

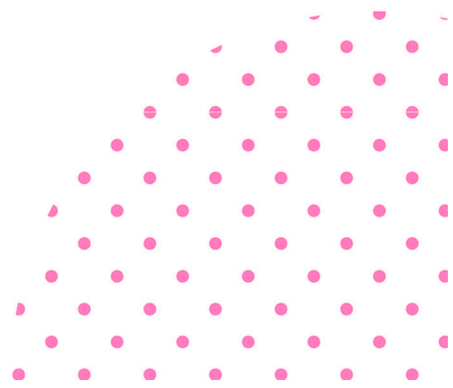


CHAMA O FÍSICO



CINEMÁTICA

PROF. THALES RODRIGUES





Sumário

MOVIMENTO UNIFORME	2
MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO	14
QUEDA LIVRE E LANÇAMENTO VERTICAL	24
COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS	30
MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME	42
GABARITO	51

MÓDULO 01: MOVIMENTO UNIFORME

A mecânica é a parte da física que estuda os movimentos dos corpos e as forças de interação entre eles. Dividiremos a mecânica em duas partes:

Cinemática: Estudo dos movimentos independentemente das suas causas, por exemplo, ao se estudar o movimento de um carro, a cinemática não se preocupa em saber o que faz o carro se movimentar.

Dinâmica: Estudo das causas dos movimentos dos corpos. Na dinâmica, vamos estabelecer uma relação entre força, aceleração e velocidade. É onde se estuda as Leis de Newton.

Começaremos nosso estudo pela cinemática. Nesse estudo utilizaremos de muita matemática (funções e gráficos). Um bom aproveitamento aqui é a chave para se dar bem no restante do curso. A cinemática é a base para o estudo da dinâmica. Vamos começar?

CONCEITOS BÁSICOS

Ponto material e corpo extenso

Quando a dimensão dos corpos envolvidos na situação (os móveis) não for importante para a análise da situação, esses corpos serão chamados de pontos materiais, em oposição ao termo corpos extensos. Quando um carro viaja entre duas cidades, o tamanho do carro é irrelevante (ponto material). Porém, quando um trem atravessa uma ponte, o tamanho do trem é relevante (corpo extenso). Aprenderemos a resolver situações envolvendo corpos extensos!

Referencial

É o local (ponto de vista) de onde se observa a situação. O movimento depende do referencial, ou seja, é relativo. Para você, o Sol está em movimento em torno da Terra. Porém, se o você for para o Sol (leve protetor!), você veria a Terra em movimento em torno do Sol.

Posição (s)

Um dos principais objetivos da cinemática é determinar a posição de um corpo em cada instante. O conceito de posição pode ser exemplificado pelas marcações quilométricas de uma rodovia. Esses marcos podem ser utilizados para localizar os veículos que nela trafegam.



Note que o marco zero, chamado origem, foi escolhido arbitrariamente. A partir dessa posição, são medidos os comprimentos que indicam a posição do corpo.

Atenção!

Apenas com a informação da posição não podemos afirmar se o corpo está parado, em movimento ou para onde está indo! Sabemos apenas onde ele está naquele momento.

Caso o corpo esteja em movimento, as posições ocupadas por ele irão variar com o tempo. Surgem duas possibilidades:

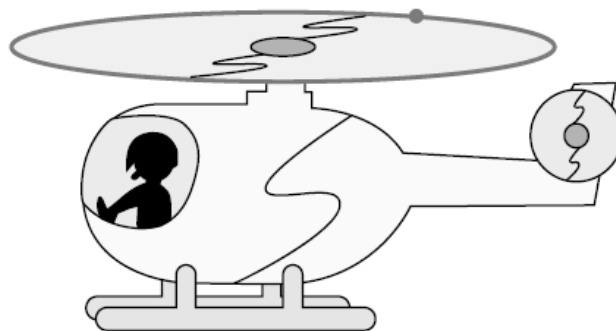
I. Movimento Progressivo: situação em que as posições aumentam no referencial. Por exemplo, o corpo se deslocando de A para B. Consideraremos a velocidade POSITIVA.



II. Movimento Retrógrado: situação em que as posições diminuem no referencial. Por exemplo, o corpo se deslocando de B para A. Consideraremos a velocidade NEGATIVA.

Trajetória

É a forma da sequência de posições ocupadas pelo corpo durante um intervalo de tempo. A trajetória pode ser retilínea, parabólica, circular... Mas atenção! O tipo de trajetória varia com o referencial! Imagine um helicóptero levantando voo, subindo verticalmente. Para o piloto do helicóptero, o helicóptero está parado em relação a ele, afinal de contas ele está dentro do helicóptero! Para ele, um ponto na hélice do helicóptero descreve um movimento circular.



Entretanto, para um observador em repouso do lado de fora, esse mesmo ponto da hélice gira e sobe junto com o helicóptero. Essa combinação de movimentos resulta em um movimento helicoidal.



A dica de hoje é...

No cálculo da velocidade média devemos entrar com o tempo total. E se é o tempo total, devemos incluir o tempo que o corpo ficou parado! Caso contrario, não seria "tempo total". Seria "tempo que o corpo ficou andando"!

Podemos definir a velocidade escalar média da seguinte forma:

$$v_m = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo total}} = \frac{d}{t}$$

A unidade no sistema internacional será metros por segundo (m/s). Porém, é muito comum o uso da unidade quilômetro por hora (km/h). Você já sabe converter essas duas unidades, certo? Lembrando, basta multiplicar por 3,6 (de m/s para km/h) ou dividir por 3,6 (km/h para m/s). Alguns valores são bem comuns nos exercícios. Fique familiarizado com eles!

m/s	Km/h
10	36
15	54
20	72
25	90
30	108

Exercício Resolvido

Considere que Roberto, em suas caminhadas de 2000 m para manter o seu condicionamento físico, desenvolva uma velocidade média de 5 km/h.

O tempo gasto para percorrer esta distância é de

- A) 12 min.
- B) 20 min.
- C) 24 min.
- D) 36 min.
- E) 40 min.

Resolução:

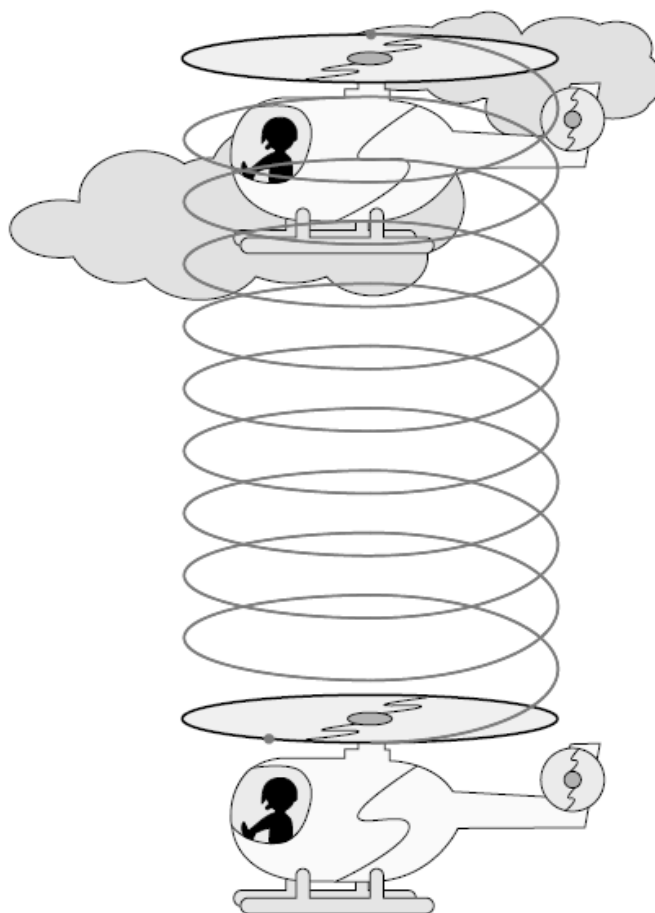
Dados: $v = 5 \text{ km/h}$; $d = 2.000 \text{ m} = 2 \text{ km}$.

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ h}$$

Convertendo para minutos:

$$t = 0,4 \cdot 60 = 24 \text{ min}$$

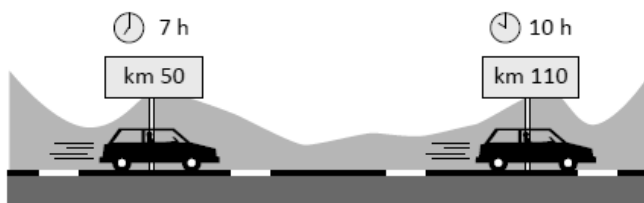
Gabarito: Letra C



VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

A velocidade escalar média (ou simplesmente velocidade média) é uma grandeza que representa uma velocidade "imaginária" que, se fosse constante, faria com que o corpo percorresse a mesma distância no mesmo tempo.

Suponha que um carro passe pelo km 50 de uma rodovia às 7 horas da manhã e pelo km 110 às 10 horas da manhã do mesmo dia, conforme mostra a figura.



De acordo com os dados, a distância percorrida, ao longo da rodovia, foi de 60 km (110 - 50) num intervalo de tempo de 3 horas (10 - 7), o que nos permite afirmar que, em média, o carro deslocou 20 km a cada hora. Esse resultado (20 km/h) representa o valor da velocidade escalar média. Essa velocidade não depende da forma da trajetória (retilínea ou curvilínea). Observe ainda que a informação da velocidade média não nos fornece precisão sobre como o movimento ocorreu. É claro que entre esses dois pontos da estrada o carro acelerou, freou e pode inclusive ter parado!

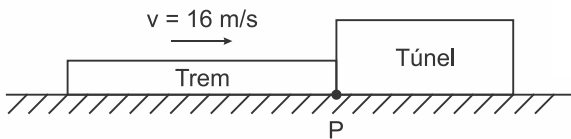
Exercício Resolvido

Um trem de 150 m de comprimento se desloca com velocidade escalar constante de 16 m/s. Esse trem atravessa um túnel e leva 50 s desde a entrada até a saída completa de dentro dele. O comprimento do túnel é de:

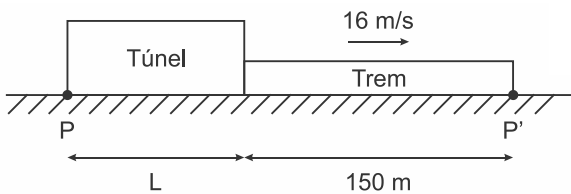
- A) 500 m
- B) 650 m
- C) 800 m
- D) 950 m
- E) 1100 m

Resolução:

Situação 1: Trem iniciando a estrada ao túnel.



Situação 2: Trem finalizando a travessia do túnel.



O deslocamento total do trem durante a travessia foi tal que:

$$d = L + 150$$

Como a velocidade do trem é constante, então:

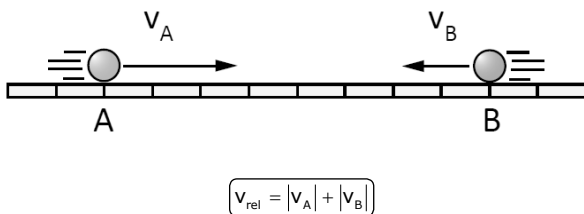
$$\begin{aligned} d &= v \cdot t \\ L + 150 &= v \cdot t \\ L &= v \cdot t - 150 \\ L &= 16 \cdot 50 - 150 \\ L &= 650 \text{ m} \end{aligned}$$

Gabarito: Letra B

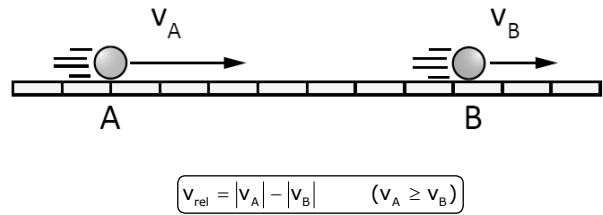
VELOCIDADE RELATIVA

Consideremos duas partículas A e B movendo-se em uma mesma trajetória e com velocidades escalares V_A e V_B , em duas situações distintas: movendo-se no mesmo sentido e em sentidos opostos. A velocidade escalar que uma das partículas possui em relação à outra (tomada como referência) é chamada de velocidade relativa (V_{rel}) e o seu módulo é calculado como relatamos a seguir:

1) Móveis em sentidos opostos:



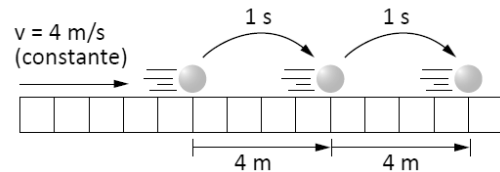
2) Móveis no mesmo sentido:



Ao estabelecermos um movimento relativo entre móveis, um deles é tomado como referência e, portanto, permanece parado em relação a si mesmo, enquanto o outro se aproxima ou se afasta dele com uma certa velocidade relativa.

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

O movimento mais simples que um corpo pode ter é o movimento retilíneo uniforme. Nesse movimento, o corpo se desloca em linha reta com velocidade constante. Dessa forma, o corpo percorre distâncias iguais em tempos iguais. Observe a figura:



Como o corpo se movimenta com uma velocidade de 4 m/s, a cada segundo ele deverá deslocar 4 metros.

FUNÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO NO MRU

Uma função horária da posição é capaz de informar qual é a posição do móvel em um referencial em qualquer instante de tempo. Para o MRU a função horária da posição pode ser escrita como:

$$S = S_0 + v \cdot t$$

onde s_0 representa a posição inicial do corpo (no instante zero).

Atenção!

- O sinal da posição indica onde o corpo está em relação à origem do referencial.
- O sinal da velocidade indica para onde o corpo está se movendo (progressivo ou retrógrado).

Exercício Resolvido

(Unitau) Um automóvel percorre uma estrada com função horária $S = -40 + 80 \cdot t$, onde s é dado em km e t em horas. O automóvel passa pelo km zero após:

- A) 1,0 h.
- B) 1,5 h.
- C) 0,5 h.
- D) 2,0 h.
- E) 2,5 h.



Resolução:

Substituindo $S = 0$ temos:

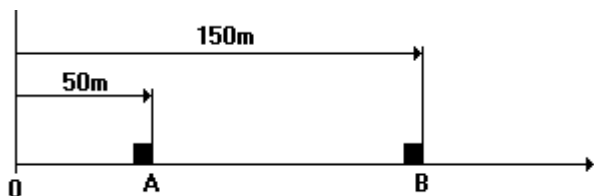
$$0 = -40 + 80 \cdot t$$

$$t = 0,5 \text{ h}$$

Gabarito: Letra C

Exercício Resolvido

(Fei) Dois móveis A e B, ambos com movimento uniforme percorrem uma trajetória retilínea conforme mostra a figura. Em $t = 0$, estes se encontram, respectivamente, nos pontos A e B na trajetória. As velocidades dos móveis são $V_A = 50 \text{ m/s}$ e $V_B = 30 \text{ m/s}$ no mesmo sentido.



Em qual ponto da trajetória ocorrerá o encontro dos móveis?

- A) 200 m
- B) 225 m
- C) 250 m
- D) 300 m
- E) 350 m

Resolução:

Podemos resolver esse exercício de duas formas:

1ª Resolução) A função horária da posição de cada móvel é:

$$S_A = 50 + 50 \cdot t$$

$$S_B = 150 + 30 \cdot t$$

No encontro, os móveis devem estar na mesma posição. Logo,

$$S_A = S_B$$

$$50 + 50 \cdot t = 150 + 30 \cdot t$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Para encontrar a posição de encontro, podemos substituir o tempo de 5 s na função horária de A ou B. Assim,

$$S_A = 50 + 50 \cdot 5 = 300 \text{ m}$$

$$S_B = 150 + 30 \cdot 5 = 300 \text{ m}$$

2ª Resolução) Vamos resolver agora utilizando da velocidade relativa. A velocidade de A em relação a B, ou seja, considerando B em repouso, é a subtração das velocidades. Logo,

$$v_{rel} = 50 - 30 = 20 \text{ m/s}$$

Para o encontro, A deve percorrer $150 - 50 = 100 \text{ m}$ (distância entre A e B). Assim,

$$d_{rel} = v_{rel} \cdot t$$

$$100 = 20 \cdot t$$

$$t = 5 \text{ s}$$

A distância percorrida por A até o encontro, no referencial da Terra, é

$$d_A = v_A \cdot t$$

$$d_A = 50 \cdot 5$$

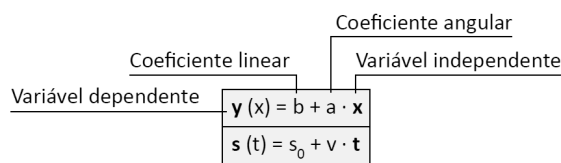
$$d_A = 250 \text{ m}$$

Como A estava inicialmente na posição 50 m, a posição de encontro será $50 + 250 = 300 \text{ m}$.

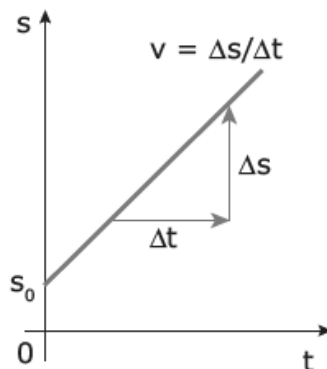
Gabarito: Letra D

GRÁFICO DE POSIÇÃO X TEMPO NO MRU

A função horária do movimento uniforme ($s = s_0 + v \cdot t$) é uma função do primeiro grau do tipo $y = a \cdot x + b$, ou seja, uma função linear. Vamos compara as duas equações identificando quais são as constantes e quais são as variáveis.



A representação gráfica do espaço (s) em função do tempo (t) é um segmento de reta.



Observe que o ponto que o gráfico corta o eixo vertical representa a posição inicial do móvel (s_0) e a inclinação do gráfico está associada a velocidade ($\text{tg}\theta = v$). Quando θ , o ângulo que a função faz com o eixo horizontal, é agudo, sua tangente é positiva e temos uma função crescente. Esse é exatamente o caso do movimento progressivo, pois ele é realizado no mesmo sentido da trajetória. Caso contrário, se θ é um ângulo obtuso, sua tangente é negativa e temos um movimento com velocidade negativa que corresponde ao movimento contrário à trajetória, portanto retrógrado. Veja que, no caso do movimento retrógrado, a função é decrescente.

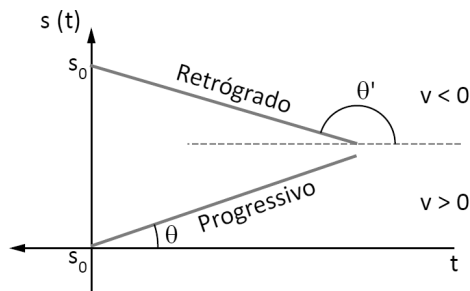
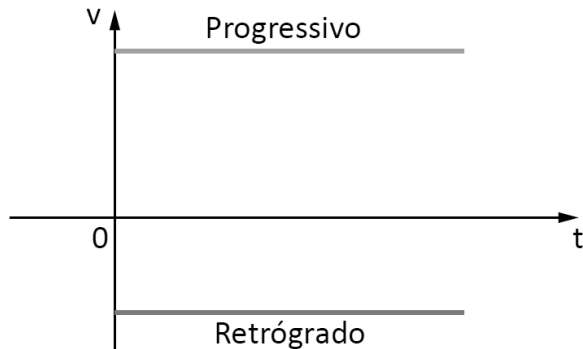
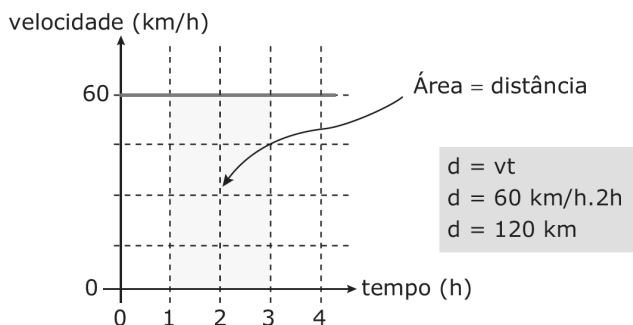


GRÁFICO DE VELOCIDADE X TEMPO NO MRU

Como a velocidade é constante, o gráfico de velocidade por tempo é mostrado na figura abaixo.

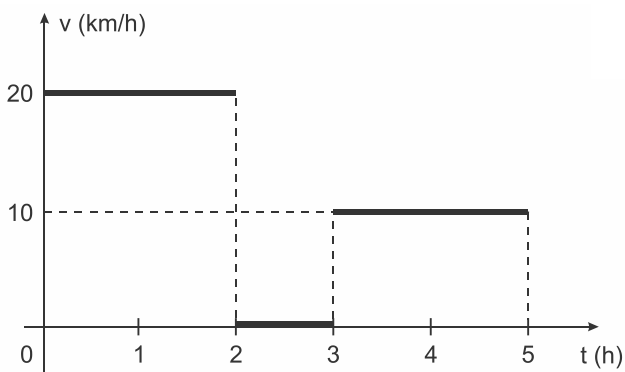


O gráfico de velocidade por tempo possui uma propriedade importante! A área sobre o gráfico representa o deslocamento do corpo naquele intervalo de tempo.



Exercício Resolvido

(Mackenzie) Uma pessoa realiza uma viagem de carro em uma estrada retilínea, parando para um lanche, de acordo com gráfico.

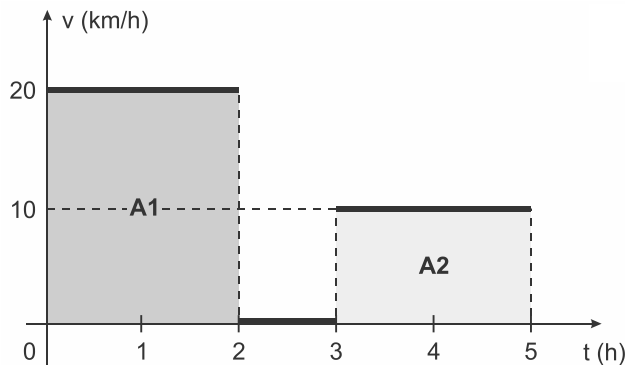


A velocidade média nas primeiras 5 horas deste movimento é

- A) 10 km/h
- B) 12 km/h
- C) 15 km/h
- D) 30 km/h
- E) 60 km/h

Resolução:

A distância percorrida equivale à área sob a curva da velocidade pelo tempo.



$$A_1 = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \text{ h} \therefore A_1 = 40 \text{ km}$$

$$A_2 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \text{ h} \therefore A_2 = 20 \text{ km}$$

$$d = A_1 + A_2$$

$$d = 40 \text{ km} + 20 \text{ km}$$

$$d = 60 \text{ km}$$

Logo a velocidade média será:

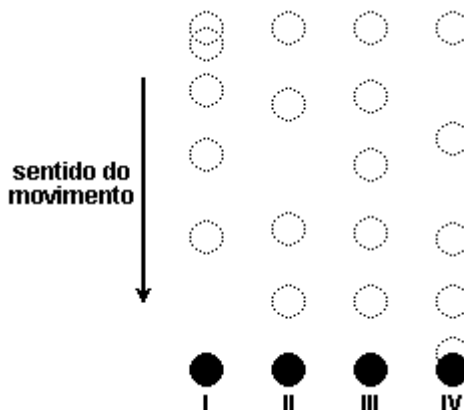
$$v_m = \frac{d}{t} \Rightarrow v_m = \frac{60 \text{ km}}{5 \text{ h}} \therefore v_m = 12 \text{ km/h}$$

Gabarito: Letra B

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01

(CEFET-MG) As figuras a seguir representam as posições sucessivas, em intervalos de tempo iguais, e fixos, dos objetos I, II, III e IV em movimento.



O objeto que descreveu um movimento retilíneo uniforme foi

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV



02

(Unicamp) Em 2016 foi batido o recorde de voo ininterrupto mais longo da história. O avião Solar Impulse 2, movido a energia solar, percorreu quase 6480 km em aproximadamente 5 dias, partindo de Nagoya no Japão até o Havaí nos Estados Unidos da América.

A velocidade escalar média desenvolvida pelo avião foi de aproximadamente

- A) 54 km/h
- B) 15 km/h
- C) 1296 km/h
- D) 198 km/h

03

(PUC-MG) Durante uma tempestade, uma pessoa viu um relâmpago e, após 3 segundos, escutou o barulho do trovão. Sendo a velocidade do som igual a 340 m/s, a que distância a pessoa estava do local onde caiu o relâmpago?

- A) 113,0 m
- B) 1130 m
- C) 1020 m
- D) 102 m

04

(IFSP) Um carro de Fórmula 1 levou 1 minuto e 10 segundos para percorrer os 4200 m do Autódromo de Interlagos, localizado na cidade de São Paulo. A velocidade média desse carro, em km/h foi de:

- A) 60
- B) 216
- C) 100
- D) 120
- E) 300

05

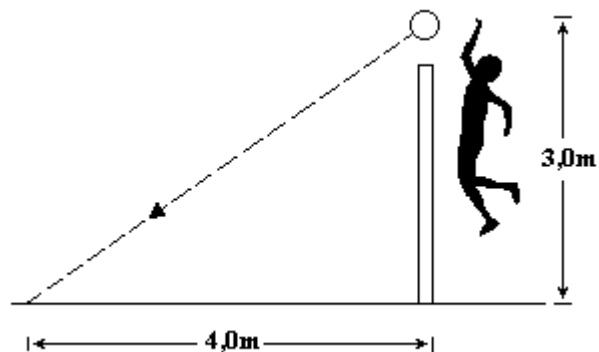
► (Unicamp) Recentemente, uma equipe de astrônomos afirmou ter identificado uma estrela com dimensões comparáveis às da Terra, composta predominantemente de diamante. Por ser muito frio, o astro, possivelmente uma estrela anã branca, teria tido o carbono de sua composição cristalizado em forma de um diamante praticamente do tamanho da Terra.

Os astrônomos estimam que a estrela estaria situada a uma distância $d = 9,0 \times 10^{18}$ m da Terra. Considerando um foguete que se desloca a uma velocidade $v = 1,5 \times 10^4$ m/s o tempo de viagem do foguete da Terra até essa estrela seria de (1 ano = $3,0 \times 10^7$ s)

- A) 2.000 anos.
- B) 300.000 anos.
- C) 6.000.000 anos.
- D) 20.000.000 anos.

06

► (UFMG) Marcelo Negrão, numa partida de vôlei, deu uma cortada na qual a bola partiu com uma velocidade de 126 km/h (35 m/s). Sua mão golpeou a bola a 3,0 m de altura, sobre a rede, e ela tocou o chão do adversário a 4,0 m da base da rede, como mostra a figura. Nessa situação pode-se considerar, com boa aproximação, que o movimento da bola é retilíneo e uniforme.



