# SEQUÊNCIAS E PROGRESSÕES

# SEQUÊNCIAS E PROGRESSÕES

Venha aprender sobre sequências numéricas, progressões aritméticas e progressões geométricas.

**Esta subárea é composta pelo módulo:**

1. Exercícios Aprofundados: Sequências e Progressões

# SEQUÊNCIAS E PROGRESSÕES

**1.**(EPCAR (Afa) 2016) Considere as expressões

$A = 26^2 - 24^2 + 23^2 - 21^2 + 20^2 - 18^2 + \ldots + 5^2 - 3^2$

e $B = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \cdot \sqrt[16]{2} \ldots$

O valor de $\frac{A}{B}$ é um número compreendido entre

**a)** 117 e 120

**b)** 114 e 117

**c)** 111 e 114

**d)** 108 e 111

**2.**(UEG 2016) No primeiro semestre de 2015, a empresa “Aço Firme” fabricou 28.000 chapas metálicas em janeiro; em fevereiro sua produção começou a cair como uma progressão aritmética decrescente, de forma que em julho a sua produção foi de 8.800 chapas. Nessas condições, a produção da empresa nos meses de maio e junho totalizou

**a)** 33.600 chapas

**b)** 32.400 chapas

**c)** 27.200 chapas

**d)** 24.400 chapas

**e)** 22.600 chapas

**3.** (UFRGS 2016) Considere a sequência de números binários 101, 1010101, 10101010101, 101010101010101... .

A soma de todos os algarismos dos 20 primeiros termos dessa sequência é

**a)** 52.

**b)** 105.

**c)** 210.

**d)** 420.

**e)** 840.

**4.**(ESPCEX (Aman) 2016) João e Maria iniciam juntos uma corrida, partindo de um mesmo ponto. João corre uniformemente 8 km por hora e Maria corre 6 km na primeira hora e acelera o passo de modo a correr mais $\frac{1}{2}$ km cada hora que se segue. Assinale a alternativa correspondente ao número de horas corridas para que Maria alcance João.

**a)** 3

**b)** 5

**c)** 9

**d)** 10

**e)** 11

**5.**(UEM 2016) Assinale o que for correto.

**01)** Uma sequência numérica é uma função.

**02)** Uma progressão aritmética (PA), cujo primeiro termo é positivo, é uma sequência crescente.

**04)** Se colocarmos o salário de um ano todo em um investimento e pudermos optar por um rendimento em progressão aritmética (PA) ou em progressão geométrica (PG), sabendo que nos dois casos $r > 1$ é a razão, então o rendimento em PG é mais vantajoso que o rendimento em PA.

**08)** Uma sequência, onde $a_1$ é o primeiro termo e $a_n = a_1 q^{n-1}$ é o termo de posição $n$, com $q \in \mathbb{R}$, é uma PA.

**16)** Uma sequência cujos dois primeiros termos são $0$ e $1$, nesta ordem, e o termo geral é $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, é uma PA.

**6.**(FGV 2016) Uma progressão aritmética (PA) é constituída de 15 números inteiros com razão igual a $2$. Sabendo que a média aritmética dos quinze números é $46$, podemos concluir que o maior deles é

**a)** 60

**b)** 63

**c)** 62

**d)** 64

**e)** 61

**7.**(FGVRJ 2016) Em um teatro, cada fila tem 50 poltronas. As poltronas de uma fila estão ocupadas de tal modo que a próxima pessoa a se sentar nessa fila ocupará obrigatoriamente um assento ao lado de alguma pessoa.

O número mínimo de pessoas que podem estar sentadas nessa fila é

**a)** 25.

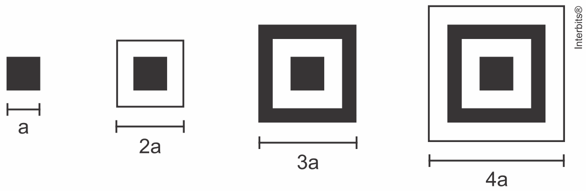
**b)** 18.

