança do trânsito.

Um bloco de concreto com 30 cm de espessura e em forma de trapézio isósceles, cujas bases medem 2,1 m e 1,6 m, recebeu uma pintura especial para facilitar a sua visualização em um estacionamento. Para tanto, em uma de suas faces trapezoidais, foi pintado um triângulo isósceles preto, cujos lados congruentes correspondem às bissetrizes dos ângulos da base do trapézio, conforme mostrado a seguir.



Além disso, as faces retangulares desse bloco de concreto foram pintadas de branco, com exceção da maior delas, que não recebeu pintura por estar em contato direto com o solo.

A área do bloco de concreto que foi pintada de branco é de, aproximadamente,

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| A 0,5 m ² . | D 1,6 m ² . |
| B 0,7 m ² . | E 1,8 m ² . |
| C 1,0 m ² . | |

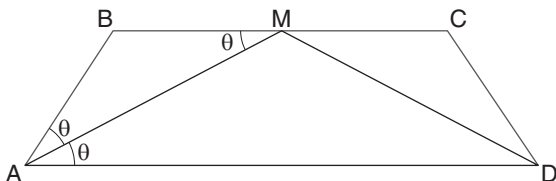
GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 8

Sendo M o ponto médio da base menor do trapézio ABCD na figura, pode-se observar a congruência entre os ângulos $\widehat{D\hat{A}M}$ e $\widehat{A\hat{M}B}$, visto que são ângulos alternos internos compreendidos entre as bases paralelas do trapézio.



Logo, o triângulo ABM é isósceles, assim como o triângulo CDM.

Portanto: $AB = CD = \frac{BC}{2} = \frac{1,6}{2} = 0,8\text{m}$.

As faces retangulares visíveis desse bloco são 3 retângulos com 0,3 m de largura, sendo que dois deles têm 0,8 m de comprimento, e o outro, 1,6 m de comprimento. Portanto, suas áreas valem:

$$A_1 = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24 \text{ m}^2$$

$$A_3 = 1,6 \cdot 0,3 = 0,48 \text{ m}^2$$

Logo, a área pintada de branco mede:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0,24 + 0,24 + 0,48 = 0,96 \text{ m}^2 \cong 1 \text{ m}^2$$

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter deixado de considerar os dois retângulos menores visíveis, calculando apenas a área do maior deles ($0,3 \cdot 1,6$).

Alternativa B: incorreta. Pode-se chegar a esse resultado se apenas uma das faces menores do prisma não for considerada no momento de encontrar a área total a ser pintada de branco: $0,24 + 0,48 = 0,72 \text{ m}^2$.

Alternativa D: incorreta. Pode-se chegar a esse resultado se a face inferior do bloco também for considerada: $A_4 = 2,1 \cdot 0,3 = 0,63 \text{ m}^2$. Assim, $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \cong 1,6 \text{ m}^2$. Contudo, a face inferior do bloco de concreto não é visível e, portanto, deve ser desconsiderada.

Alternativa E: incorreta. Pode-se ter apenas calculado o valor da base média do trapézio que representa umas das faces do bloco: $\frac{1,6 + 2,1}{2} = 1,8$.

QUESTÃO 82

Em determinado país, a moeda nacional é o zu, e as pessoas com ganhos de até 42 249,99 zu anuais estão isentas do pagamento de imposto de renda. A partir de 42 250,00 zu anuais, o imposto cresce de forma linear ($y = ax + b$, em que y é o imposto devido, e x o montante anual recebido) com o aumento da receita, sendo calculado a partir de uma taxa fixa somada a uma taxa percentual única que incide sobre o ganho anual. Com isso, por exemplo, uma pessoa com rendimentos anuais de exatamente 56 250,00 zu deve pagar 3 150,00 zu de imposto.

Um cidadão desse país tem um ganho anual de 57 010,00 zu e iria pagar um imposto de 3 321,00 zu em sua declaração de imposto de renda; contudo, pouco antes de enviar sua declaração para o governo, lembrou-se de um documento tributável extra que deveria ser incluído na declaração. Assim, ao efetuar a correção, o montante da renda anual cresceu em 1 000 zu.

