EXERCÍCIOS DE REVISÃO II

1. O triângulo cujos lados medem 6 cm, 7 cm e 10 cm é classificado como

a) equilátero e retângulo.

b) escaleno e acutângulo.

c) isósceles e acutângulo.

d) escaleno e obtusângulo.

2. Do vértice A traçam-se as alturas do paralelogramo ABCD. Sabendo-se que essas alturas dividem o ângulo interno do vértice A em três partes iguais, quanto mede o maior ângulo interno desse paralelogramo?

a) 120°

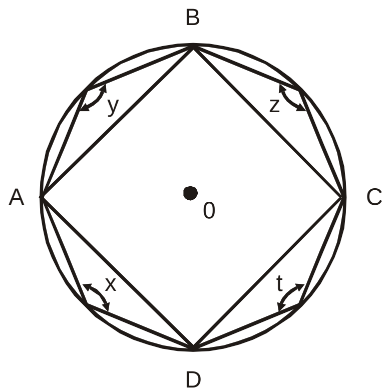
b) 135°

c) 150°

d) 165°

e) 175°

3. Na figura abaixo, o quadrilátero ABCD é inscritível no círculo de centro O. A soma dos quatro ângulos inscritos $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$ e $\hat{t}$, vale:



a) 180°

b) 540°

c) 360°

d) 450°

e) 1080°

4. Calcule o perímetro em centímetros de um trapézio isósceles cujas bases medem 10 cm e 8 cm, sabendo-se que as diagonais são as bissetrizes dos ângulos da base maior.

a) 36

b) 38

c) 34

d) 27

e) 30

5. Se θ é um ângulo tal que $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ e o dobro do seu seno é igual ao triplo do quadrado da sua tangente, então o valor do seu cosseno é

a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\frac{2}{3}$

6. O conjunto solução de $(tg^2x - 1)(1 - cotg^2x) = 4$, $x \neq k\pi/2$, $k \in Z$, é:

a) $\{\pi/3 + k\pi/4, k \in Z\}$

b) $\{\pi/4 + k\pi/4, k \in Z\}$

c) $\{\pi/6 + k\pi/4, k \in Z\}$

d) $\{\pi/8 + k\pi/4, k \in Z\}$

e) $\{\pi/12 + k\pi/4, k \in Z\}$

7. Se $\operatorname{sen}x + \cos x = \frac{1}{5}$ e $0 \leq x \leq \pi$, então $\operatorname{tg}x$ vale:

a) $-\frac{4}{3}$

b) $-\frac{3}{4}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{4}{3}$

e) $-\sqrt{3}$

8. (EFOMM 2010) Um triângulo isósceles ABC, com lados $AB = AC$ e base BC, possui a medida da altura relativa à base igual à medida da base acrescida de 2 metros. Sabendo que o perímetro do triângulo é igual a 36 metros, pode-se afirmar que sua base mede

a) 8 metros.

b) 9 metros.

c) 10 metros.

d) 11 metros.

e) 12 metros.

9. (ITA 2000) Considere a circunferência inscrita num triângulo isósceles com base de $6\,\text{cm}$ e altura de $4\,\text{cm}$. Seja t a reta tangente a esta circunferência e paralela à base do triângulo. O segmento de t compreendido entre os lados do triângulo mede

a) 1 cm

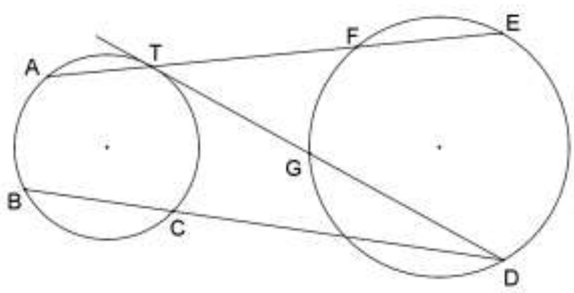
b) 1,5 cm

c) 2 cm

d) 2,5 cm

e) 3 cm

10. Na figura $AB = BC = 80^\circ$, $FG = 30^\circ$ e $B\hat{D}G = 20^\circ$. Calcule o arco menor ED, se T é um ponto de tangência.