Considerando essa aproximação, pode-se afirmar que o tempo decorrido entre o golpe do jogador e o toque da bola no chão é de

- A) $\frac{1}{7}$ s
- B) $\frac{2}{63}$ s
- C) $\frac{3}{35}$ s
- D) $\frac{4}{35}$ s
- E) $\frac{5}{126}$ s

07

► (IFSP) Maria foi com seu carro de São Paulo a Campinas e marcou o horário de saída de São Paulo, o horário de chegada em Campinas e quantos quilômetros ela percorreu nesse percurso. Com essas informações, ela chegou à conclusão de que fez esse percurso a uma velocidade média de 100 quilômetros por hora. Se ela percorreu exatos 93 quilômetros e saiu de São Paulo às 10 horas e 15 minutos, a alternativa que apresenta o horário que mais se aproxima daquele em que ela chegou a Campinas é:

- A) 11 horas e 13 minutos.
- B) 11 horas e 11 minutos.
- C) 11 horas e 09 minutos.
- D) 11 horas e 07 minutos.
- E) 11 horas e 05 minutos.

08

► (PUC-RJ) Uma família viaja de carro com velocidade constante de 100 km/h, durante 2 h. Após parar em um posto de gasolina por 30 min, continua sua viagem por mais 1h 30 min com velocidade constante de 80 km/h. A velocidade média do carro durante toda a viagem foi de:

- A) 80 km/h.
- B) 100 km/h.
- C) 120 km/h.
- D) 140 km/h.
- E) 150 km/h.

09

► (Unesp) Juliana pratica corridas e consegue correr 5,0 km em meia hora. Seu próximo desafio é participar da corrida de São Silvestre, cujo percurso é de 15 km. Como é uma distância maior do que a que está acostumada a correr, seu instrutor orientou que diminuísse sua velocidade média habitual em 40% durante a nova prova. Se seguir a orientação de seu instrutor, Juliana completará a corrida de São Silvestre em

- A) 2h40min
- B) 3h00min
- C) 2h15min
- D) 2h30min
- E) 1h52min

10

(Espcex) Um automóvel percorre a metade de uma distância D com uma velocidade média de 24 m/s e a outra metade com uma velocidade média de 8 m/s. Nesta situação, a velocidade média do automóvel, ao percorrer toda a distância D , é de:

- A) 12 m/s
- B) 14 m/s
- C) 16 m/s
- D) 18 m/s
- E) 32 m/s

11

Um trem de 200 m de comprimento viaja a 10 m/s. Qual o intervalo de tempo necessário para que este trem ultrapasse um poste que está ao lado da linha férrea?

- A) 5 s
- B) 10 s
- C) 15 s
- D) 20 s

12

► (Espcex) Um trem de 150 m de comprimento se desloca com velocidade escalar constante de 16 m/s. Esse trem atravessa um túnel e leva 50 s desde a entrada até a saída completa de dentro dele. O comprimento do túnel é de:

- A) 500 m
- B) 650 m
- C) 800 m
- D) 950 m
- E) 1100 m

13

► A equação horária $S = 3 + 4t$, em unidades do sistema internacional, traduz, em um dado referencial, o movimento de uma partícula. No instante $t = 3$ s, qual a velocidade da partícula e a sua posição?

- A) 4 m/s e 15 m
- B) 3 m/s e 15 m
- C) 15 m/s e 4 m
- D) 15 m/s e 3 m

14

► (IFBA) Dois veículos A e B trafegam numa rodovia plana e horizontal, obedecendo as seguintes equações horárias cujas unidades estão expressas no Sistema Internacional de medidas (S.I.):

$$X_A = 200 + 10t \quad \text{e} \quad X_B = 1000 - 30t$$

Ao analisar estes movimentos, pode-se afirmar que a velocidade relativa de afastamento dos veículos, em km/h vale:

- A) 20
- B) 40
- C) 80
- D) 100
- E) 144

15

(UDESC) Um automóvel de passeio, em uma reta longa de uma rodovia, viaja em velocidade constante de 100 km/h e à sua frente, à distância de 1,0 km está um caminhão que viaja em velocidade constante de 80 km/h. O automóvel tem de comprimento 4,5 m e o caminhão 30 m. A distância percorrida pelo carro até ultrapassar completamente o caminhão é, aproximadamente, igual a:

- A) 517 m
- B) 20,7 km
- C) 515 m
- D) 5,15 km
- E) 5,17 km

16

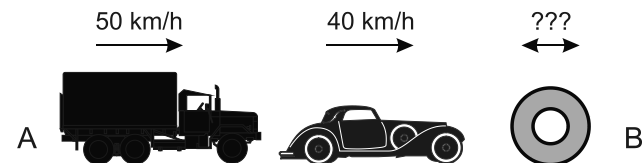
► (FCMMG) Uma lagarta de 5,0 cm de comprimento move-se para a direita, quando encontra um filhote de cobra de 52 cm, que se desloca em sentido contrário. Com isso, ambos levam 3,0 s para passarem completamente um pelo outro. Se a velocidade da lagarta é 2,0 cm/s, a velocidade da cobra deve ser:

- A) 3,6 cm/s.
- B) 17,0 cm/s.
- C) 19,0 cm/s.
- D) 21,0 cm/s.



17

► (Ibmec - RJ) Um motorista viaja da cidade A para a cidade B em um automóvel a 40 km/h. Certo momento, ele visualiza no espelho retrovisor um caminhão se aproximando, com velocidade relativa ao carro dele de 10 km/h, sendo a velocidade do caminhão em relação a um referencial inercial parado é de 50 km/h. Nesse mesmo instante há uma bobina de aço rolando na estrada e o motorista percebe estar se aproximando da peça com a mesma velocidade que o caminhão situado à sua traseira se aproxima de seu carro.



Com base nessas informações, responda: a velocidade a um referencial inercial parado e a direção da bobina de aço é:

- A) 10 km/h com sentido de A para B
- B) 90 km/h com sentido de B para A
- C) 40 km/h com sentido de A para B
- D) 50 km/h com sentido de B para A
- E) 30 km/h com sentido de A para B

18

► (UFMG) Um pequeno bote, que navega a uma velocidade de 2,0 m/s em relação à margem de um rio, é alcançado por um navio, de 50 m de comprimento, que se move paralelamente a ele, no mesmo sentido, como mostrado nesta figura:



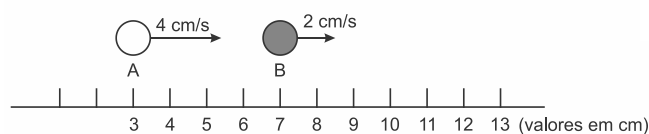
Esse navio demora 20 segundos para ultrapassar o bote. Ambos movem-se com velocidades constantes.

Nessas condições, a velocidade do navio em relação à margem do rio é de, aproximadamente,

- A) 0,50 m/s.
- B) 2,0 m/s.
- C) 2,5 m/s.
- D) 4,5 m/s.

19

► (CEFET-MG) Duas esferas A e B movem-se ao longo de uma linha reta, com velocidades constantes e iguais a 4 cm/s e 2 cm/s. A figura mostra suas posições num dado instante.

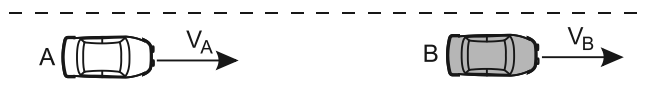


A posição, em cm em que A alcança B é

- A) 4.
- B) 8.
- C) 11.
- D) 12.

20

► (IFSP) Em um trecho retilíneo de estrada, dois veículos, A e B, mantêm velocidades constantes $V_A = 14$ m/s e $V_B = 54$ km/h.



Sobre os movimentos desses veículos, pode-se afirmar que

- A) ambos apresentam a mesma velocidade escalar.
- B) mantidas essas velocidades, A não conseguirá ultrapassar B.
- C) A está mais rápido do que B.
- D) a cada segundo que passa, A fica dois metros mais distante de B.
- E) depois de 40 s A terá ultrapassado B.

21

► (Fuvest) Marta e Pedro combinaram encontrar-se em certo ponto de uma autoestrada plana, para seguirem viagem juntos. Marta, ao passar pelo marco zero da estrada, constatou que, mantendo uma velocidade média de 80 km/h, chegaria na hora certa ao ponto de encontro combinado. No entanto, quando ela já estava no marco do quilômetro 10, ficou sabendo que Pedro tinha se atrasado e, só então, estava passando pelo marco zero, pretendendo continuar sua viagem a uma velocidade média de 100 km/h. Mantendo essas velocidades, seria previsível que os dois amigos se encontrassem próximos a um marco da estrada com indicação de

- A) km 20
- B) km 30
- C) km 40
- D) km 50
- E) km 60

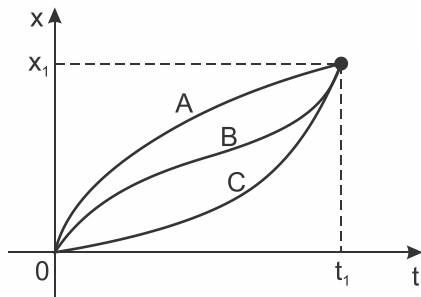
22

▶ (FCMMG) Pedro está caminhando, dando três passos por segundo, e vê sua tia Rita à sua frente, caminhando também na mesma direção e sentido, dando dois passos por segundo. Pedro sabe que o comprimento de seu passo é o dobro do passo de sua tia. Pedro inicia a contagem de tempo para alcançar Rita, sabendo que ela já havia dado 40 passos do local onde se encontrava Pedro. O tempo gasto para que ele a alcance será de:

- A) 10 s.
- B) 20 s.
- C) 30 s.
- D) 40 s.

23

(PUC-RS) Analise o gráfico $x(t)$ abaixo, que representa três partículas, A, B e C, de massas diferentes, que têm suas posições descritas com o transcorrer do tempo.

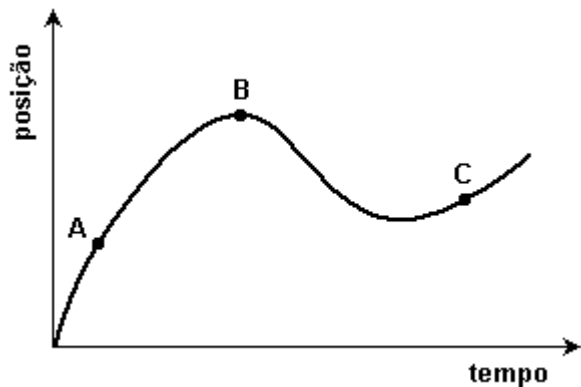


A alternativa que melhor representa a comparação entre os módulos das velocidades médias (V) medidas para as partículas no intervalo entre 0 e t_1 é

- A) $V_A < V_B < V_C$
- B) $V_A > V_B > V_C$
- C) $V_A < V_B = V_C$
- D) $V_A = V_B < V_C$
- E) $V_A = V_B = V_C$

24

(UFMG) Um carro está andando ao longo de uma estrada reta e plana. Sua posição em função do tempo está representada neste gráfico:



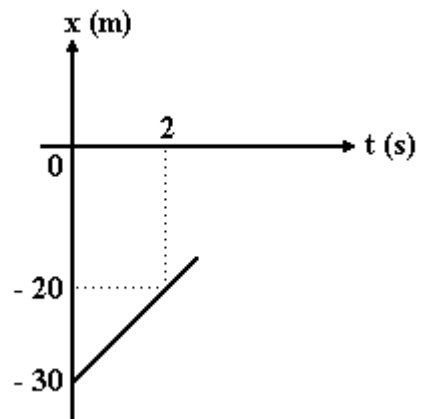
Sejam V_A , V_B e V_C os módulos das velocidades do carro, respectivamente, nos pontos A, B e C, indicados nesse gráfico.

Com base nessas informações, é correto afirmar que

- A) $V_B < V_A < V_C$.
- B) $V_A < V_C < V_B$.
- C) $V_B < V_C < V_A$.
- D) $V_A < V_B < V_C$.

25

▶ (Mackenzie) Um móvel se desloca sobre uma reta conforme o diagrama a seguir.



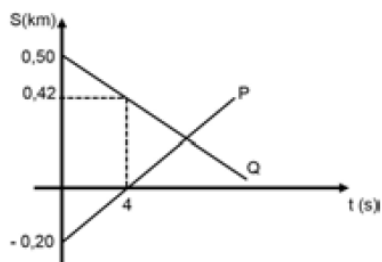
O instante em que a posição do móvel é $x = 20$ m é:

- A) 6 s
- B) 8 s
- C) 10 s
- D) 12 s
- E) 14 s



26

- (Faseh) Dois automóveis, P e Q, se deslocam em uma estrada retilínea conforme indicado no gráfico posição em função do tempo, a seguir.



É correto afirmar que os automóveis P e Q se encontram no tempo e na posição de, respectivamente:

- A) 4,3 s e 414 m
 B) 10 s e 300 m
 C) 10 s e 700 m
 D) 23 s e 950 m

27

(Fatec) A tabela fornece, em vários instantes, a posição s de um automóvel em relação ao km zero da estrada em que se movimentava.

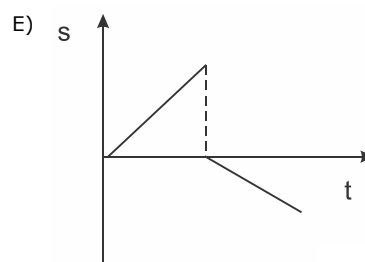
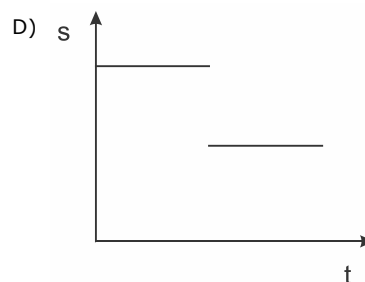
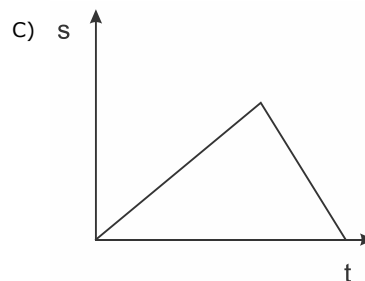
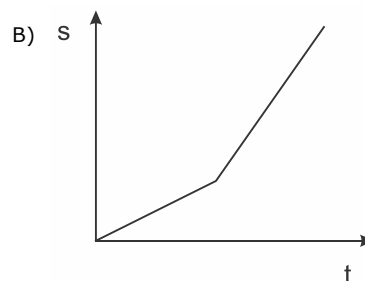
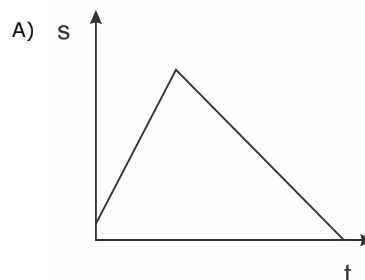
t (h)	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
s (km)	200	170	140	110	80	50

A função horária que nos fornece a posição do automóvel, com as unidades fornecidas, é:

- A) $s = 200 + 30t$
 B) $s = 200 - 30t$
 C) $s = 200 + 15t$
 D) $s = 200 - 15t$
 E) $s = 200 - 15t^2$

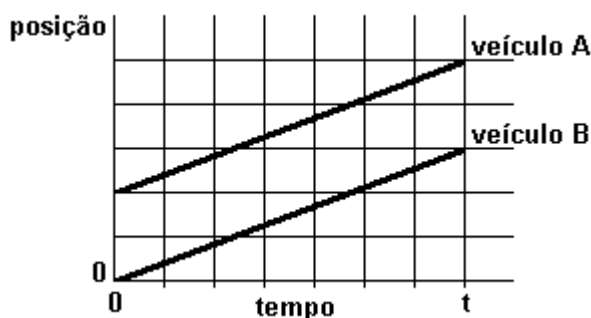
28

- (UPF) Considere a situação em que um jogador de futebol esteja treinando e, para isso, chute uma bola contra uma parede vertical. Suponha-se que a bola realize um movimento em linha reta de ida e volta (jogador-parede-jogador), com velocidade constante na ida, e que, na volta, a velocidade também seja constante, mas menor do que a da ida. Nessas condições e considerando que o tempo de contato com a parede seja muito pequeno e possa ser desprezado, o gráfico que melhor representa o deslocamento (S) da bola em relação ao tempo de movimento (t) é:



29

► (Unesp) Os gráficos na figura representam as posições de dois veículos, A e B, deslocando-se sobre uma estrada retilínea, em função do tempo.

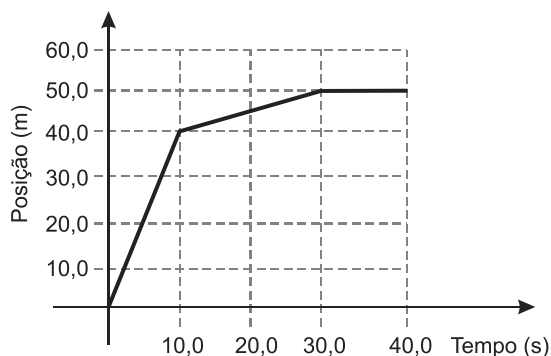


A partir desses gráficos, é possível concluir que, no intervalo de 0 a t,

- A) a velocidade do veículo A é maior que a do veículo B.
- B) a aceleração do veículo A é maior que a do veículo B.
- C) o veículo A está se deslocando à frente do veículo B.
- D) os veículos A e B estão se deslocando um ao lado do outro.
- E) a distância percorrida pelo veículo A é maior que a percorrida pelo veículo B.

30

► (PUC-RJ) O gráfico da figura mostra a posição em função do tempo de uma pessoa que passeia em um parque.

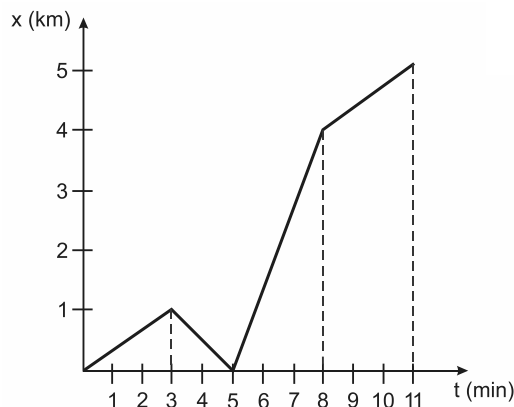


Calcule a velocidade média em m/s desta pessoa durante todo o passeio, expressando o resultado com o número de algarismos significativos apropriados.

- A) 0,50
- B) 1,25
- C) 1,50
- D) 1,70
- E) 4,00

31

► (PUC-RJ) Um carro saiu da posição $x = 0$ km até seu destino final em $x = 5$ km de acordo com gráfico mostrado na figura. Finalizado o percurso, o computador de bordo calcula a velocidade escalar média do carro, sem considerar o sentido do movimento.



Qual é esta velocidade escalar média dada pelo computador, em km/h?

- A) 27
- B) 33
- C) 38
- D) 47
- E) 60

32

(ENEM PPL) Antes das lombadas eletrônicas, eram pintadas faixas nas ruas para controle da velocidade dos automóveis. A velocidade era estimada com o uso de binóculos e cronômetros. O policial utilizava a relação entre a distância percorrida e o tempo gasto, para determinar a velocidade de um veículo. Cronometrava-se o tempo que um veículo levava para percorrer a distância entre duas faixas fixas, cuja distância era conhecida. A lombada eletrônica é um sistema muito preciso, porque a tecnologia elimina erros do operador. A distância entre os sensores é de 2 metros, e o tempo é medido por um circuito eletrônico.

O tempo mínimo, em segundos, que o motorista deve gastar para passar pela lombada eletrônica, cujo limite é de 40 km/h, sem receber uma multa, é de

- A) 0,05.
- B) 11,1.
- C) 0,18.
- D) 22,2.
- E) 0,50.



33

► (ENEM) Uma empresa de transportes precisa efetuar a entrega de uma encomenda o mais breve possível. Para tanto, a equipe de logística analisa o trajeto desde a empresa até o local da entrega. Ela verifica que o trajeto apresenta dois trechos de distâncias diferentes e velocidades máximas permitidas diferentes. No primeiro trecho, a velocidade máxima permitida é de 80 km/h e a distância a ser percorrida é de 80 km. No segundo trecho, cujo comprimento vale 60 km, a velocidade máxima permitida é 120 km/h.

Supondo que as condições de trânsito sejam favoráveis para que o veículo da empresa ande continuamente na velocidade máxima permitida, qual será o tempo necessário, em horas, para a realização da entrega?

- A) 0,7
- B) 1,4
- C) 1,5
- D) 2,0
- E) 3,0

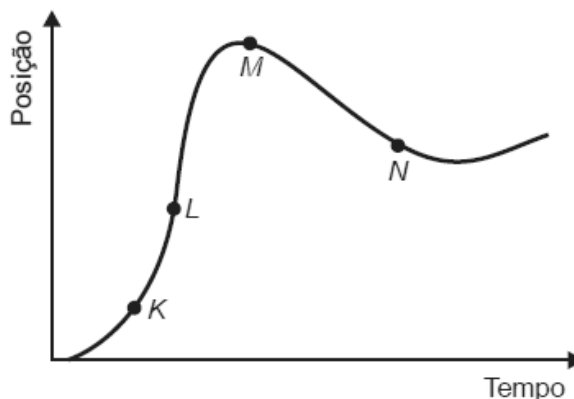
34

► (ENEM PPL) Em apresentações musicais realizadas em espaços onde o público fica longe do palco, é necessária a instalação de alto-falantes adicionais a grandes distâncias, além daqueles localizados no palco. Como a velocidade com que o som se propaga no ar ($v_{\text{som}} = 340 \text{ m/s}$) é muito menor do que a velocidade com que o sinal elétrico se propaga nos cabos ($v_{\text{sinal}} = 2,6 \times 10^8 \text{ m/s}$), é necessário atrasar o sinal elétrico de modo que este chegue pelo cabo ao alto-falante no mesmo instante em que o som vindo do palco chega pelo ar. Para tentar contornar esse problema, um técnico de som pensou em simplesmente instalar um cabo elétrico com comprimento suficiente para o sinal elétrico chegar ao mesmo tempo que o som, em um alto-falante que está a uma distância de 680 metros do palco. A solução é inviável, pois seria necessário um cabo elétrico de comprimento mais próximo de

- A) $1,1 \times 10^3 \text{ km}$
- B) $8,9 \times 10^4 \text{ km}$
- C) $1,3 \times 10^5 \text{ km}$
- D) $5,2 \times 10^5 \text{ km}$
- E) $6,0 \times 10^{13} \text{ km}$

35

► (ENEM PPL) Um piloto testa um carro em uma reta longa de um autódromo. A posição do carro nessa reta, em função do tempo, está representada no gráfico.



Os pontos em que a velocidade do carro é menor e maior são, respectivamente,

- A) K e M.
- B) N e K.
- C) M e L.
- D) N e L.
- E) N e M.

MÓDULO 02: MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

Nesse módulo estudaremos o movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV). É caracterizado por um movimento em linha reta com o módulo da velocidade alterando de forma constante. Uma grandeza fundamental nesse estudo é a aceleração.

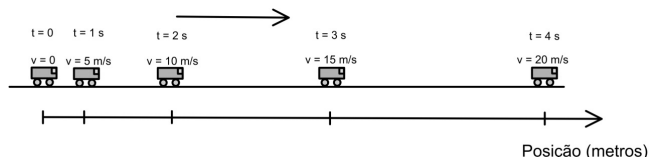
ACELERAÇÃO

A aceleração é uma grandeza física que mede a rapidez com que a velocidade de um corpo varia. Sabemos que a velocidade é uma grandeza vetorial, ou seja, possui módulo, direção e sentido. Como estudaremos, por enquanto, movimentos retilíneos, a mudança ocorrerá apenas no módulo da velocidade. Quando a aceleração está associada apenas à mudança do módulo da velocidade, ela é chamada de aceleração tangencial.

A aceleração é definida como a razão entre a variação da velocidade e o intervalo de tempo que a variação ocorreu.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

No sistema internacional de unidades a aceleração é dada em m/s². Mas o que significa isso? Se um corpo parte do repouso e se movimenta com uma aceleração constante de 5 m/s² significa dizer que a cada segundo a velocidade do corpo varia (aumenta ou diminui) 5 m/s. É o mesmo que dizer que a mudança de velocidade é de 5 m/s por segundo. Observe que agora o corpo não percorre distâncias iguais em tempo iguais.



Como saber se a velocidade do corpo aumenta ou diminui? Para responder a essa pergunta, devemos comparar o sinal da velocidade e o sinal da aceleração.

Velocidade	Aceleração	Movimento
+	+	Progressivo e Acelerado
+	-	Progressivo e Retardado
-	+	Retrógrado e Retardado
-	-	Retrógrado e Acelerado

Exercício Resolvido

(UTFPR) Suponha que um automóvel de motor muito potente possa desenvolver uma aceleração média de módulo igual a 10 m/s². Partindo do repouso, este automóvel poderia chegar à velocidade de 90 km/h num intervalo de tempo mínimo, em segundos, igual a:

- A) 2,0.
- B) 9,0.
- C) 2,5.
- D) 4,5.
- E) 3,0.

Resolução:

Dados: a = 10 m/s²; v₀ = 0; v = 90 km/h = 25 m/s.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{25 - 0}{10} \Rightarrow \Delta t = 2,5 \text{ s.}$$

Gabarito: Letra C

FUNÇÃO HORÁRIA DA VELOCIDADE NO MRUV

Uma função horária da velocidade é capaz de informar qual é a velocidade do móvel em um referencial em qualquer instante de tempo. Para o MRUV a função horária da velocidade pode ser escrita como:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

onde v₀ representa a velocidade inicial do corpo (no instante zero).

Exercício Resolvido

(UTFPR) Um ciclista movimentava-se em sua bicicleta, partindo do repouso e mantendo uma aceleração aproximadamente constante de valor médio igual a 2,0 m/s². Depois de 7,0 s de movimento, atinge uma velocidade, em m/s, igual a:

- A) 49
- B) 14
- C) 98
- D) 35
- E) 10

Resolução:

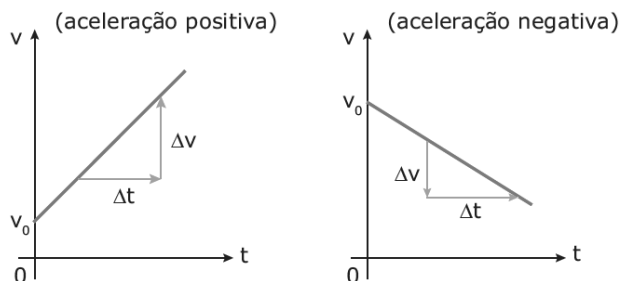
Da função horária da velocidade para o movimento uniformemente variado:

$$v = v_0 + a t \Rightarrow v = 0 + 2(7) \Rightarrow v = 14 \text{ m/s.}$$

Gabarito: Letra B

GRÁFICO DE VELOCIDADE X TEMPO NO MRUV

A função que fornece a velocidade em função do tempo é uma função do 1º grau. Ou seja, o gráfico da velocidade em função do tempo deve ser uma reta inclinada no MRUV.