Após o ajuste na declaração, o valor do imposto a ser pago deve ser acrescido de

- A** 100 zu.
- B** 200 zu.
- C** 225 zu.
- D** 450 zu.
- E** 600 zu.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 21

1ª resolução

Como o crescimento do imposto é linear, pode ser modelado por uma função do tipo $f(x) = ax + b$, sendo x o montante anual recebido e $f(x)$ o imposto de renda devido.

Pelos dados do enunciado, têm-se os pares ordenados (56 250, 3 150) e (57 010, 3 321). Substituindo esses valores na função geral, tem-se:

$$3\ 150 = 56\ 250a + b$$

$$3\ 321 = 57\ 010a + b$$

Resolvendo o sistema, chega-se em $a = 0,225$ e $b = -9\ 506,25$ e, com isso, o imposto pode ser modelado por $f(x) = 0,225x - 9\ 506,25$.

Agora, sejam m e n os montantes antes e depois da correção da declaração, respectivamente, e sejam y_1 e y_2 os impostos devidos antes e depois da correção, respectivamente. Sabe-se que $n = m + 1\ 000$ e, também, que:

$$y_1 = 0,225m - 9\ 506,25$$

$$y_2 = 0,225n - 9\ 506,25$$

Substituindo as equações, tem-se:

$$y_2 = 0,225(m + 1\ 000) - 9\ 506,25$$

$$y_2 = 0,225m + 225 - 9\ 506,25$$

$$y_2 = (0,225m - 9\ 506,25) + 225$$

$$y_2 = y_1 + 225$$

Portanto, o imposto será acrescido de 225 zu.

2ª resolução

Alternativamente, como o crescimento do imposto devido é linear, a variação na renda é diretamente proporcional à variação do imposto devido. Assim, sendo x o imposto devido, tem-se:

$$\frac{x}{1\ 000} = \frac{(3\ 321 - 3\ 150)}{(57\ 010 - 56\ 250)}$$

$$\frac{x}{1\ 000} = \frac{171}{760}$$

$$x = 225$$

Alternativa A: incorreta. Considerou-se que o imposto devido seria acrescido de um valor que corresponde a 10% do aumento na renda anual.

Alternativa B: incorreta. Considerou-se que o imposto devido seria acrescido de um valor que corresponde a 20% do aumento na renda anual.

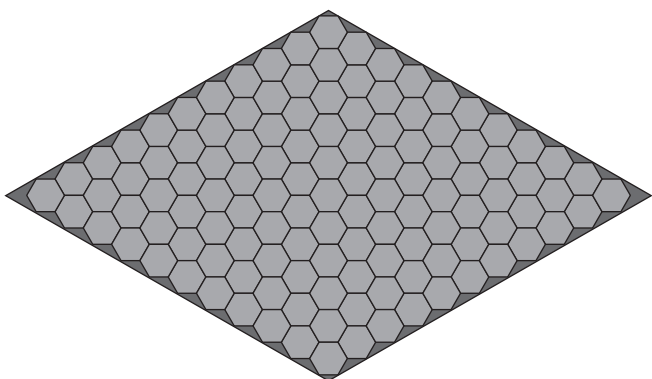
Alternativa D: incorreta. Considerou-se que o imposto devido seria acrescido de um valor que corresponde a 45% do aumento na renda anual.

Alternativa E: incorreta. Considerou-se que o imposto devido seria acrescido de um valor que corresponde a 60% do aumento na renda anual.

QUESTÃO 83

Inventado por Piet Hein e John Nash, o Polygon, ou Hex, é um jogo de tabuleiro que possui a forma de um losango composto de casas hexagonais regulares. Há muitas versões para o jogo, que diferem em relação ao número de casas do tabuleiro, iniciando pela 5×5 . As versões mais populares são a 11×11 , 13×13 e 19×19 , embora o matemático norte-americano John Nash defendesse a versão 14×14 como sendo a ideal.

A figura a seguir mostra um tabuleiro de Hex na versão 11×11 .