a) 92°

b) 110°

c) 115°

d) 120°

e) 130°

11. Os ângulos de um polígono convexo de gênero n são $\alpha, 2\alpha, 3\alpha, \ldots, n\alpha$. A quantidade de possíveis valores de n é:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

12. Os lados de um triângulo medem $\overline{AB}$ = 40, $\overline{AC}$ = 50 e $\overline{BC}$ = 60. Sendo D a interseção da bissetriz interna do ângulo B com o lado $\overline{AC}$, a área do triângulo ABD é:

a) $225\sqrt{7}$

b) $\frac{375}{2}\sqrt{7}$

c) $150\sqrt{7}$

d) $125\sqrt{7}$

e) $75\sqrt{7}$

13. O ponto P é interior ao quadrado ABCD. Se $PA = \sqrt{2}$, $PB = 1$ e $PC = 2$, o lado do quadrado mede:

a) $2\sqrt{2}$

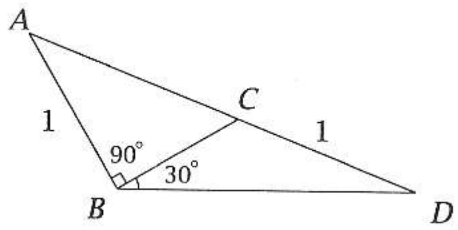
b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

c) $\sqrt{5}$

d) $\sqrt{6}$

e) $\sqrt{7}$

14. Na figura abaixo, os segmentos AB e CD têm comprimento 1, enquanto os ângulos $A\hat{B}C$ e $C\hat{B}D$ medem 90º e 30º, respectivamente. A medida do segmento AC é:



a) $\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{2}$

c) $\sqrt{3}$

d) $\sqrt[3]{3}$

e) 2

15. Em um círculo de centro O e raio igual a 1 seja AB uma corda de comprimento igual a 1 e M o ponto médio desta corda. Se P é o pé da perpendicular baixada de M ao raio AO, a área do triângulo $\triangle MAP$ é igual a:

a) $\frac{\sqrt{3}}{32}$

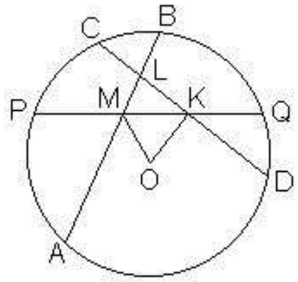
b) $\frac{\sqrt{3}}{16}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

16. Em um círculo de centro O, são traçadas três cordas AB, CD e PQ de mesma medida, conforme mostrado na figura abaixo. A razão entre as medidas dos ângulos $M\hat{O}K$ e $B\hat{L}D$ é igual a:



a) 1:5

b) 1:4

c) 1:3

d) 1:2

e) 2:3

17. Seja AD uma mediana do triângulo ABC. O ângulo $A\hat{C}B$ mede 30° e o ângulo $A\hat{D}B$ mede 45°. A medida do ângulo $B\hat{A}D$ é igual a:

a) 45°

b) 30°

c) 25°

d) 20°

e) 15°

18. Em um quadrado $ABCD$ de lado unitário, tomam-se os pontos P e Q sobre os lados AB e AD respectivamente de modo que o perímetro do triângulo APQ seja igual a 2. A medida do ângulo $P\hat{C}Q$ é igual a:

a) 30°

b) 45°

c) 60°

d) $67,5^\circ$

e) 75°

GABARITO

1.

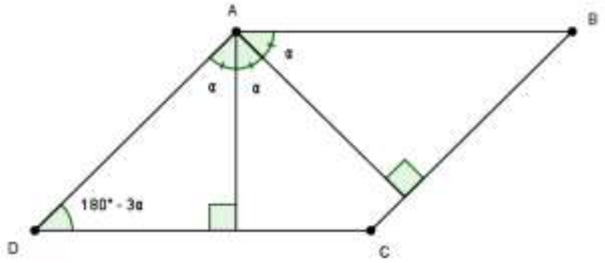
RESPOSTA: D

Como os três lados são diferentes o triângulo é escaleno.

Como $10^2 > 6^2 + 7^2$, então o triângulo é obtusângulo.

2.

RESPOSTA: B



$180° - 3\alpha + \alpha = 90° \Leftrightarrow \alpha = 45°$

O maior ângulo interno é $3\alpha = 3 \cdot 45º = 135º$

3.

