# Aula 11

*Movimento Harmônico Simples*

Prof. Vinícius Fulconi

# Sumário

# Apresentação

**Querido aluno(a), seja bem-vindo(a) à nossa primeira aula!**

Sou o professor **Vinícius Fulconi**, tenho vinte e quatro anos e estou cursando Engenharia Aeroespacial no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Irei contar um pouco sobre minha trajetória pessoal, passando pelo mundo dos vestibulares com minhas principias aprovações, até fazer parte da equipe de física do Estratégia Militares.

No ensino médio, eu me comportava como um aluno mediano. No final do segundo ano do ensino médio, um professor me desafiou com a seguinte declaração: *Você **nunca vai passar** no ITA!* Essa fala do professor poderia ter sido internalizada como algo desestimulador e, assim como muitos, eu poderia ter me apegado apenas ao que negritei anteriormente. Muitos desistiriam! Entretanto, eu preferi negritar e gravar "***Você vai passar** no ITA!*

Querido aluno(a), a primeira lição que desejo te mostrar não é nenhum conteúdo de física. Quero que transforme seu sonho em vontade de vencer. Transforme seus medos e incapacidades em desafios a serem vencidos. Haverá muitos que duvidarão de você. O mais importante é você acreditar! **Nós do Estratégia Militares acreditamos no seu potencial** e ajudaremos você a realizar seu sonho!

**Sonhos** → **Perseverança e trabalho duro** → **Realizações**

Após alguns anos estudando para o ITA, usando muitos livros estrangeiros, estudando sem planejamento e frequentando diversos cursinhos do segmento, realizei meu sonho e entrei em umas das melhores faculdades de engenharia do mundo. 😊 Além de passar no ITA, ao longo da minha preparação, fui aprovado no IME, UNICAMP, Medicina (pelo ENEM) e fui medalhista na Olimpíada Brasileira de Física.

Minha resiliência e grande experiência em física, que obtive estudando por diversas plataformas e livros, fez com que eu me tornasse professor de física do Estratégia Militares. Tenho muito orgulho em fazer parte da família Estratégia e hoje, se você está lendo esse texto, também já é parte dela. Como professor, irei te guiar por toda física, alertando sobre os erros que cometi na minha preparação, mostrando os pontos em que obtive êxito e, assim, conseguirei identificar quais são seus pontos fortes e fracos, maximizando seu rendimento e te guiando até à faculdade dos seus sonhos.

Você deve estar se perguntando: **O que é necessário para começar esse curso?**


***ALERTA*!**

Esse curso exige do candidato apenas **dedicação**, **perseverança** e **vontade de vencer**.

# Introdução

Nessa aula faremos o estudo do **Movimento Harmônico Simples (MHS)**. Pela pequena ocorrência nas provas para as quais nos preparamos, estudaremos somente sobre os principais tópicos nesse capítulo.

Dessa forma, começaremos apresentando os conceitos iniciais do MHS. Logo em seguida, veremos a equação do MHS e a sua relação com o movimento circular. Logo, para finalizar essa aula, focaremos nos tipos específicos de movimento harmônico simples.

Enunciando assim pode parecer um estudo muito teórico mas, veremos muitos exemplos e exercícios práticos!

Então, vamos começar? 😊

# 1- Conceitos iniciais

O movimento harmônico simples é um movimento oscilatório que respeita certas condições de movimento:

- Há a presença de uma força restauradora atuando continuamente sobre o sistema oscilante.
- A aceleração do sistema é diretamente proporcional ao deslocamento efetivo.
- A constante de proporcionalidade entre a aceleração e o deslocamento é um número real positivo.


Essas condições são necessárias para que haja a ocorrência de um MHS 😊

## 1.1 Situação física

Considere um sistema que oscila entre as posições A e B. Considere o segmento de reta $(AB)$ que liga os pontos A e B e a mediatriz desse segmento, passando pelo ponto O.

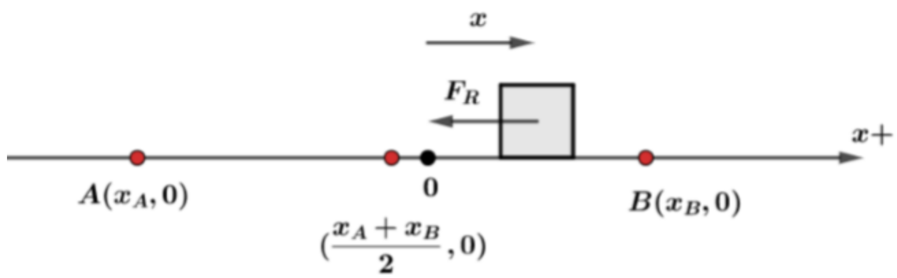



*Figura 1: Oscilação de um bloco.*

Para uma partícula puntiforme de massa $m$, oscilando entre os pontos A e B, o ponto de equilíbrio é dado pelo ponto O. Para um ponto genérico P, entre os pontos A e B, a aceleração do corpo sempre se dirige para o ponto de equilíbrio. Isto é, sempre há atuação de uma força restauradora.

## 1.2 Termos do movimento

### (A) Amplitude

É o máximo deslocamento, em relação ao ponto de equilíbrio O, que a partícula possui no movimento harmônico. Seu valor é dado por:

$$A = \frac{|x_A + x_B|}{2}$$

### (B) Período de oscilações

É o tempo gasto pela partícula até que ela volte a repetir seu movimento.

### (C) Frequência de oscilação

É o número de revolução (em radianos) por unidade de tempo. Se a frequência do movimento é $f$ e o período é $T$:

$$\boxed{\omega = 2\pi T = \frac{2\pi}{f}}$$

Para o movimento harmônico simples, temos:

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}}$$

K – Constante de oscilação. No caso das molas, é a constante elástica.

m – Massa do corpo que está oscilando.


“Esses conceitos são muito importantes. Não é apenas no tópico de MHS que elas são essenciais. No movimento circular e dinâmica dos corpos são muito vistos.”

# 2 – Construção do movimento

## 2.1 - Introdução

Considere uma caneta presa em um bloco preso em uma mola vertical. Um papel se move com velocidade constante na direção horizontal. O bloco oscila e a caneta risca o papel, como mostrado abaixo.

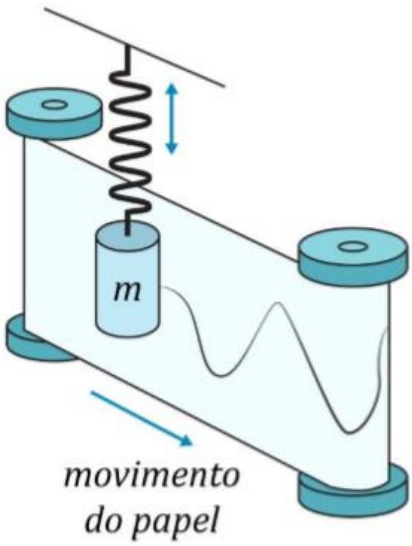



*Figura 2: Corpo oscilando verticalmente e uma esteira em movimento horizontal.*

A figura formada no papel é justamente uma função senoidal (pode ser uma cossenoide).

$$\boxed{y = A \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi_0)}$$

Ou também:

$$\boxed{y = A \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0)}$$

$$A - \ Amplitude\ do\ movimento.$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} - frequência\ angular\ do\ movimento$$

$$\varphi_0 - fase\ inicial$$

## 2.2 - Características do movimento

Considere uma mola presa em uma parede. A mola tem constante elástica $K$ e um corpo de massa $m$ está preso à mola. Inicialmente o bloco está em repouso e a mola não está distendida.

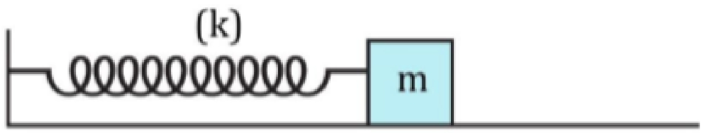



*Figura 3: Representação dos sistema massa-mola em MHS.*

A mola é distendida $A$ metros para a direita, em reação a sua posição de equilíbrio. Adota se um eixo horizontal positivo para a direita. Vale ressaltar que a orientação do eixo adotado é sempre coincidente com o sentido positivo do deslocamento.

• Se o deslocamento ocorre para a direita, o sentido positivo do eixo estará para a direita.

• Se o deslocamento ocorre para a esquerda, o sentido positivo do eixo estará para a esquerda

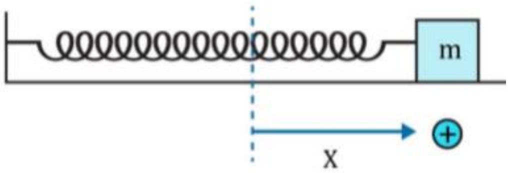
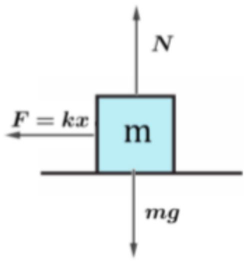



*Figura 4: Afastamento da posição de equilíbrio.*

Analisando o digrama de corpo livro para o corpo temos:




Para a direção horizontal a força resultante é a força provocada pela mola.

Na direção vertical a resultante é nula, pois o bloco não se move nessa direção. A força elástica, resultante da direção horizontal, tem sentido oposto ao eixo adotado e, dado que a elongação da mola é $A$, temos:

$$F_R = -K \cdot A$$

Note que a força resultante é restauradora – característica essencial para que o movimento seja um MHS. Da segunda lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a = -K \cdot A$$

$$m \cdot a = -K \cdot A$$

$$a = -\frac{K}{m} \cdot A$$

Lembre-se da frequência angular $\omega$:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Desta maneira, temos:

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot A}$$

Este é o valor da aceleração para um dos pontos extremos da oscilação do bloco. De uma maneira geral, para situações intermediárias temos:

A relação encontrada acima é justamente a expressão necessária e suficiente para a realização de um movimento harmônico simples. Deste modo, o corpo executa um MHS. Analisaremos algumas posições do corpo, na execução do movimento harmônico simples. Considere a figura abaixo:

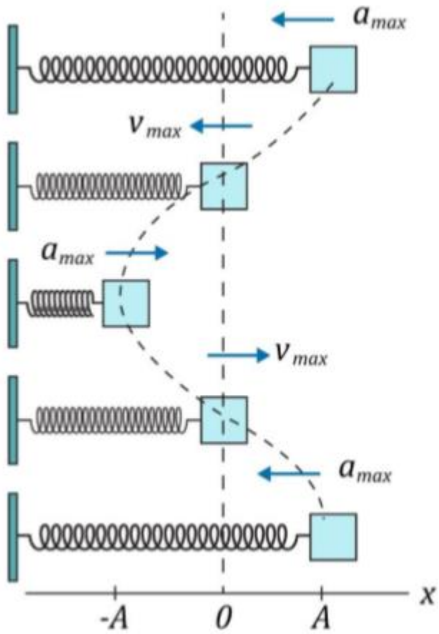



*Figura 5: Análise das velocidades e acelerações do bloco.*

Para um ponto genérico da trajetória, a aceleração varia com a posição da seguinte maneira:

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot x}$$


Faremos uma tabela para analisar as velocidades, acelerações e equilíbrios nas posições mostradas acima. Para isso, basta analisar os pontos de máxima e de mínima amplitude, assim como o ponto onde a amplitude é nula nas expressões da velocidade e da aceleração do MHS.

| Posição | Movimento | Aceleração | Velocidade | Deslocamento |
|---|---|---|---|---|
| **A** | O corpo possui aceleração máxima e velocidade nula. Está em um ponto de máximo deslocamento (amplitude A). | $a_{máx} = -\omega^2 \cdot A$ | $V = 0$ | É a própria amplitude A. |
| **B** | O corpo possui aceleração nula e velocidade máxima. Está momentaneamente em equilíbrio. | $a = 0$ | $V_{máx} = -\omega \cdot A$ | O deslocamento é nulo. |
| **C** | O corpo possui aceleração máxima e velocidade nula. Está em um ponto de máximo deslocamento (amplitude A). | $a_{máx} = \omega^2 \cdot A$ | $V = 0$ | É a própria amplitude A. |
| **D** | O corpo possui aceleração nula e velocidade máxima. Está momentaneamente em equilíbrio. | $a = 0$ | $V_{máx} = \omega \cdot A$ | O deslocamento é nulo. |

# 3 – Relação com o movimento circular

Considere um corpo que está se movendo em uma trajetória circular de raio A. O movimento é uniforme com velocidade linear V. O corpo parte de $x = A\ metros, y = 0\ metros$ no tempo $t = 0\ segundos$.