Um marceneiro possui um modelo desse tabuleiro 11×11 em que cada casa hexagonal tem 3 cm de lado e cada lado da moldura em forma de losango mede 60 cm. Ele deseja construir outro tabuleiro, semelhante ao primeiro, com casas hexagonais de apenas 2 cm de lado, mas na versão defendida pelo matemático norte-americano. Para isso, o marceneiro deve escolher, entre as opções a seguir, uma única ripa de madeira para confeccionar o losango que emoldura o tabuleiro.

- Imbuia com 3,10 m.
- Mogno com 2,80 m.
- Carvalho com 2,20 m.
- Cerejeira com 1,60 m.
- Peroba com 0,60 m.

Se a ripa escolhida precisa ter o menor comprimento possível, ela deve ser de

- A** carvalho.
- B** cerejeira.
- C** imbuia.
- D** mogno.
- E** peroba.

GABARITO: A

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 9

Para determinar a razão de semelhança entre os tabuleiros, deve-se considerar que a razão entre os comprimentos dos lados dos hexágonos da versão do jogo que o marceneiro deseja construir e da versão do jogo que ele possui é de $\frac{2}{3}$.

Como a versão 14×14 é a defendida por John Nash, e a versão que o marceneiro possui é a 11×11 , pode-se concluir que os lados da moldura em forma de losango devem ter, cada um, comprimento de: $\frac{2}{3} \cdot \frac{14}{11} \cdot 60 \text{ cm} \cong 50,91 \text{ cm}$.

Assim, o comprimento total da moldura será de, aproximadamente, $4 \cdot 50,91 \text{ cm} = 203,64 \text{ cm} \cong 2,04 \text{ m}$ e, portanto, o marceneiro deverá escolher a ripa de carvalho para confeccionar a moldura.

Alternativa B: incorreta. Pode-se chegar a esse resultado se a diferença entre as versões dos tabuleiros $\left(\frac{14}{11}\right)$ for desprezada na resolução.

Alternativa C: incorreta. Pode-se chegar a esse resultado se a razão entre os comprimentos dos lados das casas hexagonais dos tabuleiros $\left(\frac{2}{3}\right)$ for desprezada na resolução.

Alternativa D: incorreta. Embora o comprimento da ripa de mogno seja suficiente para a produção da moldura, esse não é o menor comprimento disponível e suficiente, como solicita o enunciado.

Alternativa E: incorreta. Pode-se chegar a esse resultado encontrando o valor do lado do losango (50,91 cm), mas esquecendo-se de multiplicá-lo por 4 para encontrar o perímetro da moldura.

QUESTÃO 84

A Estação Meteorológica do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo (IAG/USP) disponibiliza anualmente um boletim climatológico elaborado a partir da coleta de dados em sua estação. A tabela a seguir apresenta as menores temperaturas mínimas registradas ao longo do ano de 2017.

Data	Temperatura mínima diária (°C)
11/06/2017	5,6
05/07/2017	6,5
10/06/2017	6,9
18/07/2017	7,2
19/07/2017	7,2
04/07/2017	7,9
07/08/2017	8,7
06/08/2017	8,9
01/08/2017	9,1
07/07/2017	9,3

Seção Técnica de Serviços Meteorológicos – Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo. Disponível em: <<http://www.estacao.iag.usp.br/>>. Acesso em: 5 nov. 2018.

Ao escolher, aleatoriamente, uma das medições apresentadas na tabela, qual a probabilidade de que ela tenha ocorrido no mês de julho e que aponte uma temperatura superior a 7 °C?

- A** 10%
- B** 40%
- C** 50%
- D** 70%
- E** 80%

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 7

Habilidade: 20

Note que 4 medições satisfazem a condição desejada. Assim, a probabilidade é calculada como a razão entre o número de medições que satisfazem a condição e o número total de medições:

$$P = \frac{4}{10} = 40\%$$

Alternativa A: incorreta. Essa é a probabilidade de que a medição tenha ocorrido no mês de julho e com temperatura inferior a 7 °C.

Alternativa C: incorreta. Essa é a probabilidade de que a medição tenha ocorrido no mês de julho, desconsiderando-se a temperatura.

Alternativa D: incorreta. Essa é a probabilidade de que a medição tenha temperatura superior a 7 °C, desconsiderando-se o mês.