RESPOSTA: B

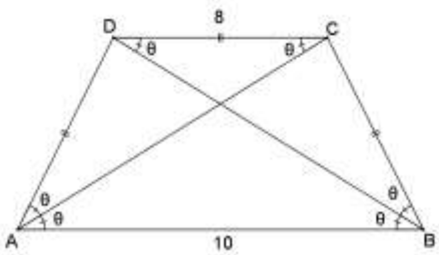
Analisando o triângulo de lado AD, notamos que o ângulo externo adjacente ao ângulo $\hat{x}$ é igual à soma dos ângulos adjacentes a AD e a soma desses ângulos vale metade do menor arco AD. Procedendo de modo análogo para os outros três triângulos e somando as quatro expressões obtidas, temos:

$$\left(180^\circ - \hat{x}\right) + \left(180^\circ - \hat{y}\right) + \left(180^\circ - \hat{z}\right) + \left(180^\circ - \hat{t}\right) = \frac{360^\circ}{2}$$

$$\Leftrightarrow \hat{x} + \hat{y} + \hat{z} + \hat{t} = 540^\circ$$

4.

RESPOSTA: C



Seja o trapézio isósceles $ABCD$, então $\overline{AD}=\overline{BC}$ e $B\hat{A}D=A\hat{B}C=2\theta$.

Como $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ são bissetrizes dos ângulos $B\hat{A}D$ e $A\hat{B}C$, respectivamente, então $B\hat{A}C=C\hat{A}D=A\hat{B}D=D\hat{B}C=\theta$.

Como $ABCD$ é um trapézio, então $\overline{AB}\parallel\overline{CD}$, o que implica $C\hat{D}B=D\hat{B}A=\theta$ e $D\hat{C}A=C\hat{A}B=\theta$.

Portanto, os triângulos ADC e BCD são isósceles, donde $\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{BC}=8$.

Assim, o perímetro do trapézio é $2p(ABCD)=10+8+8+8=34\text{ cm}$.

5.

RESPOSTA: B

$$0<\theta<\frac{\pi}{2}\Rightarrow \operatorname{sen}\theta\neq 0\ \wedge\ 0<\cos\theta<1$$

$$2\operatorname{sen}\theta=3\operatorname{tg}^2\theta\Leftrightarrow 2\operatorname{sen}\theta=3\cdot\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{\cos^2\theta}\Leftrightarrow 2\left(1-\operatorname{sen}^2\theta\right)=3\operatorname{sen}\theta\Leftrightarrow 2\operatorname{sen}^2\theta+3\operatorname{sen}\theta-2=0$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen}\theta=-2\ \text{(não convém)}\ \vee\ \operatorname{sen}\theta=\frac{1}{2}$$

$$\cos\theta>0\Rightarrow\cos\theta=\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\theta}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

6.

RESPOSTA: D

$$\left(\operatorname{tg}^2x-1\right).\left(1-\operatorname{cotg}^2x\right)=4\Leftrightarrow\left(\frac{\operatorname{sen}^2x}{\cos^2x}-1\right).\left(1-\frac{\cos^2x}{\operatorname{sen}^2x}\right)=4\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{\operatorname{sen}^2x-\cos^2x}{\cos^2x}\right).\left(\frac{\operatorname{sen}^2x-\cos^2x}{\operatorname{sen}^2x}\right)=4\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(\cos^2x-\operatorname{sen}^2x\right)^2=\left(2\operatorname{sen}x.\cos x\right).\left(2\operatorname{sen}x.\cos x\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\cos^2 2x=\operatorname{sen}^2 2x\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4}$$

7.

