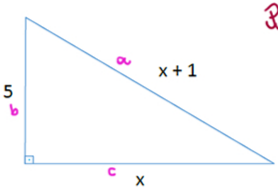
Determine o valor de x em cada caso:

1.



Podemos usar pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

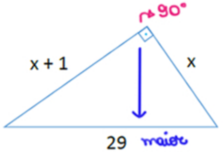
$$\underbrace{(x+1)^2}_{\text{produto notável}} = 5^2 + x^2$$

$$\cancel{x^2} + 2x + 1 = 25 + \cancel{x^2}$$

podemos cortar o x^2 de cada lado

$$2x = 25 - 1 \rightarrow x = \frac{24}{2} \rightarrow \underline{x = 12\,m}$$

2.



Lembre-se que o maior ângulo está oposto ao maior lado. E, que a hipotenusa é sempre o maior lado.

Podemos usar pitágoras: $\rightarrow 29^2 = (x+1)^2 + x^2$

$$841 = x^2 + 2x + 1 + x^2 \rightarrow 2x^2 + 2x - 840 = 0$$

$x^2 + x - 420 = 0$ → vamos usar Bháskara

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} \rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.1.(-420)}}{2.1}$$

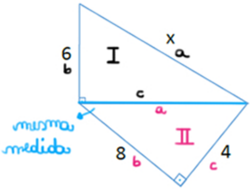
$$\underline{-1 \pm \sqrt{1 + 1680}} \rightarrow \underline{-1 \pm \sqrt{1681}}$$

2 2

$$\begin{tikzcd} & x_1 = -\frac{42}{2} = -21 \\ \frac{-1 \pm 41}{2} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & x_2 = \frac{40}{2} = 20 \end{tikzcd}$$

Como não existe distância negativa, $\underline{x = 20\,m}$

3.



Veja que os triângulos possuem a mesma medida na linha demarcada. Então, podemos descobrir ela aplicando pitágoras no triângulo II:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 8^2 + 4^2 \rightarrow a^2 = 64 + 16$$

$$a = \sqrt{80} \rightarrow a = \sqrt{16 \cdot 5} \rightarrow \underline{a = 4\sqrt{5}}$$

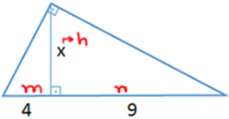
Agora, podemos descobrir o valor de x no triângulo I:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow x^2 = 6^2 + (4\sqrt{5})^2 \rightarrow x^2 = 36 + 16.5$$

$$x^2 = 36 + 80 \rightarrow x^2 = 116 \rightarrow x = \sqrt{116}$$

$$x = \sqrt{4 \cdot 29} \rightarrow \boxed{x = 2\sqrt{29}}$$

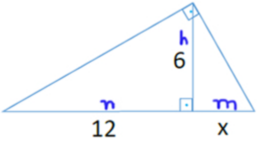
4.



Neste exemplo podemos usar uma das propriedades dadas em aula: $h^2 = n.m$

então: $x^2 = 9.4 \rightarrow x = \sqrt{36} \rightarrow \underline{x = 6}$

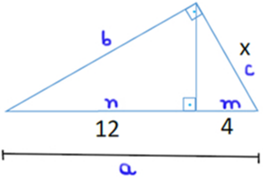
5.



Veja que podemos usar a mesma propriedade neste exercício: $h^2 = n.m$

$$6^2 = 12.x \rightarrow 36 = 12x \rightarrow x = \frac{36}{12} \rightarrow \underline{x = 3}$$

6.

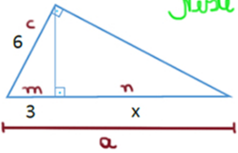


Com os dados do exercício, podemos usa a relação $c^2 = a.m$ para descobrir o valor de x.

então:

$$x^2 = 16.4 \rightarrow x = \sqrt{64} \rightarrow \underline{x = 8}$$

7.



Neste podemos usar a mesma relação:

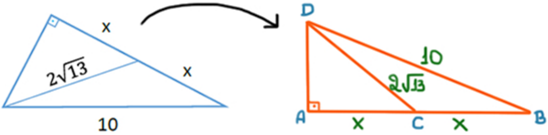
$c^2 = a.m$

$6^2 = (3+x).3$

$36 = 9 + 3x \rightarrow 36 - 9 = 3x$

$$3x = 27 \rightarrow x = \frac{27}{3} \rightarrow \boxed{x = 9}$$

8.



