PROFESSOR FERRETTO

1. Dada a equação $(x+1)(x+3)^2(x+5)^2 = 0$ responda:

Qual é o grau dessa equação?

$(x+1)^{1}(x+3)^{2}(x+5)^{2} = 0$ $\quad 1 + 2 + 2 = 5$

$\boxed{\text{Grau } 5}$

Quantas raízes possui? Quais são as raízes e a multiplicidade de cada uma? Qual é o conjunto solução?

$(x+1)(x+3)^2(x+5)^2 = 0$

Raízes ⇨ -1 ⇨ raiz simples ⇨ multiplicidade 1
-3 ⇨ raiz dupla ⇨ multiplicidade 2
-5 ⇨ raiz dupla ⇨ multiplicidade 2

1 raiz simples + 2 raízes duplas ⇨ 5 raízes

Não repetimos as raízes no conjunto solução, assim:

$S = \{-1, -3, -5\}$

5 raízes; -1 = raiz simples, -3 = raiz de multiplicidade 2, -5 = raiz de multiplicidade 2;
$S = \{-1, -3, -5\}$

Determine a multiplicidade da raiz $x = 1$ nas equações:

2. $x^5 - x^3 - x^2 + 1 = 0$

Através do dispositivo de Briot-Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccccc}
1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ \hline
1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & \mid 0 \\ \hline
1 & 1 & 2 & 2 & 1 & \mid 0 & \\ \hline
 & 1 & 3 & 5 & \mid 6 \neq 0 & &
\end{array}$$

⇨ multiplicidade 1
⇨ multiplicidade 2
X

$\boxed{\textit{Raiz dupla}}$

3. $x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 3x - 1 = 0$

Através do dispositivo de Briot-Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccccc}
1 & 1 & -3 & 2 & -2 & 3 & -1 \\ \hline
1 & 1 & -2 & 0 & -2 & 1 & \mid 0 \\ \hline
 & 1 & -1 & -1 & -3 & \mid -2 \neq 0 &
\end{array}$$

⇨ multiplicidade 1
X

$\boxed{\textit{Raiz simples}}$

---

4. Determine a multiplicidade da raiz $x = -1$ na equação $x^5 + 3x^4 - x^3 - 11x^2 - 12x - 4 = 0$ e resolva-a.

↳ Existem 5 raízes

Através do dispositivo de Briot-Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccccc}
-1 & 1 & 3 & -1 & -11 & -12 & -4 \\ \hline
-1 & 1 & 2 & -3 & -8 & -4 & \mid 0 \\ \hline
-1 & 1 & 1 & -4 & -4 & \mid 0 & \\ \hline
-1 & 1 & 0 & -4 & \mid 0 & & \\ \hline
 & 1 & -1 & \mid -3 \neq 0 & & &
\end{array}$$

⇨ multiplicidade 1
⇨ multiplicidade 2
⇨ multiplicidade 3
↓
-1 é uma raiz tripla
X

Restam duas raízes para encontrarmos:

$Q(x) = x^2 - 4$
$x^2 - 4 = 0$
$x^2 = 4$
$x = \pm\sqrt{4}$
$x = \pm 2$

$S = \{-1, 2, -2\}$

$\boxed{-1 \text{ é } \textit{raiz tripla};\ S = \{-1, 2, -2\}}$

---

5. Obtenha o polinômio de grau 4 que tem as raízes simples -1 e -7, a raiz dupla $1/4$ e tal que $P(0) = 14$.

↳ $(x+1)(x+7)\cdot(x - 1/4)^2$

↱ coeficiente dominante

$P(0) = 14 = a\cdot(x+1)(x+7)(x-1/4)^2$

$14 = a\cdot(0+1)\cdot(0+7)\cdot(0-1/4)^2$

$14 = a\cdot 1\cdot 7\cdot(1/16)$

$a = \dfrac{14}{7/16} = 14\cdot\dfrac{16}{7} = 32$

$32\cdot(x+1)\cdot(x+7)\cdot(x-1/4)^2$

$32\cdot(x^2 + 7x + x + 7)\cdot(x - x/2 + 1/16)$

$32\cdot(x^2 + 8x + 7)\cdot(x^2 - x/2 + 1/16)$

$32\cdot(x^4 - x^3/2 + x^2/16 + 8x^3 - 4x^2 + x/2 + 7x^2 - 7x/2 + 7/16)$

$32\cdot(x^4 + 15/2\, x^3 + 49/16\, x^2 - 3x + 7/16)$

$32x^4 + 240x^3 + 98x^2 - 96x + 14$

$\boxed{32x^4 + 240x^3 + 98x^2 - 96x + 14}$

---

6. Calcule a e b de modo que $x = 1$ seja raiz dupla da equação $x^3 + x^2 + ax + b = 0$.
Depois, resolva a equação.

↳ Existem 3 raízes

Através do dispositivo de Briot-Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccc}
1 & 1 & 1 & a & b \\ \hline
1 & 1 & 2 & 2+a & \mid 2+a+b \\ \hline
 & 1 & 3 & \mid 5+a &
\end{array}$$

$2+a+b$ ~ $R(x) = 0$
$5+a$ ~ $R(x) = 0$

$5 + a = 0$
$a = -5$

$2 + a + b = 0$
$2 - 5 + b = 0$
$b = 3$

$Q(x) = x + 3$ → precisamos encontrar a última raiz
$x + 3 = 0$
$x = -3$

$S = \{1, -3\}$

$\boxed{(a = -5, b = 3);\ S = \{1, -3\}}$