RESPOSTA: A

$$\operatorname{sen}x+\cos x=\frac{1}{5}\Rightarrow\operatorname{tg}x+1=\frac{1}{5}\sec x\Rightarrow\operatorname{tg}^2x+2\operatorname{tg}x+1=\frac{\sec^2x}{25}\Leftrightarrow$$

$$25\operatorname{tg}^2x+50\operatorname{tg}x+25=1+\operatorname{tg}^2x$$

$$\Leftrightarrow 24\operatorname{tg}^2x+50\operatorname{tg}x+24=0\Leftrightarrow\operatorname{tg}x=-\frac{4}{3}\ \text{ou}\ \operatorname{tg}x=-\frac{3}{4}$$

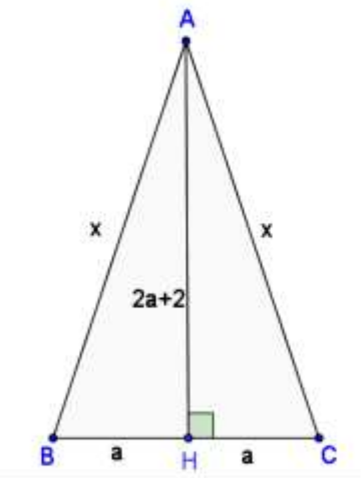
$$\text{tgx} < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} \text{senx} > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}$$

$$\text{senx} + \cos x = \frac{1}{5} \Rightarrow |\text{senx}| > |\cos x| \Rightarrow \text{tgx} = -\frac{4}{3}$$

8.

RESPOSTA: C

Seja $BC = 2a$, pode-se construir a figura abaixo.



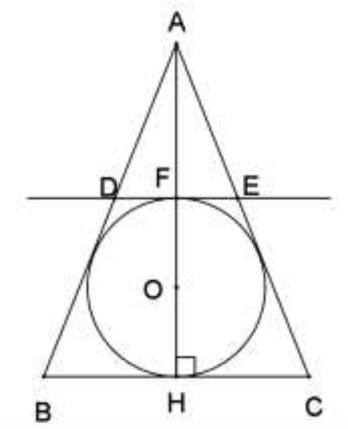
Aplicando o Teorema de Pitágoras no ΔABH : $x^2 = (2a+2)^2 + a^2 = 5a^2 + 8a + 4$

$$2p(ABC) = 2a + 2x = 2a + 2\sqrt{5a^2 + 8a + 4} = 36$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{5a^2 + 8a + 4} = 18 - a \Leftrightarrow 5a^2 + 8a + 4 = (18-a)^2 \wedge 18 - a \geq 0$$
$$\Leftrightarrow a^2 + 11a - 80 = 0 \wedge a \leq 18 \Leftrightarrow (a = -16 \vee a = 5) \wedge a \leq 18 \Rightarrow a = 5$$

A base do triângulo é $BC = 2 \cdot 5 = 10\text{ m}$

9.

RESPOSTA: B



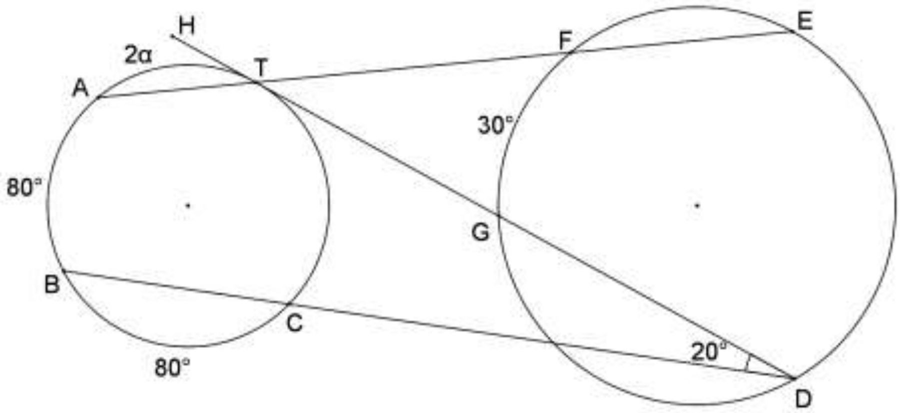
$$AB = AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \Rightarrow 2p = 5 + 5 + 6 = 16 \Rightarrow p = 8$$

$$S_{ABC} = p \cdot r = \frac{a \cdot h}{2} \Leftrightarrow 8 \cdot r = \frac{6 \cdot 4}{2} \Leftrightarrow r = \frac{3}{2}$$

$$t \,||\, BC \Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{AF}{AH} = \frac{DE}{BC} \Leftrightarrow \frac{4 - 2 \cdot \frac{3}{2}}{4} = \frac{DE}{6} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow DE = \frac{3}{2} = 1,5\text{ cm}$$

10.

