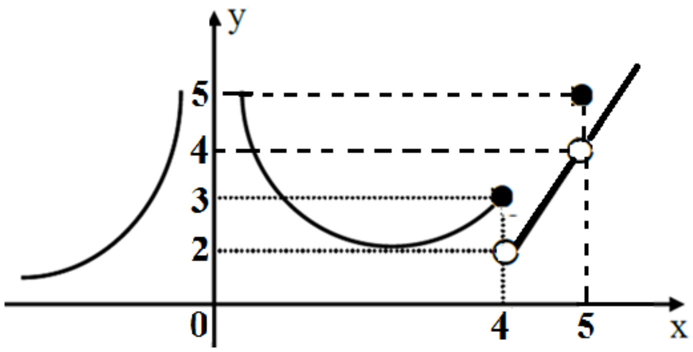
LIMITES

NOÇÕES DE LIMITE

Sendo f a função representada pelo gráfico abaixo:



Calcule:

a) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

b) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

c) $f(0)$

d) $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)$

e) $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)$

f) $f(4)$

g) $\lim\limits_{x\to 5^+} f(x)$

h) $\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)$

i) $f(5)$

Nota:

Só existe $\lim\limits_{x\to a} f(x) \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$, ou seja, quando os limites laterais forem iguais.

CONTINUIDADE

○ Seja $f(x)$ uma função em que $a \in D(f)$ e f é **contínua em a.** Então:

✓ existe $f(a)$

✓ existe $\lim\limits_{x\to a} f(x)$

✓ $f(a) = \lim\limits_{x\to a} f(x)$

○ Seja $f(x)$ uma função em que $a \in D(f)$ e f é **descontínua em a.** Então:

✓ existe $f(a)$

✓ não existe $\lim\limits_{x\to a} f(x)$

✓ $f(a) \neq \lim\limits_{x\to a} f(x)$

○ Se existe $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ mas $a \notin D(f)$ então f é **descontínua** mas não podemos afirmar que é em **a**.

PROPRIEDADES

$\lim\limits_{x\to a} c = c$	$\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)\div g(x)\right] = \lim\limits_{x\to a} f(x) \div \lim\limits_{x\to a} g(x)$
$\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)+g(x)\right] = \lim\limits_{x\to a} f(x) + \lim\limits_{x\to a} g(x)$	$\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)\right]^n = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^n$
$\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)-g(x)\right] = \lim\limits_{x\to a} f(x) - \lim\limits_{x\to a} g(x)$	$\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$
$\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)\cdot g(x)\right] = \lim\limits_{x\to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to a} g(x)$	$\lim\limits_{x\to a} fog(x) = f\left(\lim\limits_{x\to a} g(x)\right)$

Infinito

$(+\infty)+(+\infty)=+\infty$	$(+b)\cdot(+\infty)=+\infty$	$(+b)\cdot(-\infty)=-\infty$	$(+\infty)\cdot(+\infty)=+\infty$	$(-\infty)\cdot(-\infty)=+\infty$
$(-\infty)+(-\infty)=-\infty$	$(-b)\cdot(+\infty)=-\infty$	$(-b)\cdot(-\infty)=+\infty$	$(-\infty)\cdot(+\infty)=-\infty$	

Atenção!

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x}=0$
- $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$ e $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x}=-\infty$

INDETERMINAÇÕES

$(+\infty)-(+\infty)$	$0\div 0$	$0\cdot\infty$	0^0
$(-\infty)-(-\infty)$	$\infty\div\infty$	∞^0	1^∞

LIMITE TRIGONOMÉTRICO FUNDAMENTAL

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x}{x}=1$$

LIMITE EXPONENCIAL FUNDAMENTAL

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$$

REGRA DE L'HÔPITAL

Para o limite de frações nos casos em que há indeterminações do tipo $\dfrac{0}{0}$ ou $\dfrac{\infty}{\infty}$ usa-se a regra:

