<u>Polígonos</u>

Número de lados	Nomenclatura
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

Número de diagonais de um polígono: d = $\frac{n.(n-3)}{2}$

Soma dos ângulos internos de um polígono = 180° . (n – 2)

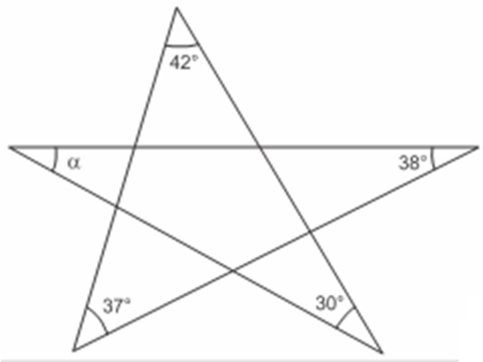
Ângulo interno de um polígono regular = $\frac{soma\ dos\ \hat{a}ngulos\ internos}{quantidade\ de\ \hat{a}ngulos\ internos}$

Medida do ângulo externo: 180° - ângulo interno

Soma dos ângulos externos de um polígono = 360°

Exercícios:

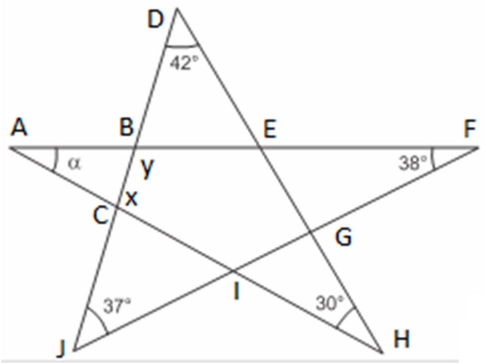
1. Na figura a seguir, calcule o ângulo α.



Dica: Use o resultado do ângulo externo de um triângulo.

a) 30°
b) 33°
c) 37°
d) 38°
e) 42°

Resolução
Considere a figura:



No triângulo CDH, tem-se:
DCH + HDC + CHD = 180°
x + 42 + 30 = 180
x = 180 – 42 – 30
x = 108
DCH = 108°

No triângulo BFJ, tem-se:
FBJ + BJF + JFB = 180
y + 37 + 38 = 180
y = 180 – 37 – 38
y = 105
FBJ = 105°

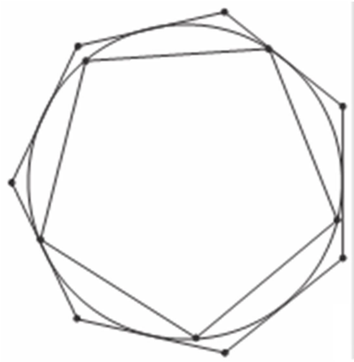
DCH e ACB são suplementares: DCH + ACB = 180
ACB = 180 – 108 = 72

FBJ e ABC são suplementares: FBJ + ABC = 180°
ABC = 180 – 105 = 75

No triângulo ABC, tem-se:
ACB + ABC + BAC = 180
72 + 75 + α = 180
147 + α = 180
α = 33°

(Alternativa B)

2. A figura a seguir mostra uma circunferência e dois polígonos. Um dos polígonos é inscrito nessa circunferência e outro, circunscrito a ela.



Se M é o número de diagonais do polígono inscrito e N é o número de diagonais do polígono circunscrito, a razão entre M e N é igual a

a) $\frac{7}{5}$
b) $\frac{5}{7}$
c) $\frac{14}{5}$
d) $\frac{5}{14}$

Resolução

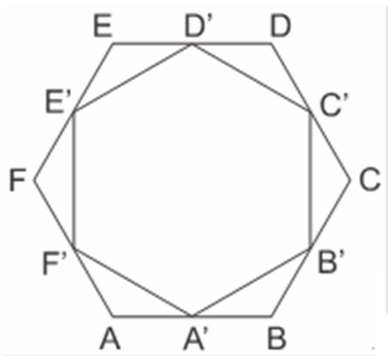
M é o número de diagonais do pentágono, portanto:
M = $\frac{5\,.(5-3)}{2}$ = 5

N é o número de diagonais do heptágono, portanto:
N = $\frac{7.(7-3)}{2}$ = 14

Logo, a razão pedida será dada por:
$\frac{M}{N} = \frac{5}{4}$

(Alternativa D)

3. Considere um hexágono regular ABCDEF A partir dos pontos médios dos lados traça-se um novo hexágono A'B'C'D'E'F



A medida do ângulo BA'B', em graus, é

a) 20
b) 30
c) 40
d) 60

Resolução

Como um hexágono regular possui como soma dos ângulos internos 720° e cada ângulo mede 120° logo o ângulo A’BB’ mede 120° e como o novo hexágono é traçado nos pontos médios temos que A’B = BB’ e assim o triangulo A’B’B é isósceles.