RESPOSTA: B



Seja $AT = 2\alpha$, então o ângulo de segmento $A\hat{T}H = D\hat{T}E = \alpha$.

O ângulo excêntrico externo $B\hat{D}T$ é dado por

$$B\hat{D}T = \frac{BT - CT}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 20^\circ \cdot 2 = (80^\circ + 2\alpha) - (360^\circ - 80^\circ - 80^\circ - 2\alpha) \Leftrightarrow .$$
$$\Leftrightarrow 4\alpha = 160^\circ \Leftrightarrow \alpha = 40^\circ$$

O ângulo excêntrico externo $D\hat{E}T$ é dado por

$$D\hat{E}T = \frac{ED - FG}{2} \Leftrightarrow 40^\circ \cdot 2 = ED - 30^\circ \Leftrightarrow ED = 110^\circ .$$

11.

RESPOSTA: C

Como se trata de um polígono, temos $n \geq 3$.

$$\alpha + 2\alpha + 3\alpha + \ldots + n\alpha = 180^\circ (n-2) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{n.(\alpha + n\alpha)}{2} = 180^\circ (n-2) \Leftrightarrow \alpha = \frac{360^\circ (n-2)}{n(n+1)}$$

Como o polígono é convexo, temos $n\alpha = \frac{360^\circ (n-2)}{n+1} < 180^\circ \Leftrightarrow n < 5$.

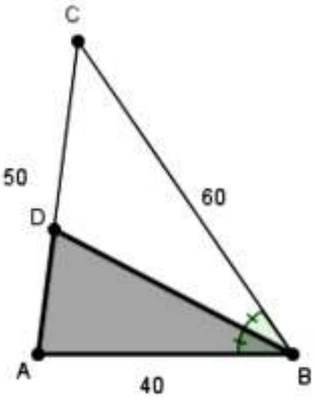
$$n = 3 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$n = 4 \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

Note que são ambas soluções válidas.

12.

RESPOSTA: C



Usando a Fórmula de Heron para calcular a área do ΔABC

$$S(ABC)=\sqrt{75(75-60)(75-50)(75-40)}=375\sqrt{7}$$

Pelo Teorema das Bissetrizes: $\frac{CD}{60}=\frac{DA}{40}=\frac{CD+DA}{100}=\frac{50}{100}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow CD=30 \text{ e } DA=20$

$$\frac{S(ABD)}{S(ABC)}=\frac{AD}{AC}=\frac{20}{50}\Leftrightarrow S(ABD)=\frac{2}{5}\cdot 375\sqrt{7}=150\sqrt{7}$$

13.

RESPOSTA: C

Seja $P\hat{B}A=\theta$, então $P\hat{B}C=90^\circ-\theta$.

Lei dos cossenos no ΔPBA:

$$\left(\sqrt{2}\right)^2=\ell^2+1^2-2\cdot\ell\cdot 1\cdot\cos\theta\Leftrightarrow\cos\theta=\frac{\ell^2-1}{2\ell}$$

Lei dos cossenos no ΔPBC:

$$2^2=\ell^2+1^2-2\cdot\ell\cdot 1\cdot\cos\left(90^\circ-\theta\right)\Leftrightarrow \operatorname{sen}\theta=\frac{\ell^2-3}{2\ell}$$

$$\operatorname{sen}^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$\Rightarrow\left(\frac{\ell^2-3}{2\ell}\right)^2+\left(\frac{\ell^2-1}{2\ell}\right)^2=1\Leftrightarrow\ell^4-6\ell^2+5=0$$

$\Rightarrow \ell^2=1\overset{\ell>0}{\Rightarrow}\ell=1$ ou $\ell^2=5\overset{\ell>0}{\Rightarrow}\ell=\sqrt{5}$

Como P é interior ao quadrado, a diagonal do quadrado deve ser maior que $PC=2$.

Assim, o lado do quadrado não pode ser 1 e concluímos que $\ell=\sqrt{5}$.

14.