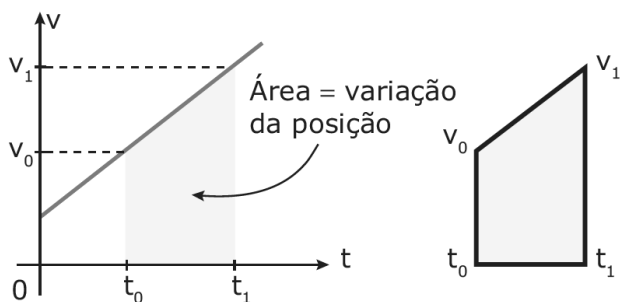


Nesse caso, o ponto que o gráfico corta o eixo vertical representa a velocidade inicial do móvel. A inclinação desse gráfico representa a aceleração do corpo. Para retas crescentes, a aceleração será positiva. Para retas decrescentes a aceleração será negativa.



FUNÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO NO MRUV

Você já sabe que a área sobre a curva no gráfico de velocidade por tempo representa a distância percorrida pelo móvel. Observe a figura:



Calculando a área do trapézio temos:

$$d = \frac{(v_0 + v) \cdot \Delta t}{2}$$

Substituindo $v = v_0 + a \cdot t$ temos:

$$d = \frac{(v_0 + v_0 + a \cdot t) \cdot t}{2}$$

$$d = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Com essa expressão podemos calcular o deslocamento de um corpo em MRUV.

Para determinarmos a posição do corpo em função do tempo, basta incluir a posição que ele se encontrava no instante inicial (posição inicial).

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Atenção!

Um aluno de Galileu, Evangelista Torricelli, desenvolveu uma equação para o MUV que independe do tempo. Essa relação, denominada Equação de Torricelli, foi desenvolvida tendo como base as duas equações anteriormente apresentadas.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot d$$

Exercício Resolvido

(Puccamp) A função horária da posição s de um móvel é dada por $s = 20 + 4t - 3t^2$, com unidades do Sistema Internacional. Nesse mesmo sistema, a função horária da velocidade do móvel é

- A) $-16 - 3t$
- B) $-6t$
- C) $4 - 6t$
- D) $4 - 3t$
- E) $4 - 1,5t$

Resolução:

Como a função horária é dada na forma $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$, por comparação temos:

$$s_0 = 20 \text{ m}$$

$$v_0 = 4 \text{ m/s}$$

$$\frac{a}{2} = -3 \Rightarrow a = -6 \text{ m/s}^2$$

Como a função horária da velocidade é $v = v_0 + a \cdot t$ temos:

$$v = 4 - 6 \cdot t$$

Gabarito: Letra C

Exercício Resolvido

(UERJ) Uma ave marinha costuma mergulhar de uma altura de 20 m para buscar alimento no mar.

Suponha que um desses mergulhos tenha sido feito em sentido vertical, a partir do repouso e exclusivamente sob ação da força da gravidade.

Desprezando-se as forças de atrito e de resistência do ar, a ave chegará à superfície do mar a uma velocidade, em m/s, aproximadamente igual a:

- A) 20
- B) 40
- C) 60
- D) 80

Resolução:

Usando a equação de Torricelli:

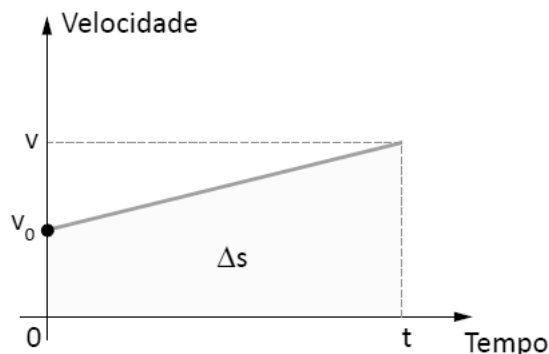
$$v^2 = v_0^2 + 2gh \Rightarrow v^2 = 0 + 2 \cdot 10 \cdot 20 = 400 \Rightarrow$$

$$v = 20 \text{ m/s.}$$

Gabarito: Letra A

VELOCIDADE MÉDIA NO MRUV

No estudo do MRUV muitos alunos tendem a utilizar a fórmula $d = vt$ na resolução das questões. E a pergunta é, podemos usar essa fórmula no MRUV? A resposta é, depende. Você pode utilizar essa fórmula se a velocidade "v" for a velocidade média do corpo. Afinal de contas, no movimento uniformemente variado a velocidade do corpo varia com o tempo. Mas, qual é a velocidade média do corpo no MRUV? Observe a figura:



Calculando a área do trapézio temos:

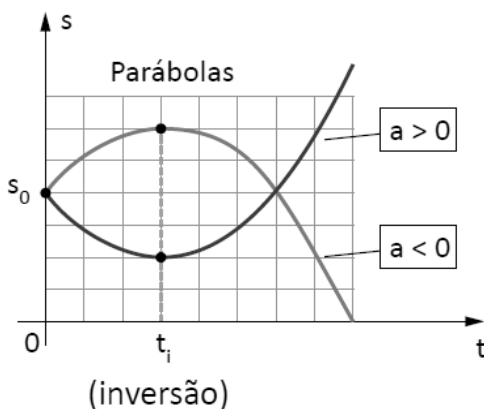
$$d = \frac{(v_0 + v)}{2} \cdot \Delta t$$

Podemos concluir então que a velocidade média do corpo é

$$v_m = \frac{(v_0 + v)}{2}$$

GRÁFICO DE POSIÇÃO X TEMPO NO MRUV

A função que fornece a posição em função do tempo é uma função do 2º grau. Ou seja, o gráfico da posição em função do tempo no MRUV deve ser uma parábola.



O interessante é que podemos utilizar esse resultado para montarmos o gráfico da posição em função do tempo para um corpo em MRUV. Repare que a equação tem a forma exata de uma função do 2º grau:

$$y = c + b \cdot x + a \cdot x^2$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ S & = & S_0 & + & V_0 t & + & \frac{at^2}{2} \end{matrix}$$

A concavidade da parábola do gráfico $s \times t$ está associada ao coeficiente do termo t^2 e será voltada para cima quando a aceleração escalar do MUV for positiva. Se a aceleração escalar for negativa, a concavidade da parábola será voltada para baixo. Devemos observar que, como já foi dito, a aceleração num MUV é constante e, por isso, ela será sempre negativa, ou sempre positiva, para um movimento qualquer. Já a velocidade poderá ser negativa ou positiva, dependendo do intervalo de tempo considerado. Conforme vimos na análise gráfica do MRU, no gráfico de posição por tempo a velocidade é dada pela inclinação da reta tangente do gráfico.

Nos casos em que a aceleração for negativa (concavidade para baixo), a velocidade será uma função crescente até o instante de inversão do sentido do movimento, pois toda parábola com concavidade para baixo tem um vértice que é o ponto máximo da função. A partir desse ponto, no qual a velocidade é nula ($v = 0$), a velocidade será uma função decrescente e o movimento, que até então era progressivo, passa a ser classificado como retrógrado, pois o móvel estará então se movendo em direção oposta àquela de orientação da trajetória.

Da mesma forma, podemos analisar o caso de aceleração constante e positiva: a concavidade da parábola é voltada para cima, portanto o gráfico terá ponto de mínimo, que coincide novamente com o ponto de velocidade nula. Nesse ponto, o móvel para, a fim de inverter o sentido de movimento, de modo que, até o vértice da parábola, a função da velocidade seja uma função decrescente e o movimento seja retrógrado. A partir da inversão ($v = 0$), a função da velocidade será crescente e o movimento passa a ser progressivo.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

36

(PUC-MG) Dizer que um automóvel tem aceleração igual a $1,0 \text{ m/s}^2$ equivale a se afirmar que:

- A) a cada segundo sua velocidade aumenta de $3,6 \text{ km/h}$.
- B) a cada hora sua velocidade aumenta de $1,0 \text{ m/s}$.
- C) a cada hora sua velocidade aumenta de 60 km/h .
- D) a cada segundo sua velocidade diminui de $1/3,6 \text{ km/h}$.
- E) a cada segundo sua velocidade diminui de 60 km/h .

37

(Faseh) Um carrinho de rolimã desce uma rampa e um estudante anota os valores da velocidade desse carrinho em quatro instantes de tempo, de acordo com a seguinte tabela:

t (s)	0	1,0	2,0	3,0
v (m/s)	1,2	2,0	2,8	3,6

A aceleração desse carrinho é de

- A) $0,8 \text{ m/s}^2$
- B) $1,2 \text{ m/s}^2$
- C) $1,4 \text{ m/s}^2$
- D) $2,0 \text{ m/s}^2$

38

38. (PUC-RJ) Um objeto em movimento uniformemente variado tem sua velocidade inicial nula e sua velocidade final igual a $2,0 \text{ m/s}$, em um intervalo de tempo de 4 s . A aceleração do objeto, em m/s^2 , é:

- A) $1/4$
- B) $1/2$
- C) 1
- D) 2
- E) 4

39

(IFPE) Um móvel parte do repouso e, após 8 segundos de movimento, está com velocidade de 32 m/s . Pode-se afirmar que a aceleração do móvel e o espaço percorrido por ele são, respectivamente,

- A) $4,0 \text{ m/s}^2$ e 128 m
- B) $4,0 \text{ m/s}^2$ e 32 m
- C) $-4,0 \text{ m/s}^2$ e 128 m
- D) $2,0 \text{ m/s}^2$ e 128 m
- E) $2,0 \text{ m/s}^2$ e 32 m



40

► (IFCE) Um veículo parte do repouso em movimento retilíneo e acelera com aceleração escalar constante e igual a $3,0 \text{ m/s}^2$. O valor da velocidade escalar e da distância percorrida após $4,0$ segundos, valem, respectivamente

- A) 12 m/s e 24 m
- B) $6,0 \text{ m/s}$ e 18 m
- C) $8,0 \text{ m/s}$ e 16 m
- D) 16 m/s e 32 m
- E) 10 m/s e 20 m

41

► (Mackenzie) Nos testes realizados em um novo veículo, observou-se que ele percorre 100 m em 5 s , a partir do repouso. A aceleração do veículo é constante nesse intervalo de tempo e igual a

- A) 2 m/s^2
- B) 4 m/s^2
- C) 6 m/s^2
- D) 8 m/s^2
- E) 10 m/s^2

42

(PUC-SP) Ao iniciar a travessia de um túnel retilíneo de 200 metros de comprimento, um automóvel de dimensões desprezíveis movimenta-se com velocidade de 25 m/s . Durante a travessia, desacelera uniformemente, saindo do túnel com velocidade de 5 m/s .

O módulo de sua aceleração escalar, nesse percurso, foi de

- A) $0,5 \text{ m/s}^2$
- B) $1,0 \text{ m/s}^2$
- C) $1,5 \text{ m/s}^2$
- D) $2,0 \text{ m/s}^2$
- E) $2,5 \text{ m/s}^2$

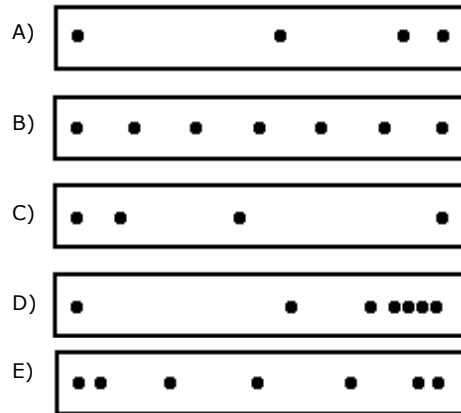
43

(UFPR) Um motorista conduz seu automóvel pela BR 277 a uma velocidade de 108 km/h quando avista uma barreira na estrada, sendo obrigado a frear (desaceleração de 5 m/s^2) e parar o veículo após certo tempo. Pode-se afirmar que o tempo e a distância de frenagem serão, respectivamente:

- A) 6 s e 90 m .
- B) 10 s e 120 m .
- C) 6 s e 80 m .
- D) 10 s e 200 m .
- E) 6 s e 120 m .

44

(Unesp) Um corpo parte do repouso em movimento uniformemente acelerado. Sua posição em função do tempo é registrada em uma fita a cada segundo, a partir do primeiro ponto à esquerda, que corresponde ao instante do início do movimento. A fita que melhor representa esse movimento é:



45

► (Unifesp) A função da velocidade em relação ao tempo de um ponto material em trajetória retilínea, no SI, é $V = 5,0 - 2,0t$. Por meio dela pode-se afirmar que, no instante $t = 4,0 \text{ s}$, a velocidade desse ponto material tem módulo

- A) 13 m/s e o mesmo sentido da velocidade inicial.
- B) $3,0 \text{ m/s}$ e o mesmo sentido da velocidade inicial.
- C) zero, pois o ponto material já parou e não se movimenta mais.
- D) $3,0 \text{ m/s}$ e sentido oposto ao da velocidade inicial.
- E) 13 m/s e sentido oposto ao da velocidade inicial.

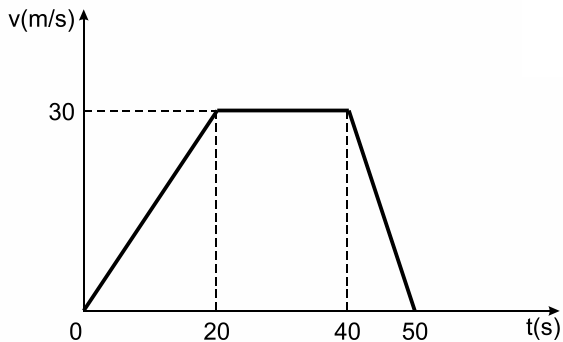
46

(Unifesp) A velocidade em função do tempo de um ponto material em movimento retilíneo uniformemente variado, expressa em unidades do SI, é $V = 50 - 10t$. Pode-se afirmar que, no instante $t = 5,0 \text{ s}$, esse ponto material tem

- A) velocidade e aceleração nulas.
- B) velocidade nula e daí em diante não se movimenta mais.
- C) velocidade nula e aceleração $a = -10 \text{ m/s}^2$.
- D) velocidade nula e a sua aceleração muda de sentido.
- E) aceleração nula e a sua velocidade muda de sentido.

47

► (CEFET-MG) O gráfico a seguir descreve a velocidade de um carro durante um trajeto retilíneo.

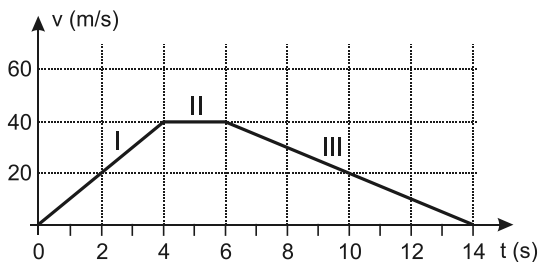


Com relação ao movimento, pode-se afirmar que o carro

- A) desacelera no intervalo entre 40 e 50 s.
- B) está parado no intervalo entre 20 e 40 s.
- C) inverte o movimento no intervalo entre 40 e 50 s.
- D) move-se com velocidade constante no intervalo entre 0 e 20 s.

48

(UFRGS) Observe o gráfico a seguir, que mostra a velocidade instantânea V em função do tempo t de um móvel que se desloca em uma trajetória retilínea. Neste gráfico, I, II e III identificam, respectivamente, os intervalos de tempo de 0s a 4s, de 4s a 6s e de 6s a 14s.

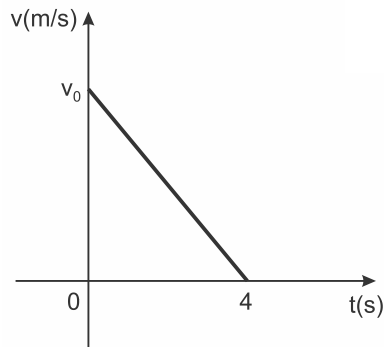


Nos intervalos de tempo indicados, as acelerações do móvel valem, em m/s^2 , respectivamente,

- A) 20, 40, e 20.
- B) 10, 20 e 5.
- C) 10, 0 e -5.
- D) -10, 0 e 5.
- E) -10, 0 e -5.

49

► (UERJ) O gráfico representa a variação da velocidade de um automóvel ao frear.

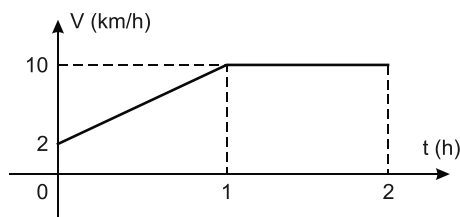


Se nos 4 s da frenagem o automóvel deslocou 40 m então a velocidade em que se encontrava no instante em que começou a desacelerar era de

- A) 72 km/h
- B) 80 km/h
- C) 90 km/h
- D) 108 km/h

50

(IFPE) Toda manhã, um ciclista com sua bicicleta pedala na orla de Boa Viagem durante 2 horas. Curioso para saber sua velocidade média, ele esboçou o gráfico velocidade escalar em função do tempo, conforme a figura abaixo.



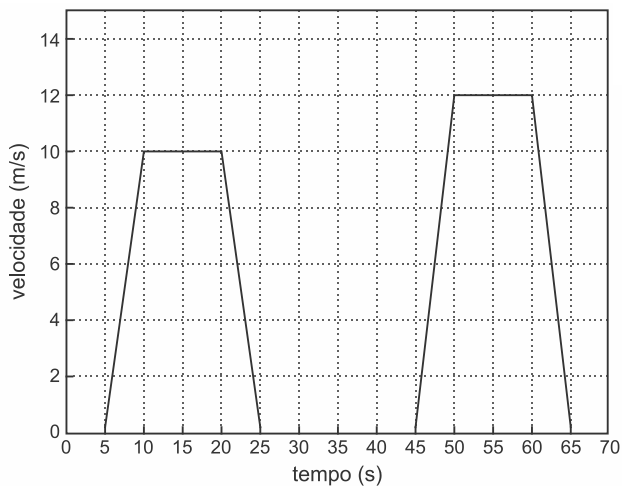
A velocidade média, em km/h, entre o intervalo de tempo de 0 a 2 h, vale:

- A) 3
- B) 4
- C) 6
- D) 8
- E) 9



51

► (Unicamp) O semáforo é um dos recursos utilizados para organizar o tráfego de veículos e de pedestres nas grandes cidades. Considere que um carro trafega em um trecho de uma via retilínea, em que temos 3 semáforos. O gráfico abaixo mostra a velocidade do carro, em função do tempo, ao passar por esse trecho em que o carro teve que parar nos três semáforos.

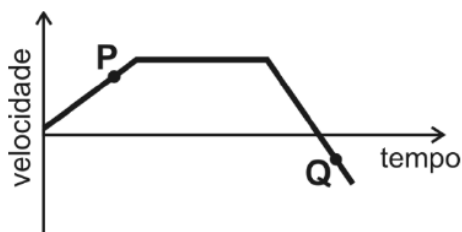


A distância entre o primeiro e o terceiro semáforo é de

- A) 330 m
- B) 440 m
- C) 150 m
- D) 180 m

52

► (Faseh) Um automóvel se move em uma estrada reta, e sua velocidade em função do tempo está representada no seguinte gráfico.

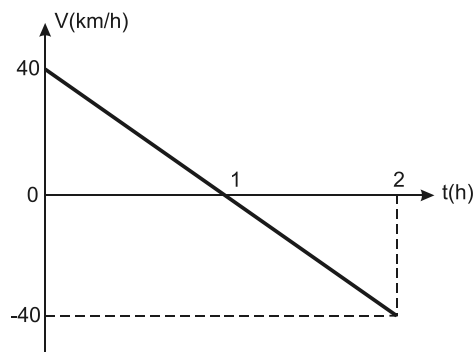


No ponto Q, indicado no gráfico, o automóvel está

- A) Reduzindo o módulo da velocidade.
- B) Se movendo com aceleração nula.
- C) Se movendo em sentido oposto ao que tinha no ponto P.
- D) Sendo freado em uma descida.

53

► (CEFET-MG) Um corpo tem seu movimento representado pelo gráfico abaixo.

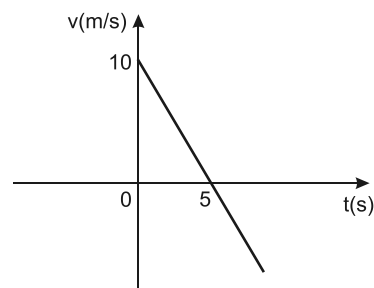


Ao final de duas horas de movimento, seu deslocamento, em km, será igual a

- A) 0.
- B) 20.
- C) 40.
- D) 80.

54

► (UERJ) Seja o gráfico da velocidade em função do tempo de um corpo em movimento retilíneo uniformemente variado representado abaixo.

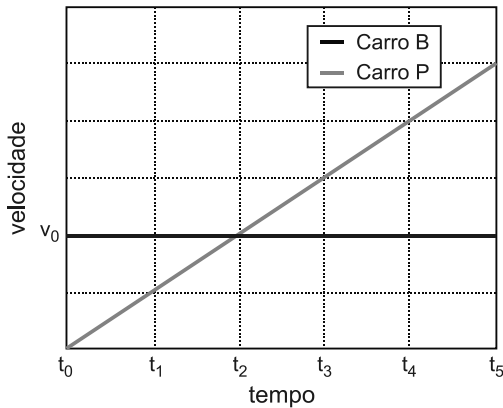


Considerando a posição inicial desse movimento igual a 46 m, então a posição do corpo no instante $t = 8$ s é

- A) 54 m.
- B) 62 m.
- C) 66 m.
- D) 74 m.

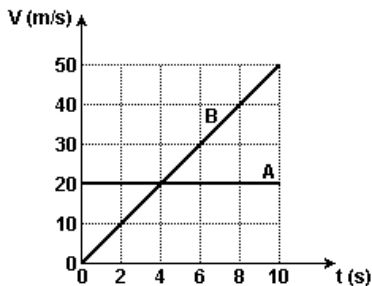
55

- (UFF) Policiais rodoviários são avisados de que um carro B vem trafegando em alta velocidade numa estrada. No instante t_0 em que o carro B passa, os policiais saem em sua perseguição. A figura ilustra as velocidades do carro B e do carro dos policiais (P) em função do tempo.



Assinale a alternativa que especifica o instante de tempo em que o carro P alcança o carro B.

- A) t_1
 B) t_2
 C) t_3
 D) t_4
 E) t_5
- 56
- (Unesp) Um veículo A, locomovendo-se com velocidade constante, ultrapassa um veículo B, no instante $t = 0$, quando B está começando a se movimentar.



Analisando os gráficos, pode-se afirmar que

- A) B ultrapassou A no instante $t = 8$ s, depois de percorrer 160 m.
 B) B ultrapassou A no instante $t = 4$ s, depois de percorrer 160 m.
 C) B ultrapassou A no instante $t = 4$ s, depois de percorrer 80 m.
 D) B ultrapassou A no instante $t = 8$ s, depois de percorrer 320 m.
 E) B ultrapassou A no instante $t = 4$ s, depois de percorrer 180 m.
- 57
- Um móvel obedece a equação horária $S = -20 + 4t - 3t^2$, em unidades do sistema internacional. Qual é equação horária da velocidade desse móvel?

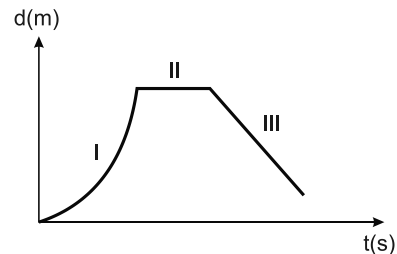
- A) $V = -20 + 4t$
 B) $V = -4 - 3t$
 C) $V = 4 - 6t$
 D) $V = 4 - 3t$

58

- A equação de posição de um móvel é dada por $S = 2t^2 - 5t$ com t medido em segundos e S em metros. Em que instante, a posição deste móvel é 7 metros?
- A) 1,0 s
 B) 2,5 s
 C) 3,5 s
 D) 4,0 s
 E) 7,0 s

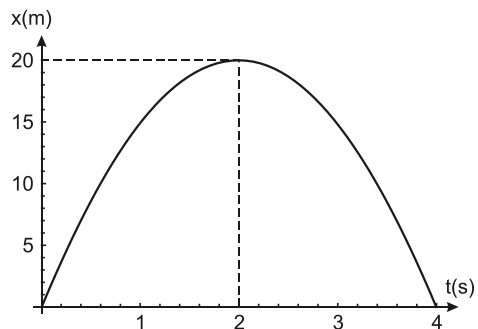
59

- (IFSC) O gráfico a seguir apresenta o movimento de um carro.



Em relação ao tipo de movimento nos trechos I, II e III, assinale a alternativa correta.

- A) I – acelerado; II – repouso; III – MRUV.
 B) I – retardado; II – repouso; III – retrógrado.
 C) I – acelerado; II – MRU; III – retrógrado.
 D) I – acelerado; II – repouso; III – progressivo.
 E) I – acelerado; II – repouso; III – retrógrado.
- 60
- (CEFET-MG) Um objeto tem a sua posição (x) em função do tempo (t) descrito pela parábola conforme o gráfico.



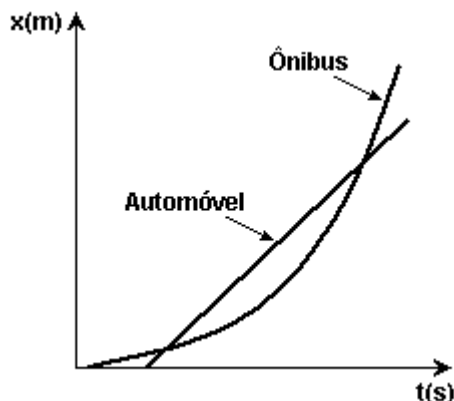
Analisando-se esse movimento, o módulo de sua velocidade inicial, em m/s, e de sua aceleração, em m/s^2 , são respectivamente iguais a

- A) 10 e 20.
 B) 10 e 30.
 C) 20 e 10.
 D) 20 e 30.
 E) 30 e 10.



61

- (UFV) O gráfico a seguir representa a posição em função do tempo de um automóvel e de um ônibus que se movem por uma via plana e reta.