**c)** 17.

**d)** 24.

**e)** 16.

**8.** (UFJF-PISM 2016) Uma artesã fabricou um tapete bicolor formado por quadrados concêntricos. Ela começou com um quadrado preto de lado **a** centímetros. Em seguida, costurou tecido branco em volta do preto de forma a ter um quadrado de lado $2a$ concêntrico ao inicial. Continuou o processo alternando tecido preto e branco conforme a figura abaixo:




Sabendo que ela terminou o tapete na $50^a$ etapa, qual foi a área, em centímetros quadrados, de tecido preto utilizada?

**a)** $625a^2$

**b)** $750a^2$

**c)** $1225a^2$

**d)** $1250a^2$

**e)** $2500a^2$

**9.** (MACKENZIE 2016) Se $\log 2$, $\log(2^x - 1)$ e $\log(2^x + 3)$, nessa ordem, estão em progressão aritmética crescente, então o valor de $x$ é

**a)** $2$

**b)** $\log_2 3$

**c)** $\log_2 5$

**d)** $2^3$

**e)** $2^5$

**10.**(FGVRJ 2016) A famosa "pane dos seis minutos", ocorrida no jogo Alemanha $7 \times 1$ Brasil, é descrita a seguir:

*O segundo gol foi aos 23 minutos, o terceiro aos 24 minutos, o quarto aos 26 minutos e o quinto aos 29 minutos.*

Se essa pane tivesse se estendido até o final da partida (90 minutos no total) mantendo o padrão observado de aumentar sempre um minuto, a partir do segundo gol, nos intervalos entre gols consecutivos, o número de gols que a Alemanha teria marcado no Brasil seria igual a

a) 13.

b) 25.

c) 17.

d) 11.

e) 45.

**11.** (IME 2016) Sabendo-se que os números reais positivos $a$, $b$ e $c$ formam uma progressão geométrica e $\log\left(\frac{5c}{a}\right)$, $\log\left(\frac{3b}{5c}\right)$ e $\log\left(\frac{a}{3b}\right)$ formam uma progressão aritmética, ambas nessa ordem, então se pode afirmar que $a$, $b$ e $c$

a) formam os lados de um triângulo obtusângulo.

b) formam os lados de um triângulo acutângulo não equilátero.

c) formam os lados de um triângulo equilátero.

d) formam os lados de um triângulo retângulo.

e) não podem formar os lados de um triângulo.

**12.**(UPF 2016) O limite da expressão

$$\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n\ldots}}}}}$$

Onde $n$ é positivo, quando o número de radicais aumenta indefinidamente é igual a:

a) $\frac{1}{n}$

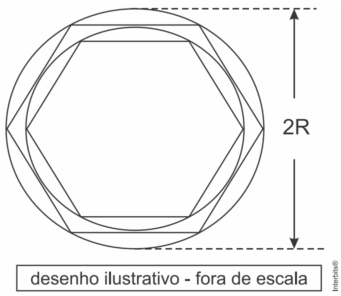
b) $n$

c) $\frac{n}{2}$

d) $\sqrt{n}$

e) $3n$

**13.** (ESPCEX (AMAN) 2016) Considere o seguinte procedimento: em uma circunferência de diâmetro $2R$, inscreve-se um hexágono regular para, em seguida, inscrever neste polígono uma segunda circunferência. Tomando esta nova circunferência, o processo é repetido gerando uma terceira circunferência. Caso este procedimento seja repetido infinitas vezes, a soma dos raios de todas as circunferências envolvidas nesse processo é igual a:




a) $2R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

b) $4R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $4R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

d) $R\left(2+\sqrt{3}\right)$

e) $2R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

**14.**(Fac. Pequeno Príncipe - Medici 2016) A sequência, $x, y, x+y$ é uma progressão geométrica (PG) em que $x$ e $y \in \mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}$ é o conjunto dos números reais). Dessa forma, podemos afirmar que a razão dessa PG é:

a) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

c) $1+\sqrt{5}$

d) $\sqrt{5}$

e) $\frac{1}{2}$

**15.** (UECE 2016) Seja $x_1, x_2, x_3, \ldots,$ uma progressão geométrica cuja razão é o número real positivo $q$. Se $x_5 = 24q$ e $x_5 + x_6 = 90$, então, o termo $x_1$ desta progressão é um número

a) inteiro.

b) racional maior do que $7{,}1$.

c) irracional maior do que $7{,}1$.

d) racional menor do que $7{,}0$.

