

• **Questões da Aula de Combinatória Avançada**

Questão 01. De quantas formas 4 pessoas podem sentar-se ao redor de uma mesa circular?

Questão 02. (ITA 2016) Pintam-se N cubos iguais utilizando-se 6 cores diferentes, uma para cada face. Considerando que cada cubo pode ser perfeitamente distinguido dos demais, o maior valor possível de N é igual a

- a) 10. b) 15. c) 20. d) 25. e) 30.

Questão 03. Um grupo de $n+1$ amigos, sendo um deles Ocirederf, decide alugar uma casa para o réveillon, mas a casa tem apenas $k+1$ espaços ($k \leq n$). Sabendo que um grupo de $k+1$ amigos ocupará a casa,

a) de quantas maneiras esse grupo pode ser escolhido com a presença de Ocirederf?

b) de quantas maneiras esse grupo pode ser escolhido sem a presença de Ocirederf?

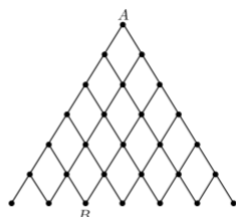
c) de quantas maneiras esse grupo pode ser escolhido?

Questão 04. Um nutricionista recomenda a um atleta que este tome, toda manhã, uma vitamina que contenha pelo menos três dentre dez tipos variados de ingredientes: morango, açaí, aveia, linhaça, pasta de amendoim, água, iogurte, extrato de soja, whey protein e mel.

É possível que esse atleta tome uma vitamina diferente em cada um dos 366 dias de um ano bissexto?

Questão 05. (Exame de Acesso PROFMAT 2013)

A figura mostra uma rede de canos de água que tem início no ponto A. Quando se coloca água nesse ponto, ela flui para baixo de tal modo que, em cada ponto assinalado, a água que chega pelo cano superior se distribui igualmente pelos dois canos inferiores.



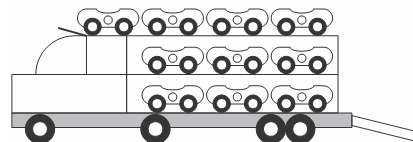
Se um litro de água é colocado em A, qual o volume de água, em litros, que chegará a B?

Questão 06. Determine a quantidade de soluções inteiras não-negativas da equação

$$x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 4.$$

Questão 07. De quantos modos é possível comprar 4 sorvetes em uma loja que oferece 7 sabores?

Questão 08 (ENEM 2017). Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

- a) $C_{6,4}$ b) $C_{9,3}$ c) $C_{10,4}$

- d) 6^4 e) 4^6

Questão 09 (PAS|UnB 1998). Um ecologista deseja reflorestar uma pequena área quadrada de 4.900 m^2 , usando 5 espécies de árvores: aroeira, mogno, castanheira, ipê e angico. Para isso, a área será dividida em 49 quadrados iguais e, no centro de cada um deles, será plantada uma muda de uma dessas árvores. Das 49 mudas que ele adquiriu, sabe-se que existem pelo menos 5 de cada uma das espécies citadas. O ecologista decide plantar na primeira fileira de quadrados exatamente 3 espécies distintas entre as 5 disponíveis. Desconsiderando a ordem em que as árvores serão plantadas nessa fileira, calcule o número de maneiras distintas que o ecologista pode compô-la.

Questão 10. De quantas formas podemos dividir 4 pessoas em 2 grupos de 2 pessoas cada?

Questão 11. De quantas maneiras podemos colocar 10 pessoas em três salas A, B e C de modo que em A fiquem 4 pessoas, em B fiquem 3 pessoas e em C também 3 pessoas?

Questão 12. De quantas maneiras podemos distribuir nove alunos em três salas, cada uma delas com exatamente três alunos?