Por pitágoras:

Triângulo ABD = $y^2+(2x)^2=10^2$

Triângulo ACD = $y^2+x^2=\underset{4.13}{(2\sqrt{13})^2}$

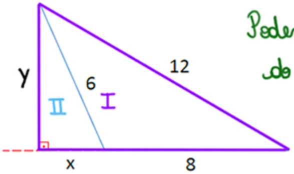
} Sistema de equações

Vamos fazer I - II:

$$\begin{array}{rl} \text{I} & \cancel{y^2}+4x^2=100 \\ \text{II} \; - & \cancel{y^2}+x^2=52 \\ \hline & 3x^2=48 \end{array}$$

$$3x^2=48 \rightarrow x^2=\frac{48}{3} \rightarrow x=\sqrt{16} \rightarrow \boxed{x=4}$$

9.



Podemos resolver esta questão usando pitágoras:

$6^2=x^2+y^2$

$\underline{y^2=36-x^2}$ $\xrightarrow{\text{substituindo}}$

$12^2=y^2+(x+8)^2$

$12^2=y^2+x^2+16x+64$

$y^2+x^2+16x+64-144$

$(36-\cancel{x^2})+\cancel{x^2}+16x-80$

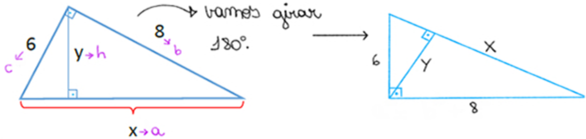
$16x=80-36$

$16x=44$

$x=\frac{44}{16}^{\div 4} \longrightarrow \boxed{x=\frac{11}{4}}$

Determine x e y em cada caso:

10.



vamos girar 180°.

Vamos descobrir x através do teorema de pitágoras:

$$x^2 = 8^2 + 6^2 \longrightarrow x^2 = 64 + 36$$

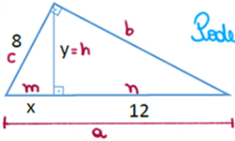
$$x = \sqrt{100} \longrightarrow \boxed{x = 10}$$

Para descobrir y vamos usar a relação métrica:

$$a.h = b.c$$

$$\overset{\overset{10}{\uparrow}}{x}.y = 8.6 \longrightarrow 10y = 48 \longrightarrow y = \frac{48}{10} \longrightarrow \boxed{y = \frac{24}{5}}$$

11.



Podemos resolver por algumas relações e substituições, vamos usar a relação:

$$c^2 = a.m$$

$$8^2 = (12+x).x \qquad 64 = x^2 + 12x \qquad x^2 + 12x - 64 = 0$$

↓ Equação do 2° grau

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} \longrightarrow \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4.1.(-64)}}{2.1} \longrightarrow \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 256}}{2}$$

$$\frac{-12 \pm \sqrt{400}}{2} \longrightarrow \frac{-12 \pm 20}{2}$$

$\frac{-32}{2} = -16$ → valor negativo

$\frac{8}{2} = 4$ logo, $\boxed{x = 4}$

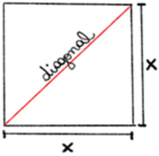
Agora vamos descobrir y pela relação $h^2 = m.n$

$$y^2 = 12.\overset{\curvearrowright 4}{x} \longrightarrow y^2 = 12.4 \longrightarrow y = \sqrt{48}$$

$$y=\sqrt{\overset{4}{16}\cdot 3} \longrightarrow \boxed{y=4\sqrt{3}}$$

---

12. Determine a diagonal de um quadrado de perímetro 20 m.



O perímetro é soma de todos os lados do quadrado, então:

$$\underset{\overset{\|}{20}}{P}=\underbrace{x+x+x+x}_{\text{são 4 lados}} \qquad 20=4x \longrightarrow x=\frac{20}{4}$$

$$\underline{x=5}$$

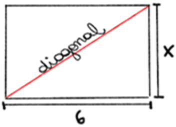
Agora, podemos usar pitágoras para descobrir a diagonal:

$$d^2=x^2+x^2 \longrightarrow d^2=5^2+5^2 \longrightarrow d^2=25+25$$

$$d=\sqrt{50} \longrightarrow d=\sqrt{25\cdot 2} \longrightarrow \boxed{d=5\sqrt{2}\,m}$$