Considere o corpo em um posição qualquer:

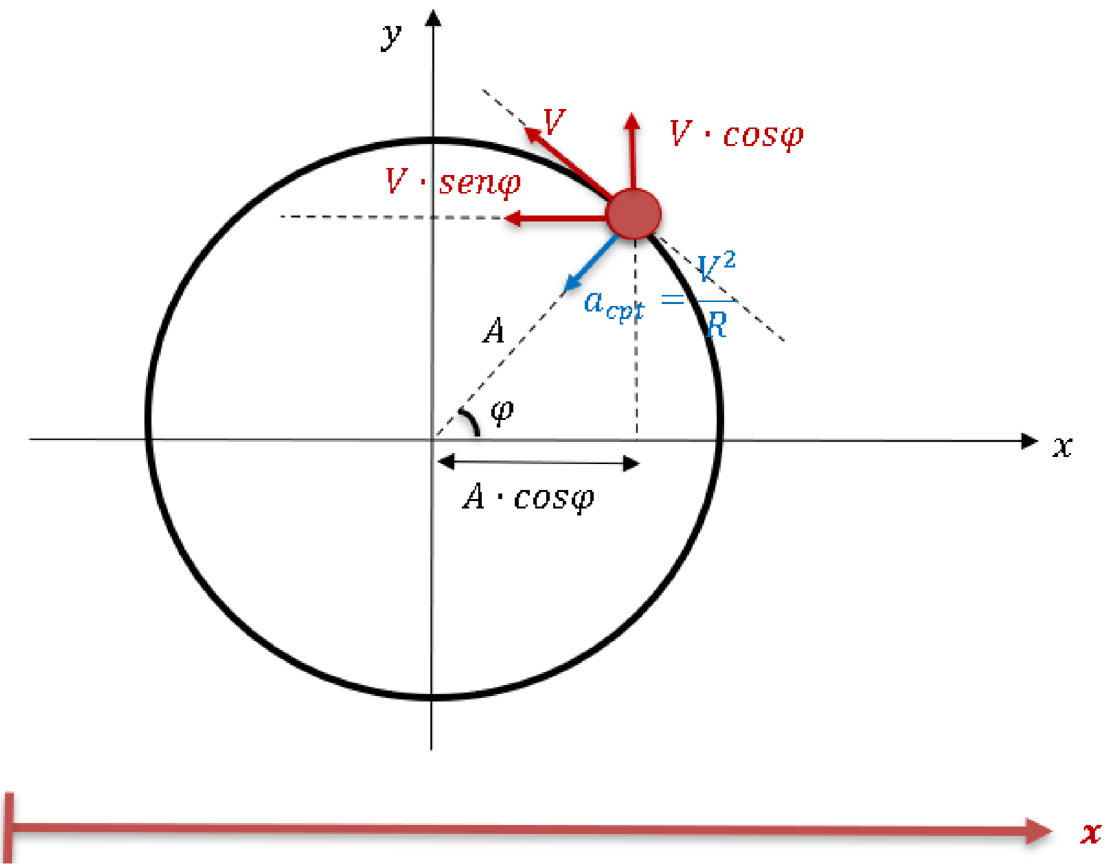



*Figura 6: Movimento circular de um corpo.*

Do movimento circular, temos:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

Consideraremos, agora, o movimento do corpo projetado no eixo x em vermelho. Para isso, decomporemos a posição, a velocidade e a aceleração nesse eixo. Fique atento aos sinais!

## 3.1 - Posição

A projeção no eixo x do movimento circular é dada por:

$$x = A \cdot cos(\varphi)$$

Da relação do movimento circular:

$$\boxed{x = A \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi_0)}$$


## 3.2 - Velocidade

A projeção da velocidade no eixo x é dada por. Neste caso, a velocidade esta contra o eixo adotado e, portanto, deve-se coloca o sinal negativo.

$$v_x = -V \cdot sen(\varphi)$$

Da relação do movimento circular:

$$V = \omega \cdot A$$

$$\boxed{v_x = -\omega \cdot A \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0)}$$


## 3.3 - Aceleração

A aceleração resultante do movimento circular uniforme é a aceleração centrípeta. Faremos a decomposição da aceleração centrípeta no eixo x. Novamente, a aceleração tem sentido contrária ao eixo e, portanto, tem sinal negativo.

$$a_x = -\frac{V^2}{A} \cdot cos(\varphi)$$

$$a_x = -\frac{\omega^2 \cdot A^2}{A} \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$\boxed{a_x = -\omega^2 \cdot A \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi_0)}$$

# 4 -Energia do MHS


A energia total do movimento harmônico simples é um valor constante e não se altera para nenhum instante da oscilação. A dedução é um tanto quanto complexa e foge do escopo desse curso. Apenas apresentarei a formula e alguns considerações sobre ela.

A energia total é dada por:

$$\boxed{E_{Total,MHS} = \frac{K \cdot A^2}{2}}$$

A energia total é a soma entre a energia cinética e a energia potencial do sistema. Para determinados instantes, a energia cinética é máxima e a energia potencial é nula. Para outros instantes, a energia cinética é nula e a energia potencial é máxima. Dessa forma, a energias potencial e cinética vão oscilando entre si, mas sempre mantendo a soma constante.

$$E_{Total,MHS} = \frac{K \cdot A^2}{2} = E_{potencial} + E_{cinética}$$

Considere o gráfico abaixo, que relaciona as energias cinética, potencial e total.

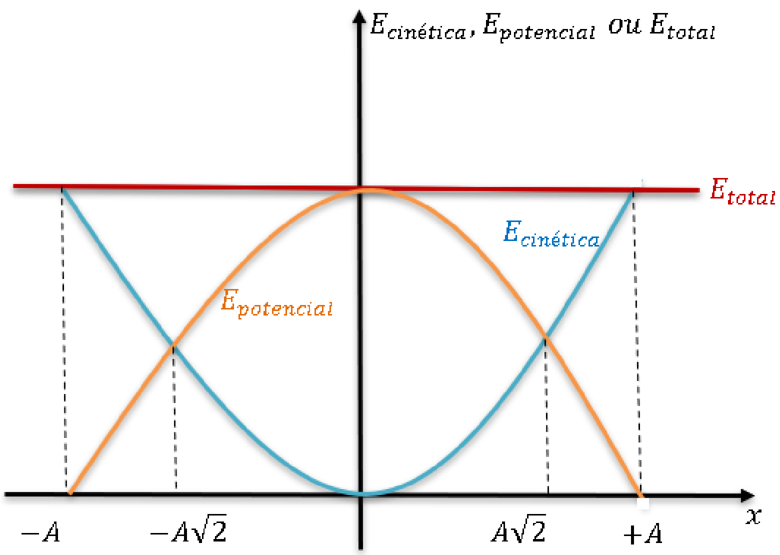



*Figura 7: Variação da energia em função do deslocamento.*

Alguns pontos interessantes para se notar:

- Quando a energia cinética é máxima a energia potencial é nula e vice-versa.
- Quando $x$ = 0 a energia cinética é máxima e igual a energia total.
- Quando $x$ = ±$A$ a energia potencial é máxima e igual a energia total.
- As energias cinética e potencial são iguais no ponto $x = \pm A\sqrt{2}$.

Além disso, percebemos que a energia mecânica sempre se conversa no sistema. De um modo geral, podemos dizer que:

$$\boxed{\frac{K \cdot A^2}{2} = \frac{m \cdot V^2}{2} + \frac{K \cdot x^2}{2}}$$

# 5 – Período do MHS

## 5.1 – Movimentos gerais


A determinação do período é essencial para o entendimento completo do MHS!

Vamos lá ?!

Para determinar o período de um movimento harmônico simples, devemos realizar algumas etapas. Antes de propor essas etapas, deduzirei a formula básica para determinação do período.

Da definição de frequência angular temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Já vimos que para o movimento harmônico simples, temos:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Dessa forma:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

Sempre que possuirmos a massa oscilante e a constante de oscilação, a expressão acima nos fornecerá o período de um movimento harmônico simples. A massa oscilante será fornecida no enunciado do problema. Entretanto, cabe a nós determinar a constante de oscilação.

Agora, irei apresentar um passo-a-passo de como encontrar a constante de oscilação:

**(1)** Determinar o ponto de equilíbrio.

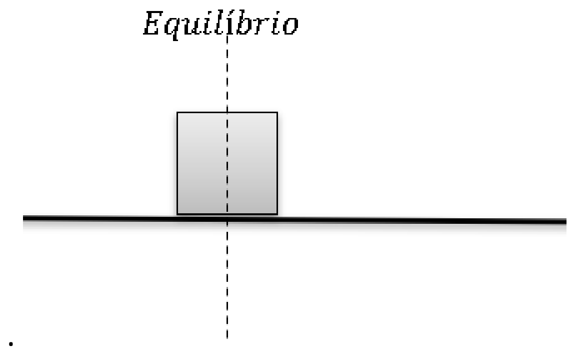



*Figura 8: Posição de equilíbrio.*

**(2)** Afastar o corpo da posição de equilíbrio. O afastamento deve ser pequeno e de modulo genérico x.

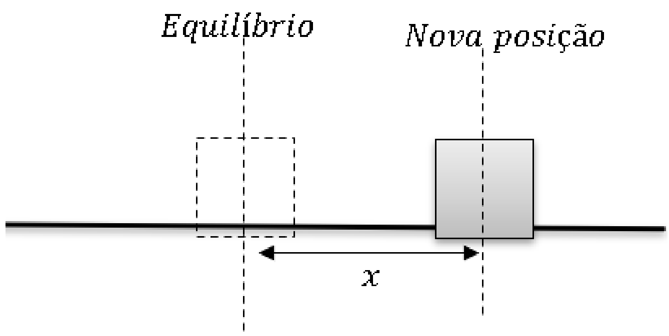



*Figura 9: Nova posição do bloco.*

**(3)** Adotar um eixo paralelo ao deslocamento. O sentido positivo desse eixo é o sentido de deslocamento do objeto (do equilíbrio para a nova posição). Além disso, a origem do eixo está no ponto de equilíbrio.

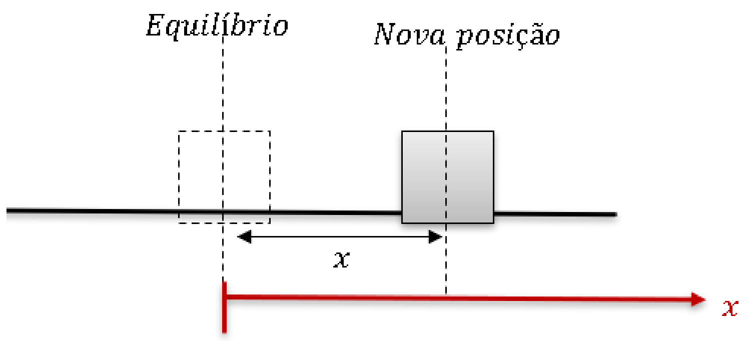



*Figura 10: Eixo paralelo adotado.*

**(4)** Analisar a força resultante (na "Nova posição") sobre o eixo x.

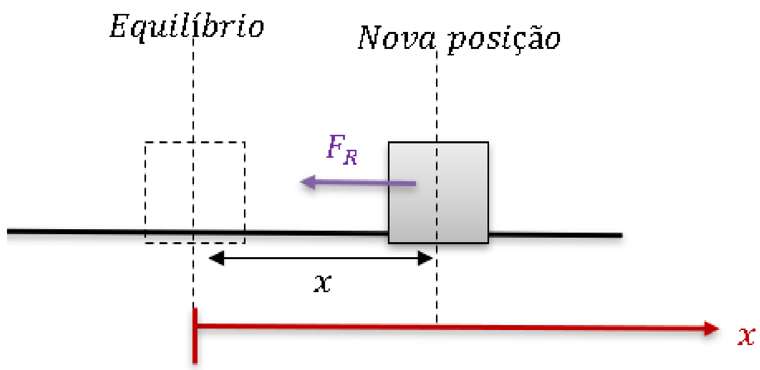



*Figura 11: Análise da força resultante.*

Como o movimento é um MHS (estamos estudando o período de oscilação para o MHS), a força resultante terá a seguinte forma:

$$F_R = -\alpha \cdot x$$

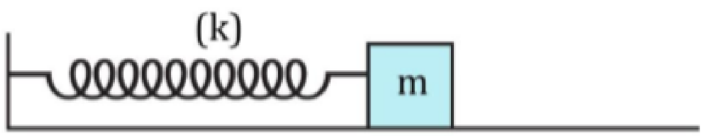
O valor $\alpha$ será uma constante positiva. Além disso, o $\alpha$ é a chamada constante de oscilação e, portanto, temos:

$$K = \alpha$$

Assim, o período é dado por:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\alpha}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

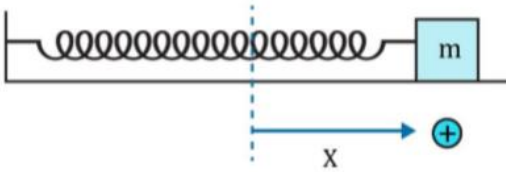

**Exemplo 1:** Considere um bloco de massa 1 kg associado a uma mola de constante elástica $K = 25\ N/m$. O bloco se encontra em equilíbrio (a mola não está deformada) na figura abaixo.