RESPOSTA: B

$AC = x$ e $BD = y$

$\Delta ABC : \text{sen} C = \dfrac{1}{x}$

Lei dos senos no ΔBCD : $\dfrac{y}{\text{sen} C} = \dfrac{1}{\text{sen} 30^\circ} = 2 \;\Rightarrow y = \dfrac{2}{x}$

Lei dos cossenos no ΔABD:

$$(x+1)^2 = 1^2 + y^2 - 2y\cos 120^\circ \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 1 + y^2 + y$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 1 + \frac{4}{x^2} + \frac{2}{x} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^4 + 2x^3 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x+2)(x^3 - 2) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{2}$$

15.

RESPOSTA: A

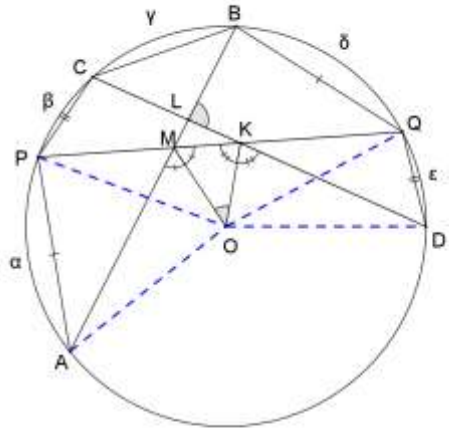
O triângulo OAB é equilátero e desta forma $\angle OAB = 60^o$ portanto, o triângulo $\triangle MAP$ é um triângulo do tipo $30^o - 60^o - 90^o$ com hipotenusa $AM = \dfrac{1}{2}$. Assim, $AP = \dfrac{1}{4}$ e $MP = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$. Deste modo,

$$S_{MAP} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{32}$$

16.

RESPOSTA: D

Sejam $AP = \alpha$; $PC = \beta$; $BC = \gamma$; $BQ = \delta$ e $QD = \varepsilon$.



Como as três cordas AB, CD e PQ possuem a mesma medida, temos:

$$\alpha+\beta+\gamma=\beta+\gamma+\delta=\gamma+\delta+\varepsilon \Rightarrow \begin{cases}\alpha=\delta\\ \beta=\varepsilon\end{cases}$$

$$B\hat{L}D=\frac{BQD+APC}{2}=\frac{\delta+\varepsilon+\alpha+\beta}{2}=\alpha+\beta$$

$$\alpha=\delta \Rightarrow \overline{AP}=\overline{BQ} \Rightarrow \Delta APM \equiv \Delta QBM\ (\text{A.L.A.}) \Rightarrow \overline{AM}=\overline{MQ}$$

$$\Delta AMO \equiv \Delta QMO\ (\text{L.L.L.}) \Rightarrow A\hat{M}O=Q\hat{M}O$$

$$\beta=\varepsilon \Rightarrow \overline{PC}=\overline{QD} \Rightarrow \Delta PCK \equiv \Delta DQK\ (\text{A.L.A.}) \Rightarrow \overline{PK}=\overline{DK}$$

$$\Delta PKO \equiv \Delta DKO\ (\text{L.L.L.}) \Rightarrow P\hat{K}O=D\hat{K}O$$

$$B\hat{M}Q=\alpha \Rightarrow O\hat{M}K=\frac{180^\circ-\alpha}{2}=90^\circ-\frac{\alpha}{2}$$

$$C\hat{K}P=\beta \Rightarrow M\hat{K}O=\frac{180^\circ-\beta}{2}=90^\circ-\frac{\beta}{2}$$

17.

RESPOSTA: B

Seja BH a altura relativa ao lado AC tem-se então que o triângulo BHC é um triângulo retângulo do tipo 30^o - 60^o - 90^o e consequentemente, $BH=\frac{BC}{2}=HD$ o que nos informa que o triângulo BHD é equilátero e daí $\angle HDA=\angle DAH=15^o$ implicando no triângulo ABH ser um triângulo retângulo isósceles e portanto $\angle BAD=30^o$

18.

RESPOSTA: B

Com centro em C e raio igual a 1, tracemos o arco BD. É fácil concluir que PQ é tangente a este arco pois o perímetro do triângulo APQ é igual ao dobro da tangente AD. Seja T o ponto de tangência então, os triângulos CDQ e CTQ são congruentes, logo $\angle DCQ=\angle TCQ=x$. Analogamente os triângulos BCP e TCP também são congruentes e $\angle BCP=\angle PCT=y$. Como $2x+2y=90^o$ segue-se que $\angle PCQ=x+y=45^o$.