Revisão de Combinatória (Exercícios)

Prof. Fredão

Questão 13 (PAS 2017). O conto O burrinho pedrês, de Guimarães Rosa, narra os acontecimentos de um dia na vida de Sete-de-Ouros, o burrinho do major Saulo, dono da Fazenda da Tampa, e de 11 vaqueiros que, juntos, levavam 460 bovinos para a estação de trem. Entre os vaqueiros, Francolim era o secretário do major Saulo, Sebastião, o capataz, e Zé Grande, o guia da comitiva. Uma tensão extra na viagem ficava por conta do vaqueiro Silvino, que planejava, por ciúmes, matar o companheiro Badu.

Considere que, no embarque, nos trens, além dos 460 animais da Fazenda da Tampa, tenham embarcado mais 400 da Fazenda Boa Vista e 340 da Fazenda Monte Verde, estando cada um dos animais com a identificação da fazenda de origem. A tabela a seguir mostra a distribuição dos animais, por fazenda e por idade (I) em meses.

idade	Tampa	Boa Vista	Monte Verde	total
$I < 24$	90	110	80	280
$24 \leq I \leq 36$	230	190	150	570
$I > 36$	140	100	110	350
total	460	400	340	1.200

Tendo como referência essas informações, julgue o item **01** e faça o que se pede no item **02**, que é do **tipo B**.

(01) Se o major Saulo quiser escolher entre os 11 vaqueiros, de maneira aleatória, um grupo de 3 para preparar a refeição da comitiva em determinado dia, a quantidade de maneiras distintas de fazê-lo é superior a 170.

(02) Considere que, no acampamento para pernoite, Francolim divida a barraca com o major Saulo e que os demais vaqueiros dividam duas barracas, cada uma com capacidade para cinco vaqueiros. Nessa situação, calcule a quantidade de maneiras distintas de separação dos demais vaqueiros em dois grupos de 5, de modo que Badu e Silvino fiquem sempre em grupos diferentes. Após efetuar todos os cálculos solicitados, despreze, para a marcação no **Caderno de Respostas**, a parte fracionária do resultado final obtido, caso exista.

Questão 14. Dado um grupo de 13 amigos, prove que pelo menos dois deles aniversariam no mesmo mês do ano.

Questão 15. Qual a menor quantidade de alunos necessários em uma sala de aula para que possamos garantir que há cinco alunos cujos aniversários ocorrem no mesmo mês?

Questão 16. Dados doze números naturais quaisquer, prove que sempre existem dois deles cuja diferença é um número inteiro múltiplo de 11.

Questão 17. Quantos são os anagramas da palavra CAPÍTULO que têm as letras C na 1ª posição ou A na 2ª posição ou P na 3ª posição?

Questão 18 (FUVEST 2017 – Adaptada). Cláudia, Paulo, Rodrigo e Ana brincam entre si de amigo-secreto (ou amigo-oculto). Cada nome é escrito em um pedaço de papel, que é colocado em uma urna, e cada participante retira um deles ao acaso.

Quantas são as configurações nas quais nenhum participante retira o seu próprio nome?

Questão 19 (ENEM 2009 Cancelado). Em um concurso realizado em uma lanchonete, apresentavam-se ao consumidor quatro cartas voltadas para baixo, em ordem aleatória, diferenciadas pelos algarismos 0, 1, 2 e 5. O consumidor selecionava uma nova ordem ainda com as cartas voltadas para baixo. Ao desvirá-las, verificava-se quais delas continham o algarismo na posição correta dos algarismos do número 12,50 que era o valor, em reais, do trio-promoção. Para cada algarismo na posição acertada, ganhava-se R\$ 1,00 de desconto. Por exemplo, se a segunda carta da sequência escolhida pelo consumidor fosse 2 e a terceira fosse 5, ele ganharia R\$ 2,00 de desconto.

Qual é a probabilidade de um consumidor não ganhar qualquer desconto? (as alternativas não foram inseridas aqui por não haver alternativa correta)

Questão 20 (IME 1986).

12 cavaleiros estão sentados em torno de uma mesa redonda. Cada um dos 12 cavaleiros considera seus dois vizinhos como rivais. Deseja-se formar um grupo de 5 cavaleiros para libertar uma princesa e, nesse grupo, não poderá haver cavaleiros rivais. Determine de quantas maneiras é possível escolher esse grupo.