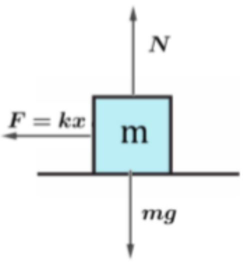
Se deslocarmos levemente o bloco da posição de equilíbrio, determine o período de oscilações.

**Comentário:**

(1) Deslocando o bloco da posição de equilíbrio e adotando o eixo, temos:




(2) Analisando a força resultante sobre o eixo x:




$$F_R = -k \cdot x$$

Em que K é a constante da mola. Como já vimos, a constante que multiplica o valor de $x$ é a constante de oscilação. Dessa maneira, para o sistema massa-mola, a constante de oscilação é igual a constante de mola. Portanto:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{25}}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{5}\ segundos}$$

## 5.2 – Pêndulo simples

Um pendulo simples é um sistema em que há uma corpo massivo preso por um fio ideal. Esse fio ideal é fixado em um suporte vertical.

A únicas forças que atuam sobre o corpo são a força peso e a força de tração.

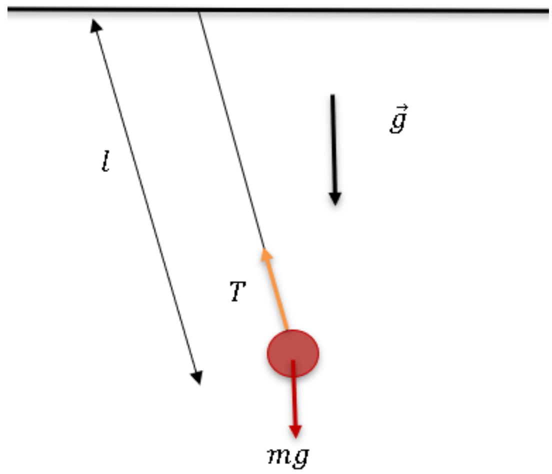



*Figura 12: Pêndulo simples.*

Não iremos deduzir a expressão do período do pêndulo. Entretanto, irei mostrar a expressão para tal , considerando um pendulo simples de comprimento $l$ e que está sob a aceleração da gravidade $g$.

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$


**Exemplo 2:** Considere um pêndulo de comprimento $0{,}4\ m$. O pêndulo está a aceleração de gravidade $g = 10\ m/s^2$.

Determine o período de oscilação desse pendulo.

**Comentário:**

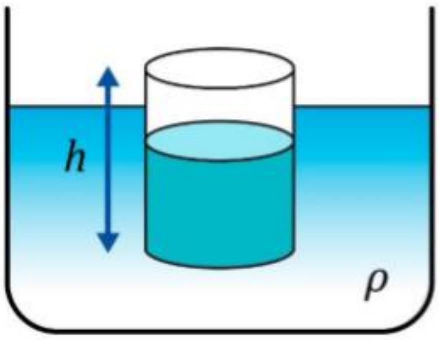
A expressão para o período do pêndulo é dada por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}4}{10}}$$

$$\boxed{T = 0{,}4\pi\ s}$$

**Exemplo 3:** Um corpo de massa m flutuante está em equilíbrio estável. Considere um cilindro sólido de área de base $A$ e altura $h$. O corpo flutua em equilíbrio estável em um líquido de densidade $\rho$. Considere que o comprimento submerso seja $x$.



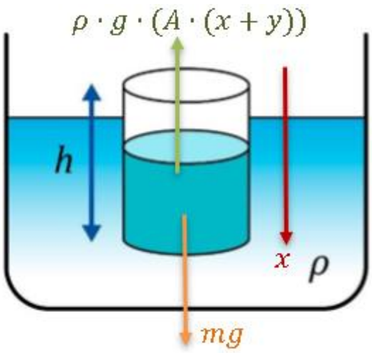

Determine o período de pequenas oscilações.

**Comentário:**

Para o sistema inicial, temos:

$$mg = \rho \cdot g \cdot (A \cdot x)\ \ (Eq\ 1)$$

Quando um deslocamento é realizado, surge uma força restauradora para voltar o sistema ao ponto de equilíbrio. Um pequeno deslocamento vertical, para baixo, $y$ é realizado no cilindro. A força resultante vertical sobre o cilindro é dada por:




$$F_R = mg - \rho \cdot g \cdot (A \cdot (x+y))$$

Da equação (1):

$$F_R = -\rho \cdot g \cdot A \cdot y$$

O sinal negativo evidencia que a força é restauradora. Note a presença de um termo constante multiplicando o deslocamento feito $(y)$: o termo constante é a constante de oscilação:

$$K = \rho \cdot g \cdot A$$

Desta maneira, o período de oscilação é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho \cdot g \cdot A}}}$$


**UFAAAA !!!**

**Chegamos ao fim da parte teórica 😊. Se você ficou com alguma dúvida, volte e releia a teoria e os exemplos resolvidos. Faça uma pausa e vá com força total para o exercícios!**

# Lista de Questões


**1.(EFOMM 2019)**

Ana brinca em um balanço, enquanto segura um diapasão vibrando a 520 Hz. O ponto mais alto de sua trajetória pendular está a 1,25 metros de altura em relação ao ponto mais baixo. Enquanto isso, Beatriz, de altura semelhante a Ana e localizada em um ponto distante à frente do brinquedo, corre em direção à amiga com velocidade constante de 2 m/s. Supondo que o movimento oscilatório de Ana ocorre sem perda de energia, qual valor mais se aproxima da maior frequência que Beatriz irá ouvir durante sua trajetória?

Considere $g = 10\ m/s^2$ e $v_{som} = 343\ m/s$.

*a) 531 Hz*
*b) 533 Hz*
*c) 535 Hz*
*d) 536 HZ*
*e) 538 Hz*

**2.(EFOMM 2019)**

Um bloco está sobre uma mesa horizontal que oscila para a esquerda e para a direita em um Movimento Harmônico Simples (MHS) com amplitude de 10 cm. Determine a máxima frequência com que a oscilação pode ocorrer sem que o bloco deslize sabendo que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa vale 0,6.

Considere $g = 10\ m/s^2$

*a)* $2\ Hz$
*b)* $\sqrt{3}\pi\ Hz$
*c)* $5\pi\ Hz$
*d)* $\sqrt{15}/\pi\ Hz$
*e)* $\sqrt{15}\ Hz$

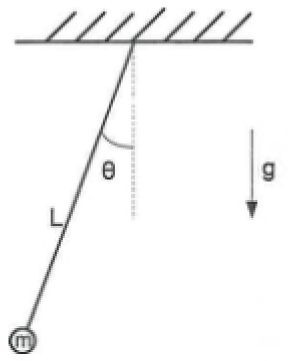
**3.(EsPCEx 2018)**

Com relação a um ponto material que efetua um movimento harmônico simples linear, podemos afirmar que:

*a) ele oscila periodicamente em torno de duas posições de equilíbrio.*
*b) a sua energia mecânica varia ao longo do movimento.*
*c) o seu período é diretamente proporcional à sua frequência.*
*d) a sua energia mecânica é inversamente proporcional à amplitude.*
*e) o período independe da amplitude de seu movimento.*

**4.(Escola Naval 2018)**

Analise a figura abaixo.



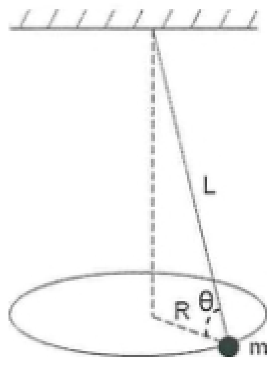

A figura acima mostra um pêndulo oscilando em movimento harmônico simples. Sua equação de posição angular em função do tempo é dada por: $\theta(t)=(\pi/30)sen(\omega t)$ radianos. Sabe-se que L=2,5m é o comprimento do pêndulo, e $g=10m/s^2$ é a aceleração da gravidade local. Qual a velocidade linear, em m/s, da massa m=2,0kg, quando passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória?

Dado: considere $\pi$ =3

*a) 0,30*
*b) 0,50*
*c) 0,60*
*d) 0,80*
*e) 1,00*

**5.(Escola Naval 2018)**

Analise a figura abaixo




A figura mostra um pêndulo cônico no qual um pequeno objeto de massa m, preso à extremidade inferior de um fio, move-se em uma circunferência horizontal de raio R, com o módulo da velocidade constante. O fio tem comprimento L e massa desprezível. Sendo g a aceleração da gravidade e sabendo que a relação entre a tração T e o peso P do objeto é T=4P, qual o período do movimento?

a) $\sqrt{\frac{\pi^2}{8g}L}$

b) $\left(\frac{\pi^2}{4g}L\right)^{1/2}$

c) $\sqrt{\frac{\pi^2}{2g}L}$

d) $\left(\frac{\pi^2}{g}L\right)^{1/2}$

e) $\frac{2\pi^2}{g}L$

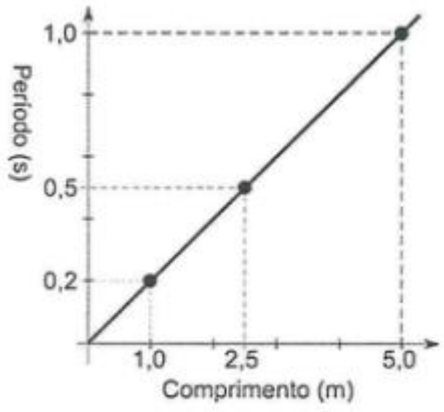
**6.(EFFOM 2018)**

Um relógio de pêndulo, constituído de uma haste metálica de massa desprezível, é projetado para oscilar com período de 1,0 s, funcionando como um pêndulo simples, a temperatura de 20 °C. Observa-se que, a 35 °C, o relógio atrasa 1,8 s a cada 2,5 h de funcionamento. Qual é o coeficiente de dilatação linear do material que constitui a haste metálica?

a) $0,7 \times 10^{-5}$ °C $^{-1}$
b) $1,2 \times 10^{-5}$ °C $^{-1}$
c) $1,7 \times 10^{-5}$ °C $^{-1}$
d) $2,2 \times 10^{-5}$ °C $^{-1}$
e) $2,7 \times 10^{-5}$ °C $^{-1}$

**7.(Escola Naval 2018)**

Analise o gráfico abaixo.