Um observador faz as seguintes afirmações relativas ao trajeto apresentado:

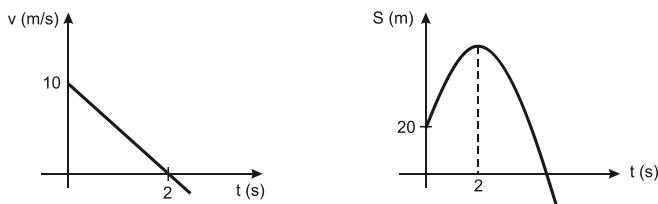
- I. O automóvel move-se com velocidade constante.
- II. Acontecem duas ultrapassagens.
- III. O ônibus apresenta aceleração.

Podemos afirmar que:

- A) apenas as afirmações I e II estão corretas.
- B) todas as afirmações estão corretas.
- C) apenas as afirmações I e III estão corretas.
- D) apenas as afirmações II e III estão corretas.
- E) apenas a afirmação I está correta.

62

- (UFLA) Um móvel se desloca numa trajetória retilínea e seus diagramas de velocidade e espaço em relação ao tempo são mostrados a seguir:

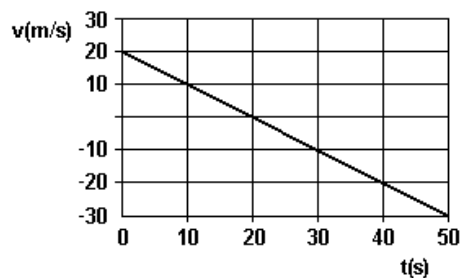


O móvel muda o sentido de seu movimento na posição:

- A) 10 m
- B) 30 m
- C) 5 m
- D) 20 m

63

- (UFPE) O gráfico a seguir mostra a velocidade de um objeto em função do tempo, em movimento ao longo do eixo x.

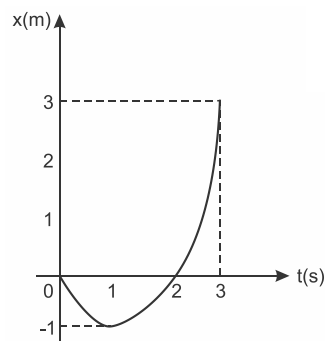


Sabendo-se que, no instante $t = 0$, a posição do objeto é $x = -10$ m, determine a equação $x(t)$ para a posição do objeto em função do tempo.

- A) $x(t) = -10 + 20t - 0,5t^2$
- B) $x(t) = -10 + 20t + 0,5t^2$
- C) $x(t) = -10 + 20t - 5t^2$
- D) $x(t) = -10 - 20t + 5t^2$
- E) $x(t) = -10 - 20t - 0,5t^2$

64

- (IFSUL) Um ponto material movimentar-se sobre uma trajetória retilínea. O gráfico da posição em função do tempo do movimento é um arco de parábola, como indicado abaixo.

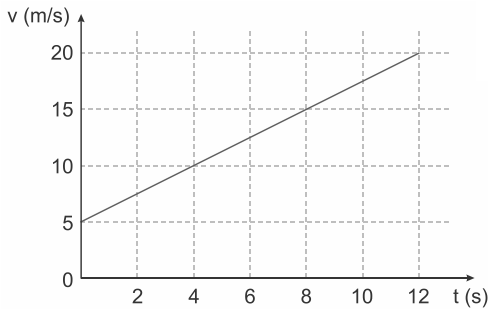


A equação horária que rege este movimento, segundo as informações fornecidas é

- A) $x = t$
- B) $x = t + 2$
- C) $x = t^2$
- D) $x = t^2 - 2t$

65

► (UERJ) Um carro se desloca ao longo de uma reta. Sua velocidade varia de acordo com o tempo, conforme indicado no gráfico.



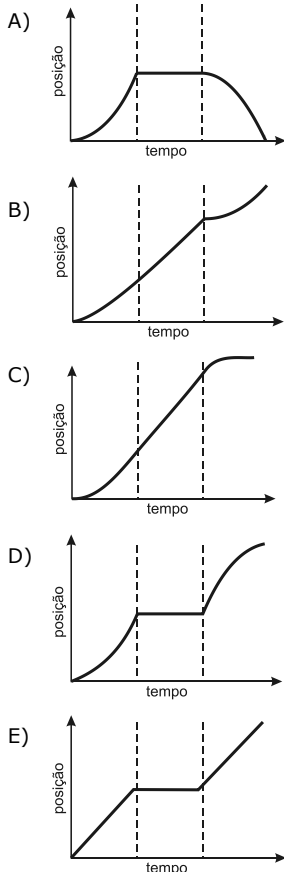
A função que indica o deslocamento do carro em relação ao tempo t é:

- A) $5t - 0,55t^2$
- B) $5t + 0,625t^2$
- C) $20t - 1,25t^2$
- D) $20t + 2,5t^2$

66

► (ENEM) Para melhorar a mobilidade urbana na rede metroviária é necessário minimizar o tempo entre estações. Para isso a administração do metrô de uma grande cidade adotou o seguinte procedimento entre duas estações: a locomotiva parte do repouso em aceleração constante por um terço do tempo de percurso, mantém a velocidade constante por outro terço e reduz sua velocidade com desaceleração constante no trecho final, até parar.

Qual é o gráfico de posição (eixo vertical) em função do tempo (eixo horizontal) que representa o movimento desse trem?



67

► (ENEM) Um motorista que atende a uma chamada de celular é levado à desatenção, aumentando a possibilidade de acidentes ocorrerem em razão do aumento de seu tempo de reação. Considere dois motoristas, o primeiro atento e o segundo utilizando o celular enquanto dirige. Eles aceleram seus carros inicialmente a $1,00 \text{ m/s}^2$. Em resposta a uma emergência, freiam com uma desaceleração igual a $5,00 \text{ m/s}^2$. O motorista atento aciona o freio à velocidade de $14,0 \text{ m/s}$ enquanto o desatento, em situação análoga, leva $1,00$ segundo a mais para iniciar a frenagem.

Que distância o motorista desatento percorre a mais do que o motorista atento, até a parada total dos carros?

- A) $2,90 \text{ m}$
- B) $14,0 \text{ m}$
- C) $14,5 \text{ m}$
- D) $15,0 \text{ m}$
- E) $17,4 \text{ m}$

68

(ENEM PPL) O trem de passageiros da Estrada de Ferro Vitória-Minas (EFVM), que circula diariamente entre a cidade de Cariacica, na Grande Vitória, e a capital mineira Belo Horizonte, está utilizando uma nova tecnologia de frenagem eletrônica. Com a tecnologia anterior, era preciso iniciar a frenagem cerca de 400 metros antes da estação. Atualmente, essa distância caiu para 250 metros, o que proporciona redução no tempo de viagem.

Considerando uma velocidade de 72 km/h , qual o módulo da diferença entre as acelerações de frenagem depois e antes da adoção dessa tecnologia?

- A) $0,08 \text{ m/s}^2$
- B) $0,30 \text{ m/s}^2$
- C) $1,10 \text{ m/s}^2$
- D) $1,60 \text{ m/s}^2$
- E) $3,90 \text{ m/s}^2$



69

(ENEM)

Rua da Passagem

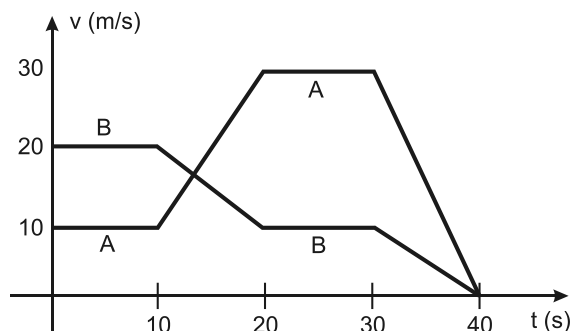
Os automóveis atrapalham o trânsito.

Gentileza é fundamental.

Não adianta esquentar a cabeça.

Menos peso do pé no pedal.

O trecho da música, de Lenine e Arnaldo Antunes (1999), ilustra a preocupação com o trânsito nas cidades, motivo de uma campanha publicitária de uma seguradora brasileira. Considere dois automóveis, A e B, respectivamente conduzidos por um motorista imprudente e por um motorista consciente e adepto da campanha citada. Ambos se encontram lado a lado no instante inicial $t = 0$ s, quando avistam um semáforo amarelo (que indica atenção, parada obrigatória ao se tornar vermelho). O movimento de A e B pode ser analisado por meio do gráfico, que representa a velocidade de cada automóvel em função do tempo.

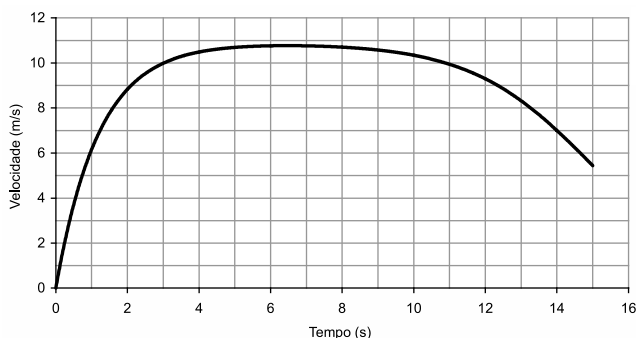


As velocidades dos veículos variam com o tempo em dois intervalos: (I) entre os instantes 10 s e 20 s; (II) entre os instantes 30 s e 40 s. De acordo com o gráfico, quais são os módulos das taxas de variação da velocidade do veículo conduzido pelo motorista imprudente, em m/s^2 , nos intervalos (I) e (II), respectivamente?

- A) 1,0 e 3,0
- B) 2,0 e 1,0
- C) 2,0 e 1,5
- D) 2,0 e 3,0
- E) 10,0 e 30,0

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:

Em uma prova de 100 m rasos, o desempenho típico de um corredor padrão é representado pelo gráfico a seguir:



70

(ENEM) Em que intervalo de tempo o corredor apresenta aceleração máxima?

- A) Entre 0 e 1 segundo.
- B) Entre 1 e 5 segundos.
- C) Entre 5 e 8 segundos.
- D) Entre 8 e 11 segundos.
- E) Entre 9 e 15 segundos.

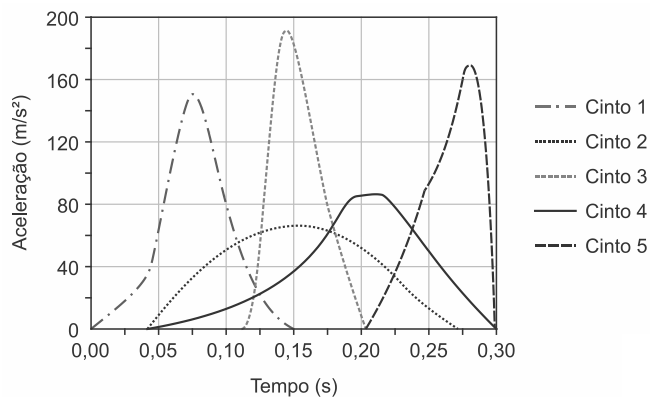
71

(ENEM) Baseado no gráfico, em que intervalo de tempo a velocidade do corredor é aproximadamente constante?

- A) Entre 0 e 1 segundo.
- B) Entre 1 e 5 segundos.
- C) Entre 5 e 8 segundos.
- D) Entre 8 e 11 segundos.
- E) Entre 12 e 15 segundos.

72

(ENEM) Em uma colisão frontal entre dois automóveis, a força que o cinto de segurança exerce sobre o tórax e abdômen do motorista pode causar lesões graves nos órgãos internos. Pensando na segurança do seu produto, um fabricante de automóveis realizou testes em cinco modelos diferentes de cinto. Os testes simularam uma colisão de 0,30 segundo de duração, e os bonecos que representavam os ocupantes foram equipados com acelerômetros. Esse equipamento registra o módulo da desaceleração do boneco em função do tempo. Os parâmetros como massa dos bonecos, dimensões dos cintos e velocidade imediatamente antes e após o impacto foram os mesmos para todos os testes. O resultado final obtido está no gráfico de aceleração por tempo.



Qual modelo de cinto oferece menor risco de lesão interna ao motorista?

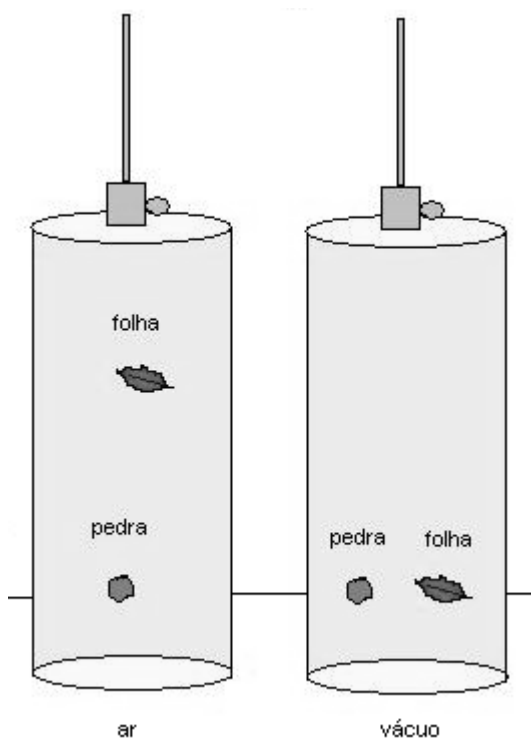
- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

MÓDULO 03: QUEDA LIVRE E LANÇAMENTO VERTICAL

QUEDA LIVRE PARTINDO DO REPOUSO

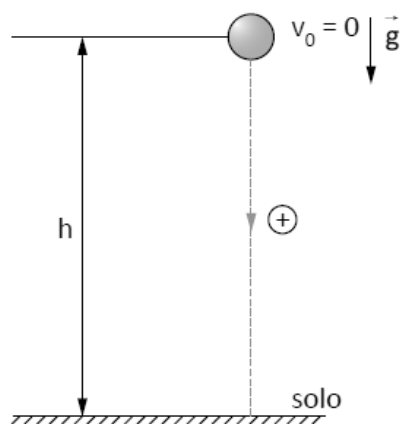
Vamos iniciar esse módulo com a seguinte situação: uma pedra e uma pena, ao serem soltas, simultaneamente, de uma mesma altura, não atingem o solo no mesmo instante. A pedra cairá com mais rapidez e, portanto, atingirá o solo primeiro. Galileu lançou a hipótese de que talvez o ar exercesse uma ação retardadora maior sobre a pena. Caso isso acontecesse, a pena gastaria mais tempo do que a pedra para cair.

Alguns anos depois foi possível comprovar experimentalmente que essa hipótese de Galileu estava correta: retirando o ar de um tubo fechado, ou seja, fazendo vácuo nesse tubo, e realizando a experiência de queda de uma pena e uma pedra, constatou-se que os dois objetos atingiam a extremidade inferior do tubo ao mesmo tempo, isto é, o tempo gasto na queda era o mesmo para os dois objetos. Galileu estava certo ao afirmar que todos os objetos caem simultaneamente quando a queda ocorre no vácuo ou quando a resistência do ar sobre os objetos pode ser desprezada, por ser muito menor que seus pesos (como por exemplo, a resistência do ar sobre as pedras lançadas do alto da torre). Nessas duas condições, os objetos estão em queda livre.



Galileu conseguiu verificar que a queda livre é um movimento uniformemente acelerado, ou seja, a velocidade de um objeto qualquer, em queda livre, aumenta uniformemente. Essa aceleração é denominada aceleração da gravidade e representada por g . Vamos adotar para a aceleração da gravidade terrestre um valor aproximado: $|g| = 10 \text{ m/s}^2$, a menos que o exercício forneça outro.

Adotando a orientação dos espaços como sendo positiva "para baixo", uma vez que durante a queda livre os objetos se movimentam em sentido ao solo, a aceleração da gravidade terrestre é positiva ($a = + 10 \text{ m/s}^2$). Considerando que o corpo é abandonado, ou seja, partindo do repouso, de uma altura H do solo.



As equações para esse movimento são:

$$\begin{aligned} v &= g \cdot t \rightarrow v = 10 \cdot t \\ d &= \frac{g \cdot t^2}{2} \rightarrow H = 5 \cdot t^2 \\ v^2 &= 2 \cdot g \cdot d \rightarrow v = \sqrt{20 \cdot H} \end{aligned}$$

Observe que essas são equações simples e pequenas, apelidadas por mim de "fórmulas de bolso". É importante que você treine a resolução mental de exercícios de queda livre partindo do repouso a partir das equações acima. Lembre-se que as fórmulas de bolso só são escritas dessa forma se o corpo partir do repouso na superfície da Terra.

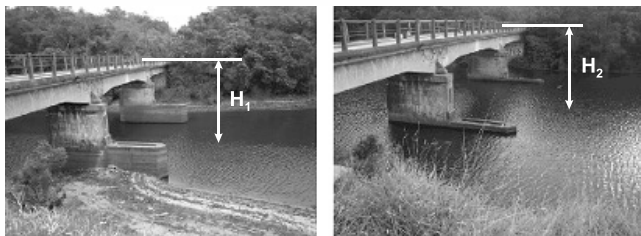
É muito comum o aluno ter que calcular o tempo de queda a partir da altura em que o corpo foi abandonado na superfície da Terra. A partir da segunda equação, temos alguns valores clássicos nos vestibulares:

H	t_{queda}
5 m	1 s
20 m	2 s
45 m	3 s
80 m	4 s
125 m	5 s



Exercício Resolvido

(Unesp) No período de estiagem, uma pequena pedra foi abandonada, a partir do repouso, do alto de uma ponte sobre uma represa e verificou-se que demorou 2,0 s para atingir a superfície da água. Após um período de chuvas, outra pedra idêntica foi abandonada do mesmo local, também a partir do repouso e, desta vez, a pedra demorou 1,6 s para atingir a superfície da água.



(www.folharibeiraopires.com.br. Adaptado.)

Considerando a aceleração gravitacional igual a 10 m/s² e desprezando a existência de correntes de ar e a sua resistência, é correto afirmar que, entre as duas medidas, o nível da água da represa elevou-se

- A) 5,4 m
- B) 7,2 m
- C) 1,2 m
- D) 0,8 m
- E) 4,6 m

Resolução:

Da equação da altura percorrida na queda livre, temos:

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 \Rightarrow h_1 = 20 \text{ m}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1,6^2 \Rightarrow h_2 = 12,8 \text{ m}$$

Portanto, o nível da água elevou-se em:

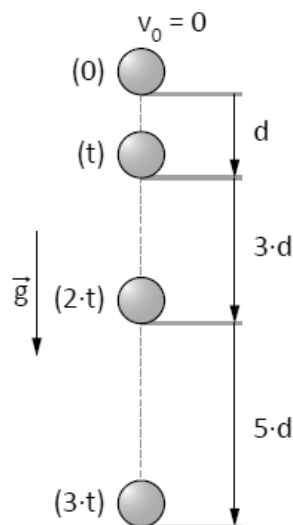
$$\Delta h = 20 - 12,8$$

$$\Delta h = 7,2 \text{ m}$$

Gabarito: Letra B

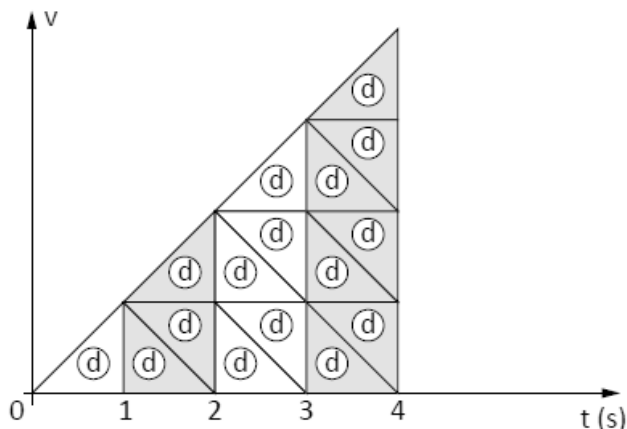
PROPORÇÕES DE GALILEU

Como se trata de um MRUV vertical, um objeto em queda livre, a partir do repouso, apresenta deslocamentos escalares sucessivos (em intervalos de tempo iguais) diretamente proporcionais aos números ímpares.



Repare que as distâncias descidas, em sucessivos intervalos de tempo (t), formam uma progressão aritmética proporcional aos números ímpares, ou seja: d, 3d, 5d, 7d, etc.

No gráfico da velocidade em função do tempo, o deslocamento é numericamente igual à área da figura, o que evidencia a proporção anterior.

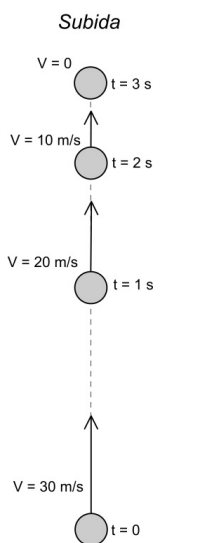


Esses resultados, obtidos por Galileu Galilei em seus experimentos sobre queda dos corpos, ficaram conhecidos como proporções de Galileu.

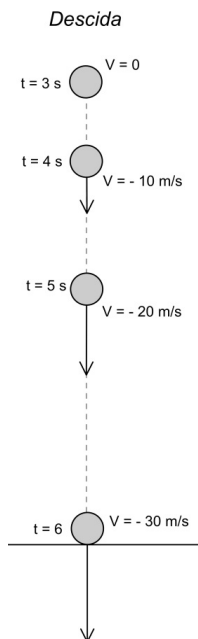
LANÇAMENTO VERTICAL

Considere um corpo lançado verticalmente na superfície terrestre. Inicialmente, o corpo possui uma velocidade para cima de 30 m/s. Neste caso, podemos adotar o sentido positivo para cima. Como a aceleração da gravidade aponta para o centro da Terra, ela seria $g = -10 \text{ m/s}^2$.

Durante a subida, como a aceleração está contrária ao movimento, o corpo descreveria um movimento retilíneo uniformemente retardado. A cada segundo, a velocidade do corpo iria diminuir 10 m/s. Assim, em 3 segundos o corpo estaria no ponto mais alto do movimento ($v = 0$).



No ponto mais alto a velocidade é nula, porém a aceleração da gravidade continua atuando. Dessa forma, o corpo iniciará o seu movimento de descida. A cada segundo, a sua velocidade irá aumentando 10 m/s, em módulo. Como adotamos o sentido positivo para cima, a velocidade agora passa a assumir valores negativos.



Observe que o movimento de subida é simétrico ao movimento de descida. O corpo gastou 3 segundos para subir até o ponto mais alto e os mesmos 3 segundos para retornar ao ponto nível de saída. As equações para esse lançamento vertical podem ser escritas como:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = v_0 - g \cdot t$$

$$d = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \rightarrow d = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot d \rightarrow v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot d$$

Para calcular o tempo de subida podemos considerar a velocidade final igual a zero. Logo,

$$v = v_0 - g \cdot t \rightarrow t_{\text{subida}} = \frac{v_0}{g}$$

Seguindo a mesma ideia, podemos calcular a altura máxima:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot d \rightarrow H_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

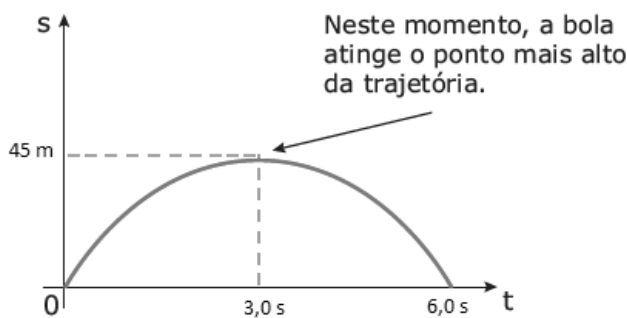
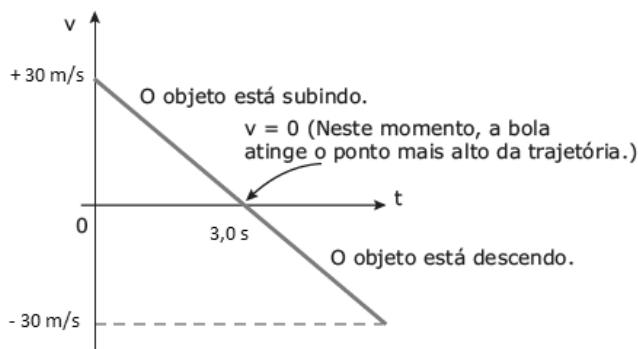
Ou podemos utilizar a forma de bolso, analisando a descida:

$$d = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \rightarrow H_{\text{máx}} = \frac{g \cdot t_{\text{descida}}^2}{2}$$

Vale lembrar que, se o nível de lançamento for o mesmo de chegada, o tempo de descida é igual ao tempo de subida. O tempo de voo é o tempo total, dado por:

$$t_{\text{voo}} = t_{\text{subida}} + t_{\text{descida}} \rightarrow t_{\text{voo}} = \frac{2 \cdot v_0}{g}$$

Agora vamos analisar os gráficos do lançamento vertical. Observe:





EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 73 (IFCE) Quando soltamos de uma determinada altura e , ao mesmo tempo, uma pedra e uma folha de papel,
- a pedra e a folha de papel chegariam juntas ao solo, se pudéssemos eliminar o ar que oferece resistência ao movimento.
 - a pedra chega ao solo primeiro, pois os corpos mais pesados caem mais rápido sempre.
 - a folha de papel chega ao solo depois da pedra, pois os corpos mais leves caem mais lentamente sempre.
 - as duas chegam ao solo no mesmo instante sempre.
 - é impossível fazer este experimento.

- 74 (PUC-RJ) Um astronauta, em um planeta desconhecido, observa que um objeto leva 2,0 s para cair, partindo do repouso, de uma altura de 12 m.
- A aceleração gravitacional nesse planeta, em m/s^2 , é:
- 3,0
 - 6,0
 - 10
 - 12
 - 14

- 75 (UERJ) Três pequenas esferas E_1 , E_2 e E_3 são lançadas em um mesmo instante, de uma mesma altura, verticalmente para o solo. Observe as informações da tabela:

Esfera	Material	Velocidade inicial
E_1	chumbo	V_1
E_2	alumínio	V_2
E_3	vidro	V_3

A esfera de alumínio é a primeira a alcançar o solo; a de chumbo e a de vidro chegam ao solo simultaneamente.