DERIVADAS FUNDAMENTAIS

FUNÇÃO	DERIVADA
$f(x)=c$	$f'(x)=0$
$f(x)=x^n$	$f'(x)=n\cdot x^{n-1}$
$f(x)=a^x$	$f'(x)=a^x\cdot \ln a$
$f(x)=\log_a x$	$f'(x)=\frac{1}{x\cdot \ln a}$
$f(x)=\operatorname{sen}x$	$f'(x)=\cos x$
$f(x)=\cos x$	$f'(x)=-\operatorname{sen}x$
$f(x)=\operatorname{tg}x$	$f'(x)=\sec^2 x$
$f(x)=\operatorname{arcsen}x$	$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)=\arccos x$	$f'(x)=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)=\operatorname{arc\,tg}x$	$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$
$f(x)=\operatorname{arc\,cotg}x$	$f'(x)=-\frac{1}{1+x^2}$

REGRAS DE DERIVADAS

SOMA	$f(x)=u_1(x)+u_2(x)+\cdots+u_n(x)$	$f'(x)=u_1'(x)+u_2'(x)+\cdots+u_n'(x)$
PRODUTO	$f(x)=u_1(x)\cdot u_2(x)$	$f'(x)=u_1'(x)\cdot u_2(x)+u_1(x)\cdot u_2'(x)$
CONSEQUÊNCIAS	$f(x)=c\cdot g(x)$	$f'(x)=c\cdot g'(x)$
	$f(x)=\left[u(x)\right]^n$	$f'(x)=n\cdot\left[u(x)\right]^{n-1}\cdot u'(x)$
DIVISÃO	$f(x)=\frac{u_1(x)}{u_2(x)}$	$f'(x)=\frac{u_1'(x)\cdot u_2(x)-u_1(x)\cdot u_2'(x)}{\left[u_2(x)\right]^2}$
CADEIA	$f(x)=g\left[h(x)\right]$	$f'(x)=g'\left[h(x)\right]\cdot h'(x)$

T.01 (EFOMM) A única alternativa **INCORRETA** é:

a) $\lim_{x\to 2}\left(3x^2-5x+2\right)=4$

b) $\lim_{x\to -1}\left(\dfrac{x^2+2x-3}{4x-3}\right)=\dfrac{4}{7}$

c) $\lim_{x\to 1}\left(\dfrac{2x^2-x+2}{3x-2}\right)=3$

d) $\lim_{x\to 2}\left(\dfrac{x^2-4}{x^3-4x}\right)=\dfrac{1}{2}$

e) $\lim_{x\to 2}\sqrt[3]{\dfrac{x^3+2x^2-3x+2}{x^2+4x+3}}=2$

T.02 (EFOMM) O valor do $\lim_{t\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{5+t}-\sqrt[3]{5}}{t}$ é

a) 0
b) 1/10
c) $1/\sqrt[3]{5^2}$
d) $1/3\sqrt[3]{5^2}$
e) ∞

T.03 (EFOMM) O valor do $\lim_{t\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2+x}\right)$ é

a) -2
b) -1
c) 0
d) 1
e) 2

T.04 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{\sqrt{x+a}-\sqrt{a}}{x}\right)$ é

a) $1/\sqrt{a}$
b) $\sqrt{a}$
c) $1/2\sqrt{a}$
d) $2\sqrt{a}$
e) 0

T.05 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{\operatorname{sen}^5 2x}{4x^5}\right)$ é

a) 1
b) 3
c) 4
d) 6
e) 8

T.06 (EFOMM) Analise a função a seguir.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2}, x\neq 2\\ 3p-5, x=2\end{cases}$$

Para que a função f seja contínua em x = 2 devemos ter:
a) 1/3
b) 1
c) 3
d) -1
e) -3