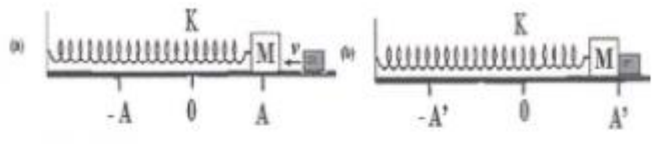



Em uma série de experiências, foi medido, para três valores do comprimento L, o período de oscilação correspondente a meio comprimento de onda estacionária entre as extremidades fixas de uma corda com densidade linear de massa 0,60 kg/m. Os resultados, representados no gráfico (linear) da figura acima, indicam que a tensão na corda, em newtons, em todas as experiências realizadas, foi igual a:

a) 60
b) 45
c) 30
d) 20
e) 15

**8.(EFOMM 2018)**

Na figura (a) é apresentada uma mola de constante K, que tem presa em sua extremidade um bloco de massa M. Esse sistema oscila em uma superfície lisa sem atrito com amplitude A, e a mola se encontra relaxada no ponto 0. Em um certo instante, quando a massa M se encontra na posição A, um bloco de massa **m** e velocidade ***v*** se choca com ela, permanecendo grudadas (figura (b)). **Determine** a nova amplitude de oscilação A’ do sistema massamola.




a) $A' = \sqrt{\frac{m^2v^2}{(m+M)K} + A^2}$
b) $A' = \sqrt{\frac{mv^2}{K} + A^2}$
c) $A' = \sqrt{\frac{(M+m)v^2}{K} + A^2}$
d) $A' = \sqrt{\frac{M+m}{K}}\, v$
e) A' = A

**9.(EFOMM 2018)**

A figura abaixo mostra a vista superior de um anel de raio *R* que está contido em um plano horizontal e que serve de trilho, para que uma pequena conta de massa *m* se movimente sobre ele sem atrito. Uma mola de constante elástica *k* e comprimento natural *R*, com uma extremidade fixa no ponto *A* do anel e com a outra ligada à conta, irá movê-la no sentido anti-horário. Inicialmente, a conta está em repouso e localiza-se no ponto *B*, que é diametralmente oposto ao ponto *A*. Se *P* é um ponto qualquer e $\vartheta$ é o ângulo entre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AP}$, a velocidade da conta, ao passar por *P*, é

a) $R\sqrt{\frac{k}{m}}|\cos\theta|$

b) $2R\sqrt{\frac{k}{m}}\operatorname{sen}\theta$

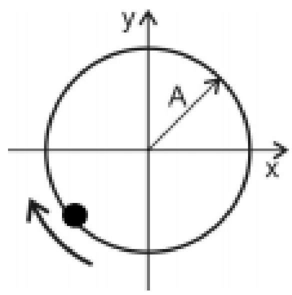
c) $R\sqrt{\frac{k}{m}|\cos\theta + \operatorname{sen}\theta - 1|}$

d) $2R\sqrt{\frac{k}{m}(\cos\theta - \cos^2\theta)}$

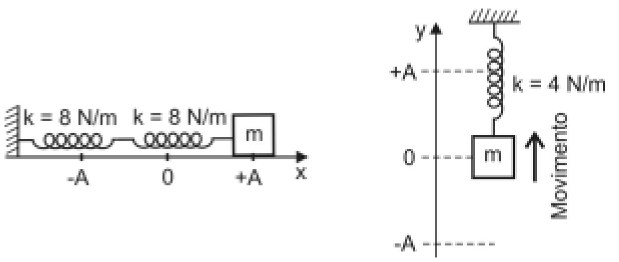
e) $R\sqrt{\frac{k}{m}}\operatorname{sen}\theta\cos\theta$

**10.(AFA 2019)**

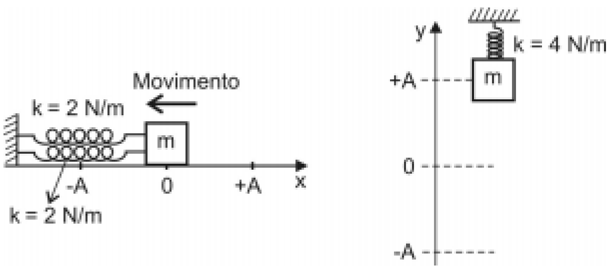
Um corpo de massa m = 1 kg movimenta-se no sentido horário, ao longo de uma trajetória circular de raio A, em movimento circular uniforme com velocidade angular igual a 2 rad/s, conforme a figura abaixo.




Nessas condições, os sistemas massa-mola oscilando em movimento harmônico simples, a partir de t = 0, que podem representar o movimento dessa partícula, respectivamente, nos eixos x e y, são:

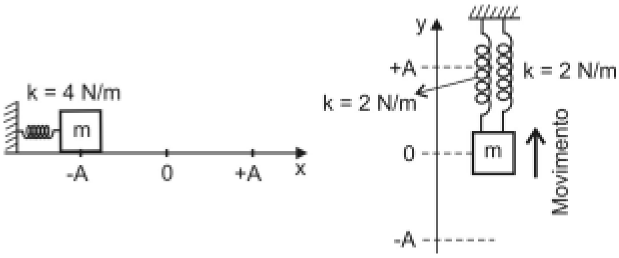



a)

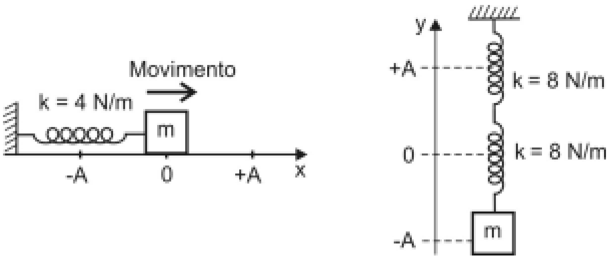



b)

*c)*




*d)*




**11.(EFOMM 2017)**

Em uma mola ideal pendurada no teto, foi colocado um corpo de massa igual a 10 kg, que causou uma deformação na mola igual a 50 cm. Posteriormente, a massa de 0,1 kg foi substituída por uma massa de 12,5 kg. Nessa nova condição, o sistema foi posto para oscilar. Admitindo que a aceleração da gravidade g = 10 m/s$^2$, determine o período de oscilação do movimento.

*a)* *π/2s*
*b)* *3π/4s*
*c)* *π s*
*d)* *2π/3s*
*e)* *2π s*

**12.(AFA 2018)**

**COMO A HIPERMETROPIA ACONTECE NA INFÂNCIA:**

É muito comum bebês e crianças apresentarem algum tipo de erro refrativo, e a hipermetropia é o caso mais constante. Isso porque este tipo de ametropia (erro de refração) pode se manifestar desde a fase de recém-nascido. A hipermetropia é um erro de refração caracterizado pelo modo em que o olho, menor do que o normal, foca a imagem atrás da retina. Consequentemente, isso faz com que a visão de longe seja melhor do que a de perto. (...)

De acordo com a Dra. Liana, existem alguns fatores que podem influenciar a incidência de hipermetropia em crianças, como o ambiente, a etnia e, principalmente, a genética. "As formas leves e moderadas, com até seis dioptrias, são passadas de geração para geração (autossômica dominante). Já a hipermetropia elevada é herdada dos pais (autossômica recessiva)", explicou a especialista.

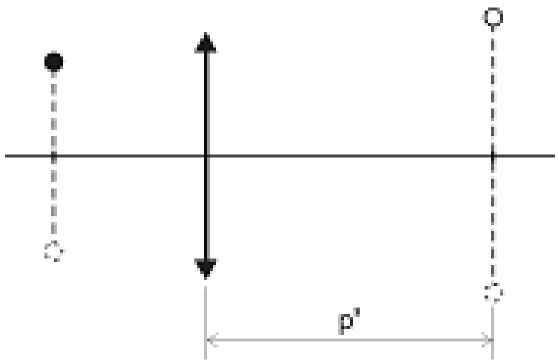
A médica ainda relatou a importância em identificar, prematuramente, o comportamento hipermétrope da criança, caso contrário, esse problema pode afetar a rotina visual e funcional delas. "A falta de correção da hipermetropia pode dificultar o processo de aprendizado, e ainda pode reduzir, ou limitar, o desenvolvimento nas atividades da criança. Em alguns casos, pode ser responsável por repetência, evasão escolar e dificuldade na socialização, requerendo ações de identificação e tratamento”, concluiu a Dra. Liana.

Os sintomas relacionados à hipermetropia, além da dificuldade de enxergar de perto, variam entre: dores de cabeça, fadiga ocular e dificuldade de concentração em leitura.(...)

O tratamento utilizado para corrigir este tipo de anomalia é realizado através da cirurgia refrativa. O uso de óculos (com lentes esféricas) ou lentes de contato corretivas é considerado método convencional, que pode solucionar o problema visual do hipermétrope.

*(Disponível em:www.cbo.net.br/novo/publicacao/revista_vejabem. Acesso em: 18 fev. 2017.)*

De acordo com o texto acima, a hipermetropia pode ser corrigida com o uso de lentes esféricas. Dessa maneira, uma lente corretiva, delgada e gaussiana, de vergência igual a +2 di, conforme figura a seguir, é utilizada para projetar, num anteparo colocado a uma distância p' da lente, a imagem de um corpo luminoso que oscila em movimento harmônico simples (MHS). A equação que descreve o movimento oscilatório desse corpo é $y = (0{,}1)\text{sen}\left[4t + \frac{\pi}{2}\right]$.



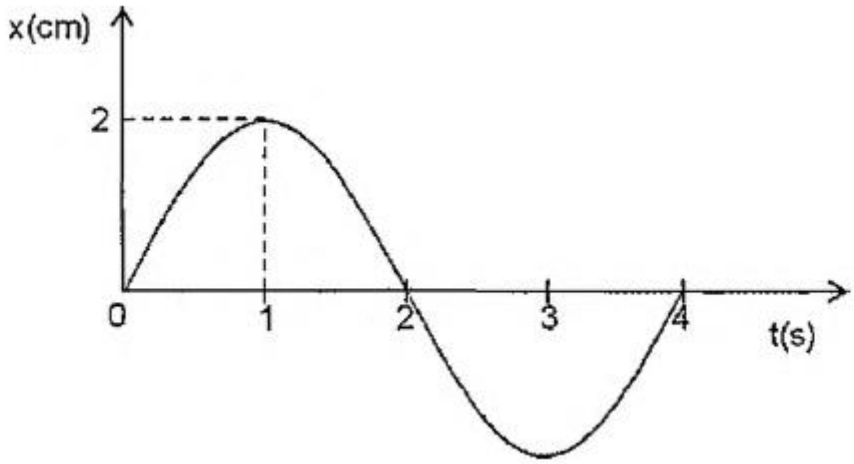

Considere que a equação que descreve a oscilação projetada no anteparo é dada por $y' = (0{,}5)sen\left[4t + \frac{3\pi}{2}\right](SI)$ .

Nessas condições, a distância p′, em cm, é:

*a)* *100*
*b)* *200*
*c)* *300*
*d)* *400*

**13(Escola Naval 2017)**

Analise o gráfico abaixo.




O gráfico acima representa a posição x de uma partícula que realiza um MHS (Movimento Harmônico Simples), em função do tempo t. A equação que relaciona a velocidade v, em cm/s, da partícula com a sua posição x é

a) $v^2 = \pi^2(1 - x^2)$

b) $v^2 = \dfrac{\pi^2}{2}\left(1 - \dfrac{x^2}{2}\right)$

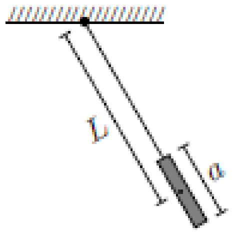
c) $v^2 = \pi^2(1 + x^2)$

d) $v^2 = \pi^2\left(1 - \dfrac{x^2}{4}\right)$

e) $v^2 = \dfrac{\pi^2}{4}(1 - x^2)$

**14.(ITA 2017)**

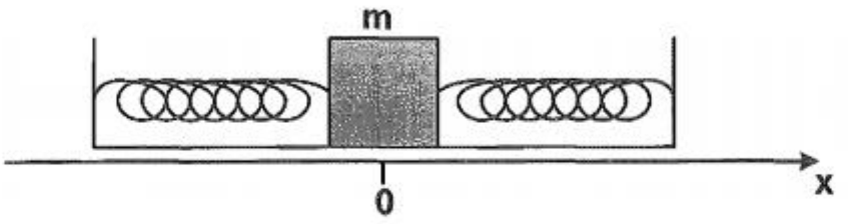
Na figura, um tubo fino e muito leve, de área de seção reta S e comprimento a, encontra-se inicialmente cheio de água de massa M e massa específica ρ. Graças a uma haste fina e de peso desprezível, o conjunto forma um pêndulo simples de comprimento L medido entre o ponto de suspensão da haste e o centro de massa inicial da água. Posto a oscilar, no instante inicial começa a pingar água pela base do tubo a uma taxa constante $r = -\Delta M/\Delta t$. Assinale a expressão da variação temporal do período do pêndulo.