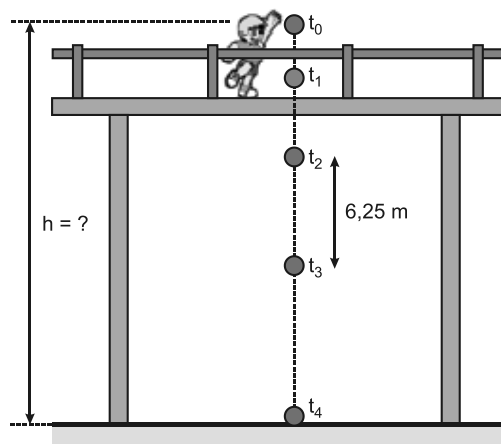
A relação entre V_1 , V_2 e V_3 está indicada em:

- $V_1 < V_3 < V_2$
- $V_1 = V_3 < V_2$
- $V_1 < V_3 > V_2$
- $V_1 < V_3 = V_2$

- 76 (CEFET-MG) Na Terra a aceleração da gravidade é aproximadamente igual a $10 m/s^2$ e na Lua, $2 m/s^2$. Se um objeto for abandonado de uma mesma altura em queda livre nos dois corpos celestes, então a razão entre os tempos de queda na Lua e na Terra é
- $\sqrt{1/10}$.
 - 1/5.
 - 1.
 - $\sqrt{5}$.
 - 10.

- 77 (CEFET-MG) Um objeto é lançado para baixo, na vertical, do alto de um prédio de 15 m de altura em relação ao solo. Desprezando-se a resistência do ar e sabendo-se que ele chega ao solo com uma velocidade de 20 m/s a velocidade de lançamento, em m/s, é dada por
- 10.
 - 15.
 - 20.
 - 25.

- 78 (Unesp) Em um dia de calmaria, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0$ s. A bola atinge, no instante t_4 , um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância h do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0 , t_1 , t_2 , t_3 e t_4 . Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que $g = 10 m/s^2$.



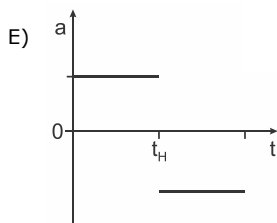
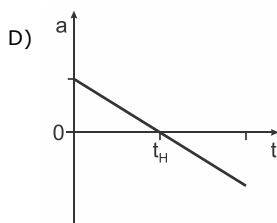
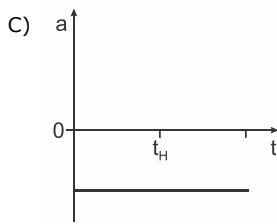
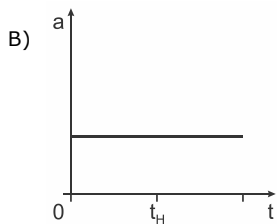
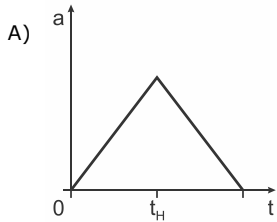
Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, pode-se afirmar que a distância h , em metros, é igual a

- 25.
- 28.
- 22.
- 30.
- 20.

- 79 (PUC-Camp) No arremesso de um disco a altura máxima atingida, em relação ao ponto de lançamento, foi de 20 m. Adotando $g = 10 m/s^2$, a componente vertical da velocidade do disco no instante do arremesso foi, em m/s,
- 10
 - 20
 - 30
 - 40
 - 50

80

► (UFRGS) Considere que uma pedra é lançada verticalmente para cima e atinge uma altura máxima H . Despreze a resistência do ar e considere um referencial com origem no solo e sentido positivo do eixo vertical orientado para cima. Assinale o gráfico que melhor representa o valor da aceleração sofrida pela pedra, desde o lançamento até o retorno ao ponto de partida.

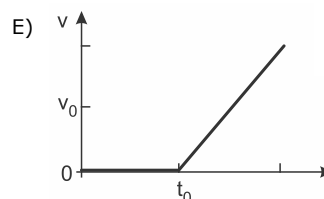
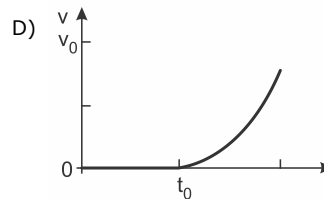
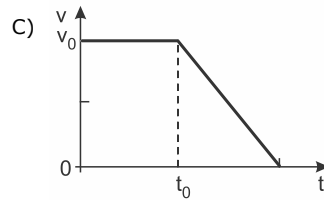
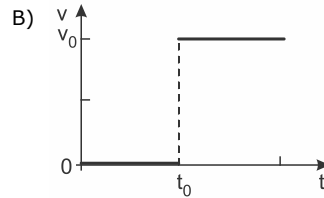
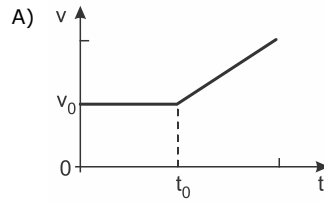


81

► (Fuvest) Um elevador sobe verticalmente com velocidade constante V_0 e, em um dado instante de tempo t_0 um parafuso desprende-se do teto. O gráfico que melhor representa, em função do tempo t , o módulo da velocidade v desse parafuso em relação ao chão do elevador é

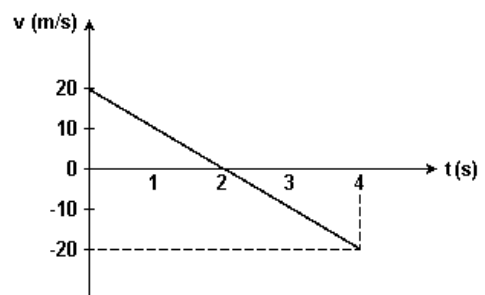
Note e adote:

Os gráficos se referem ao movimento do parafuso antes que ele atinja o chão do elevador.



82

► (UFSM) O gráfico a seguir representa a velocidade de um objeto lançado verticalmente para cima, desprezando-se a ação da atmosfera.



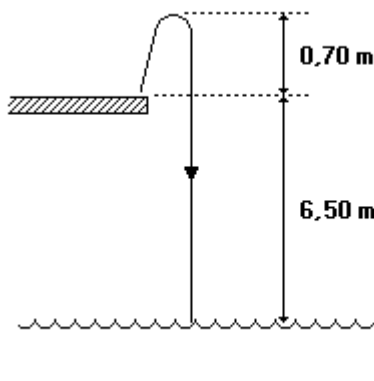
Assinale a afirmativa incorreta.

- A) O objeto atinge, 2 segundos após o lançamento, o ponto mais alto da trajetória.
- B) A altura máxima atingida pelo objeto é 20 metros.
- C) O deslocamento do objeto, 4 segundos após o lançamento, é zero.
- D) A aceleração do objeto permanece constante durante o tempo observado e é igual a 10 m/s^2 .
- E) A velocidade inicial do objeto é igual a 20 m/s .



83

- (Udesc) Um atleta salta de um trampolim situado a 6,50 m do nível da água na piscina, subindo 0,70 m acima do mesmo e, a partir dessa posição, desce verticalmente. Desprezando a resistência do ar,

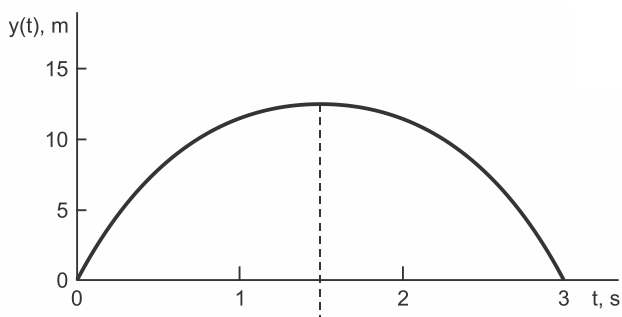


Determine a velocidade do atleta ao atingir a superfície da água. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 10 m/s
B) 12 m/s
C) 14 m/s
D) 16 m/s,

84

- (IFSUL) Uma partícula foi lançada verticalmente para cima com velocidade inicial igual a 15 m/s. O comportamento da altura dessa partícula, em função do tempo, foi expresso no gráfico abaixo.

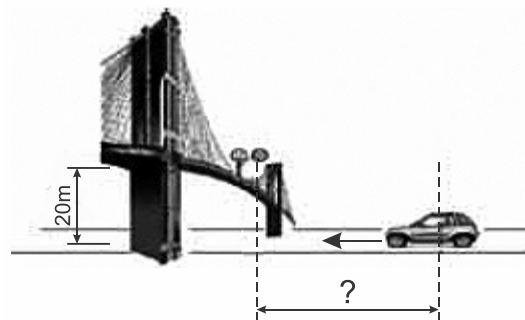


Considerando que no local do movimento a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 e desprezando a resistência do ar, a altura máxima atingida, em relação ao ponto de lançamento, foi igual a

- A) 10 m
B) 11,25 m
C) 12,50 m
D) 15 m

85

- (Ear) Um garoto que se encontra em uma passarela de altura 20 metros, localizada sobre uma estrada, observa um veículo com teto solar aproximando-se. Sua intenção é abandonar uma bolinha de borracha para que ela caia dentro do carro, pelo teto solar.



Se o carro viaja na referida estrada com velocidade constante de 72 km/h, a que distância, em metros, do ponto diretamente abaixo da passarela sobre a estrada deve estar o carro no momento em que o garoto abandonar a bola. Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A) 10
B) 20
C) 30
D) 40

86

(ENEM PPL) Em uma experiência didática, cinco esferas de metal foram presas em um barbante, de forma que a distância entre esferas consecutivas aumentava em progressão aritmética. O barbante foi suspenso e a primeira esfera ficou em contato com o chão. Olhando o barbante de baixo para cima, as distâncias entre as esferas ficavam cada vez maiores. Quando o barbante foi solto, o som das colisões entre duas esferas consecutivas e o solo foi gerado em intervalos de tempo exatamente iguais.

A razão de os intervalos de tempo citados serem iguais é que a

- A) velocidade de cada esfera é constante.
B) força resultante em cada esfera é constante.
C) aceleração de cada esfera aumenta com o tempo.
D) tensão aplicada em cada esfera aumenta com o tempo.
E) energia mecânica de cada esfera aumenta com o tempo.

87

(ENEM PPL) Ao soltar um martelo e uma pena da Lua em 1973, o astronauta David Scott confirmou que ambos atingiram juntos a superfície. O cientista italiano Galileu Galilei (1564-1642), um dos maiores pensadores de todos os tempos, previu que, se minimizarmos a resistência do ar, os corpos chegariam juntos à superfície.

Na demonstração, o astronauta deixou cair em um mesmo instante e de uma mesma altura um martelo de 1,32 kg e uma pena de 30 g. Durante a queda no vácuo, esses objetos apresentam iguais

- A) Inércias
B) Impulsos
C) Trabalhos
D) Acelerações
E) Energias potenciais

MÓDULO 04: COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS

PROBLEMA DO BARCO

Nesse módulo estudaremos diversas situações em que um objeto possui uma velocidade resultante, que é a composição de dois movimentos. Alguns exemplos desse tipo de situação são:

- um barco se movendo em um rio;
- uma pessoa se movendo no interior de um ônibus em movimento;
- uma pessoa caminhando em uma escada rolante;
- um objeto lançado horizontalmente ou obliquamente.

A composição de movimento de um barco se movimentando em um rio é um problema clássico. Galileu propôs que três movimentos ocorrem ao mesmo tempo: o movimento relativo, o movimento de arraste e o movimento resultante.

Considere nessa situação:

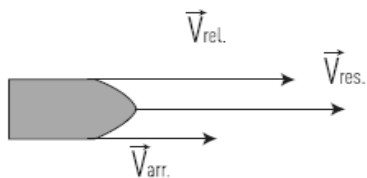
- v_{RES} é velocidade resultante (velocidade do barco em relação à margem)
- v_{REL} é velocidade relativa (velocidade do barco em relação a água)
- v_{ARR} é velocidade de arraste (velocidade da água em relação a margem)

A velocidade resultante representa a velocidade com que um observador, parado na margem, iria perceber o movimento do barco. A velocidade relativa é a velocidade que o velocímetro do barco marca, ou seja, é a velocidade do barco em relação à água. A velocidade de arraste é a velocidade com que a correnteza leva o barco.

Vamos analisar alguns casos:

A) Correnteza na mesma direção e sentido do movimento do barco

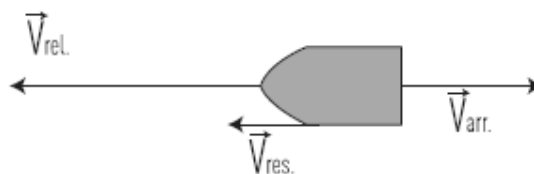
Nessa situação a correnteza está a favor do movimento do barco. Assim, para um observador na margem, a velocidade resultante do barco será a soma da velocidade do barco em relação à água e a velocidade da correnteza.



$$V_{RES} = V_{REL} + V_{ARR}$$

B) Correnteza na mesma direção e sentido contrário do movimento do barco

Nessa situação a correnteza está contrária ao movimento do barco. Assim, o movimento do barco é dificultado pela correnteza. Agora, um observador na margem, observa o barco com uma velocidade resultante dada pela diferença entre a velocidade do barco em relação à água e a velocidade da correnteza.



$$V_{RES} = V_{REL} - V_{ARR}$$

Exercício Resolvido

(Fei) Um barco movido por motor, desce 120 km de rio em 2 h. No sentido contrário, demora 3 h para chegar ao ponto de partida. Qual é a velocidade da água do rio? Sabe-se que, na ida e na volta, a potência desenvolvida pelo motor é a mesma.

- A) 15 km/h
- B) 20 km/h
- C) 30 km/h
- D) 10 km/h
- E) 48 km/h

Resolução:

A velocidade resultante do barco na descida e na subida pode ser calculada por:

$$v_{descida} = \frac{120}{2} = 60 \text{ km/h}$$

$$v_{subida} = \frac{120}{3} = 40 \text{ km/h}$$

A velocidade resultante é dada pela composição do movimento do barco em relação à água e do movimento da correnteza. A partir da composição, temos:

$$v_{descida} = v_{barco} + v_{correnteza} = 60 \text{ km/h}$$

$$v_{subida} = v_{barco} - v_{correnteza} = 40 \text{ km/h}$$

Resolvendo o sistema temos:

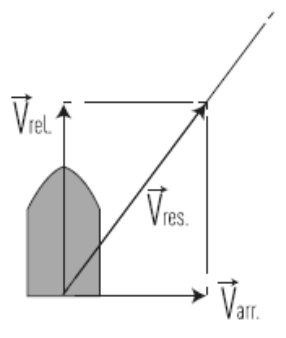
$$v_{barco} = 50 \text{ km/h}$$

$$v_{correnteza} = 10 \text{ km/h}$$

Gabarito: Letra D

C) Barco atravessando o rio com a proa perpendicular à margem

Nesse caso, a velocidade da correnteza é perpendicular à velocidade do barco em relação à água. Para um observador na margem, o movimento resultante do barco será dado pela soma vetorial (regra do paralelogramo) entre essas duas velocidades.



$$V_{RES}^2 = V_{REL}^2 + V_{ARR}^2$$

Mas atenção! Observe que nessa situação a correnteza não está nem a favor nem contrária ao movimento do barco. Logo, a correnteza não ajuda ou dificulta o movimento de travessia do rio. Caso queira calcular o tempo gasto para a travessia, basta analisar o movimento vertical (v_{REL}). A correnteza apenas produzirá um deslocamento lateral ao longo da travessia.

Exercício Resolvido

Sabe-se que a distância entre as margens paralelas de um rio é de 100 m e que a velocidade da correnteza, de 6 m/s, é constante, com direção paralela às margens. Um barco parte de um ponto da margem A com velocidade constante de 8 m/s, em relação à água, com direção perpendicular às margens do rio. Qual é o deslocamento lateral do barco ao chegar na margem B?

- A) 75 m
- B) 100 m
- C) 125 m
- D) 150 m
- E) 200 m

Resposta:

Como a velocidade do barco em relação à água aponta diretamente para a margem, o tempo de travessia é dado por:

$$d = v \cdot t$$

$$100 = 8 \cdot t$$

$$t = 12,5s$$

Observe que o tempo de travessia independe da correnteza. A correnteza apenas desloca o barco lateralmente durante a sua travessia. Esse deslocamento provocado pela correnteza é:

$$d = v \cdot t$$

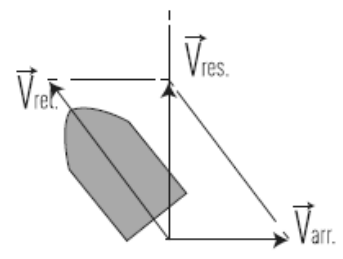
$$d = 6 \cdot 12,5$$

$$d = 75m$$

Gabarito: Letra A

D) Barco atravessando o rio com a trajetória perpendicular à margem

Muitos alunos confundem essa situação com a anterior. Na situação anterior o barco iria atravessar o rio no menor intervalo de tempo possível, mas deslocando-se na diagonal (v_{RES}). Nessa situação, o barco deve atravessar o rio em uma trajetória mais curta, ou seja, perpendicular à margem. Para isso, a proa do barco não deve estar apontada para a margem, mas sim, para a diagonal conforme a figura.

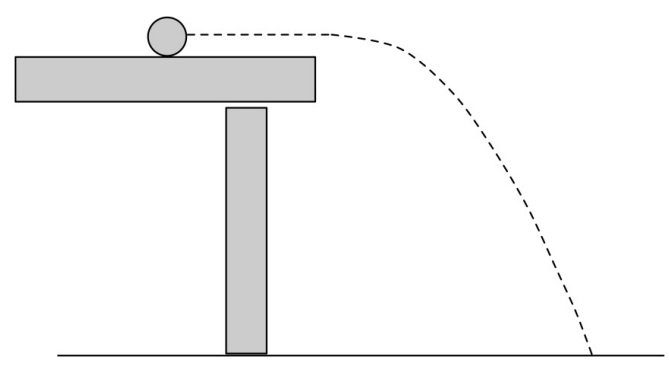


$$V_{RES}^2 = V_{REL}^2 - V_{ARR}^2$$

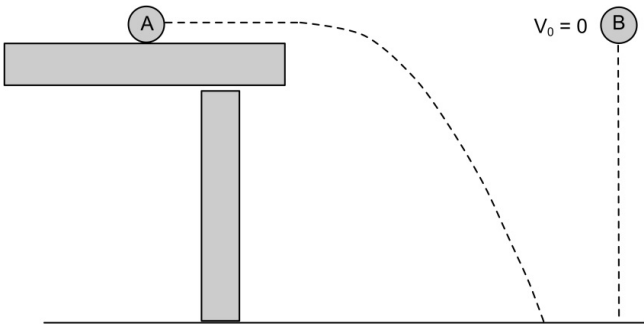
A partir do Teorema de Pitágoras, conseguimos concluir a equação acima. Observe que, nesse caso, a componente horizontal da velocidade relativa (v_{REL}) do barco deve anular a velocidade de arraste da correnteza. Só assim, o barco irá descrever uma travessia perpendicular à margem.

LANÇAMENTO HORIZONTAL

Agora vamos dar início aos lançamentos de projéteis. Considere uma esfera rolando por uma mesa até ser lançada horizontalmente na sua extremidade. Quando lançamos horizontalmente um corpo, com uma velocidade inicial V_0 a partir de certa altura do solo, notamos que ele descreve uma trajetória curva em seu voo até o solo. Se a resistência do ar for desprezível, essa curva será um arco de parábola, conforme a figura.



Como o corpo descreverá dois movimentos simultâneos e perpendiculares entre si (cair e deslocar-se para o lado), podemos aplicar o princípio da independência dos movimentos de Galileu. Isso quer dizer que o seu movimento horizontal não afeta a maneira como ele cai em direção ao solo. Considere que, no mesmo instante que a esfera A é lançada horizontalmente, uma outra esfera B seja abandonada da mesma altura. Veja a figura:



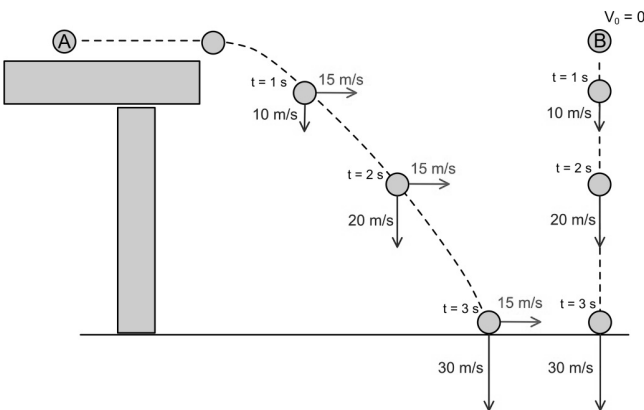
Como as duas esferas partiram da mesma altura inicial e caem com a mesma aceleração (aceleração da gravidade), elas chegarão no solo no mesmo instante! Entretanto, a esfera B descreve puramente um movimento vertical de queda livre. Já a esfera A, enquanto cai, desloca-se para a direita com velocidade constante. Mas, por que velocidade constante? Lembre-se que a única aceleração que existe nessa situação é a aceleração da gravidade, vertical, apontando para o centro da Terra. A esfera A não é empurrada para a direita e, portanto, move-se com velocidade constante na horizontal.

UAI MAI..

Mas Thales, se a única força que atua na esfera é a força peso, por que ela vai para a direita?

Não deixe o pensamento aristotélico te enganar! Lembre-se que não é necessária uma força empurrando para frente para que o corpo se desloque para frente. Se ele estava em movimento, existe uma tendência natural de querer continuar deslocando-se para frente! Isso se chama INÉRCIA!

Vamos analisar o movimento de duas esferas que gastem 3 segundos para chegar no solo. Considere que a esfera A tenha sido lançada do prédio com uma velocidade de 15 m/s.

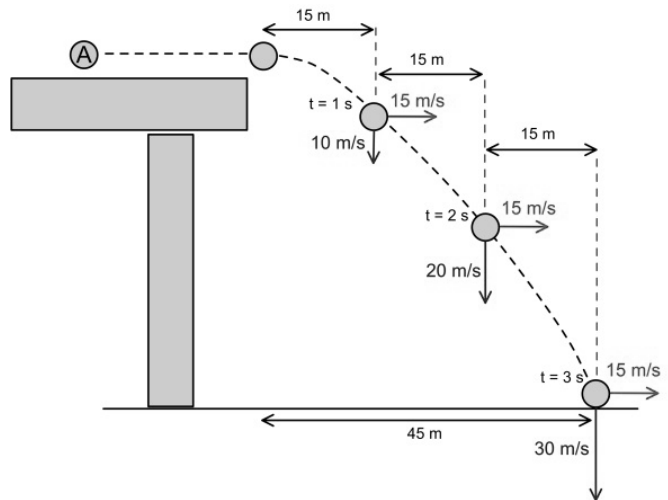


A bolinha B, está em queda livre vertical e por isso, a sua velocidade aumenta de 10 m/s a cada segundo, pois esse é o valor de sua aceleração é de 10 m/s². A esfera A, tem o seu vetor velocidade dividido em duas componentes: uma vertical e outra horizontal. A componente vertical de sua velocidade possui simultaneamente os mesmos valores da velocidade da esfera B, pois ambas possuem movimentos verticais idênticos. No entanto, a esfera A também possui uma velocidade horizontal e essa será constante durante todo o movimento. A combinação desses dois movimentos resulta em uma trajetória parabólica.

Atenção!

Para determinar a velocidade da esfera A em algum instante, devemos fazer a soma vetorial entre as componentes vertical e horizontal naquele instante. O vetor velocidade resultante será sempre tangente à trajetória da esfera.

Uma informação importante no lançamento horizontal é a distância percorrida pela partícula na horizontal. Essa distância recebe o nome de alcance e pode ser calculada a partir do movimento horizontal. Observe que, na horizontal, a esfera A percorre durante a sua queda sempre 15 m de distância a cada segundo e como são 3 segundos de queda, o alcance pode ser obtido por:



$$d = v_0 \cdot t \rightarrow d = 15 \cdot 3 = 45 \text{ m}$$

Você saberia calcular a altura que a esfera foi lançada? Para isso, podemos utilizar da "fórmula de bolso" que aprendemos no módulo passado! Afinal de contas, analisando o movimento vertical, o corpo parte do repouso (a velocidade inicial na vertical é zero, pois é um lançamento horizontal) e com aceleração da gravidade. Assim,

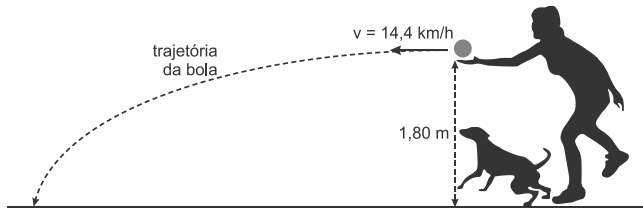
$$H = 5 \cdot t^2 \rightarrow H = 5 \cdot 3^2 = 45 \text{ m}$$

Nesse caso tivemos uma coincidência. A altura que o corpo foi abandonado e o alcance deram o mesmo valor. Mas nem sempre isso acontece!



Exercício Resolvido

(IFCE) Considere a figura abaixo, na qual Michele utiliza uma bola de tênis para brincar com seu cãozinho, Nonô.



Nesta situação, Michele arremessa a bola na direção horizontal para que Nonô corra em sua direção e a pegue. Ao ser arremessada, a bola sai da mão de Michele a uma velocidade de 14,4 km/h e uma altura de 1,80 m do chão. Nesse instante, Nonô encontra-se junto aos pés de sua dona.

Dadas estas condições, o tempo máximo que Nonô terá para pegar a bola, antes que a mesma toque o chão pela primeira vez, é

(Despreze o atrito da bola com o ar e considere a aceleração da gravidade com o valor $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 0,375 s
- B) 0,6 s
- C) 0,75 s
- D) 0,25 s
- E) 1,0 s

Resolução:

No lançamento horizontal, o tempo de queda independe da velocidade inicial, sendo igual ao tempo de queda livre. Assim:

$$h = \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8}{10}} \Rightarrow \boxed{t = 0,6 \text{ s}}$$

Gabarito: Letra B

LANÇAMENTO OBLÍQUO

Agora iremos fazer um lançamento mais complicado. Enquanto o lançamento horizontal é uma mistura de queda livre partindo do repouso (movimento vertical) e movimento uniforme (movimento horizontal), o lançamento oblíquo será uma mistura de lançamento vertical e movimento uniforme! O resultando continua sendo uma trajetória parabólica. Observe a figura:



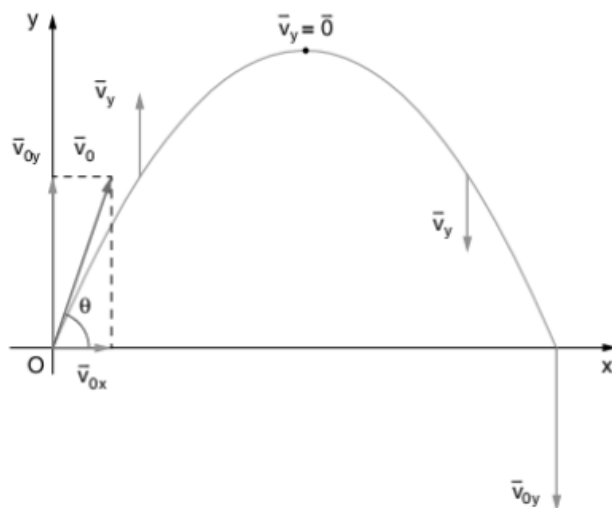
Para analisar o lançamento oblíquo, nós iremos decompor a velocidade inicial em duas componentes (V_{oy} e V_x). Para isso, utilizaremos da trigonometria.