**16.** (USF 2016) Pensando em montar seu próprio consultório, Nathália começou a economizar desde que entrou no curso de Medicina. Ao passar no vestibular, ela ganhou R\$ 5.000,00 de seus pais e os aplicou a uma taxa de 0,5% ao mês a juros compostos. Além disso, mensalmente, ela depositou R\$ 100,00 à mesma taxa de juros compostos. Hoje, passados 5 anos, ou seja, 60 meses, qual o montante do rendimento dos R\$ 5.000,00 e qual o valor economizado por Nathália com suas aplicações mensais? (Considere $1{,}005^{60} \cong 1{,}35$)

a) R\$ 6.750,00 e R\$ 7.000,00.

b) R\$ 6.500,00 e R\$ 7.800,00.

c) R\$ 6.500,00 e R\$ 7.000,00.

d) R\$ 6.750,00 e R\$ 7.800,00.

e) R\$ 7.800,00 e R\$ 6.500,00.

**17.** (Mackenzie 2016) Sejam $\ell_1, \ell_2, \ldots, \ell_{100}$ os lados dos quadrados $Q_1, Q_2, \ldots, Q_{100}$, respectivamente.

Se $\ell_1 = 1$ e $\ell_k = 2\ell_{k-1}$, para $k = 2, 3, \ldots, 100$, a soma das áreas desses quadrados é igual a

a) $\frac{3}{4} \cdot 4^{99}$

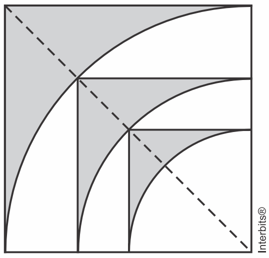
b) $\frac{1}{4} \cdot 4^{99}$

c) $\frac{1}{3} \cdot (4^{100} - 1)$

d) $\frac{1}{3} \cdot 4^{100}$

e) $\frac{1}{3} \cdot 4^{100} - 1$

**18.** (EBMSP 2016)




Na figura, tem-se a reprodução de parte de um painel em que cada região sombreada é interior a um quadrado e exterior a um quadrante de círculo inscrito no quadrado.

Sendo a medida do lado do quadrado maior igual a 4 u.c., as três regiões sombreadas totalizam uma área que mede $k(4 - \pi)$ u.a., sendo o valor de $k$ igual a

a) 6

b) 7

c) 8

d) 9

e) 10

**19.** (UDESC 2015) Os números reais $a$, $b$ e $c$ são tais que a progressão geométrica $S_1 = \{5a - b, b, 48, \ldots\}$ e a progressão aritmética $S_2 = \{c, a - b, -6a - c, \cdots\}$ possuem razões opostas. Então, o valor de é $a + b + c$ igual a:

a) 3

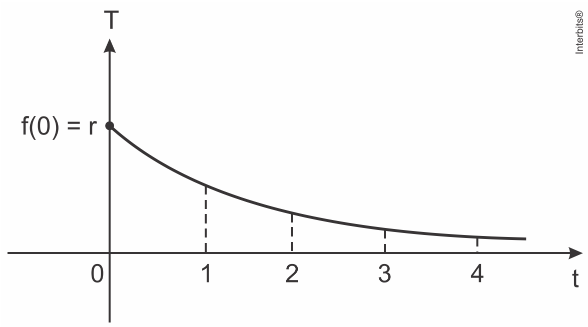
b) 20

c) 13

d) 15

e) 10

**20.** (UFU 2015) Assuma que a função exponencial de variável real $T = f(t) = r \cdot e^{k \cdot t}$, em que $r$ e $k$ são constantes reais não nulas, representa a variação da temperatura $T$ ao longo do tempo $t$ (em horas) com $0 \leq t \leq 4$.




Sabendo que os valores $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ e $f(4)$ formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{4}$ e soma igual a $\frac{255}{128}$, então o valor de $r$ é um número múltiplo de

a) 9.

b) 5.

c) 3.

d) 7.