*a)* $2\pi \sqrt{L}/\sqrt{g}$
*b)* $2\pi \sqrt{\rho LS - rt}/\sqrt{\rho Sg}$
*c)* $2\pi \sqrt{\rho LS + rt}/\sqrt{\rho Sg}$
*d)* $2\pi \sqrt{2\rho LS - rt}/\sqrt{2\rho Sg}$
*e)* $2\pi \sqrt{2\rho LS + rt}/\sqrt{2\rho Sg}$

**15.(Escola Naval 2016)**

Analise a figura abaixo.




A figura acima mostra duas molas ideais idênticas presas a um bloco de massa m e a dois suportes fixos. Esse bloco está apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito e oscila com amplitude A em torno da posição de equilíbrio x = 0. Considere duas posições do bloco sobre o eixo x: $x_1 = A/4$ e $x_2 = 3A/4$ . Sendo $v_1$ e $v_2$ as respectivas velocidades do bloco nas posições $x_1$ e $x_2$, a razão entre os módulos das velocidades, $v_1/v_2$, é:

*a)* $\sqrt{\frac{15}{7}}$

*b)* $\sqrt{\frac{7}{15}}$

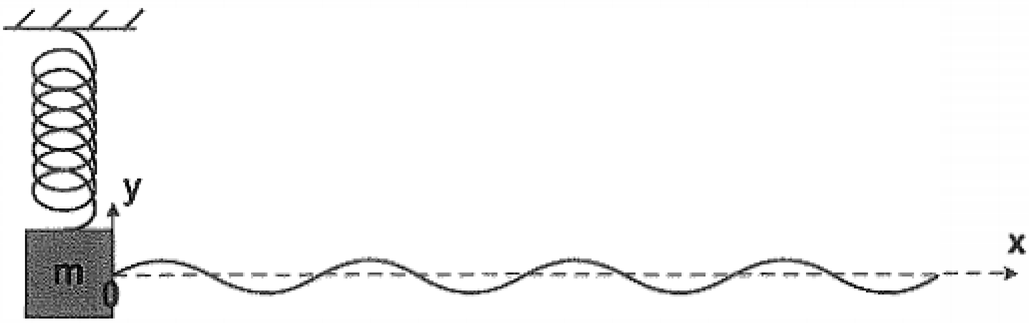
*c)* $\sqrt{\frac{7}{16}}$

*d)* $\sqrt{\frac{15}{16}}$

*e)* $\sqrt{\frac{16}{7}}$

**16.(Escola Naval 2016)**

Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra uma montagem em que o bloco de massa m= 0,70kg, preso à extremidade de uma mola vertical, oscila em torno da sua posição de equilíbrio. No bloco, prende-se uma corda muito longa estendida na horizontal. A massa específica linear da corda é $1{,}6.10^{-4}$kg/m. Após algum tempo, estabelece-se na corda uma onda transversal cuja equação é dada por $y(x,t) = 0{,}030.\,cos\,(2{,}0x - 30t)$ , onde x e y estão em metros e t em segundos. Nessas condições, a constante elástica da mola, em N/m, e a tração na corda, em mN, são, respectivamente:

a) *157 e 144*
b) *2013 e 36*
c) *210 e 160*
d) *630 e 36*
e) *630 e 144*

**17.(EFOMM 2016)**

Um cubo de 25,0 kg e 5,0 m de lado flutua na água. O cubo é, então, afundado ligeiramente para baixo por Dona Marize e, quando liberado, oscila em um movimento harmônico simples com uma certa frequência angular. Desprezando-se as forças de atrito, essa frequência angular é igual a:

a) *50 rad/s*
b) *100 rad/s*
c) *150 rad/s*
d) *200 rad/s*
e) *250 rad/s*

**18.(EFOMM 2016)**

Um pêndulo simples de comprimento *L* está fixo ao teto de um vagão de um trem que se move horizontalmente com aceleração *a*. Assinale a opção que indica o período de oscilações do pêndulo.

a) $\left(\dfrac{4\pi^2 L^2}{\sqrt{\dfrac{a^2}{g^2}-1}}\right)^{\frac{1}{2}}$

b) $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{2g}}$

c) $2\pi\sqrt{\dfrac{2L}{\sqrt{g^2+a^2}}}$

d) $2\pi\sqrt{\left(\dfrac{L^2}{g^2+a^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$

*e)* $\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$

**19.(AFA 2017)**

Uma partícula de massa m pode ser colocada a oscilar em quatro experimentos diferentes, como mostra a Figura 1 abaixo.

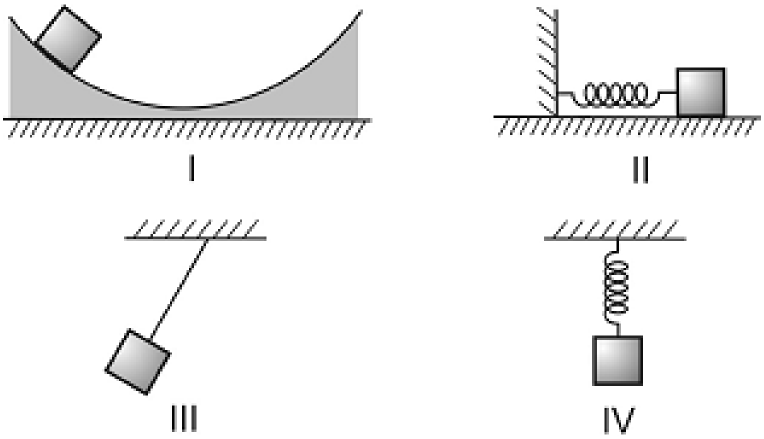


Figura 1

Para apenas duas dessas situações, tem-se o registro do gráfico senoidal da posição da partícula em função do tempo, apresentado na Figura 2.

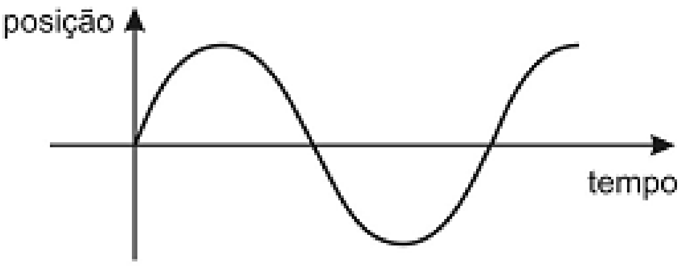


Figura 2

Considere que não existam forças dissipativas nos quatro experimentos; que, nos experimentos II e IV , as molas sejam ideais e que as massas oscilem em trajetórias perfeitamente retilíneas; que no experimento III o fio conectado à massa seja ideal e inextensível; e que nos experimentos I e III a massa descreva uma trajetória que é um arco de circunferência.

Nessas condições, os experimentos em que a partícula oscila certamente em movimento harmônico simples são, apenas

*a)* *I e III*
*b)* *II e III*
*c)* *III e IV*
*d)* *II e IV*

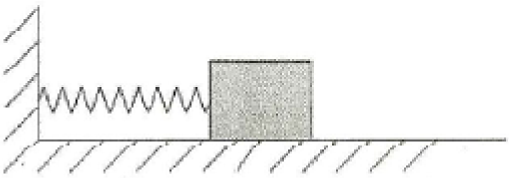
**20.**

Uma partícula, em movimento harmônico simples de amplitude igual a 0,25 m e período de 2 s, apresenta módulo da aceleração máxima, em m/s$^2$ , igual a:

a) $\frac{\pi^2}{2}$
b) $\frac{\pi^2}{4}$
c) $\pi^2$
d) $\frac{\pi}{2}$
e) $\frac{\pi}{4}$

**21. (EFOMM 2011)**

Observe a figura a seguir.

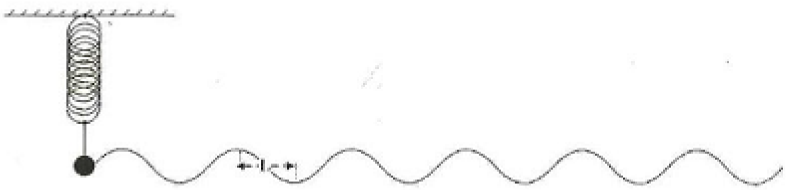


Considere o sistema massa-mola indicado acima, que oscila sobre um plano horizontal num movimento harmônico simples com energia mecânica E, amplitude A, frequência f e velocidade máxima $v_m$. Se a energia mecânica deste sistema for aumentada para 2E, quais serão, respectivamente, a amplitude, a frequência e a velocidade máxima do novo movimento harmônico simples?

a) $2A$, $2f$, $2v_m$
b) $2A$, $2f$, $\sqrt{2}v_m$
c) $\sqrt{2}A$, $f$, $2v_m$
d) $\sqrt{2}A$, $f$, $\sqrt{2}v_m$
e) $A$, $\sqrt{2}f$, $\sqrt{2}v_m$

**22. (EFOMM 2011)**

Observe a figura a seguir.




Uma mola ideal tem uma de suas extremidades presa ao teto e a outra a uma esfera de massa m que oscila em movimento harmônico simples. Ligada à esfera, tem-se um fio muito longo de massa desprezível, e nele observa-se, conforme indica a figura acima, a formação de uma onda harmônica progressiva que se propaga com velocidade V. Sendo assim, a constante elástica da mola é igual a

a) $k=\frac{16V^2\pi^2 m}{L^2}$

b) k=$\frac{9V^2\pi^2 m}{L^2}$
c) k=$\frac{4V^2\pi^2 m}{L^2}$
d) k=$\frac{2V^2\pi^2 m}{L^2}$
e) k=$\frac{V^2\pi^2 m}{L^2}$

**23. (EFOMM 2011)**

Um sistema massa-mola, com constante de mola igual a 40 N/m, realiza um movimento harmônico simples. A energia cinética, no ponto médio entre a posição de aceleração máxima e velocidade máxima, é igual a 0,1J. Sabendo que a velocidade máxima é igual a 2 m/s, a aceleração máxima é igual a

Dado: Considere $\sqrt{6}$ = 5/2

a) 30 $m/s^2$
b) 40 $m/s^2$
c) 50 $m/s^2$
d) 60 $m/s^2$
e) 70 $m/s^2$

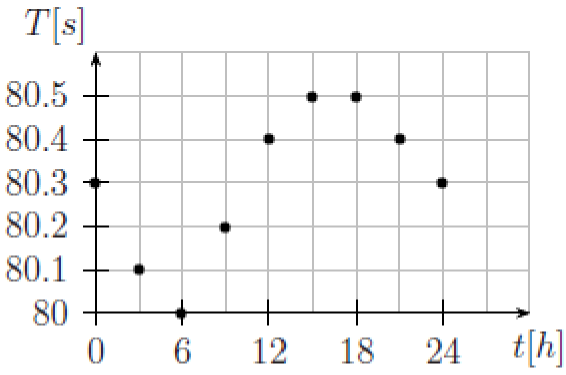
**24. (EsPCEx 2012)**

Uma mola ideal está suspensa verticalmente, presa a um ponto fixo no teto de uma sala, por uma de suas extremidades. Um corpo de massa 80 g é preso à extremidade livre da mola e verifica-se que a mola desloca-se para uma nova posição de equilíbrio. O corpo é puxado verticalmente para baixo e abandonado de modo que o sistema massa-mola passa a executar um movimento harmônico simples. Desprezando as forças dissipativas, sabendo que a constante elástica da mola vale 0,5 N/m e considerando π = 3,14, o período do movimento executado pelo corpo é de

a) 1,256 s
b) 2,512 s
c) 6,369 s
d) 7,850 s
e) 15,700 s

**25. (ITA 2016)**

Um pêndulo simples é composto por uma massa presa a um fio metálico de peso desprezível. A figura registra medidas do tempo T em segundos, para 10 oscilações completas e seguidas do pêndulo ocorridas ao longo das horas do dia, t. Considerando que neste dia houve uma variação térmica total de 20°C, assinale o valor do coeficiente de dilatação térmica do fio deste pêndulo.