Alternativa E: incorreta. Essa é a probabilidade de que a medição tenha temperatura superior a 7 °C, sabendo que ela foi registrada no mês de julho.

QUESTÃO 85

A fim de comemorar uma data especial, um casal resolveu viajar. Como a viagem foi planejada antecipadamente, a diária do hotel que reservaram saiu pelo valor de x reais por pessoa. Chegando ao hotel, no entanto, o casal foi informado de que, como eles ficariam um total de 8 dias, haviam ganhado um desconto especial de R\$ 30,00 por pessoa em cada uma das diárias. Fazendo as contas, então, o casal percebeu que, com esse desconto, o orçamento que haviam disponibilizado inicialmente para a acomodação seria exatamente o necessário para pagar a acomodação de ambos por mais dois dias.

Considerando que eles aceitaram o desconto do hotel e estenderam a estadia, o montante desembolsado pelo casal foi de

- A** R\$ 960,00.
- B** R\$ 1 200,00.
- C** R\$ 1 500,00.
- D** R\$ 2 400,00.
- E** R\$ 3 000,00.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 21

Observe o seguinte esquema, que representa as duas situações:

	Número de dias	Valor diário por pessoa	Valor total por pessoa
Antes do desconto	8	x	$8x$
Depois do desconto	10	$x - 30$	$10(x - 30)$

Sendo o orçamento para a acomodação suficiente exatamente para ambas as situações mencionadas no enunciado, tem-se a seguinte equação:

$$8x = 10(x - 30)$$

$$x = 150$$

Assim, o total pago por cada um nos 10 dias de acomodação foi $10(150 - 30) = \text{R\$ } 1\,200,00$. Logo, o montante desembolsado por ambos foi de R\$ 2 400,00.

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter calculado o gasto individual com apenas oito diárias em vez das dez.

Alternativa B: incorreta. Pode-se ter calculado o gasto individual com as dez diárias; porém, esqueceu-se de multiplicar o valor encontrado por 2, a fim de se obter o gasto total do casal.

Alternativa C: incorreta. Pode-se ter calculado o gasto individual com as dez diárias sem considerar o desconto dado em cada uma delas.

Alternativa E: incorreta. Pode-se ter calculado o gasto do casal com as dez diárias sem considerar o desconto dado em cada uma delas.

QUESTÃO 86

Um amante de corridas de rua que estava há muito tempo sem treinar estabeleceu para si mesmo a meta de correr todos os dias até que completasse uma distância total de 105 km percorridos. No primeiro dia, ele conseguiu correr 25 km. Contudo, por conta do desgaste físico acumulado, ele correu 22 km no segundo dia, 19 km no terceiro e assim continuou com essas reduções sucessivas e constantes até completar os 105 km percorridos, correndo diariamente sem exceção.

Quantos dias foram necessários para o corredor concluir a meta de 105 km percorridos?

- A** 5
- B** 6
- C** 10
- D** 15
- E** 35

GABARITO: B

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 2

Utilizando o termo geral da PA, tem-se:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = 25 + (n - 1) \cdot (-3)$$

$$a_n = -3n + 28$$

Utilizando a soma da PA, tem-se:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \Leftrightarrow 105 = \frac{(25 - 3n + 28) \cdot n}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 210 = 53n - 3n^2 \Leftrightarrow 3n^2 - 53n + 210 = 0$$

Portanto, $n = 6$ ou $n \cong 11,66$ (não convém, pois a meta já foi atingida no sexto dia).

Alternativa A: incorreta. Pode-se ter encontrado, partindo de 25 km, o número de reduções de 3 km na distância percorrida a cada dia até que o corredor tivesse alcançado a marca de 105 km percorridos.