---

13. Determine a diagonal de um retângulo de perímetro 20 m e base 6 m.



Neste exercício → $P=6+x+6+x$

$$20=12+2x \qquad 2x=20-12$$

$$2x=8 \qquad x=\frac{8}{2} \qquad \underline{x=4}$$

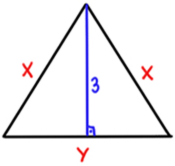
Por pitágoras:

$$d^2=6^2+4^2 \longrightarrow d^2=36+16$$

$$d=\sqrt{52} \longrightarrow d=\sqrt{4\cdot 13} \longrightarrow \boxed{d=2\sqrt{13}\,m}$$

14. O perímetro de um triângulo isósceles é de 18 m e a altura relativa à base mede 3 m. Determine a base.

↳ 2 lados iguais

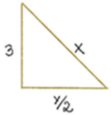


Como o perímetro é = 18, temos que

$$\overset{\to 18}{P} = x + x + y \longrightarrow 18 = 2x + y$$

$$2x = 18 - y \longrightarrow x = \frac{18-y}{2}$$

Para determinar a base podemos usar pitágoras:



→ substituimos pelo x acima

$$x^2 = 3^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 \longrightarrow \left(\frac{18-y}{2}\right)^2 = 9 + \frac{y^2}{4}$$

$$\frac{324 - 36y + y^2}{4} = 9 + \frac{y^2}{4} \longrightarrow 324 - 36y + y^2 = \left(9 + \frac{y^2}{4}\right) \cdot 4$$

×

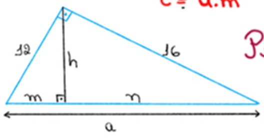
$$324 - 36y + y^2 = 36 + \frac{\cancel{4}y^2}{\cancel{4}} \longrightarrow 36y = 324 - 36 + y^2 - y^2$$

$$36y = 288$$

$$y = \frac{288}{36} \longrightarrow \boxed{y = 8m}$$

15. Calcule a altura e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa, no triângulo retângulo de catetos 12 cm e 16 cm.

$c^2 = a.m$ $\quad b^2 = a.n$ $\quad h^2 = m.n$



Primeiro vamos usar pitágoras para descobrir a. → maior lado = hipotenusa

$$a^2 = b^2 + c^2 \longrightarrow a^2 = 12^2 + 16^2$$

$$a^2 = 144 + 256 \longrightarrow a = \sqrt{400} \longrightarrow \underline{a = 20}$$

Agora podemos descobrir m e n:

$c^2 = a.m$

$12^2 = 20.m$

$144 = 20m$

$m = \frac{144}{20}{}^{\div 4} \quad \boxed{m = \frac{36}{5}}$

$b^2 = a.n$

$16^2 = 20.n$

$256 = 20.n$

$n = \frac{256}{20}{}^{\div 4} \quad \boxed{n = \frac{64}{5}}$

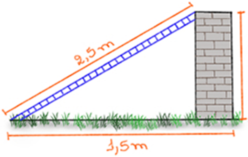
Com m e n podemos descobrir h:

$$h^2 = m.n \longrightarrow h^2 = \frac{36}{5}\cdot\frac{64}{5} \longrightarrow h = \sqrt{\frac{36\cdot 64}{25}}$$

ambos são raízes exatas

$$h = \frac{6\cdot 8}{5} \longrightarrow \boxed{h = \frac{48}{5}}$$

16. Uma escada de 2,5 m de altura está apoiada em uma parede e seu pé dista 1,5 m da parede. Determine a altura que a escada atinge na parede, nessas condições.



Podemos descobrir por pitágoras:

$$2,5^2 = h^2 + 1,5^2$$

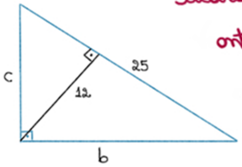
$$h^2 = \left(\frac{25}{10}\right)^2 - \left(\frac{15}{10}\right)^2$$

$$h^2 = \frac{625}{100} - \frac{225}{100}$$

$$h = \sqrt{\frac{400}{100}} \qquad h = \frac{20}{10}$$

$$\boxed{h = 2\,m}$$

17. A altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo mede 12 m. Se a hipotenusa mede 25 m, calcule os catetos.