**ANOTAÇÕES**

# GABARITO

**1:** [B]

É preciso primeiramente resolver as duas expressões.

Note que:

$$A = (26^2 - 24^2) + (23^2 - 21^2) + (20^2 - 18^2) ... (5^2 - 3^2)$$
$$A = 100 + 88 + 76 ... + 16$$

Ou seja, percebe-se que os resultados das subtrações formam uma progressão aritmética de razão $r = -12$. Conhecendo o primeiro e o último termo, podemos calcular tanto o número de termos quanto a soma de todos os termos da P.A.:

$$a_n = a_1 + r \cdot (n-1)$$
$$16 = 100 - 12 \cdot (n-1)$$
$$\frac{-84}{-12} = n - 1$$
$$7 + 1 = n$$
$$n = 8$$

Assim:

$$S_8 = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$$
$$S_8 = (100 + 16) \cdot \frac{8}{2}$$
$$S_8 = 464$$

Logo, conclui-se que a expressão $A = 464$.

Agora analisando a expressão B, podemos reescrevê-la em termos de potências:

$$B = 2 \cdot 2^{1/2} \cdot 2^{1/4} \cdot 2^{1/8} \cdot 2^{1/16} ...$$

Percebe-se que os expoentes formam uma progressão geométrica infinita de razão $q = 1/2$.

Pode-se calcular a soma dos termos de uma P.G. infinita, como segue:

$$S_n = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1/2}{1 - 1/2} = 1$$

Assim, pode-se dizer que a soma dos termos da P.G. tende a 1. Logo, $B = 2 \cdot 2^1 = 4$.

Por fim, o resultado da divisão de A por B será:

$$\frac{A}{B} \cong \frac{464}{4} \cong 116$$

**2:** [C]

Considerando que $a_n$ representa o número de chapas metálicas fabricadas no mês $n$, e que $n = 1$ indica o mês de janeiro, $n = 2$ o mês de fevereiro e assim por diante, temos:

$$a_7 = a_1 + 6 \cdot r$$
$$8800 = 28000 + 6r$$
$$-19200 = 6r$$
$$r = -3200$$

Logo:

$$a_5 = a_1 + 4r = 28000 + 4 \cdot (-3200) = 15200$$
$$a_6 = a_1 + 5r = 28000 + 5 \cdot (-3200) = 12000$$

Portanto, a soma pedida será:

$a_5 + a_6 = 15200 + 12000 = 27200$ chapas.

**3:** [D]

Soma dos algarismos do primeiro elemento: $1 + 1 = 2$.

Soma dos algarismos do segundo elemento: $1 + 1 + 1 + 1 = 4$.

Soma dos algarismos do terceiro elemento: $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$.

Portanto, as soma dos algarismos de cada elemento formam um P.A de razão 2.

E seu vigésimo termo será dado por:

$$a_{20} = 2 + 19 \cdot 2 = 40$$

E a soma dos termos será dada por:

$$S_{20} = \frac{2 + 40}{2} \cdot 20 = 420$$

**4:** [C]

Função que representa o movimento de João:

$S = 8t$, com o tempo $t$ dado em horas.

Função que representa o movimento de Maria.

$$S = 6 + \left(6 + \frac{1}{2}\right) + \left(6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(6 + \frac{3}{2}\right) + ... + 6 + (t-1) \cdot \frac{1}{2}$$

Utilizando a fórmula das soma dos $n$ primeiros termos de um P.A., podemos escrever que:

$$S = \frac{\left(6+6+\frac{t-1}{2}\right)\cdot t}{2} \Rightarrow S = \frac{(24+t-1)\cdot t}{4} \Rightarrow S = \frac{(23+t)\cdot t}{4}$$

Igualando as duas equações temos:

$$8t = \frac{23t+t^2}{4} \Rightarrow t^2 - 9t = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ ou } t = 9$$

Observação: no ponto de abscissa $t = 0,$ João e Maria estavam na mesma posição ou seja, na origem deste percurso.

Portanto, a alternativa correta é [C], $t = 9.$

**5:** 01 + 04 = 05.

[01] Verdadeira. De fato, uma sequência numérica é uma função de $\mathbb{N}$ em $\mathbb{R}$.