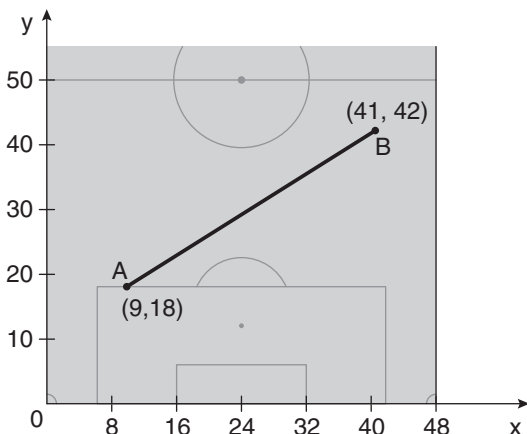
Alternativa C: incorreta. Provavelmente, descobriu-se o valor percorrido pelo corredor no dia em que foram completados os 105 km; porém, na verdade, a questão quer saber em qual dia essa marca foi alcançada.

Alternativa D: incorreta. Pode-se ter feito a decomposição do valor da distância percorrida (105) em fatores primos e, em seguida, somado esses fatores ($3 + 5 + 7 = 15$).

Alternativa E: incorreta. Pode-se ter simplesmente dividido o valor da distância total percorrida (105) pelo módulo da razão de redução das distâncias percorridas a cada dia (3).

QUESTÃO 87

Em um jogo de futebol, o zagueiro A faz um passe longo para o atacante B, conforme ilustrado no sistema de coordenadas xOy da figura a seguir, em que a unidade de medida nos eixos é o metro.



A extensão desse passe, em linha reta, foi de

- A** 24 m.
- B** 32 m.
- C** 40 m.
- D** 56 m.
- E** 82 m.

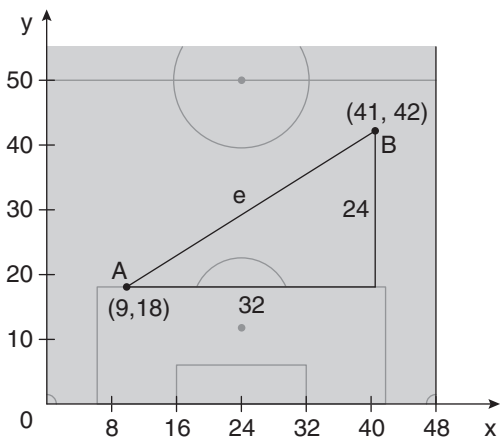
GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 2

Habilidade: 8

Seja e a extensão do passe. Observe que é possível montar um triângulo retângulo, conforme a figura a seguir.



Assim, pelo teorema de Pitágoras:

$$e^2 = 32^2 + 24^2$$

$$e = \sqrt{1\,600}$$

$$e = 40 \text{ m}$$

Alternativa A: incorreta. Esse é o deslocamento vertical do passe, paralelo ao eixo y .

Alternativa B: incorreta. Esse é o deslocamento horizontal do passe, paralelo ao eixo x .

Alternativa D: incorreta. Essa é a soma dos deslocamentos horizontal e vertical do passe.

Alternativa E: incorreta. Essa é a soma dos quadrados da diferença entre os valores x e y de cada ponto.

QUESTÃO 88

Calibrar pneu é uma tarefa tão simples que, muitas vezes, chega a ser esquecida pelo motorista. Entretanto, a calibragem garante segurança ao veículo, conforto aos passageiros e, ainda, reduz o consumo de combustível do veículo.

Guia Auto. Disponível em: <<https://guiaauto.bemmaisseguro.com/>>.
Acesso em: 25 out. 2018.

No Brasil, a maioria dos calibradores de pneus está programada para a calibragem na unidade libra-força por polegada quadrada (lbf/in^2), por influência dos padrões inglês e norte-americano. Entretanto, no Sistema Internacional de Unidades, a unidade mais utilizada para calibragem dos pneus é o kPa (quilopascal). Para valores de pressão, em kPa, contidos no intervalo que vai de 200 a 240, uma possível regra prática para a conversão de kPa para libra-força por polegada quadrada consiste em multiplicar a quantidade de kPa por 0,15 e, do resultado, subtrair 1.

Alguns modelos modernos de carros fornecem ao motorista, em tempo real, a informação sobre a calibragem dos pneus na unidade kPa. Suponha que, em determinado momento, o mostrador de calibragem dos pneus de um desses modelos apresenta, em kPa, os seguintes valores de pressão em cada um dos quatro pneus: 220, 232, 220 e 208.