Ficará mais fácil se descobrirmos m e n antes. A relação é $h^2 = m.n$

Vamos fazer:

$n = x$ e $m = 25 - x$

Então, $12^2 = (25 - x) . x \rightarrow 144 = 25x - x^2$

$x^2 - 25x + 144$ → Eq do 2° grau

Por Bhaskára:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} \rightarrow \frac{-(-25) \pm \sqrt{(-25)^2 - 4.1.144}}{2.1}$$

$$\frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{2} \rightarrow \frac{25 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$\frac{25 \pm 7}{2} \begin{cases} \frac{18}{2} = 9 \\ \frac{32}{2} = 16 \end{cases}$$

veja que teremos 2 raízes positivas

Então, $m = 9$ → menor

$n = 16$ → maior

Agora podemos descobrir b e c:

$c^2 = a.m$

$\hookrightarrow c^2 = 25.9$

$\hookrightarrow c = \sqrt{225}$

$\hookrightarrow \boxed{c = 15m}$

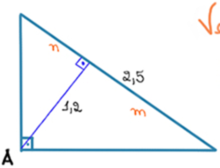
$b^2 = a.n$

$\hookrightarrow b^2 = 25.16$

$\hookrightarrow b = \sqrt{400}$

$\hookrightarrow \boxed{b = 20}$

18. Num triângulo ABC, retângulo em A, a altura relativa à hipotenusa mede 1,2 cm e a hipotenusa mede 2,5 cm. Sendo *m* e *n*, respectivamente, as projeções do maior e do menor cateto sobre a hipotenusa, calcule $\frac{m}{n}$.



Veja que este triângulo é exatamente igual ao do exercício anterior.

Como antes tínhamos h= 25 e agora temos h= 2,5, nosso m e n serão respectivamente m= 1,6 e n= 0,9

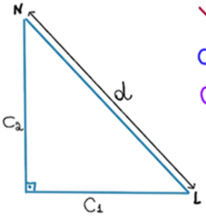
então: $\frac{m}{n} = \frac{1,6}{0,9}$ → para não deixarmos em decimal:

$$\frac{16/10}{9/10} \rightarrow \frac{16}{10} \cdot \frac{10}{9}$$

passa ao inverso multiplicando

$$\boxed{\frac{m}{n} = \frac{16}{9}}$$

19. Dois ciclistas partem de uma mesma cidade em direção reta; um em direção leste e outro em direção norte. Determine a distância que os separa depois de duas horas, sabendo que a velocidade dos ciclistas é de 30 km/h e 45 km/h, respectivamente.



Vamos nomear:

C_1 = ciclista que segue para leste

C_2 = ciclista que segue para norte

Como a velocidade de cada um e o tempo percorrido podemos descobrir a distância de cada um:

$C_1 = 30\underline{Km} \cdot 2\cancel{h}$ $C_2 = 45\underline{Km} \cdot 2\cancel{h}$

$\cancel{h}$ $\quad\quad\quad\quad$ $\cancel{h}$

$\rightarrow C_1 = 60Km$ $\quad\quad\quad\quad$ $\rightarrow C_2 = 90Km$

Agora podemos descobrir a distância entre C_1 e C_2, usando pitágoras:

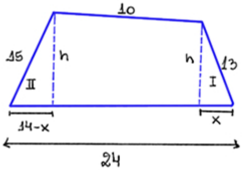
$$d^2 = C_1^2 + C_2^2 \rightarrow d^2 = 60^2 + 90^2$$

$$d^2 = 3600 + 8100 \rightarrow d = \sqrt{11700}$$

$$d = \sqrt{900 \cdot 13} \rightarrow \boxed{d = 30\sqrt{13}m}$$

---

20. Determine a altura de um trapézio de bases 24 cm e 10 cm, sabendo que os lados não paralelos medem respectivamente 15 cm e 13 cm.



Vamos considerar os dois triângulos:

$$\text{I.} \rightarrow 13^2 = h^2 + x^2 \rightarrow \boxed{h^2 = 169 - x^2} \rightarrow H_1$$

$$\text{II} \rightarrow 15^2 = h^2 + (14-x)^2$$

$$\rightarrow 225 = h^2 + x^2 - 28x + 196$$

$$\rightarrow h^2 = -x^2 + 28x - 196 + 225$$

$$\rightarrow \boxed{h^2 = -x^2 + 28x + 29} \rightarrow H_2$$

Podemos igualar H_1 à H_2:

$$H_1 = H_2$$

$$169 - \cancel{x^2} = -\cancel{x^2} + 28x + 29$$

$$28x = 169 - 29$$

$$28x = 140 \longrightarrow x = \frac{140}{28} \longrightarrow \underline{x = 5}$$

Substituindo x em uma das equações:

$$h^2 = 169 - x^2 \longrightarrow h^2 = 169 - 5^2$$

$$\longrightarrow h = \sqrt{144} \longrightarrow \boxed{h = 12\,\text{cm}}$$