[02] Falsa. A progressão aritmética $(2, 1, 0, -1, -2, \ldots)$ é decrescente.

[04] Verdadeira. O rendimento em progressão geométrica cresce exponencialmente, enquanto que o rendimento em progressão aritmética cresce linearmente.

[08] Falsa. A sequência $a_n = a_1 q^{n-1}$ é uma progressão geométrica.

[16] Falsa. Desde que $a_1 = 0$ e $a_2 = 1,$ vem $a_n = (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots),$ conhecida como sequência de Fibonacci.

**6:** [A]

Do enunciado, consideremos a PA abaixo,

$$(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{15})$$

Sem perda de generalidade, consideremos $a_{15}$ como o maior dos $15$ números.

Sendo $46$ a média aritmética dos quinze números da PA,

$$46 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{15}}{15}$$
$$46 = \frac{(a_1 + a_{15})\cdot 15}{2}\cdot\frac{1}{15}$$
$$46 = \frac{a_1 + a_{15}}{2}$$
$$a_1 + a_{15} = 92$$

Como a PA possui razão igual a $2,$

$$a_{15} = a_1 + 14\cdot 2$$
$$a_{15} = a_1 + 28$$
$$a_1 = a_{15} - 28$$

Substituindo $a_1 = a_{15} - 28$ na equação $a_1 + a_{15} = 92,$

$$a_{15} - 28 + a_{15} = 92$$
$$2a_{15} = 120$$
$$a_{15} = 60$$

**7:** [C]

A distribuição das pessoas deverá ser feita da seguinte maneira:

Um pessoa deverá ocupar a segunda poltrona, uma outra pessoa a quinta poltrona, uma outra a oitava poltrona e assim por diante, de três em três poltronas. Observemos que a sequência formada é uma P.A de razão $3.$

$$(2, 5, 8, \ldots)$$

Temos, então a seguinte equação:

$$50 = 2 + (n-1)\cdot 3 \Rightarrow 48 = (n-1)\cdot 3 \Rightarrow 16 = n-1 \Rightarrow n = 17$$

**8:** [C]

Seja $S_i$ a área de tecido preto utilizada no quadrado $i,$ com $i = 1, 2, \ldots, 50.$ Observando que $S_2 = a^2 = \binom{2}{2}a^2,$ $S_4 = 6a^2 = \binom{4}{2}a^2,$ $S_6 = 15a^2 = \binom{6}{2}a^2$ e $S_8 = 28a^2 = \binom{8}{2}a^2,$ podemos concluir que $S_{50} = \binom{50}{2}a^2 = 1225a^2.$

A sequência $S_2, S_4, \ldots, S_{50}$ é uma progressão aritmética de segunda ordem.

**9:** [C]

Sabendo que o termo central é média aritmética dos extremos, temos

$$\begin{aligned} 2\cdot\log(2^x - 1) = \log 2 + \log(2^x + 3) &\Leftrightarrow \log(2^x - 1)^2 = \log 2\cdot(2^x + 3) \\ &\Leftrightarrow (2^x - 1)^2 - 2\cdot(2^x - 1) = 8 \\ &\Leftrightarrow (2^x - 2)^2 = 9 \\ &\Rightarrow 2^x = 5 \\ &\Leftrightarrow x = \log_2 5. \end{aligned}$$

**10:** [A]

Sabemos que aos $23$ minutos o jogo estava dois a zero para a Alemanha, o próximo gol ocorreria $1$ minuto após, o outro gol $2$ minutos após, o próximo 3 minutos após e assim sucessivamente.

Constituímos então um P.A. com estes intervalos de tempo.

$(1, 2, 3, 4, \ldots)$, como ainda restam $67$ minutos para o final do jogo e sendo $n$ o número de gols marcados após os $23$ minutos, podemos escrever que:

$$\frac{(1+n)\cdot n}{2} \leq 67 \Rightarrow n^2 + n - 134 \leq 0 \Rightarrow \frac{-1-\sqrt{537}}{2} < n < \frac{-1+\sqrt{537}}{2}$$

Portanto, o maior valor inteiro que n pode assumir é $11$, já que $\frac{-1+\sqrt{537}}{2} \cong 11{,}1.$

Logo, a Alemanha teria marcado $2+11=13$ gols no Brasil.