*a) 2 x 10⁻⁴ °C⁻¹*
*b) 4 x 10⁻⁴ °C⁻¹*
*c) 6 x 10⁻⁴ °C⁻¹*
*d) 8 x 10⁻⁴ °C⁻¹*
*e) 10 x 10⁻⁴ °C⁻¹*

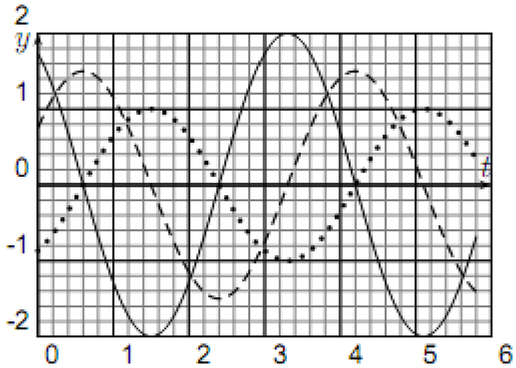
**26. (ITA 2015)**

Na figura, as linhas cheia, tracejada e pontilhada representam a posição, a velocidade e a aceleração de uma partícula em um movimento harmônico simples. Com base nessas curvas assinale a opção correta dentre as seguintes proposições:

I. As linhas cheia e tracejada representam, respectivamente, a posição e a aceleração da partícula.

II. As linhas cheia e pontilhada representam, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula.

III. A linha cheia necessariamente representa a velocidade da partícula.

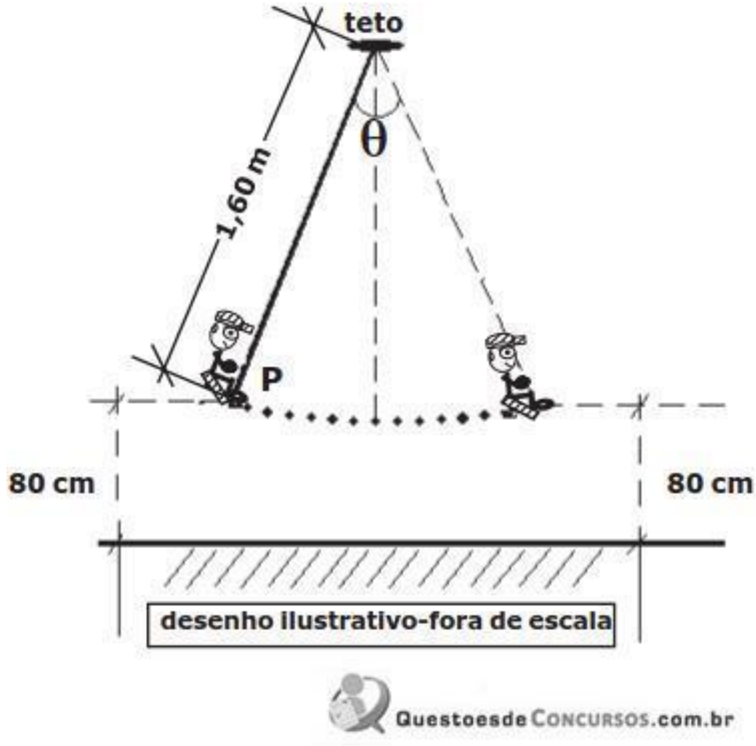



*a) Apenas I é correta.*
*b) Apenas II é correta.*
*c) Apenas III é correta.*
*d) Todas são incorretas.*
*e) Não há informações suficientes.*

**27. (EsPCEx 2015)**

Uma criança de massa 25 kg brinca em um balanço cuja haste rígida não deformável e de massa desprezível, presa ao teto, tem 1,60 m de comprimento. Ela executa um movimento harmônico simples que atinge uma altura máxima de 80 cm em relação ao solo, conforme representado no desenho abaixo, de forma que o sistema criança mais balanço passa a ser considerado como um pêndulo simples com centro de massa na extremidade P da haste. Pode-se afirmar, com relação à situação exposta, que

Dados:
intensidade da aceleração da gravidade $g=10\ m/s^2$
considere o ângulo de abertura não superior a 10°




*a) a amplitude do movimento é 80 cm.*
*b) a frequência de oscilação do movimento é 1,25 Hz.*
*c) o intervalo de tempo para executar uma oscilação completa é de 0,8 πs.*
*d) a frequência de oscilação depende da altura atingida pela criança.*
*e) o período do movimento depende da massa da criança.*

**28. (EsPCEx 2014)**

Peneiras vibratórias são utilizadas na indústria de construção para classificação e separação de agregados em diferentes tamanhos. O equipamento é constituído de um motor que faz vibrar uma peneira retangular, disposta no plano horizontal, para separação dos grãos. Em uma certa indústria de mineração, ajusta-se a posição da peneira de modo que ela execute um movimento harmônico simples (MHS) de função horária x = 8 cos (8 π t), onde x é a posição medida em centímetros e t o tempo em segundos. O número de oscilações a cada segundo executado por esta peneira é de

*a)* *2*
*b)* *4*
*c)* *8*
*d)* *16*
*e)* *32*

**29. (EsPCEx 2014)**

Um objeto preso por uma mola de constante elástica igual a 20 N/m executa um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio. A energia mecânica do sistema é de 0,4 J e as forças dissipativas são desprezíveis. A amplitude de oscilação do objeto é de:

*a)* *0,1 m*
*b)* *0,2 m*
*c)* *1,2 m*
*d)* *0,6 m*
*e)* *0,3 m*

**30. (UFPB)**

Um Professor de Física utiliza uma mola, de constante elástica k e comprimento L (quando não distendida), para demonstrar em sala de aula o movimento harmônico simples (MHS). A mola, presa ao teto da sala, pende verticalmente. Um corpo de massa m é preso à extremidade livre da mola e subitamente largado.

Desprezando todas as forças dissipativas, admitindo que a mola tem massa desprezível e que a gravidade terrestre é g, analise as afirmações a seguir: (g = 10 m/s$^2$)

I. O período do MHS obtido é T = 2.π.$\sqrt{L/g}$.

II. O corpo não realiza MHS devido à gravidade.

III. A nova posição de equilíbrio está deslocada de ΔL = m.g/k.

IV. A energia mecânica total do corpo, no movimento vertical, é igual à soma das suas energias cinética, potencial elástica e potencial gravitacional.

Estão corretas apenas:

*a)* *I e II*
*b)* *I e III*
*c)* *I e IV*
*d)* *II e III*
*e)* *III e IV*

**31. (UECE)**

Um sistema oscilante massa-mola possui uma energia mecânica igual a 1,0 J, uma amplitude de oscilação 0,5 m e uma velocidade máxima igual a 2 m/s. Portanto, a constante da mola, a massa e a frequência são, respectivamente, iguais a:

a) *8,0 N/m, 1,0 kg e 4/π Hz*
b) *4,0 N/m, 0,5 kg e 4/π Hz*
c) *8,0 N/m, 0,5 kg e 2/π Hz*
d) *4,0 N/m, 1,0 kg e 2/π Hz*

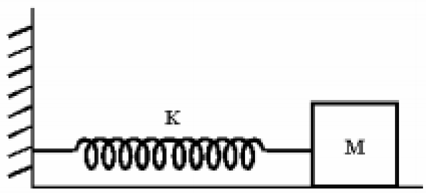
**32. (EEAR 2016)**

Um tubo sonoro aberto em suas duas extremidades, tem 80 cm de comprimento e está vibrando no segundo harmônico. Considerando a velocidade de propagação do som no tubo igual a 360 m/s, a sua frequência de vibração, em hertz, será

a) *150*
b) *250*
c) *350*
d) *450*

**33. (UFPE)**

Um objeto de massa M = 0,5 kg, apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso a uma mola cuja constante de força elástica é K = 50 N/m. O objeto é puxado por 10 cm e então solto, passando a oscilar em relação à posição de equilíbrio.




Qual a velocidade máxima do objeto, em m/s?

a) *0,5*
b) *1,0*
c) *2,0*
d) *5,0*
e) *7,0*

**34. (UCMG)**

Um corpo executa um movimento harmônico simples. Com relação à sua aceleração, afirma-se que:

a) *é máxima nos extremos do percurso.*
b) *é máxima no ponto médio do percurso.*
c) *é indeterminada.*
d) *é nula nos extremos do percurso.*
e) *tem o mesmo sentido em qualquer instante.*

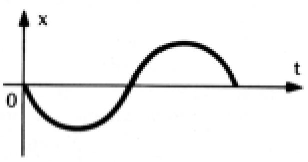
**35. (UFPA)**

A equação do movimento harmônico simples descrito por uma partícula é x = 10 cos (100π t + π/3) sendo x em centímetro e t em segundos. Qual será a amplitude e a frequência do movimento respectivamente em centímetros e hertz?

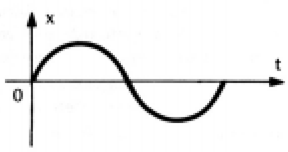
a) *10; 50*
b) *10; 100*
c) *50; 50*
d) *50; 100*
e) *10; π/3*

**36. (PUC CAMPINAS SP)**

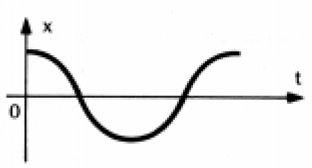
A massa oscilante de um oscilador harmônico realiza um MHS cuja equação é x = 5 cos (π t + π/2). O gráfico correspondente é:



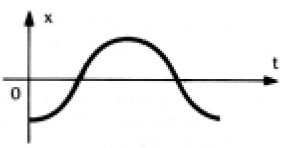
a)



b)



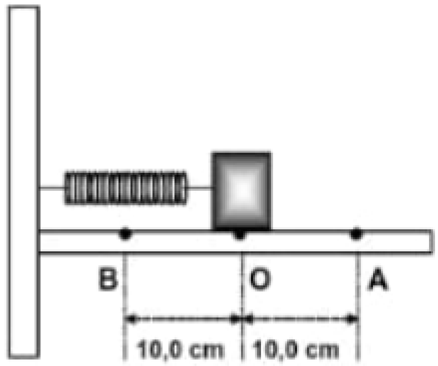
c)



d)
e) *nenhuma das anteriores.*

**37. (MACKENZIE - SP)**

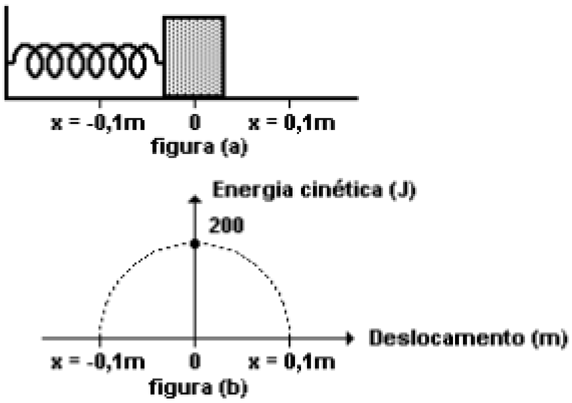
Um corpo de 250g de massa encontra-se em equilíbrio, preso a uma mola helicoidal de massa desprezível e constante elástica k igual a 100N/m, como mostra a figura abaixo. O atrito entre as superfícies em contato é desprezível. Estica-se a mola, com o corpo até o ponto A, e abandona-se o conjunto nesse ponto, com velocidade zero. Em um intervalo de 1,0s, medido a partir desse instante, o corpo retornará ao ponto A




a) *uma vez.*
b) *duas vezes.*
c) *três vezes.*
d) *quatro vezes.*
e) *seis vezes.*

**38. (UFU 1999)**

Um bloco de massa m=1kg preso à extremidade de uma mola e apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, oscila em torno da posição de equilíbrio, com uma amplitude de 0,1m, conforme mostra a figura (a) abaixo. A figura (b) mostra como a energia cinética do bloco varia de acordo com seu deslocamento.