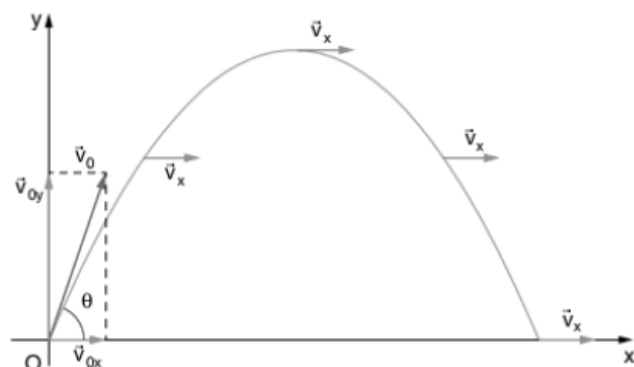
$$V_{oy} = V_0 \cdot \text{sen}\theta$$

$$V_x = V_0 \cdot \text{cos}\theta$$

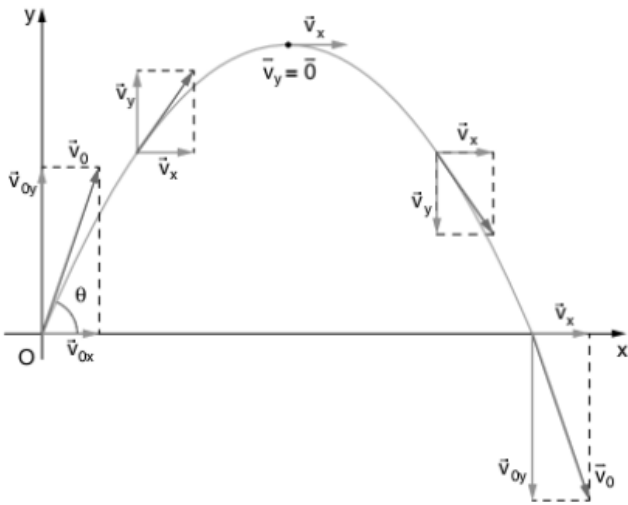
Na vertical, a velocidade da esfera diminui uniformemente (aceleração gravidade) durante a subida, é nula no ponto mais alto, e aumenta durante a descida.



A velocidade horizontal, como não há aceleração, permanece constante ao longo de todo o movimento.



Dessa forma, a velocidade da partícula varia ao longo do lançamento conforme a figura abaixo:



Atenção!

No ponto mais alto de um lançamento oblíquo a velocidade da partícula não é nula! Ela é nula na vertical, porém continua existindo a velocidade horizontal!

Para calcular o tempo de subida de uma partícula lançada obliquamente, devemos analisar o movimento vertical. Apenas o movimento vertical influencia no tempo de subida. Afinal de contas, ele é o movimento responsável por fazer o corpo subir! Como se trata de um MRUV temos:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \rightarrow t_{subida} = \frac{v_{0y}}{g} \rightarrow t_{subida} = \frac{v_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

Se a partícula retornar para o mesmo nível de saída, o tempo de subida é igual ao de descida. Logo, o tempo total de voo será:

$$t_{voo} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

Ainda no movimento vertical, podemos calcular a altura máxima:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot d \rightarrow H_{m\acute{a}x} = \frac{v_{0y}^2}{2 \cdot g} \rightarrow H_{m\acute{a}x} = \frac{(v_0 \cdot \text{sen}\theta)^2}{2 \cdot g}$$

Ou podemos utilizar a forma de bolso, analisando a descida:

$$d = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \rightarrow H_{m\acute{a}x} = \frac{g \cdot t_{descida}^2}{2}$$

Para calcular o alcance, devemos analisar o deslocamento horizontal da partícula ao longo do tempo de voo. Como se trata de um MRU, temos:

$$A = v_x \cdot t_{voo}$$

Podemos ainda desenvolver a equação acima:

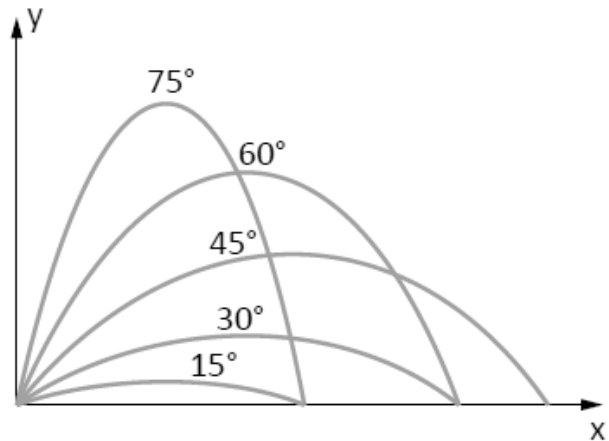
$$A = v_x \cdot t_{voo} \rightarrow A = v_0 \cos\theta \cdot \frac{2v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

Porém, $\text{sen}(2\theta) = 2 \cdot \text{sen}\theta \cdot \cos\theta$. Logo,

$$A = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}(2\theta)}{g}$$

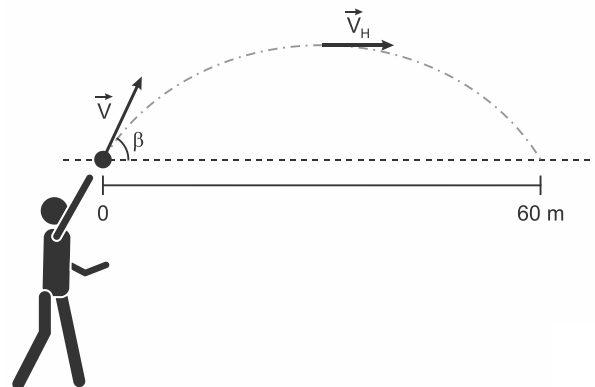
Observe que essa fórmula permite calcular o alcance sem ter que fazer a decomposição da velocidade inicial. Assim, percebemos que o alcance do projétil depende não só da velocidade inicial, mas também do ângulo de lançamento. Então, se quisermos que um projétil tenha alcance máximo, além de lançá-lo com a maior velocidade inicial possível, temos também que lançarmos o projétil com o ângulo correto de lançamento. Para o alcance ser o maior possível, o seno da fórmula deve apresentar o seu maior valor que é 1. Para isso, o ângulo de lançamento θ deve ser de 45° , pois assim o termo $\text{sen}(2\theta)$ fica $\text{sen}(2 \cdot 45) = \text{sen} 90^\circ = 1$.

Para ângulos de lançamento complementares, isto é, $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$, os respectivos alcances serão iguais.



Exercício Resolvido

(Fatec) Em um jogo de futebol, o goleiro, para aproveitar um contra-ataque, arremessa a bola no sentido do campo adversário. Ela percorre, então, uma trajetória parabólica, conforme representado na figura, em 4 segundos.





Desprezando a resistência do ar e com base nas informações apresentadas, podemos concluir que os módulos da velocidade V , de lançamento, e da velocidade V_H , na altura máxima, são, em metros por segundos, iguais a, respectivamente,

Dados:

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} \beta &= 0,8; \\ \operatorname{cos} \beta &= 0,6.\end{aligned}$$

- A) 15 e 25
- B) 15 e 50
- C) 25 e 15
- D) 25 e 25
- E) 25 e 50

Resolução:

No eixo horizontal, o movimento é uniforme com velocidade constante V_H , portanto com a distância percorrida (alcance) e o tempo, podemos calculá-la.

$$v_H = \frac{d}{t} \Rightarrow v_H = \frac{60 \text{ m}}{4 \text{ s}} \therefore v_H = 15 \text{ m/s}$$

Com o auxílio da trigonometria e com a velocidade horizontal V_H , calculamos a velocidade de lançamento V .

$$\operatorname{cos} \beta = \frac{v_H}{v} \Rightarrow v = \frac{v_H}{\operatorname{cos} \beta} = \frac{15 \text{ m/s}}{0,6} \therefore v = 25 \text{ m/s}$$

Gabarito: Letra C

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

88

(UECE) Um barco pode viajar a uma velocidade de 11 km/h em um lago em que a água está parada. Em um rio, o barco pode manter a mesma velocidade com relação à água. Se esse barco viaja no Rio São Francisco, cuja velocidade da água, em relação à margem, assume-se 0,83 m/s, qual é sua velocidade aproximada em relação a uma árvore plantada na beira do rio quando seu movimento é no sentido da correnteza e contra a correnteza, respectivamente?

- A) 14 km/h e 8 km/h.
- B) 10,2 m/s e 11,8 m/s.
- C) 8 km/h e 14 km/h.
- D) 11,8 m/s e 10,2 m/s.

89

(PUC-RJ) Um avião em voo horizontal voa a favor do vento com velocidade de 180 km/h em relação ao solo. Na volta, ao voar contra o vento, o avião voa com velocidade de 150 km/h em relação ao solo. Sabendo-se que o vento e o módulo da velocidade do avião (em relação ao ar) permanecem constantes, o módulo da velocidade do avião e do vento durante o voo, respectivamente, são:

- A) 165 km/h e 15 km/h
- B) 160 km/h e 20 km/h
- C) 155 km/h e 25 km/h
- D) 150 km/h e 30 km/h
- E) 145 km/h e 35 km/h

90

► (UFJF) Um homem parado numa escada rolante leva 10 s para descê-la em sua totalidade. O mesmo homem leva 15 s para subir toda a escada rolante de volta, caminhando contra o movimento dela. Quanto tempo o homem levará para descer a mesma escada rolante, caminhando com a mesma velocidade com que subiu?

- A) 5,00 s
- B) 3,75 s
- C) 10,00 s
- D) 15,00 s
- E) 7,50 s

91

► (UFMG) Um barco tenta atravessar um rio com 1,0 km de largura. A correnteza do rio é paralela às margens e tem velocidade de 4,0 km/h. A velocidade do barco, em relação à água, é de 3,0 km/h perpendicularmente às margens.

Nessas condições, pode-se afirmar que o barco

- A) atravessará o rio em 12 minutos.
- B) atravessará o rio em 15 minutos.
- C) atravessará o rio em 20 minutos.
- D) nunca atravessará o rio.

92

(UEMG) O tempo é um rio que corre. O tempo não é um relógio. Ele é muito mais do que isso. O tempo passa, quer se tenha um relógio ou não.

Uma pessoa quer atravessar um rio num local onde a distância entre as margens é de 50 m. Para isso, ela orienta o seu barco perpendicularmente às margens.

Considere que a velocidade do barco em relação às águas seja de 2,0 m/s e que a correnteza tenha uma velocidade de 4,0 m/s.

Sobre a travessia desse barco, assinale a afirmação correta:

- A) Se a correnteza não existisse, o barco levaria 25 s para atravessar o rio. Com a correnteza, o barco levaria mais do que 25 s na travessia.
- B) Como a velocidade do barco é perpendicular às margens, a correnteza não afeta o tempo de travessia.
- C) O tempo de travessia, em nenhuma situação, seria afetado pela correnteza.
- D) Com a correnteza, o tempo de travessia do barco seria menor que 25 s, pois a correnteza aumenta vetorialmente a velocidade do barco.

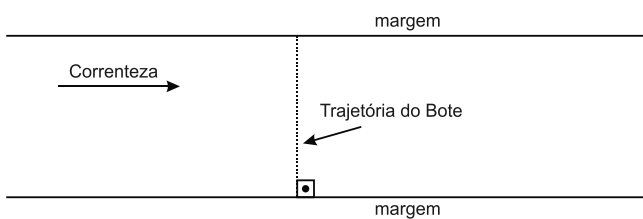
93

► (Unicamp) O transporte fluvial de cargas é pouco explorado no Brasil, considerando-se nosso vasto conjunto de rios navegáveis. Uma embarcação navega a uma velocidade de 26 nós, medida em relação à água do rio (use 1 nó = 0,5 m/s). A correnteza do rio, por sua vez, tem velocidade aproximadamente constante de 5,0 m/s em relação às margens. Qual é o tempo aproximado de viagem entre duas cidades separadas por uma extensão de 40 km de rio, se o barco navega rio acima, ou seja, contra a correnteza?

- A) 2 horas e 13 minutos.
- B) 1 hora e 23 minutos.
- C) 51 minutos.
- D) 37 minutos.

94

► (Espcex) Um bote de assalto deve atravessar um rio de largura igual a 800 m, numa trajetória perpendicular à sua margem, num intervalo de tempo de 1 minuto e 40 segundos, com velocidade constante.



Desenho Ilustrativo

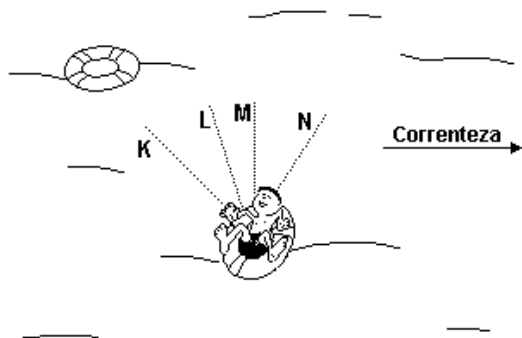
Considerando o bote como uma partícula, desprezando a resistência do ar e sendo constante e igual a 6 m/s a velocidade da correnteza do rio em relação à sua margem, o módulo da velocidade do bote em relação à água do rio deverá ser de:

- A) 4 m/s
- B) 6 m/s
- C) 8 m/s
- D) 10 m/s
- E) 14 m/s

95

► (UFMG) Um menino flutua em uma boia que está se movimentando, levada pela correnteza de um rio. Uma outra boia, que flutua no mesmo rio a uma certa distância do menino, também está descendo com a correnteza.

A posição das duas boias e o sentido da correnteza estão indicados nesta figura:



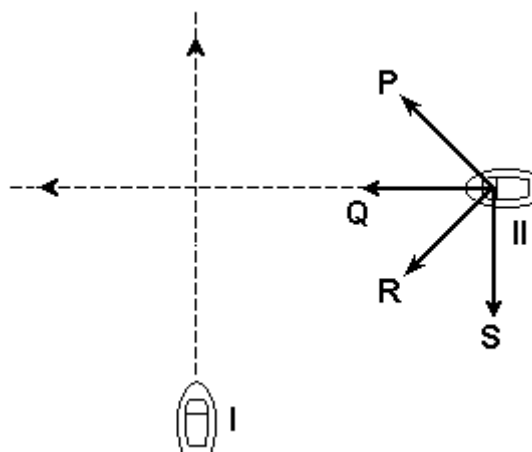
Considere que a velocidade da correnteza é a mesma em todos os pontos do rio.

Nesse caso, para alcançar a segunda boia, o menino deve nadar na direção indicada pela linha

- A) K.
- B) L.
- C) M.
- D) N.

96

► (UFMG) Dois barcos - I e II - movem-se, em um lago, com velocidade constante, de mesmo módulo, como representado na figura:



Em relação à água, a direção do movimento do barco I é perpendicular à do barco II e as linhas tracejadas indicam o sentido do deslocamento dos barcos.

Considerando-se essas informações, é correto afirmar que a velocidade do barco II, medida por uma pessoa que está no barco I, é mais bem representada pelo vetor

- A) P.
- B) Q.
- C) R.
- D) S.

97

► (UFAL) De dentro de um automóvel em movimento retilíneo uniforme, numa estrada horizontal, um estudante olha pela janela lateral e observa a chuva caindo, fazendo um ângulo (θ) com a direção vertical, com $\text{sen}(\theta) = 0,8$ e $\text{cos}(\theta) = 0,6$.

Para uma pessoa parada na estrada, a chuva cai verticalmente, com velocidade constante de módulo v . Se o velocímetro do automóvel marca 80,0 km/h, pode-se concluir que o valor de v é igual a:

- A) 48,0 km/h
- B) 60,0 km/h
- C) 64,0 km/h
- D) 80,0 km/h
- E) 106,7 km/h

**TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:**

Três bolas – X, Y e Z – são lançadas da borda de uma mesa, com velocidades iniciais paralelas ao solo e mesma direção e sentido. A tabela abaixo mostra as magnitudes das massas e das velocidades iniciais das bolas.

Bolas	Massa (g)	Velocidade inicial (m/s)
X	5	20
Y	5	10
Z	10	8

98

(UERJ) As relações entre os respectivos alcances horizontais A_x , A_y e A_z das bolas X, Y e Z, com relação à borda da mesa, estão apresentadas em:

- A) $A_x < A_y < A_z$
- B) $A_y = A_x = A_z$
- C) $A_z < A_y < A_x$
- D) $A_y < A_z < A_x$

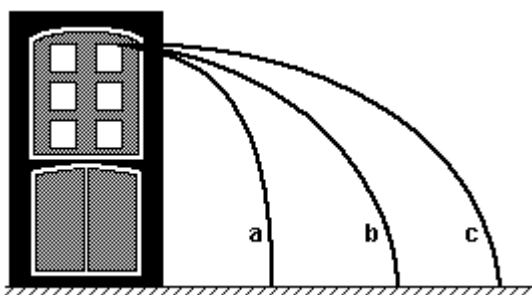
99

(UERJ) As relações entre os respectivos tempos de queda t_x , t_y e t_z das bolas X, Y e Z estão apresentadas em:

- A) $t_x < t_y < t_z$
- B) $t_y < t_z < t_x$
- C) $t_z < t_y < t_x$
- D) $t_y = t_x = t_z$

100

(CEFET-MG) Três pedras são atiradas horizontalmente, do alto de um edifício, tendo suas trajetórias representadas a seguir.

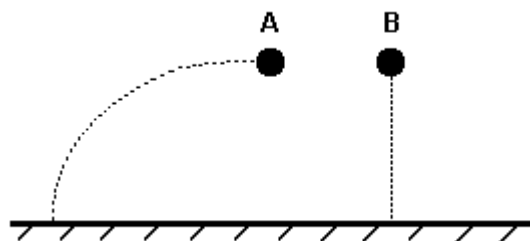


Admitindo-se a resistência do ar desprezível, é correto afirmar que, durante a queda, as pedras possuem

- A) acelerações diferentes.
- B) tempos de queda diferentes.
- C) componentes horizontais das velocidades constantes.
- D) componentes verticais das velocidades diferentes, a uma mesma altura.

101

(UFMG) Um corpo A é lançado horizontalmente de uma determinada altura. No mesmo instante, um outro corpo B é solto em queda livre, a partir do repouso, dessa mesma altura, como mostra a figura.



Sejam V_A e V_B os módulos das velocidades dos corpos A e B, respectivamente, imediatamente antes de tocarem o chão e t_A e t_B os tempos despendidos por cada corpo nesse percurso. Despreze os efeitos da resistência do ar.

Nessas condições, pode-se afirmar que

- A) $V_A = V_B$ e $t_A > t_B$.
- B) $V_A = V_B$ e $t_A = t_B$.
- C) $V_A > V_B$ e $t_A > t_B$.
- D) $V_A > V_B$ e $t_A = t_B$.

102

(Fuvest) Dois rifles são disparados com os canos na horizontal, paralelos ao plano do solo e ambos à mesma altura acima do solo. À saída dos canos, a velocidade da bala do rifle A é três vezes maior que a velocidade da bala do rifle B.

Após intervalos de tempo t_A e t_B , as balas atingem o solo a, respectivamente, distâncias d_A e d_B das saídas dos respectivos canos. Desprezando-se a resistência do ar, pode-se afirmar que:

- A) $t_A = t_B$, $d_A = d_B$
- B) $t_A = t_B/3$, $d_A = d_B$
- C) $t_A = t_B/3$, $d_A = 3d_B$
- D) $t_A = t_B$, $d_A = 3d_B$
- E) $t_A = 3t_B$, $d_A = 3d_B$

103

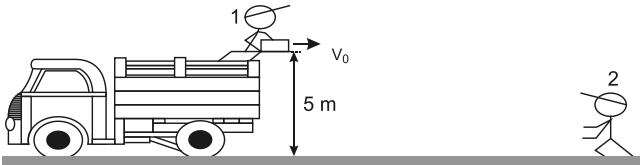
(PUC-RJ) Um objeto é atirado, horizontalmente, com velocidade de 35 m/s da borda de um penhasco, em direção ao mar. O objeto leva 3,0 s para cair na água. Calcule, em metros, a altura, acima do nível do mar, a partir da qual o objeto foi lançado.

Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar.

- A) 30
- B) 45
- C) 60
- D) 105
- E) 150

104

- (IFCE) Da parte superior de um caminhão, a 5,0 metros do solo, o funcionário 1 arremessa, horizontalmente, caixas para o funcionário 2, que se encontra no solo para pegá-las. Se cada caixa é arremessada a uma velocidade de 8,0 m/s, da base do caminhão, deve ficar o funcionário 2, a uma distância de

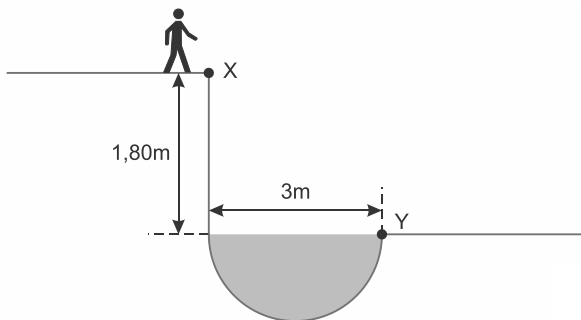


Considere a aceleração da gravidade 10 m/s^2 e despreze as dimensões da caixa e dos dois funcionários.

- A) 4,0 m.
- B) 5,0 m.
- C) 6,0 m.
- D) 7,0 m.
- E) 8,0 m.

105

- (IFCE) A velocidade horizontal mínima necessária para uma pessoa pular do ponto X e atingir o ponto Y como mostra a figura abaixo, deve ser de

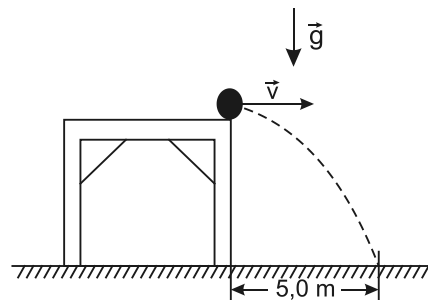


(Despreze a resistência do ar e considere a aceleração da gravidade como sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 1 m/s
- B) 5 m/s
- C) 4 m/s
- D) 8 m/s
- E) 9 m/s

106

- (Espcex) Uma esfera é lançada com velocidade horizontal constante de módulo $v = 5 \text{ m/s}$ da borda de uma mesa horizontal. Ela atinge o solo num ponto situado a 5 m do pé da mesa conforme o desenho abaixo.



desenho ilustrativo - fora de escala

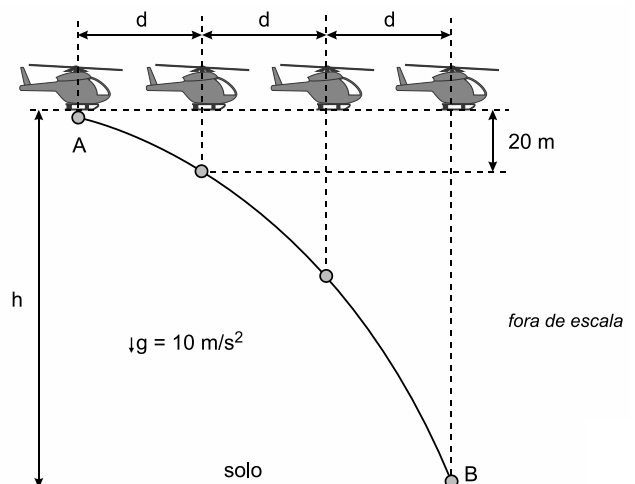
Desprezando a resistência do ar, o módulo da velocidade com que a esfera atinge o solo é de:

Dado: Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$

- A) 4 m/s
- B) 5 m/s
- C) $5\sqrt{2} \text{ m/s}$
- D) $6\sqrt{2} \text{ m/s}$
- E) $5\sqrt{5} \text{ m/s}$

107

- (Famema) Um helicóptero sobrevoa horizontalmente o solo com velocidade constante e, no ponto A, abandona um objeto de dimensões desprezíveis que, a partir desse instante, cai sob ação exclusiva da força peso e toca o solo plano e horizontal no ponto B. Na figura, o helicóptero e o objeto são representados em quatro instantes diferentes.



Considerando as informações fornecidas, é correto afirmar que a altura h de sobrevoos desse helicóptero é igual a

- A) 200 m
- B) 220 m
- C) 240 m
- D) 160 m
- E) 180 m



108

► (Unesp) A fotografia mostra um avião bombardeiro norte-americano B52 despejando bombas sobre determinada cidade no Vietnã do Norte, em dezembro de 1972.



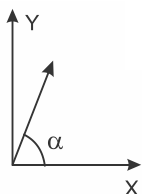
(www.nationalmuseum.af.mil. Adaptado.)

Durante essa operação, o avião bombardeiro sobrevoou, horizontalmente e com velocidade vetorial constante, a região atacada, enquanto abandonava as bombas que, na fotografia tirada de outro avião em repouso em relação ao bombardeiro, aparecem alinhadas verticalmente sob ele, durante a queda. Desprezando a resistência do ar e a atuação de forças horizontais sobre as bombas, é correto afirmar que:

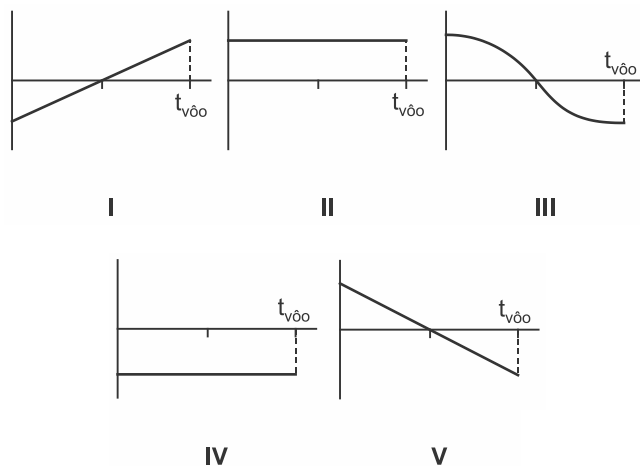
- A) no referencial em repouso sobre a superfície da Terra, cada bomba percorreu uma trajetória parabólica diferente.
- B) no referencial em repouso sobre a superfície da Terra, as bombas estavam em movimento retilíneo acelerado.
- C) no referencial do avião bombardeiro, a trajetória de cada bomba é representada por um arco de parábola.
- D) enquanto caíam, as bombas estavam todas em repouso, uma em relação às outras.
- E) as bombas atingiram um mesmo ponto sobre a superfície da Terra, uma vez que caíram verticalmente.