**11:** [E]

Se $a, b$ e $c$ formam uma PG, então pode-se escrever:

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = r \Rightarrow b^2 = ac$$

Desenvolvendo a PA dada:

$$\log\left(\frac{3b}{5c}\right) - \log\left(\frac{5c}{a}\right) = \log\left(\frac{a}{3b}\right) - \log\left(\frac{3b}{5c}\right) \Rightarrow \log\left(\frac{a}{3b}\right) +$$

$$\log\left(\frac{5c}{a}\right) = 2\log\left(\frac{3b}{5c}\right) \Rightarrow \log\left(\frac{a}{3b}\cdot\frac{5c}{a}\right) = \log\left(\frac{9b^2}{25c^2}\right)$$

$$\frac{5c}{3b} = \frac{9b^2}{25c^2} \Rightarrow 5^3c^3 = 3^3b^3 \Rightarrow b = \frac{5}{3}c$$

Juntando as duas equações:

$$\frac{25}{9}c^2 = ac \Rightarrow a = \frac{25}{9}c$$

Analisando:

$$b + c = \frac{5}{3}c + c = \frac{8}{5}c < \frac{25}{9}c = a$$

Logo,

$$b + c < a$$

Portanto, $a, b$ e $c$ não são lados de um triângulo.

**12:** [D]

Tem-se que

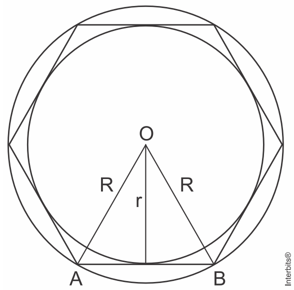
$$\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n\ldots}}}}} = n^{\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\ldots+\frac{1}{3^k}+\ldots}.$$

Logo, tomando o limite, encontramos

$$\begin{aligned}\lim_{k\to\infty} n^{\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\ldots+\frac{1}{3^k}+\ldots} &= n^{\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}} \\ &= \sqrt{n}.\end{aligned}$$

**13:** [B]

Estabelecendo uma relação entre o raio $r$ da circunferência inscrita e o raio $R$ da circunferência circunscrita num hexágono regular.




$r$ é a altura de um triângulo equilátero de raio $R$, portanto:

$$r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

Os raios considerados no exercício formarão uma P.G. infinita de razão $q = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

$$\left(R, \frac{R\sqrt{3}}{2}, \frac{3R}{4}, \ldots\right)$$

A soma dos infinitos termos desta P.G. será dada por:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{R}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{R}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}\cdot\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{R\cdot\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{4}} = 4R\cdot\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

**14:** [A]

Através da definição da P.G, podemos escrever que:

$$y^2 = x\cdot(x+y) \Rightarrow y^2 = x^2 + xy \Rightarrow y^2 - xy - x^2 = 0$$

Resolvendo a equação na incógnita $y$, temos:

$$y = \frac{x \pm \sqrt{5x^2}}{2\cdot 1} \Rightarrow y = \frac{x\cdot\left(1\pm\sqrt{5}\right)}{2}$$

Como $x$ e $y$ são números positivos, concluímos que

$$y = \frac{x\cdot\left(1+\sqrt{5}\right)}{2} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Portanto, a razão $q$ da P.G. será dada por:

$$q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

**15:** [B]

Desde que $x_5 = 24q$ e $q \in \mathbb{R}_+^*$, temos

$$\begin{aligned} x_5 + x_6 = 90 &\Leftrightarrow 24q + 24q^2 = 90 \\ &\Leftrightarrow (2q+1)^2 = 16 \\ &\Rightarrow q = \frac{3}{2}.\end{aligned}$$

Em consequência, vem

$$x_1q^4 = 24q \Leftrightarrow x_1 = \frac{24}{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{64}{9}.$$

Portanto, como $\frac{64}{9} = \frac{640}{90} > \frac{639}{90} = \frac{71}{10} = 7{,}1,$ segue o resultado.