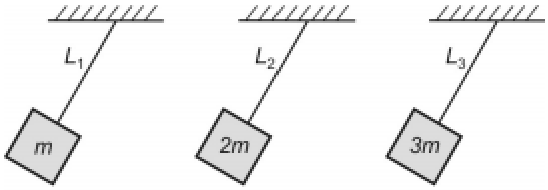

É CORRETO afirmar que

a) *quando o bloco passa pelos pontos extremos, isto é, em x=± 0,1m, a aceleração do bloco é nula nesses pontos.*
b) *o módulo da força que a mola exerce sobre o bloco na posição +0,1m é 2,0 . $10^3$ N.*

*c) a constante elástica da mola vale 2,0.10⁴ N/m.*
*d) a energia potencial do bloco na posição +0,05m vale 100J.*
*e) na posição de equilíbrio, o módulo da velocidade do bloco é 20m/s.*

**39. (AFA 2015)**

Três pêndulos simples 1, 2 e 3 que oscilam em MHS possuem massas respectivamente iguais a m, 2m e 3m são mostrados na figura abaixo.




Pêndulo (1) Pêndulo (2) Pêndulo (3)

Os fios que sustentam as massas são ideais, inextensíveis e possuem comprimento respectivamente $L_1$, $L_2$ e $L_3$.

Para cada um dos pêndulos registrou-se a posição (x), em metro, em função do tempo (t), em segundo, e os gráficos desses registros são apresentados nas figuras 1, 2 e 3 abaixo.

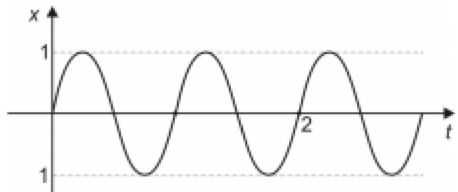



Figura 1 - Pêndulo (1)

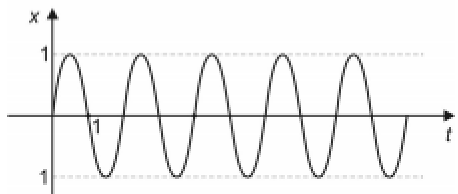



Figura 2 - Pêndulo (2)

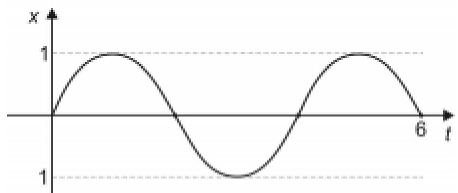


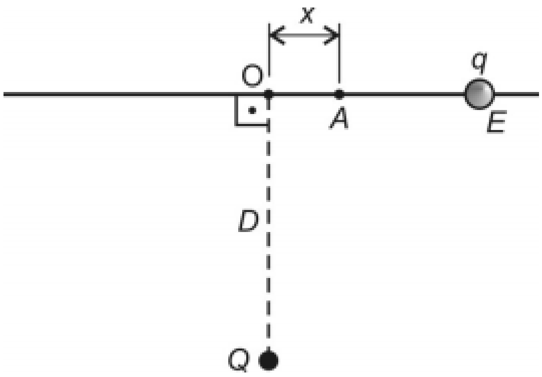

Figura 3 - Pêndulo (3)

Considerando a inexistência de atritos e que a aceleração da gravidade seja 2 2 g = π m / s , é correto afirmar que

*a)* $L_1 = \frac{L_2}{3}; L_2 = \frac{2}{3}L_3 \; e \; L_3 = 3L_1$
*b)* $L_1 = 2L_2; L_2 = \frac{L_3}{2} \; e \; L_3 = 4L_1$
*c)* $L_1 = \frac{L_2}{4}; L_2 = \frac{L_3}{4} \; e \; L_3 = 16L_1$
*d)* $L_1 = 2L_2; L_2 = 3L_3 \; e \; L_3 = 6L_1$

**40. (AFA 2015)**

A figura abaixo mostra uma pequena esfera vazada E, com carga elétrica q = +2,0 . $10^{-5}$ C e massa 80 g, perpassada por um eixo retilíneo situado num plano horizontal e distante D = 3 m de uma carga puntiforme fixa Q = -3,0 . $10^{-6}$ C.




Se a esfera for abandonada, em repouso, no ponto A, a uma distância x, muito próxima da posição de equilíbrio O, tal que, $\frac{x}{D} << 1$ a esfera passará a oscilar de MHS, em torno de O, cuja pulsação é, em rad/s, igual a

a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{1}{5}$

# Gabarito

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. A | 2. D | 3. E | 4. B | 5. D |
| 6. E | 7. A | 8. A | 9. D | 10. C |
| 11. ANULADA | 12. C | 13. D | 14. E | 15. A |
| 16. D | 17. B | 18. D | 19. D | 20. B |
| 21. D | 22. E | 23. C | 24. B | 25. C |
| 26. D | 27. C | 28. B | 29. B | 30. E |
| 31. C | 32. D | 33. B | 34. A | 35. A |
| 36. A | 37. C | 38. C | 39. C | 40. C |

# Lista de Questões Resolvidas e Comentadas

**1.(EFOMM 2019)**

Ana brinca em um balanço, enquanto segura um diapasão vibrando a 520 Hz. O ponto mais alto de sua trajetória pendular está a 1,25 metros de altura em relação ao ponto mais baixo. Enquanto isso, Beatriz, de altura semelhante a Ana e localizada em um ponto distante à frente do brinquedo, corre em direção à amiga com velocidade constante de 2 m/s. Supondo que o movimento oscilatório de Ana ocorre sem perda de energia, qual valor mais se aproxima da maior frequência que Beatriz irá ouvir durante sua trajetória?

Considere g = 10 m/s$^2$ e $v_{som}$=343 m/s.

*a) 531 Hz*
*b) 533 Hz*
*c) 535 Hz*
*d) 536 HZ*
*e) 538 Hz*

**Comentário:**

Do enunciado, podemos observar que a amplitude do MHS de Ana é 1,25 metros:

$$\boldsymbol{y = A.cos(\omega t)} \rightarrow A = 1{,}25\ metros$$

Assim, conservando a energia do MHS, temos:

$$\frac{1}{2}.k.A^2 = \frac{1}{2}m.V^2 + m.g.h$$

***No ponto mais alto da trajetória*** pendular de Ana, temos:

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}k.A^2 = m.g.A}$$

***Conservando a energia*** no ponto mais baixo da trajetória:

$$m.g.A = \frac{1}{2}m.V^2 \rightarrow \boldsymbol{V = \sqrt{2gA}}$$

Assim, pelo efeito doppler, a frequência mais alta que Beatriz irá ouvir, será quando Ana estiver com a velocidade máxima em direção a beatriz! 😊

$$f_{beatriz} = f_{ana}.\frac{(v_{som} + 2)}{v_{som} - \sqrt{2gA}}$$

Logo, teremos:

$$f_{beatriz} = \frac{520.342}{340 - 5} \rightarrow \frac{520.345}{338} \cong \boldsymbol{531\ Hz}$$

**Gabarito: A**

**2.(EFOMM 2019)**

Um bloco está sobre uma mesa horizontal que oscila para a esquerda e para a direita em um Movimento Harmônico Simples (MHS) com amplitude de 10 cm. Determine a máxima frequência com que a oscilação pode ocorrer sem que o bloco deslize sabendo que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa vale 0,6.

Considere g = 10 m/s$^2$

*a)* *2 Hz*
*b)* *√3π Hz*
*c)* *5π Hz*
*d)* *√15/π Hz*
*e)* *√15 Hz*

**Comentário:**

Do enunciado, podemos observar que a amplitude do MHS é 10 cm:

$$\boldsymbol{x = A.\cos(\omega t)} \rightarrow x = 10.\cos(\omega.t)$$

Na condição de equilíbrio:

$$m.10.0{,}6 = k.x_{equilíbrio} \rightarrow x_{equilíbrio} = 60.\frac{m}{k}$$

Contudo, sabendo que:

$$\boldsymbol{k = m.\omega^2 \ \ e\ \omega = 2\pi.f}$$

$$x_{equilíbrio} = 6.\frac{m}{k} \rightarrow x_{equilíbrio} = 6.\frac{m}{4\pi^2.f^2.m} \rightarrow x_{equilíbrio} = \frac{1{,}5}{\pi^2 f^2}$$

Como queremos a frequência máxima e o enunciado limita a amplitude para 10 cm, a frequência máxima será quando :

$$x_{equilíbrio} = Amplitude = 10.10^{-2} metros$$

Por fim:

$$f^2 = \frac{15}{\pi^2} \rightarrow \boldsymbol{f} = \sqrt{\boldsymbol{\frac{15}{\pi}}}$$

**Gabarito: D**

---

**3.(EsPCEx 2018)**

Com relação a um ponto material que efetua um movimento harmônico simples linear, podemos afirmar que:

*a)* *ele oscila periodicamente em torno de duas posições de equilíbrio.*
*b)* *a sua energia mecânica varia ao longo do movimento.*
*c)* *o seu período é diretamente proporcional à sua frequência.*
*d)* *a sua energia mecânica é inversamente proporcional à amplitude.*
*e)* *o período independe da amplitude de seu movimento.*

**Comentário:**

Um corpo que oscila num movimento harmônico simples , possui uma posição de equilíbrio e sua energia mecânica é constante. Tal movimento assemelha-se a um MCU, de onde podemos deduzir tais equações:

$$x(ou\ y) = A.\cos(\omega t)\,;k = m.\omega^2 \quad e \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

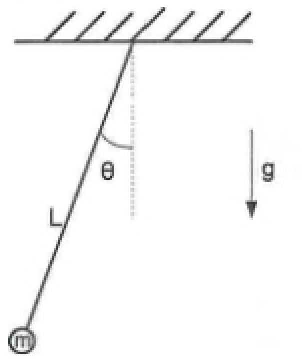
Assim temos que a afirmação E é verdadeira pois o período só depende da velocidade angular! 😊

**Gabarito: E**

---

**4.(Escola Naval 2018)**

Analise a figura abaixo.




A figura acima mostra um pêndulo oscilando em movimento harmônico simples. Sua equação de posição angular em função do tempo é dada por: θ(t)=($\pi$/30)*sen*($\omega t$) radianos. Sabe-se que L=2,5m é o comprimento do pêndulo, e g=10m/s$^2$ é a aceleração da gravidade local. Qual a velocidade linear, em m/s, da massa m=2,0kg, quando passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória?

Dado: considere $\pi$ =3

*a)* *0,30*
*b)* *0,50*
*c)* *0,60*
*d)* *0,80*
*e)* *1,00*

**Comentário:**

Da expressão da posição angular, podemos observar que:

$$\boldsymbol{\theta_{máx} = \frac{\pi}{30}}$$

Assim, da expressão do período do movimento para pêndulos, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow T = 2\pi.0{,}5 = \boldsymbol{\pi\ segundos}$$

Logo, temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{\pi} = 2\frac{rad}{s}$$

Portanto, sabendo que:

$$\boldsymbol{V = \omega.A}(\boldsymbol{pois\ podemos\ assimilar\ MHS\ com\ MCU})$$

Podemos calcular o valor da amplitude, quando o ângulo for máximo:

$$A = L.sen\left(\frac{\pi}{30}\right) \rightarrow L.sen\left(\frac{1}{10}\right)$$

É importante sabermos que ***sen(x) = x, quando x é muito pequeno***. Logo:

$$A = \frac{L}{10} = \boldsymbol{0,25\ m}$$

Assim, o valor da velocidade é:

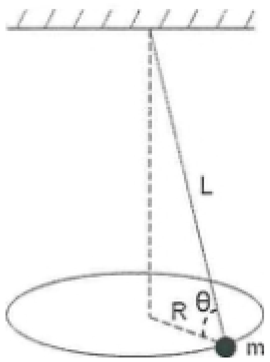
$$V = 2.0{,}25 = \boldsymbol{0,5\ m/s}$$

**Gabarito: B**

---

**5.(Escola Naval 2018)**

Analise a figura abaixo




A figura mostra um pêndulo cônico no qual um pequeno objeto de massa m, preso à extremidade inferior de um fio, move-se em uma circunferência horizontal de raio R, com o módulo da velocidade constante. O fio tem comprimento L e massa desprezível. Sendo g a aceleração da gravidade e sabendo que a relação entre a tração T e o peso P do objeto é T=4P, qual o período do movimento?