109

(UFRGS) Em uma região onde a aceleração da gravidade tem módulo constante, um projétil é disparado a partir do solo, em uma direção que faz um ângulo α com a direção horizontal, conforme representado na figura abaixo.



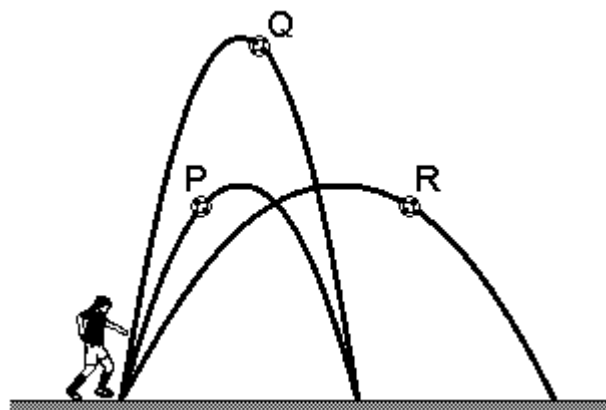
Assinale a opção que, desconsiderando a resistência do ar, indica os gráficos que melhor representam, respectivamente, o comportamento da componente horizontal e o da componente vertical, da velocidade do projétil, em função do tempo.



- A) I e V.
- B) II e V.
- C) II e III.
- D) IV e V.
- E) V e II.

110

► (UFMG) Clarissa chuta, em sequência, três bolas - P, Q e R -, cujas trajetórias estão representadas nesta figura:



Sejam $t(P)$, $t(Q)$ e $t(R)$ os tempos gastos, respectivamente, pelas bolas P, Q e R, desde o momento do chute até o instante em que atingem o solo.

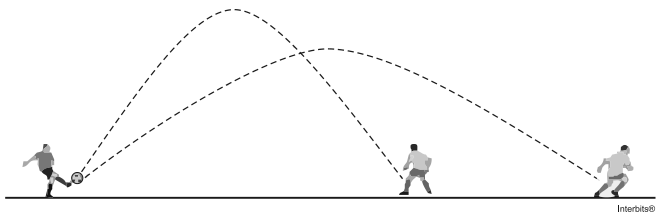
Considerando-se essas informações, é correto afirmar que

- A) $t(Q) > t(P) = t(R)$
- B) $t(R) > t(Q) = t(P)$
- C) $t(Q) > t(R) > t(P)$
- D) $t(R) > t(Q) > t(P)$

111

► (UFF) Após um ataque frustrado do time adversário, o goleiro se prepara para lançar a bola e armar um contra-ataque.

Para dificultar a recuperação da defesa adversária, a bola deve chegar aos pés de um atacante no menor tempo possível. O goleiro vai chutar a bola, imprimindo sempre a mesma velocidade, e deve controlar apenas o ângulo de lançamento. A figura mostra as duas trajetórias possíveis da bola num certo momento da partida.



Assinale a alternativa que expressa se é possível ou não determinar qual destes dois jogadores receberia a bola no menor tempo. Despreze o efeito da resistência do ar.

- A) Sim, é possível, e o jogador mais próximo receberia a bola no menor tempo.
- B) Sim, é possível, e o jogador mais distante receberia a bola no menor tempo.
- C) Os dois jogadores receberiam a bola em tempos iguais.
- D) Não, pois é necessário conhecer os valores da velocidade inicial e dos ângulos de lançamento.
- E) Não, pois é necessário conhecer o valor da velocidade inicial.

112

► (PUC-RJ) Um projétil é lançado com uma velocidade escalar inicial de 20 m/s com uma inclinação de 30° com a horizontal, estando inicialmente a uma altura de 5,0 m em relação ao solo.

A altura máxima que o projétil atinge, em relação ao solo, medida em metros, é:

Considere a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$

- A) 5,0
- B) 10
- C) 15
- D) 20
- E) 25

113

(UFU) Uma pedra é lançada do solo com velocidade de 36 km/h fazendo um ângulo de 45° com a horizontal. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando a resistência do ar, analise as afirmações abaixo.

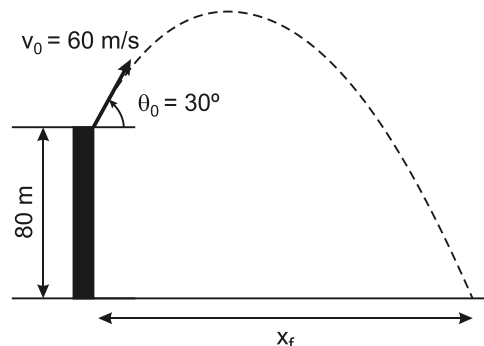
- I. A pedra atinge a altura máxima de 2,5 m.
- II. A pedra retorna ao solo ao percorrer a distância de 10 m na horizontal.
- III. No ponto mais alto da trajetória, a componente horizontal da velocidade é nula.

Usando as informações do enunciado, assinale a alternativa correta.

- A) Apenas I é verdadeira.
- B) Apenas I e II são verdadeiras.
- C) Apenas II e III são verdadeiras.
- D) Apenas II é verdadeira.

114

► (UFOP) Uma pessoa lança uma pedra do alto de um edifício com velocidade inicial de 60 m/s e formando um ângulo de 30° com a horizontal, como mostrado na figura abaixo. Se a altura do edifício é 80 m, qual será o alcance máximo (x_f) da pedra, isto é, em que posição horizontal ela atingirá o solo? (dados: $\sin 30^\circ = 0,5$, $\cos 30^\circ = 0,8$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$).



- A) 153 m
- B) 96 m
- C) 450 m
- D) 384 m

115

(PUC-PR) Durante um jogo de futebol, um goleiro chuta uma bola fazendo um ângulo de 30° com relação ao solo horizontal. Durante a trajetória, a bola alcança uma altura máxima de 5,0 m. Considerando que o ar não interfere no movimento da bola, qual a velocidade que a bola adquiriu logo após sair do contato do pé do goleiro?

Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A) 5 m/s
- B) 10 m/s
- C) 20 m/s
- D) 25 m/s
- E) 50 m/s

116

(UPF) O goleiro de um time de futebol bate um "tiro de meta" e a bola sai com velocidade inicial de módulo V_0 igual a 20 m/s, formando um ângulo de 45° com a horizontal. O módulo da aceleração gravitacional local é igual a 10 m/s^2 .

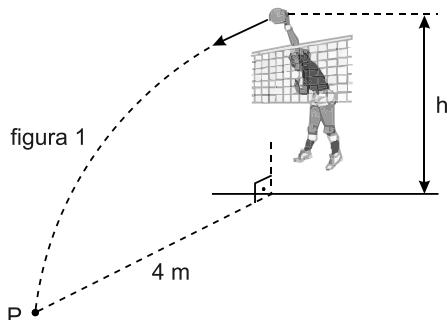
Desprezando a resistência do ar e considerando que $\sqrt{2} = 1,4$, é correto afirmar que:

- A) a altura máxima atingida pela bola é de 20 m.
- B) o tempo total em que a bola permanece no ar é de 4 s.
- C) a velocidade da bola é nula, ao atingir a altura máxima.
- D) a bola chega ao solo com velocidade de módulo igual a 10 m/s.
- E) a velocidade da bola tem módulo igual a 14 m/s ao atingir a altura máxima.

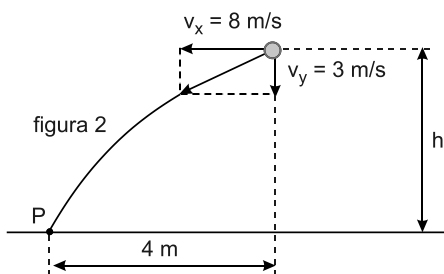


117

- (UFTM) Num jogo de vôlei, uma atacante acerta uma cortada na bola no instante em que a bola está parada numa altura h acima do solo. Devido à ação da atacante, a bola parte com velocidade inicial V_0 , com componentes horizontal e vertical, respectivamente em módulo, $V_x = 8 \text{ m/s}$ e $V_y = 3 \text{ m/s}$, como mostram as figuras 1 e 2.



Após a cortada, a bola percorre uma distância horizontal de 4 m, tocando o chão no ponto P.

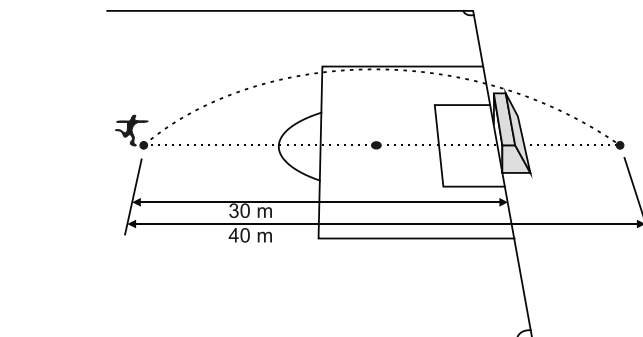


Considerando que durante seu movimento a bola ficou sujeita apenas à força gravitacional e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, a altura h , em m, onde ela foi atingida é

- A) 2,25.
- B) 2,50.
- C) 2,75.
- D) 3,00.
- E) 3,25.

118

- (Unicamp) Um jogador de futebol chuta uma bola a 30 m do gol adversário. A bola descreve uma trajetória parabólica, passa por cima da trave e cai a uma distância de 40 m de sua posição original. Se, ao cruzar a linha do gol, a bola estava a 3 m do chão, a altura máxima por ela alcançada esteve entre



- A) 4,1 e 4,4 m.
- B) 3,8 e 4,1 m.
- C) 3,2 e 3,5 m.
- D) 3,5 e 3,8 m.

119

(ENEM PPL) Na Antiguidade, algumas pessoas acreditavam que, no lançamento oblíquo de um objeto, a resultante das forças que atuavam sobre ele tinha o mesmo sentido da velocidade em todos os instantes do movimento. Isso não está de acordo com as interpretações científicas atualmente utilizadas para explicar esse fenômeno. Desprezando a resistência do ar, qual é a direção e o sentido do vetor força resultante que atua sobre o objeto no ponto mais alto da trajetória?

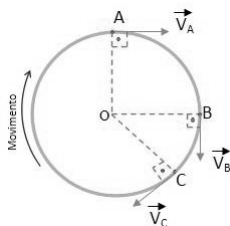
- A) Indefinido, pois ele é nulo, assim como a velocidade vertical nesse ponto.
- B) Vertical para baixo, pois somente o peso está presente durante o movimento.
- C) Horizontal no sentido do movimento, pois devido à inércia o objeto mantém seu movimento.
- D) Inclinado na direção do lançamento, pois a força inicial que atua sobre o objeto é constante.
- E) Inclinado para baixo e no sentido do movimento, pois aponta para o ponto onde o objeto cairá.

MÓDULO 05: MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

Chegamos no último módulo da cinemática! Aqui estudaremos um tipo especial de movimento curvilíneo, o movimento circular uniforme. Dizer que um corpo descreve um MCU significa dizer que, apesar do vetor velocidade mudar sua direção (circular), o módulo se mantém constante. Por exemplo: imagine um carro de fórmula 1 em uma pista circular e o piloto realiza o percurso com o velocímetro do carro marcando sempre o mesmo valor. Esse seria um movimento circular uniforme.

VETOR VELOCIDADE

Nesse momento você já sabe que a velocidade é uma grandeza vetorial, ou seja, possui módulo, direção e sentido. Acredito que já saiba também que a velocidade de um corpo é representada de forma tangente à sua trajetória. Observe a figura abaixo:



Em cada ponto da sua trajetória, temos um vetor velocidade associado. Os vetores \vec{V}_A , \vec{V}_B e \vec{V}_C são diferentes, pois possuem direções diferentes. Entretanto, se o movimento for circular uniforme, o módulo da velocidade permanece constante. Portanto:

$$\vec{V}_A \neq \vec{V}_B \neq \vec{V}_C \quad \therefore \quad V_A = V_B = V_C$$

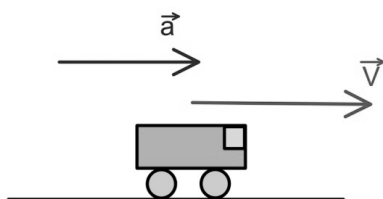
VETOR ACELERAÇÃO

A aceleração é uma grandeza que está associada à mudança do vetor velocidade. Todas as vezes que o vetor velocidade muda, existirá um vetor aceleração. Nesse momento, iremos dividir o nosso conceito de aceleração em duas possibilidades.

A) Aceleração Tangencial (a_T)

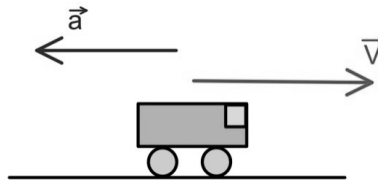
A aceleração tangencial é a parte do vetor aceleração responsável por alterar o módulo da velocidade de um corpo. Ou seja, todas as vezes que o módulo da velocidade mudar podemos garantir que existe uma aceleração tangencial. A aceleração tangencial é a aceleração que você trabalhou lá no MRUV. Vale lembrar:

Quando o corpo estiver aumentando a velocidade, o vetor aceleração deve ser desenhado no mesmo sentido do vetor velocidade.



Um carro aumentando sua velocidade

Quando o corpo estiver diminuindo a velocidade, o vetor aceleração deve ser desenhado no sentido oposto ao vetor velocidade.

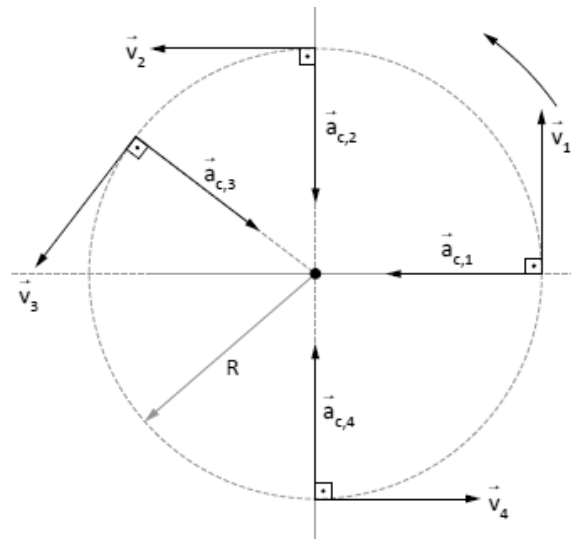


Um carro diminuindo sua velocidade

O vetor aceleração tangencial sempre será tangente à trajetória e, conseqüentemente, paralelo ao vetor velocidade.

B) Aceleração Centrípeta (a_c)

Agora teremos uma novidade! Todas as vezes que o corpo faz curva, independente do módulo da velocidade, o vetor velocidade altera a sua direção. Logo, em todo movimento curvilíneo deve existir uma aceleração (pois o vetor velocidade muda). A componente do vetor aceleração responsável por alterar a direção da velocidade recebe o nome de aceleração centrípeta. Observe que essa aceleração não pode ser a favor ou contrária à velocidade, afinal de contas, se assim fosse, ela geraria mudança no módulo da velocidade (tangencial). A aceleração centrípeta (o próprio nome sugere) é representado sempre apontando para o centro da curva, na direção radial. Observe:



A aceleração centrípeta de um corpo que descreve uma curva de raio R com velocidade V pode ser calculada pela expressão:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Exercício Resolvido

(Fei) Uma automóvel realiza uma curva de raio 20 m com velocidade constante de 72 km/h. Qual é a sua aceleração durante a curva?

- A) 0 m/s²
- B) 5 m/s²
- C) 10 m/s²
- D) 20 m/s²
- E) 3,6 m/s²



Resposta:

Durante a curva o corpo está sujeito à aceleração centrípeta. Como a velocidade é 72 km/h = 20 m/s temos:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c = \frac{20^2}{20} = 20 \text{ m/s}^2$$

Gabarito: Letra D

PERÍODO E FREQUÊNCIA

O período de um movimento circular (T) informa o tempo gasto para o móvel realizar uma volta completa. Se um corpo descreve um movimento circular com período de 10 segundos, significa dizer que a cada 10 segundos ele completa uma volta.

A frequência (f), por sua vez, informa a quantidade de voltas que o corpo descreve por unidade de tempo. Matematicamente pode ser escrita como:

$$f = \frac{\text{número de voltas}}{\Delta t}$$

No sistema internacional de unidades frequência representa o número de voltas por segundo. A partir de agora chamaremos esse "por segundo" de Hertz (Hz). Se um corpo descreve um movimento circular com frequência de 5 Hz significa dizer que a cada segundo ele completa 5 voltas.

Existe uma relação entre período e frequência. Como período é tempo gasto para uma volta, temos:

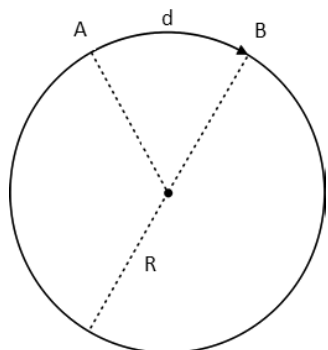
$$f = \frac{1}{T}$$

Atenção!

A frequência também pode ser dada em rpm (rotações por minuto). Se um corpo descreve um MCU com frequência de 30 rpm, significa dizer que ele completa 30 voltas a cada minuto. Para transformar de rpm para Hz basta dividir por 60.

VELOCIDADE LINEAR

A velocidade linear (também chama de escalar ou tangencial) de um movimento circular é a velocidade que você está acostumado. Representa a rapidez com que o corpo percorre a linha ao longo da sua trajetória. Considere uma partícula descrevendo um MCU de A para B.



A distância (d) entre A e B é percorrida em um intervalo de tempo Δt. A velocidade linear dessa partícula pode ser calculada como:

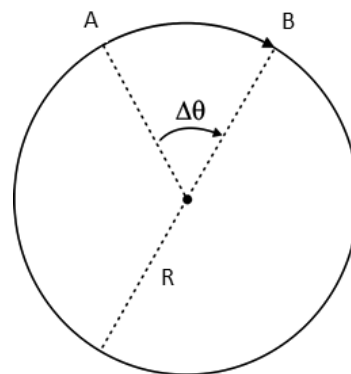
$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

Porém, como a velocidade é constante (em módulo!), o valor calculado para a velocidade linear deve ser o mesmo independente do trecho analisado. Assim, analisando a volta completa, podemos escrever:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ou} \quad v = 2\pi Rf$$

VELOCIDADE ANGULAR

A velocidade angular de um movimento circular é uma novidade! Essa velocidade está associada à rapidez com que a partícula descreve um determinado ângulo. Podemos dizer que a velocidade angular está relacionada à "rapidez de giro" da partícula. Considere a mesma partícula descrevendo uma trajetória de A para B.



Observe que ao se deslocar de A para B a partícula varre um ângulo Δθ no mesmo intervalo de tempo Δt. Assim, a velocidade angular pode ser calculada como

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

A dica de hoje é...

Procure trabalhar com a medida de ângulos em radianos. Assim, a unidade da velocidade angular será rad/s.

Como a partícula gira com velocidade angular constante, podemos encontrar a mesma velocidade angular independente do trecho analisado. Em uma volta completa, temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ou} \quad \omega = 2\pi f$$

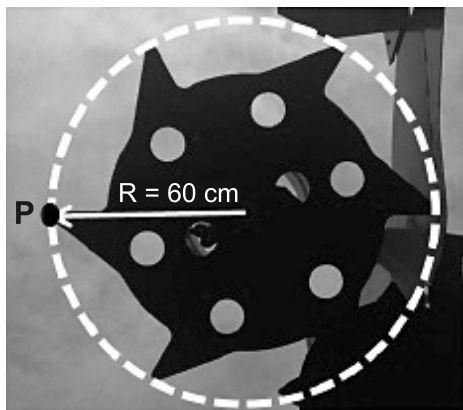
Quanto maior for a velocidade angular de uma partícula, maior será a sua frequência. Partículas que efetuam muitos giros por segundo possuem elevada velocidade angular!

Podemos agora estabelecer uma relação entre a velocidade linear e a velocidade angular. Essa relação é escrita na forma:

$$v = \omega R$$

Exercício Resolvido

(Unicamp) As máquinas cortadeiras e colheitadeiras de cana-de-açúcar podem substituir dezenas de trabalhadores rurais, o que pode alterar de forma significativa a relação de trabalho nas lavouras de cana-de-açúcar. A pá cortadeira da máquina ilustrada na figura abaixo gira em movimento circular uniforme a uma frequência de 300 rpm.



A velocidade de um ponto extremo P da pá vale (Considere $\pi \approx 3$.)

- A) 9 m/s.
- B) 15 m/s.
- C) 18 m/s.
- D) 60 m/s.

Resolução:

Dados: $f = 300 \text{ rpm} = 5 \text{ Hz}$; $\pi = 3$; $R = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$.

A velocidade linear do ponto P é:

$$v = 2\pi Rf$$

$$v = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 0,6$$

$$v = 18 \text{ m/s}$$

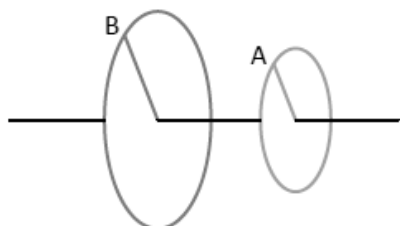
Gabarito: Letra C

TRANSMISSÃO DE MOVIMENTOS

Estudaremos agora situações em que um movimento circular é transmitido através de polias ou engrenagens. Surgem duas possibilidades: a transmissão pode acontecer no mesmo eixo (eixos acoplados) ou em eixos diferentes.

A) MESMO EIXO

Como o próprio nome sugere, nesse caso os pontos giram em todo de um eixo comum. Em uma situação de transmissão no mesmo eixo, os pontos giram ao mesmo tempo. Assim, se a rapidez de giro é a mesma, a velocidade angular (e a frequência/período) serão iguais. Observe:



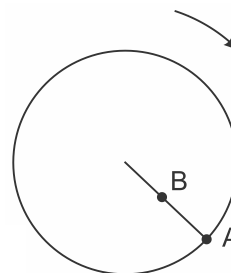
A polia A gira na mesma rapidez que B. Logo, podemos escrever a seguinte igualdade:

$$\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}$$

Portanto, em uma situação de transmissão no mesmo eixo, a velocidade linear é proporcional ao raio. Os pontos da periferia de B possuem maior velocidade linear que os pontos da periferia de A, afinal de contas, por possuir maior raio, os pontos da periferia de B devem andar distâncias maiores para acompanhar o movimento de A.

Exercício Resolvido

(Efomm) Considere uma polia girando em torno de seu eixo central, conforme figura abaixo. A velocidade dos pontos A e B são, respectivamente, 60 cm/s e 30 cm/s



A distância AB vale 10 cm. O diâmetro e a velocidade angular da polia, respectivamente, valem:

- A) 10 cm e 1,0 rad/s
- B) 20 cm e 1,5 rad/s
- C) 40 cm e 3,0 rad/s
- D) 50 cm e 0,5 rad/s
- E) 60 cm e 2,0 rad/s

Resolução:

Da figura dada:

$$R_A = R_B + AB \Rightarrow R_B = R_A - 10.$$

Os dois pontos têm mesma velocidade angular.

$$\omega_A = \omega_B \Rightarrow \frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B} \Rightarrow \frac{60}{R_A} = \frac{30}{R_A - 10} \Rightarrow 2(R_A - 10) = R_A \Rightarrow R_A = 20 \text{ cm}.$$

O diâmetro da polia é igual ao dobro do raio do ponto A.

$$D = 2 R_A \Rightarrow \boxed{D = 40 \text{ cm.}}$$

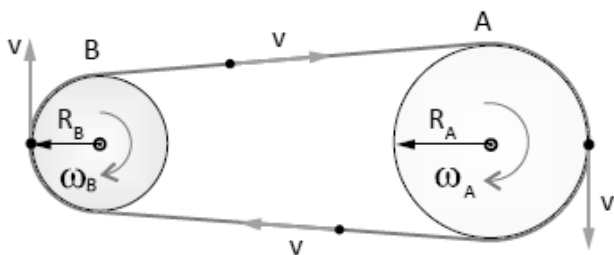
A velocidade angular da polia é igual à do ponto A.

$$\omega = \omega_A = \frac{v_A}{R_A} = \frac{60}{20} \Rightarrow \boxed{\omega = 3 \text{ rad/s.}}$$

Gabarito: Letra C

B) Eixos Diferentes

Nesse caso, as polias estão acopladas por correias/correntes ou estão em contato direto. Independentemente da situação, a velocidade linear será a mesma, pois todos os pontos da correia/corrente devem deslocar-se com a mesma rapidez.



Podemos desenvolver a seguinte equação:

$$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

Essa expressão garante que, a polia que possuir menor raio deverá desenvolver maior velocidade angular, ou seja, gira mais rapidamente. Podemos também escrevê-la da seguinte forma:

$$2\pi \cdot R_A \cdot f_A = 2\pi \cdot R_B \cdot f_B$$

$$R_A \cdot f_A = R_B \cdot f_B$$

Essa equação está de acordo com o esperado. A polia de menor raio possui maior frequência, ou seja, completa mais voltas por segundo.

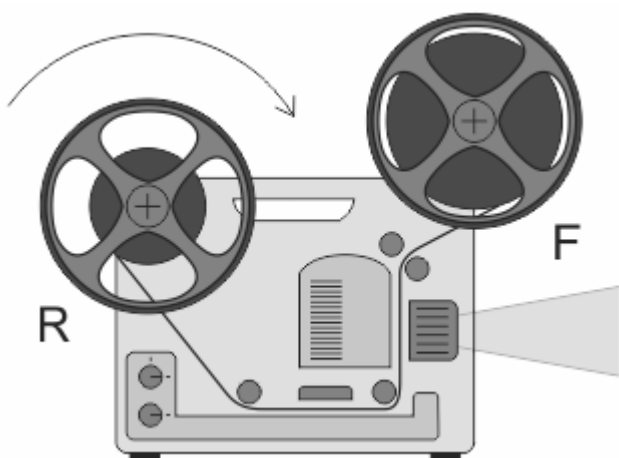
A dica de hoje é...