**16:** [A]

O montante obtido com o presente dos pais é

$$5.000 \cdot (1+0{,}005)^{60} \cong 5.000 \cdot 1{,}35 = R\$\ 6.750{,}00.$$

O montante obtido com as aplicações mensais é dado por

$$\begin{aligned} 100 \cdot (1{,}005^{59} + 1{,}005^{58} + \ldots + 1) &= 100 \cdot 1{,}005^{59} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1{,}005}\right)^{60}}{1 - \frac{1}{1{,}005}} \\ &\cong 100 \cdot \frac{0{,}35}{0{,}005} \\ &\cong R\$\ 7.000{,}00. \end{aligned}$$

**17:** [C]

Sendo $A_k$ a área do quadrado de lado $\ell_k$, podemos escrever que:

$$A_k = (\ell_k)^2 = (2 \cdot \ell_{k-1})^2 = 4 \cdot A_{k-1}$$

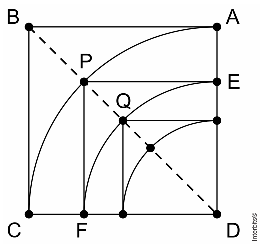
Portanto, a sequência das áreas forma uma P.A. $(1, 4, 16, \ldots)$ de razão $q = 4.$

Logo, a soma dos $100$ primeiros termos será dada por:

$$S_{100} = \frac{1}{3} \cdot (4^{100} - 1)$$

**18:** [B]

Considere a figura.




A área da maior região sombreada é igual a

$$4^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 4^2 = 4 \cdot (4 - \pi)\ \text{cm}^2.$$

Desde que $\overline{DP} = \overline{AD} = 4$ cm, temos $\overline{DP} = \overline{PE} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow 4 = \overline{PE} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \overline{PE} = 2\sqrt{2}$ cm.

Logo, a área da região sombreada intermediária é

$$(2\sqrt{2})^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 = 2 \cdot (4 - \pi)\ \text{cm}^2.$$

Procedendo de forma análoga, concluímos que a área da menor região sombreada é igual a $(4-\pi)\ \text{cm}^2$. Em particular, as áreas sombreadas constituem uma progressão geométrica de primeiro termo $4 \cdot (4-\pi)$ e razão $\frac{1}{2}$.

Portanto, segue que $4 \cdot (4-\pi) + 2 \cdot (4-\pi) + (4-\pi) = k \cdot (4-\pi) \Leftrightarrow k = 7.$

**19:** [E]

Sejam $q$ e $r$, respectivamente as razões de $S_1$ e $S_2$.

De $S_2$, vem

$$2(a-b) = c + (-6a - c) \Leftrightarrow b = 4a.$$

Logo, tem-se que $S_1 = \{a, 4a, 48, \ldots\}$ e, portanto, $q = \frac{4a}{a} = 4.$ Em consequência, dado que $q$ e $r$ são opostas, encontramos $r = -4$ e $\frac{48}{4a} = 4,$ o que implica em $a = 3.$ Daí, temos $b = 12$ e $c = -5,$ pois $b = 4a$ e $a - b - c = -4.$

Por conseguinte, o valor de $a + b + c$ é $10.$

**20:** [C]

$f(1) = r \cdot e^k$

$f(2) = r \cdot e^{2k}$

$f(3) = r \cdot e^{3k}$

$f(4) = r \cdot e^{4k}$

Como a sequência é uma P.G., podemos escrever que:

$$\frac{f(1)}{f(2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow e^k = \frac{1}{4} \Rightarrow f(1) = \frac{r}{4}$$

Portanto,

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = \frac{255}{128} \Rightarrow \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256}\right).$$

$$r = \frac{255}{128} \Rightarrow \frac{85}{256} \cdot r = \frac{255}{128} \Rightarrow r = 6$$

Então, $r$ é um número múltiplo de 3.

Biologia total
PROF. PAULO JUBILUT

contato@biologiatotal.com.br
/biologiajubilut
Biologia Total com Prof. Jubilut
@biologiatotaloficial
@Prof_jubilut
biologiajubilut