T.07 (EFOMM) O valor do $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}\right)$ é

a) -1/4
b) -1/2
c) 0
d) 1/4
e) 1/2

T.08 (EFOMM) O valor do $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}{x^2-4}\right)$ é

a) -1/8
b) -1/16
c) 0
d) 1/16
e) 1/8

T.09 (EFOMM) O valor do $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{3x^3-5x^2+x+1}{2x^3-3x^2+1}\right)$ é

a) 1
b) ∞
c) e
d) 3/4
e) 4/3

T.10 (EFOMM) O valor do $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[\log(x+1)-\log x\right]$ é

a) $+\infty$
b) 0
c) 1
d) -1
e) $-\infty$

T.11 (EFOMM) Seja f uma função de domínio $D(f)=\Re-\{a\}$. Sabe-se que o limite de $f(x)$, quando x tende a **a**, é L e escreve-se $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$, se para todo $\varepsilon>0$, existir $\delta>0$, tal que, se $0<|x-a|<\delta$ então $|f(x)-L|<\varepsilon$.

Nessas condições, analise as afirmativas abaixo.

I. Seja $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{se } x\neq 1\\ 3 & \text{se } x=1\end{cases}$, logo, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=0$.

II. Na função $f(x)=\begin{cases}x^2-4 & \text{se } x<1\\ -1 & \text{se } x=1\\ 3-x & \text{se } x>1\end{cases}$, logo, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-3$.

III. Sejam f e g funções quaisquer, pode-se afirmar que $\lim\limits_{x\to a}(f\cdot g)^n(x)=(L\cdot M)^n$, $n\in\mathbb{N}^*$, se $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$ e $\lim\limits_{x\to a} g(x)=M$.

Analise a opção **CORRETA**.
a) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
b) Apenas as afirmativas II e III são verdadeiras.
c) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.
d) Apenas a afirmativas III é verdadeira.
e) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.

T.12 (EFOMM) Analise as afirmativas abaixo:

I. $\lim\limits_{a\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{a}-1}{a-1}\right)=\dfrac{1}{2}$

II. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\sqrt[x]{\dfrac{k+x}{k-x}}\right)=e^{\frac{2}{k}}$

III. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\text{tg}2x}{x-\dfrac{\pi}{2}}\right)=1$

Assinale a alternativa **CORRETA**:
a) Apenas a afirmativa III é falsa.
b) Apenas a afirmativa II é verdadeira.
c) As afirmativas II e III são verdadeiras.
d) As afirmativas II e III são falsas.
e) As afirmativas I e III são verdadeiras.

T.13 (EFOMM) O valor do $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{1-2x}}{x}$ é

a) $-\infty$
b) 0
c) 1
d) 2
e) $+\infty$

T.14 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to 0} \frac{e^{5x}-1}{x}$ é

a) e^5
b) 0
c) e
d) 1
e) 5

T.15 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt[3]{3x-5}-1}$ é

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

T.16 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{3}{x}\right)^x$ é

a) e^{-3}
b) e^{-1}
c) e
d) e^2
e) e^3

T.17 (EFOMM) Das afirmativas abaixo:

I. Se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$, então $\lim_{x\to+\infty} (f\cdot g)(x) = +\infty$.

II. Se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$, então $\lim_{x\to+\infty} (f\cdot g)(x) = +\infty$.

III. Se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$, então $\lim_{x\to+\infty} (f\cdot g)(x) = +\infty$.

IV. Se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, então $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.

Estão **INCORRETAS**:
a) II e IV
b) I e IV
c) III e IV
d) apenas II
e) II e III

T.18 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to-\infty} \frac{4x^3-4x^2+5}{6x^3+3x-7}$ é