Algumas questões envolvem engrenagens no acopladas em eixos diferentes. A informação do número de dentes de uma engrenagem está relacionada com a informação do seu raio. Por exemplo, se uma engrenagem A possui 10 dentes e uma engrenagem B possui 20 dentes, o raio da engrenagem A será metade do raio da engrenagem B.

Exercício Resolvido

(CPS) Em um antigo projetor de cinema, o filme a ser projetado deixa o carretel F seguindo um caminho que o leva ao carretel R, onde será rebobinado. Os carretéis são idênticos e se diferenciam apenas pelas funções que realizam.

Pouco depois do início da projeção, os carretéis apresentam-se como mostrado na figura, na qual observamos o sentido de rotação que o aparelho imprime ao carretel R.



Nesse momento, considerando as quantidades de filme que os carretéis contêm e o tempo necessário para que o carretel R dê uma volta completa, é correto concluir que o carretel F gira em sentido

- A) anti-horário e dá mais voltas que o carretel R.
- B) anti-horário e dá menos voltas que o carretel R.
- C) horário e dá mais voltas que o carretel R.
- D) horário e dá menos voltas que o carretel R.
- E) horário e dá o mesmo número de voltas que o carretel R.

Resposta:

A análise da situação permite concluir que o carretel F gira no mesmo sentido que o carretel R, ou seja, horário. Como se trata de uma acoplamento em eixos diferentes, ambos têm mesma velocidade linear, igual à velocidade linear da fita.

$$v_F = v_R \Rightarrow 2\pi f_F r_F = 2\pi f_R r_R \Rightarrow f_F r_F = f_R r_R \Rightarrow \frac{f_F}{f_R} = \frac{r_R}{r_F}$$

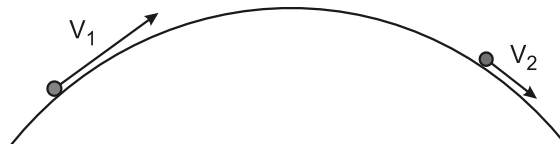
Essa expressão final mostra que a frequência de rotação é inversamente proporcional ao raio. Como o carretel F tem maior raio ele gira com menor frequência, ou seja dá menos voltas que o carretel R.

Gabarito: Letra D

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

120

(UFRGS) A figura a seguir apresenta, em dois instantes, as velocidades V_1 e V_2 de um automóvel que, em um plano horizontal, se desloca numa pista circular.



Com base nos dados da figura, e sabendo-se que os módulos dessas velocidades são tais que $V_1 > V_2$ é correto afirmar que

- A) a componente centrípeta da aceleração é diferente de zero.
- B) a componente tangencial da aceleração apresenta a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade.
- C) o movimento do automóvel é circular uniforme.
- D) o movimento do automóvel é uniformemente acelerado.
- E) os vetores velocidade e aceleração são perpendiculares entre si.

121

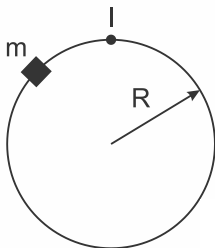
(Efofm) Um automóvel viaja em uma estrada horizontal com velocidade constante e sem atrito. Cada pneu desse veículo tem raio de 0,3 metros e gira em uma frequência de 900 rotações por minuto. A velocidade desse automóvel é de aproximadamente:

(Dados: considere $\pi = 3,1$)

- A) 21 m/s
- B) 28 m/s
- C) 35 m/s
- D) 42 m/s
- E) 49 m/s

122

(UFRGS) A figura abaixo representa um móvel m que descreve um movimento circular uniforme de raio R no sentido horário, com velocidade de módulo V



Assinale a alternativa que melhor representa, respectivamente, os vetores velocidade V e aceleração a do móvel quando passa pelo ponto I assinalado na figura.

- A) \vec{V} → \vec{a} ↑
- B) \vec{V} → $a = 0$
- C) \vec{V} → \vec{a} ↓
- D) \vec{V} ← \vec{a} ↑
- E) \vec{V} ← \vec{a} ↓

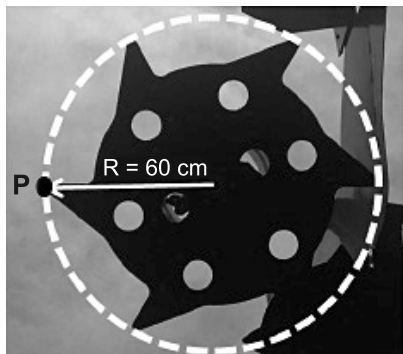
123

► (UERJ) Dois exaustores eólicos instalados no telhado de um galpão se encontram em movimento circular uniforme com frequências iguais a 2,0 Hz e 2,5 Hz. A diferença entre os períodos desses dois movimentos é igual a

- A) 0,1 s
- B) 0,3 s
- C) 0,5 s
- D) 0,6 s

124

► (Unicamp) As máquinas cortadeiras e colheitadeiras de cana-de-açúcar podem substituir dezenas de trabalhadores rurais, o que pode alterar de forma significativa a relação de trabalho nas lavouras de cana-de-açúcar.



A pá cortadeira da máquina ilustrada na figura abaixo gira em movimento circular uniforme a uma frequência de 300 rpm. A velocidade de um ponto extremo P da pá vale

- (Considere $\pi = 3$)
- A) 9 m/s.
 - B) 15 m/s.
 - C) 18 m/s.
 - D) 60 m/s.

125

(PUC-RJ) A Lua leva 28 dias para dar uma volta completa ao redor da Terra. Aproximando a órbita como circular, sua distância ao centro da Terra é de cerca de 380 mil quilômetros.

A velocidade aproximada da Lua, em km/s, é:

- A) 13
- B) 0,16
- C) 59
- D) 24
- E) 1,0

126

(Faseh) O raio da Terra na região da linha do equador é, aproximadamente, $6,4 \times 10^3$ km.

Com base nessa informação, assinale a alternativa que indica o valor mais próximo para a velocidade de uma pessoa que está no equador terrestre devido à rotação da Terra em torno do seu eixo.

- A) 3×10^2 km/h
- B) 2×10^3 km/h
- C) 1×10^4 km/h
- D) 8×10^4 km/h

127

► (UERJ) Uma roda d'água de raio 0,5 m efetua 4 voltas a cada 20 segundos. A velocidade linear dessa roda é

(Considere $\pi = 3$)

- A) 0,6 m/s.
- B) 0,8 m/s.
- C) 1,0 m/s.
- D) 1,2 m/s.

128

(UEL) A posição média de um satélite geoestacionário em relação à superfície terrestre se mantém devido à

- A) sua velocidade angular ser igual à velocidade angular da superfície terrestre.
- B) sua velocidade tangencial ser igual à velocidade tangencial da superfície terrestre.
- C) sua aceleração centrípeta ser proporcional ao cubo da velocidade tangencial do satélite.
- D) força gravitacional terrestre ser igual à velocidade angular do satélite.
- E) força gravitacional terrestre ser nula no espaço, local em que a atmosfera é rarefeita.



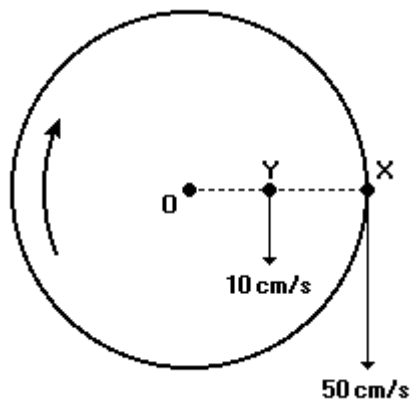
129

(Unifesp) Pai e filho passeiam de bicicleta e andam lado a lado com a mesma velocidade. Sabe-se que o diâmetro das rodas da bicicleta do pai é o dobro do diâmetro das rodas da bicicleta do filho. Pode-se afirmar que as rodas da bicicleta do pai giram com

- A) a metade da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
- B) a mesma frequência e velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
- C) o dobro da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
- D) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com metade da velocidade angular.
- E) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com o dobro da velocidade angular.

130

- (UECE) A figura mostra um disco que gira em torno do centro O. A velocidade do ponto X é 50 cm/s e a do ponto Y é de 10 cm/s. A distância XY vale 20 cm.

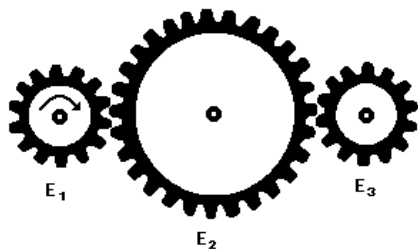


Pode-se afirmar que o valor da velocidade angular do disco, em radianos por segundo, é:

- A) 2,0
- B) 5,0
- C) 10,0
- D) 20,0

131

- (UFMG) A figura mostra três engrenagens, E_1 , E_2 e E_3 , fixas pelos seus centros, e de raios, R_1 , R_2 e R_3 , respectivamente. A relação entre os raios é $R_1 = R_3 < R_2$. A engrenagem da esquerda (E_1) gira no sentido horário com período T_1 .

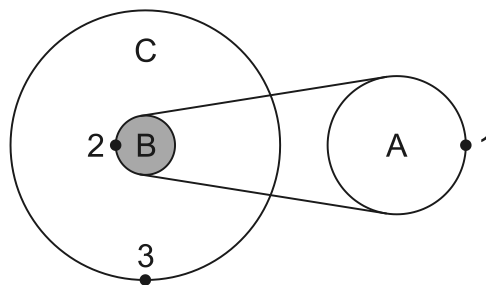


Seja T_2 e T_3 os períodos de E_2 e E_3 , respectivamente, pode-se afirmar que as engrenagens vão girar de tal maneira que

- A) $T_1 = T_2 = T_3$, com E_3 girando em sentido contrário a E_1 .
- B) $T_1 = T_3 \neq T_2$, com E_3 girando em sentido contrário a E_1 .
- C) $T_1 = T_2 = T_3$, com E_3 girando no mesmo sentido que E_1 .
- D) $T_1 = T_3 \neq T_2$, com E_3 girando no mesmo sentido que E_1 .

132

- (UEPG / Adaptada) A figura a seguir ilustra três polias A, B e C executando um movimento circular uniforme. A polia B está fixada à polia C e estas ligadas à polia A por meio de uma correia que faz o sistema girar sem deslizar.



Sobre o assunto, assinale o que for correto.

- A) A velocidade escalar do ponto 1 é maior que a do ponto 2.
- B) A velocidade angular da polia B é igual a da polia C.
- C) A velocidade escalar do ponto 3 é igual a velocidade escalar do ponto 1.
- D) A velocidade angular da polia C é menor que a velocidade angular da polia A.

133

(UFG) A Lua sempre apresenta a mesma face quando observada de um ponto qualquer da superfície da Terra. Esse fato, conhecido como acoplamento de maré, ocorre porque

- A) a Lua tem período de rotação igual ao seu período de revolução.
- B) a Lua não tem movimento de rotação em torno do seu eixo.
- C) o período de rotação da Lua é igual ao período de rotação da Terra.
- D) o período de revolução da Lua é igual ao período de rotação da Terra.
- E) o período de revolução da Lua é igual ao período de revolução da Terra.

134

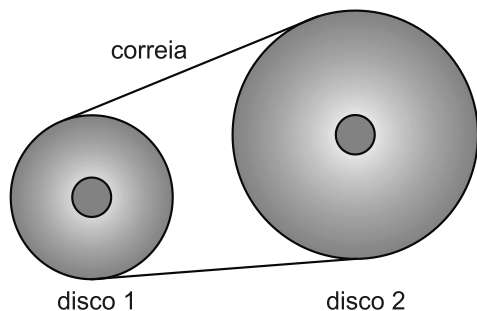
- (UFRGS) X e Y são dois pontos da superfície da Terra. O ponto X encontra-se sobre a linha do equador, e o ponto Y sobre o trópico de Capricórnio.

Designando-se por ω_x e ω_y , respectivamente, as velocidades angulares de X e Y em torno do eixo polar e por a_x e a_y as correspondentes acelerações centrípetas, é correto afirmar que

- A) $\omega_x < \omega_y$ e $a_x = a_y$
- B) $\omega_x > \omega_y$ e $a_x = a_y$
- C) $\omega_x = \omega_y$ e $a_x > a_y$
- D) $\omega_x = \omega_y$ e $a_x = a_y$
- E) $\omega_x = \omega_y$ e $a_x < a_y$

135

(Uespi) A engrenagem da figura a seguir é parte do motor de um automóvel. Os discos 1 e 2, de diâmetros 40 cm e 60 cm, respectivamente, são conectados por uma correia inextensível e giram em movimento circular uniforme.

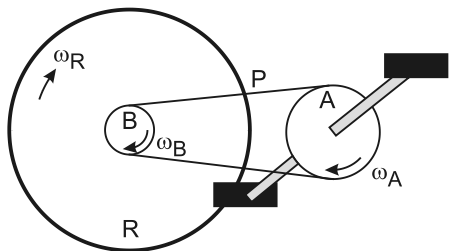


Se a correia não desliza sobre os discos, a razão ω_1 / ω_2 entre as velocidades angulares dos discos vale

- A) 1/3
- B) 2/3
- C) 1
- D) 3/2
- E) 3

136

(UFRGS) A figura apresenta esquematicamente o sistema de transmissão de uma bicicleta convencional.



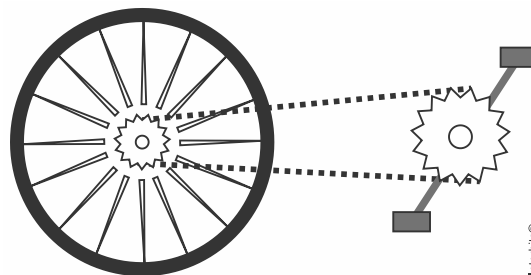
Na bicicleta, a coroa A conecta-se à catraca B através da correia P. Por sua vez, B é ligada à roda traseira R, girando com ela quando o ciclista está pedalando.

Nesta situação, supondo que a bicicleta se move sem deslizar, as magnitudes das velocidades angulares, ω_A , ω_B e ω_R , são tais que

- A) $\omega_A < \omega_B = \omega_R$
- B) $\omega_A = \omega_B < \omega_R$
- C) $\omega_A = \omega_B = \omega_R$
- D) $\omega_A < \omega_B < \omega_R$
- E) $\omega_A > \omega_B = \omega_R$

137

(UFPR) Um ciclista movimenta-se com sua bicicleta em linha reta a uma velocidade constante de 18 km/h. O pneu, devidamente montado na roda, possui diâmetro igual a 70 cm. No centro da roda traseira, presa ao eixo, há uma roda dentada de diâmetro 7,0 cm. Junto ao pedal e preso ao seu eixo há outra roda dentada de diâmetro 20 cm. As duas rodas dentadas estão unidas por uma corrente, conforme mostra a figura. Não há deslizamento entre a corrente e as rodas dentadas.

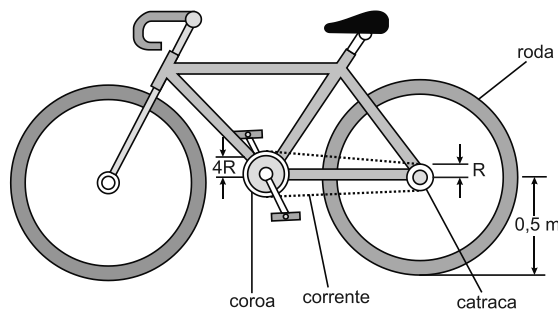


Supondo que o ciclista imprima aos pedais um movimento circular uniforme, assinale a alternativa correta para o número de voltas por minuto que ele impõe aos pedais durante esse movimento. Nesta questão, considere $\pi = 3$.

- A) 0,25 rpm.
- B) 2,50 rpm.
- C) 5,00 rpm.
- D) 25,0 rpm.
- E) 50,0 rpm.

138

(UFPB) Em uma bicicleta, a transmissão do movimento das pedaladas se faz através de uma corrente, acoplando um disco dentado dianteiro (coroa) a um disco dentado traseiro (catraca), sem que haja deslizamento entre a corrente e os discos. A catraca, por sua vez, é acoplada à roda traseira de modo que as velocidades angulares da catraca e da roda sejam as mesmas (ver a seguir figura representativa de uma bicicleta).



Adaptado de: < <http://revistaescola.abril.com.br/ensino-medio/equilibriordas-532002.shtml> >. Acesso em: 12 ago. 2011.

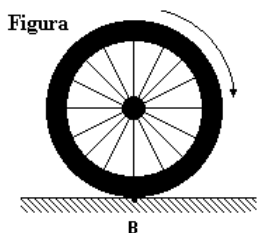
Em uma corrida de bicicleta, o ciclista desloca-se com velocidade escalar constante, mantendo um ritmo estável de pedaladas, capaz de imprimir no disco dianteiro uma velocidade angular de 4 rad/s, para uma configuração em que o raio da coroa é 4R, o raio da catraca é R e o raio da roda é 0,5 m. Com base no exposto, conclui-se que a velocidade escalar do ciclista é:

- A) 2 m/s
- B) 4 m/s
- C) 8 m/s
- D) 12 m/s
- E) 16 m/s



139

- (Cesgranrio) Uma roda de bicicleta se move, sem deslizar, sobre um solo horizontal, com velocidade constante. A figura apresenta o instante em que um ponto B da roda entra em contato com o solo.

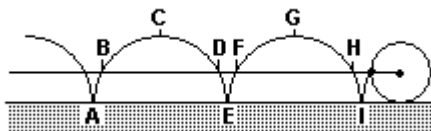


No momento ilustrado na figura a seguir, o vetor que representa a velocidade do ponto B, em relação ao solo, é:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E) Vetor nulo.

140

(UECE) Uma foto com tempo de exposição relativamente longo mostra o movimento de um disco rolando sem deslizar, sobre uma superfície horizontal, de tal modo que o centro do disco descreve uma linha reta e horizontal. Duas lâmpadas foram colocadas no disco, uma no centro e outra na periferia.



A lâmpada da periferia descreve uma curva denominada cicloide.

Sobre o módulo da velocidade da lâmpada da periferia, em relação à superfície, podemos dizer, corretamente.

- A) É máximo nos pontos C e G.
- B) É máximo nos pontos A e E.
- C) É máximo nos pontos B e D.
- D) É constante.

141

(ENEM) Um professor utiliza essa história em quadrinhos para discutir com os estudantes o movimento de satélites. Nesse sentido, pede a eles que analisem o movimento do coelho, considerando o módulo da velocidade constante.



SOUSA, M. *Cebolinha*, n. 240, jun. 2006.

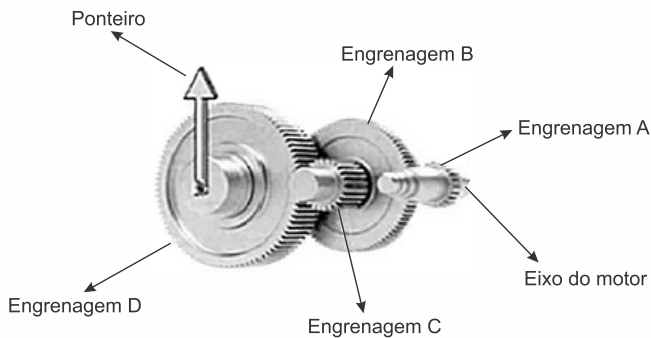
Desprezando a existência de forças dissipativas, o vetor aceleração tangencial do coelho, no terceiro quadrinho, é

- A) nulo.
- B) paralelo à sua velocidade linear e no mesmo sentido.
- C) paralelo à sua velocidade linear e no sentido oposto.
- D) perpendicular à sua velocidade linear e dirigido para o centro da Terra.
- E) perpendicular à sua velocidade linear e dirigido para fora da superfície da Terra.

142

► (ENEM) A invenção e o acoplamento entre engrenagens revolucionaram a ciência na época e propiciaram a invenção de várias tecnologias, como os relógios. Ao construir um pequeno cronômetro, um relojoeiro usa o sistema de engrenagens mostrado. De acordo com a figura, um motor é ligado ao eixo e movimenta as engrenagens fazendo o ponteiro girar. A frequência do motor é de 18 rpm e o número de dentes das engrenagens está apresentado no quadro.

Engrenagem	Dentes
A	24
B	72
C	36
D	108



A frequência de giro do ponteiro, em rpm, é

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 81
- E) 162

143

► (ENEM) Com relação ao funcionamento de uma bicicleta de marchas, onde cada marcha é uma combinação de uma das coroas dianteiras com uma das coroas traseiras, são formuladas as seguintes afirmativas:

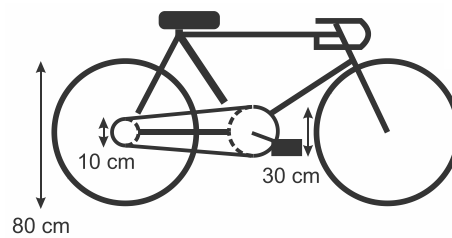
- I. numa bicicleta que tenha duas coroas dianteiras e cinco traseiras, temos um total de dez marchas possíveis onde cada marcha representa a associação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras.
- II. em alta velocidade, convém acionar a coroa dianteira de maior raio com a coroa traseira de maior raio também.
- III. em uma subida íngreme, convém acionar a coroa dianteira de menor raio e a coroa traseira de maior raio.

Entre as afirmações anteriores, estão corretas:

- A) I e III apenas.
- B) I, II e III apenas.
- C) I e II apenas.
- D) II apenas.
- E) III apenas.

144

► (ENEM)



Quando se dá uma pedalada na bicicleta da figura acima (isto é, quando a coroa acionada pelos pedais dá uma volta completa), qual é a distância aproximada percorrida pela bicicleta, sabendo-se que o comprimento de um círculo de raio R é igual a $2\pi R$ onde $\pi = 3$?

- A) 1,2 m
- B) 2,4 m
- C) 7,2 m
- D) 14,4 m
- E) 48,0 m

145

► (ENEM) Visando a melhoria estética de um veículo, o vendedor de uma loja sugere ao consumidor que ele troque as rodas de seu automóvel de aro 15 polegadas para aro 17 polegadas, o que corresponde a um diâmetro maior do conjunto roda e pneu.

Dois consequências provocadas por essa troca de aro são:

- A) Elevar a posição do centro de massa do veículo tornando-o mais instável e aumentar a velocidade do automóvel em relação à indicada no velocímetro.
- B) Abaixar a posição do centro de massa do veículo tornando-o mais instável e diminuir a velocidade do automóvel em relação à indicada no velocímetro.
- C) Elevar a posição do centro de massa do veículo tornando-o mais estável e aumentar a velocidade do automóvel em relação à indicada no velocímetro.
- D) Abaixar a posição do centro de massa do veículo tornando-o mais estável e diminuir a velocidade do automóvel em relação à indicada no velocímetro.
- E) Elevar a posição do centro de massa do veículo tornando-o mais estável e diminuir a velocidade do automóvel em relação à indicada no velocímetro.



Gabarito

Movimento Uniforme

- | | |
|-------------|-------------|
| 01. Letra C | 19. Letra C |
| 02. Letra A | 20. Letra B |
| 03. Letra C | 21. Letra D |
| 04. Letra B | 22. Letra A |
| 05. Letra D | 23. Letra E |
| 06. Letra A | 24. Letra C |
| 07. Letra B | 25. Letra C |
| 08. Letra A | 26. Letra B |
| 09. Letra D | 27. Letra D |
| 10. Letra A | 28. Letra A |
| 11. Letra D | 29. Letra C |
| 12. Letra B | 30. Letra B |
| 13. Letra A | 31. Letra C |
| 14. Letra E | 32. Letra C |
| 15. Letra E | 33. Letra C |
| 16. Letra B | 34. Letra D |
| 17. Letra E | 35. Letra C |
| 18. Letra D | |

Movimento Uniformemente Variado

- | | |
|-------------|-------------|
| 36. Letra A | 62. Letra B |
| 37. Letra A | 63. Letra A |
| 38. Letra B | 64. Letra D |
| 39. Letra A | 65. Letra B |
| 40. Letra A | 66. Letra C |
| 41. Letra D | 67. Letra E |
| 42. Letra C | 68. Letra B |
| 43. Letra A | 69. Letra D |
| 44. Letra C | 70. Letra A |
| 45. Letra D | 71. Letra C |
| 46. Letra C | 72. Letra B |
| 47. Letra A | |
| 48. Letra C | |
| 49. Letra A | |
| 50. Letra D | |
| 51. Letra A | |
| 52. Letra C | |
| 53. Letra A | |
| 54. Letra B | |
| 55. Letra D | |
| 56. Letra A | |
| 57. Letra C | |
| 58. Letra C | |
| 59. Letra E | |
| 60. Letra C | |
| 61. Letra B | |

Queda Livre e Lançamento Vertical

- | | |
|-------------|-------------|
| 73. Letra A | 81. Letra E |
| 74. Letra B | 82. Letra D |
| 75. Letra B | 83. Letra B |
| 76. Letra D | 84. Letra B |
| 77. Letra A | 85. Letra D |
| 78. Letra E | 86. Letra B |
| 79. Letra B | 87. Letra D |
| 80. Letra C | |

Composição de Movimentos

- | | |
|--------------|--------------|
| 88. Letra A | 104. Letra E |
| 89. Letra A | 105. Letra B |
| 90. Letra B | 106. Letra E |
| 91. Letra C | 107. Letra E |
| 92. Letra B | 108. Letra A |
| 93. Letra B | 109. Letra B |
| 94. Letra D | 110. Letra A |
| 95. Letra A | 111. Letra B |
| 96. Letra C | 112. Letra B |
| 97. Letra B | 113. Letra B |
| 98. Letra C | 114. Letra D |
| 99. Letra D | 115. Letra C |
| 100. Letra C | 116. Letra E |
| 101. Letra D | 117. Letra C |
| 102. Letra D | 118. Letra B |
| 103. Letra B | 119. Letra B |

Movimento Circular Uniforme

- | | |
|--------------|--------------|
| 120. Letra A | 140. Letra A |
| 121. Letra B | 141. Letra A |
| 122. Letra C | 142. Letra B |
| 123. Letra A | 143. Letra A |
| 124. Letra C | 144. Letra C |
| 125. Letra E | 145. Letra A |
| 126. Letra B | |
| 127. Letra A | |
| 128. Letra A | |
| 129. Letra A | |
| 130. Letra A | |
| 131. Letra D | |
| 132. Letra B | |
| 133. Letra A | |
| 134. Letra C | |
| 135. Letra D | |
| 136. Letra A | |
| 137. Letra E | |
| 138. Letra C | |
| 139. Letra E | |