Nesse sentido, sabendo que o ângulo A’BB’ mede 120º tem-se que os outros dois ângulos possuem a mesma medida e assim:

BAB’ + AB’B + ABB’ = 180°
2AB’B + 120 = 180
2AB’B = 60
AB’B = 30°
BAB’ = 30°

(Alternativa B)

4. Ao somar o número de diagonais e o número de lados de um dodecágono obtém-se

a) 66
b) 56
c) 44
d) 42

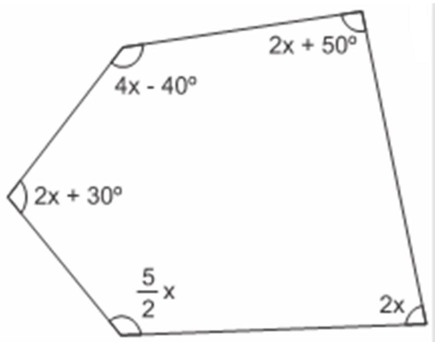
Resolução

Sabendo que um dodecágono possui doze lados, temos

$\frac{12.(12-3)}{2}$ + 12 = 66

(Alternativa A)

5. O valor de x no pentágono abaixo é igual a:



a) 25°
b) 40°

c) 250°
d) 540°
e) 1000°

Resolução

A soma dos ângulos internos de um polígono convexo pode ser calculada através da fórmula a seguir, onde n é o número de lados do polígono. Ou seja:

$S_i = 180° \cdot (n – 2) = 180° \cdot (5 – 2) = 180° \cdot 3 \rightarrow S_i = 540°$

Assim, sabendo que a soma dos ângulos internos é 540° pode-se escrever:
$540 = 2x + 30 + \frac{5}{2}x + 2x + 2x + 50 + 4x – 40$
$10x + \frac{5}{2}x = 500$
$25x = 1000$
$x = 40°$

(Alternativa B)

6. Um hexágono convexo possui três ângulos internos retos e outros três que medem y graus cada. O valor de y é

a) 135
b) 150
c) 120
d) 60
e) 30

Resolução

A soma dos ângulos internos de um hexágono é dada por:
$S = 180° (6 – 2) = 720°$

Portanto:
$3 \cdot 90° + 3 \cdot y = 720°$
$3y = 450°$
$y = 150°$

(Alternativa B)

7. A palavra polígono tem origem no grego e significa ter muitos lados ou ângulos. Eles foram estudados pelo grande Geômetra Euclides de Alexandria em sua obra *Os elementos*.
Quantos lados têm um polígono cuja soma dos ângulos internos e externos é 1980°?

a) 8
b) 11
c) 13
d) 17

Resolução

Soma dos ângulos externos = 360°
Soma dos ângulos internos: S_i = (n – 2) . 180°

$S_i + S_e = 1980°$
(n – 2) . 180 + 360 = 1980
180n – 360 + 360 = 1980
180n = 1980
n = 11

(Alternativa B)

8. Somando-se todos os ângulos internos de três polígonos convexos obtém-se 2160°. Sabe-se que o número de lados desses polígonos é n – 2, n e n + 2. Dentre eles, o que possui menor número de lados é um

a) triângulo.
b) quadrilátero.
c) pentágono.
d) hexágono.

Resolução

Calculando a soma dos ângulos internos de cada polígono, temos:
180° . (n – 2 – 2) + 180° . (n – 2) + 180° (n + 2 – 2) = 2160°

Dividindo os dois membros da igualdade por 180° temos:
n – 4 + n – 2 + n = 12
3n = 18
n = 6

Portanto, n – 2 e o polígono com o menor número de lados.
n – 2
6 – 2
4
Esse polígono é um quadrilátero.

(Alternativa B)

9. Se, em um polígono convexo, o número de lados n é um terço do número de diagonais, então o valor de n é

a) 9.
b) 11.
c) 13.
d) 15.

Resolução

Admitindo que n seja o número de lados de um polígono e de o número de diagonais, temos:
$n = \frac{1}{3} . d$

d = 3 . n

$\frac{n\,(n-3)}{2}$ = 3n

n² - 3n = 6n

n² - 9n = 0

n . (n – 9) = 0

n = 0 (não convém) ou

n – 9 = 0 → n = 9

Logo, o valor de n é 9.

(Alternativa A)

10. Um polígono convexo de 6 lados tem as medidas de seus ângulos internos formando uma progressão aritmética de razão igual a 6º. Logo, podemos afirmar que o seu menor ângulo mede:

a) 90º
b) 105º
c) 115º
d) 118º
e) 120º

Resolução

Soma dos ângulos internos de um hexágono: S = (6 – 2) . 180° = 720°

x + x +6° + x + 12° + x + 18°+ x + 24° + x + 30° = 720°

6x + 90° = 720°

6x = 630°

x = 105°

(Alternativa B)