a) $-\infty$
b) $+\infty$
c) 0
d) 2/3
e) 4

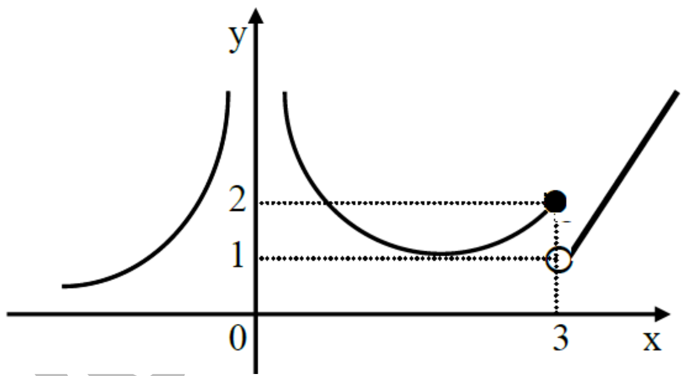
T.19 (EFOMM) Sabendo que $y = \lim_{x \to 0} e^{\sqrt[x]{1+2x}}$, o logaritmo neperiano de y vale:

a) e^2
b) $\sqrt{e}$
c) e^e
d) 2e
e) -3e

T.20 (EFOMM) Sendo $A = \lim_{x \to 0}\left[\dfrac{2\sqrt{x\operatorname{sen}6x}}{\operatorname{cossec}6x\left(1-\cos^2 6x\right)}\right]$ e $B = \lim_{x \to \log_2 3}\left[2^{(2x+1)}\right]$, então $\dfrac{A^2B}{2}$ vale:

a) $2\sqrt{3}$
b) 6
c) 12
d) $6\sqrt{3}$
e) 18

T.21 (EFOMM) Em relação a função $y = f(x)$, representada pelo gráfico abaixo, podemos afirmar que:



I. $\lim_{x \to 3^+} f(x) = 2$
II. $\lim_{x \to 3^-} f(x) = 2$
III. $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$
IV. $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$

a) apenas II é verdadeira.
b) apenas I e III são verdadeiras.
c) apenas II e III são verdadeiras.
d) apenas I, II e IV são verdadeiras.
e) todas são verdadeiras.

T.22 (EFOMM) Dada a função $f(p)=e^{\sqrt[2p]{1+p}}$, podemos afirmar que $\lim_{p\to 0} f(p)$ é igual a:

a) e^e

b) $\left(\sqrt{e}\right)^e$

c) $e^{\sqrt{e}}$

d) $\left(\sqrt[3]{e}\right)^e$

e) $e^{\sqrt[3]{e}}$

T.23 (EFOMM) Dada a função

$f(x)=\begin{cases} 10^x+5, & \text{se } x \neq \log 2 \\ 2, & \text{se } x=\log 2 \end{cases}$, então, o valor de $\lim_{x\to \log 2} f(x)$ é igual a:

a) 7
b) 2
c) $5\log 2$
d) $\log 2$
e) 8

T.24 (EFOMM) Dadas as afirmações:

I. $\lim_{x\to 1}\left(\dfrac{a\ln x}{1-x}\right)=a$

II. Se $f(x)=3x-4$ e $f\left[g(x)\right]=7x-1$, logo $\lim_{x\to 0} g(x)=1$

III. $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}\left(\cos x\cdot \operatorname{cossec} x\cdot \operatorname{tg} x\cdot \operatorname{sen}^2 x\right)=\dfrac{1}{2}$

Podemos afirmar que:
a) todas as afirmações são verdadeiras
b) todas as afirmações são falsas.
c) somente I e II são falsas.
d) somente II e III são verdadeiras.
e) somente I e III são verdadeiras.

T.25 (EFOMM) Sabendo-se que $f(x)=a^{x+2}$, então, $\lim_{x\to \sqrt{a}} f^{-1}(x)$ vale:

a) -1/3
b) 3/2
c) -3/2
d) 1/2
e) -1/2

T.26 (EFOMM) O valor de $\lim_{x\to +\infty} \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x+9\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{3}x}\right)$ é:

a) $\pi/12$
b) $\pi/4$
c) $3\pi/4$
d) $\pi/6$
e) $\pi/3$

T.27 (EFOMM) O valor de $\lim_{x\to 0} \frac{-2+2\cos^2 x}{x^3 - x^2}$ é:

a) -2
b) 0
c) 2
d) -1
e) 1

T.28 (EFOMM) O valor de $\lim_{x\to -\infty} e^{\left(x+\sqrt{x^2-3x}\right)}$ é:

a) 1
b) $e^{1/2}$
c) $e^{-1/2}$
d) $e^{3/2}$
e) $e^{-3/2}$

T.29 (EFOMM) Calculando o limite, $\lim_{x\to 0}\left(\text{tg}2x + x\cos\sec 2x\right)$ é:

a) $1/2$
b) $+\infty$
c) 1
d) não existe
e) 0

T.30 (EFOMM) Sabe-se que $a = \lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$ pode-se afirma que o ângulo θ, em radiano, tal que a $\text{tg}\theta = \ln a - 1$.

a) $-\pi/4$
b) $-\pi/2$
c) $3\pi/4$
d) $\pi/4$
e) $\pi/2$

T.31 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to 0} \frac{2-\sqrt{4-t}}{t}$ é:

a) 1
b) 1/4
c) 1/3
d) 1/2
e) 2

T.32 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$ é:

a) 1/3
b) 3/2
c) 3/5
d) 2/3
e) 2/5

T.33 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{\dfrac{1-x^2}{x^2+x}}$ é:

a) -1
b) $+\infty$
c) 1
d) $-\infty$
e) 1/3

T.34 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^3+x^2}-\sqrt{x^3}$ é:

a) 0
b) 1/3
c) 1/2
d) 2/3
e) $+\infty$

T.35 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{-2+2\cos^2 x}{x^3-x^2}$ é:

a) 0
b) 1/3
c) 1/2
d) 2/3
e) $+\infty$

T.36 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to+\infty}\left[\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right]^{\frac{2x^6-3}{x^3+2x}}$ é:

a) $-\infty$
b) $+\infty$
c) $\sqrt{3}$
d) 0
e) $\sqrt{3}/3$

T.37 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-1}{x}$ é:

a) e^5
b) 0
c) e
d) 1
e) 5

T.38 (EFOMM) O valor do $\lim_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x+7}{x+5}\right)^{2x+4}$ é:

a) e^5
b) e^2
c) $e^{1/3}$
d) e^3
e) e^{-3}

T.39 (EFOMM) O valor do $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3x^3 - 4x^2 - x + 2}{2x^3 - 3x^2 + 1}$ é:

a) 2/3
b) 5/3
c) 3/5
d) 3/2
e) 2

T.40 (EFOMM) Para que a função $f(x) = \begin{cases} \dfrac{5x^3 - 10x^2}{x - 2}, & x \neq 2 \\ k, & x = 2 \end{cases}$ seja contínua para todo valor de x.

Qual será o valor de k?
a) 2
b) 10
c) 20
d) 40
e) 50

T.41 (EFOMM) Sobre a função $f(x) = \dfrac{1 + x}{x^2}$, analise as afirmativas.

I - f(x) é contínua em todo x $\in \Re$.
II - $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
III - $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$
Então podemos dizer que
a) todas as afirmativas são verdadeiras.
b) todas as afirmativas são falsas.
c) somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
d) somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
e) somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

T.42 (EFOMM) Os valores de **A**, sabendo-se que a função abaixo é contínua para todos os valores de **x**, será

$$f(x) = \begin{cases} A^2x - A, & x \geq 3 \\ 4, & x < 3 \end{cases}$$

a) 1 ou -1/2
b) 1 ou -2
c) 2 ou 4
d) 2 ou 3/4
e) -1 ou 4/3

GABARITO

01. e	02. d	03. d	04. c	05. e	06. c	07. e	08. b	09. e	10. b	11. a	12. a
13. d	14. e	15. a	16. e	17. a	18. d	19. a	20. b	21. c	22. c	23. a	24. d
25. c	26. d	27. c	28. d	29. a	30. d	31. b	32. b	33. a	34. e	35. e	36. d
37. e	38. b	39. b	40. c	41. e	42. e						