De acordo com o manual desse veículo, a pressão ideal em cada pneu é de 32 libras-força por polegada quadrada. Assim, no momento em questão, a quantidade de pneus que não apresenta a pressão ideal, estando aquém ou além desta, é

- A** 0.
- B** 1.
- C** 2.
- D** 3.
- E** 4.

GABARITO: C

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 1

Habilidade: 3

Pela regra prática apresentada no texto, tem-se:

$$220 \cdot 0,15 - 1 = 32$$

$$232 \cdot 0,15 - 1 = 33,8$$

$$208 \cdot 0,15 - 1 = 30,2$$

Portanto, dois dos pneus não apresentam a pressão ideal naquele momento.

Alternativa A: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter subtraído 0,15 de 1 e multiplicado o resultado (0,85) pelos valores de pressão fornecidos em kPa, não atentando ao fato de que valores de pressão além daquela considerada ideal também devem ser desconsiderados.

Alternativa B: incorreta. Valores de pressão além daquela considerada ideal também devem ser considerados como não ideais.

Alternativa D: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter invertido a ordem das operações, subtraindo uma unidade dos valores de pressão em kPa antes de multiplicá-los por 0,15, considerando como não ideais apenas os valores obtidos além de 32 libras por polegada quadrada.

Alternativa E: incorreta. Equivocadamente, pode-se ter invertido a ordem das operações, subtraindo uma unidade dos valores de pressão em kPa antes de multiplicá-los por 0,15.

QUESTÃO 89

Em determinada loja de vestuário, a probabilidade de que um cliente compre uma peça após experimentá-la é de 40%.

Após experimentar quatro peças, a probabilidade de que o cliente compre pelo menos uma delas é de

- A** 40,00%.
- B** 52,48%.
- C** 69,12%.
- D** 87,04%.
- E** 97,44%.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 7

Habilidade: 28

A probabilidade de que o cliente não compre nenhuma peça é dada por:

$$P' = 60\% \cdot 60\% \cdot 60\% \cdot 60\% = 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,1296 = 12,96\%$$

Assim, a probabilidade de que o cliente leve pelo menos uma peça é dada por:

$$P = 100\% - 12,96\% = 87,04\%$$

Alternativa A: incorreta. Essa é a probabilidade de que o cliente compre uma peça após experimentá-la.

Alternativa B: incorreta. Essa é a probabilidade de que o cliente compre mais de uma peça.

Alternativa C: incorreta. Essa é a probabilidade de que o cliente compre uma ou duas peças.

Alternativa E: incorreta. Essa seria a probabilidade de que o cliente comprasse pelo menos uma peça caso a probabilidade de comprar alguma após experimentá-la fosse de 60%.

QUESTÃO 90

Para determinada pessoa em repouso, a vazão (em litros por segundo) da passagem do ar por suas vias respiratórias durante um ciclo respiratório, cuja duração é definida como o intervalo de tempo entre o início de duas inspirações de ar sucessivas, é dada por $v(t) = 0,8 \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$, em que t é o tempo, em segundos. Define-se que valores positivos da vazão estão associados a instantes de inspiração, enquanto valores negativos estão associados a momentos de expiração.

Para essa pessoa em repouso, o número de ciclos respiratórios por minuto é de

- A** 0,8.
- B** 3.
- C** 6.
- D** 10.
- E** 20.

GABARITO: D

Matemática e suas Tecnologias

Competência: 5

Habilidade: 21

O período da função é dado por $P = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6$ s. Assim, há um ciclo a cada 6 segundos. Portanto, em um minuto, haverá $\frac{60}{6} = 10$ ciclos.

Alternativa A: incorreta. Esse valor corresponde à vazão máxima do ar durante o ciclo.

Alternativa B: incorreta. Essa seria a resposta caso o período fosse o denominador do coeficiente da variável t , considerando o número de ciclos como sendo igual ao período.

Alternativa C: incorreta. Esse valor corresponde ao período da função.

Alternativa E: incorreta. Caso sejam consideradas inspiração e expiração como dois ciclos distintos, encontra-se o dobro do número correto de ciclos por minuto.