*a)* $\sqrt{\frac{\pi^2}{8g}L}$

*b)* $\left(\frac{\pi^2}{4g}L\right)^{1/2}$

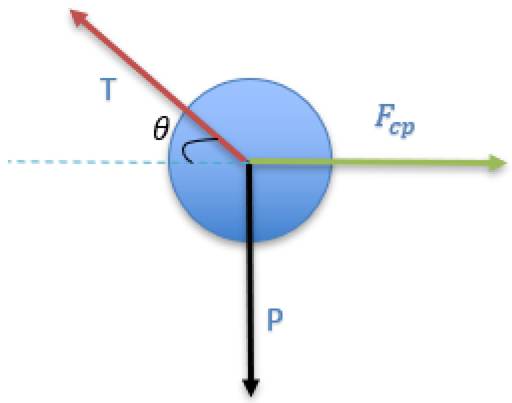
c) $\sqrt{\frac{\pi^2}{2g}L}$

d) $\left(\frac{\pi^2}{g}L\right)^{1/2}$

e) $\frac{2\pi^2}{g}L$

**Comentário:**

Isolando o objeto, temos:




Assim, somando as forças no eixo vertical, temos:

$$T.sen\theta = P \rightarrow \boldsymbol{sen\theta} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$$

Assim, podemos relacionar a força centrípeta:

$$m.\omega^2.L.cos\theta = T.cos\theta \rightarrow \omega^2 = \frac{T}{m.L} \rightarrow \omega = \sqrt{4m.\frac{g}{m.L}} \rightarrow \boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{\mathbf{4g}}{\boldsymbol{L}}}$$

Por fim, podemos achar o período:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4g}{L}}} \rightarrow \boldsymbol{T} = \sqrt{\boldsymbol{\pi}^2.\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{g}}}$$

**Gabarito: D**

---

**6.(EFFOM 2018)**

Um relógio de pêndulo, constituído de uma haste metálica de massa desprezível, é projetado para oscilar com período de 1,0 s, funcionando como um pêndulo simples, a temperatura de 20 °C. Observa-se que, a 35 °C, o relógio atrasa 1,8 s a cada 2,5 h de funcionamento. Qual é o coeficiente de dilatação linear do material que constitui a haste metálica?

a) $0,7 \times 10^{-5}$ °C$^{-1}$
b) $1,2 \times 10^{-5}$ °C$^{-1}$
c) $1,7 \times 10^{-5}$ °C$^{-1}$
d) $2,2 \times 10^{-5}$ °C$^{-1}$
e) $2,7 \times 10^{-5}$ °C$^{-1}$

**Comentário:**

Sabendo que, num MHS pêndular:

$$T = 2\pi.\sqrt{\frac{L}{g}} = 1$$

Podemos concluir que, do enunciado:

$$T + \frac{1,8}{2,5.60.60} = T'$$

O relógio atrasa $\frac{1,8}{2,5.60.60}$ segundos a cada segundo, portanto:

$$2\pi.\sqrt{\frac{L}{g}} + \frac{1,8}{2,5.60.60} = 2\pi.\sqrt{\frac{L\big(1+\alpha.(35-20)\big)}{g}}$$

Por fim:

$$2\pi.\sqrt{\frac{L}{g}}\left(\sqrt{1-1+15\alpha}\right) = \frac{1,8}{2,5.60.60}$$

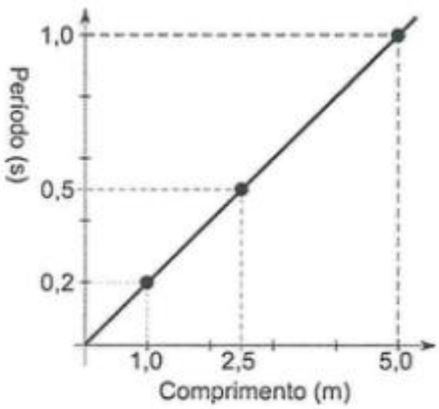
$$2\pi.\sqrt{\frac{L}{g}}\sqrt{15\alpha} = 0,0002 \rightarrow \sqrt{15\alpha} = 0,0002 \rightarrow 15\alpha = 4.10^{-8}$$

$$\boldsymbol{\alpha = 2,7x10^{-5} {}^\circ C^{-1}}$$

**Gabarito: E**

**7.(Escola Naval 2018)**

Analise o gráfico abaixo.



Em uma série de experiências, foi medido, para três valores do comprimento L, o período de oscilação correspondente a meio comprimento de onda estacionária entre as extremidades fixas de uma corda com densidade linear de massa 0,60 kg/m. Os resultados, representados no gráfico (linear) da figura acima, indicam que a tensão na corda, em newtons, em todas as experiências realizadas, foi igual a:

*a)* *60*
*b)* *45*
*c)* *30*
*d)* *20*
*e)* *15*

**Comentário:**

Sabendo que, numa corda fixa em suas extremidades:

$$\boldsymbol{f = N.\frac{V}{2L}} \rightarrow f = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{2L}{N.V}$$

Assim, pela expressão de Taylor:

$$\boldsymbol{V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

Do gráfico, temos:

$$\frac{T}{L} = \frac{0,2}{1} = 0,2$$

Portanto, substituindo na expressão acima:

$$\frac{2}{N.V} = 0,2 \rightarrow \boldsymbol{V = 10\frac{m}{s}}$$

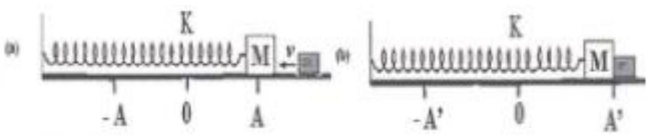
$$100 = \frac{T}{0,6} \rightarrow \boldsymbol{T = 60\ N}$$

**Gabarito: A**

---

**8.(EFOMM 2018)**

Na figura (a) é apresentada uma mola de constante K, que tem presa em sua extremidade um bloco de massa M. Esse sistema oscila em uma superfície lisa sem atrito com amplitude A, e a mola se encontra relaxada no ponto 0. Em um certo instante, quando a massa M se encontra na posição A, um bloco de massa **m** e velocidade ***v*** se choca com ela, permanecendo grudadas (figura (b)). **Determine** a nova amplitude de oscilação A’ do sistema massamola.




*a)* $A' = \sqrt{\frac{m^2v^2}{(m+M)K} + A^2}$

b) $A' = \sqrt{\frac{mv^2}{K} + A^2}$

c) $A' = \sqrt{\frac{(M+m)v^2}{K} + A^2}$

d) $A' = \sqrt{\frac{M+m}{K}}\, v$

e) A' = A

**Comentário:**

Para a colisão:

$$(M+m).u = m.v \rightarrow u = v.\frac{m}{m+m}$$

Conservando a energia após a colisão:

$$\frac{1}{2}k.A^2 + \frac{1}{2}(M+m).v^2.\frac{m^2}{(M+m)^2} = \frac{1}{2}k.A'^2$$

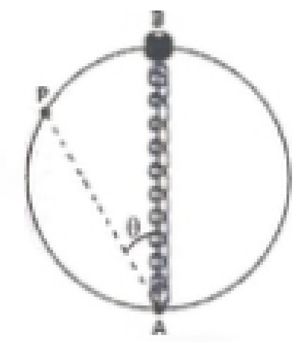
$$A'^2 = A^2 + \frac{m^2}{k}.\frac{v^2}{m+m} \rightarrow \boldsymbol{A' = \sqrt{A^2 + \frac{m^2}{k}.\frac{v^2}{m+m}}}$$

**Gabarito: A**

---

**9.(EFOMM 2018)**

A figura abaixo mostra a vista superior de um anel de raio *R* que está contido em um plano horizontal e que serve de trilho, para que uma pequena conta de massa *m* se movimente sobre ele sem atrito. Uma mola de constante elástica *k* e comprimento natural *R*, com uma extremidade fixa no ponto *A* do anel e com a outra ligada à conta, irá movê-la no sentido anti-horário. Inicialmente, a conta está em repouso e localiza-se no ponto *B*, que é diametralmente oposto ao ponto *A*. Se *P* é um ponto qualquer e $\vartheta$ é o ângulo entre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AP}$, a velocidade da conta, ao passar por *P*, é




a) $R\sqrt{\frac{k}{m}}|\cos\theta|$

b) $2R\sqrt{\frac{k}{m}}\,\text{sen}\,\theta$

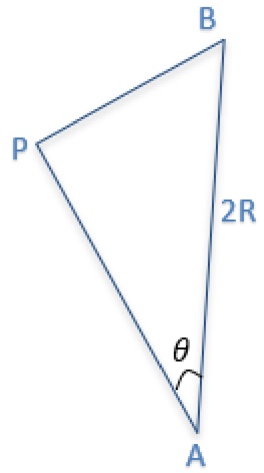
c) $R\sqrt{\frac{k}{m}}|\cos\theta + \text{sen}\,\theta - 1|$

d) $2R\sqrt{\frac{k}{m}(\cos\theta - \cos^2\theta)}$

e) $R\sqrt{\frac{k}{m}\text{sen}\,\theta\cos\theta}$

**Comentário:**

Analisando o Triângulo (retângulo em P) APB, temos:




$$2R.\cos\theta = AP$$

Assim, conservando energia de B até P, temos:

$$\frac{1}{2}k.(2R-R)^2 = \frac{1}{2}k.(2R\cos\theta - R)^2 + \frac{1}{2}m.v^2$$

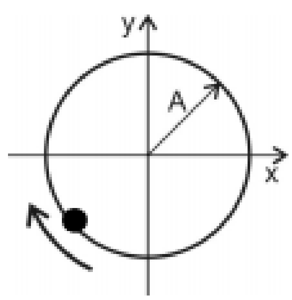
$$v^2 = \frac{k}{m}(R^2 - 4R^2\cos^2\theta + 4R^2\cos\theta - R^2) \rightarrow \boldsymbol{v = 2R\sqrt{\frac{k}{m}(\cos\theta - \cos^2\theta)}}$$

**Gabarito: D**

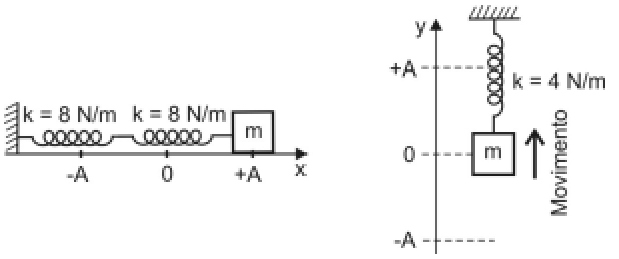
---

**10.(AFA 2019)**

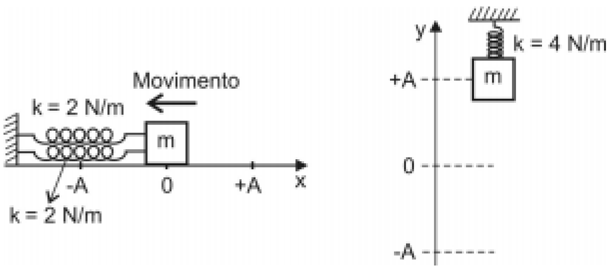
Um corpo de massa m = 1 kg movimenta-se no sentido horário, ao longo de uma trajetória circular de raio A, em movimento circular uniforme com velocidade angular igual a 2 rad/s, conforme a figura abaixo.



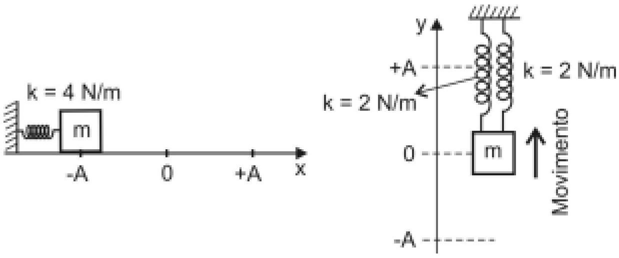
Nessas condições, os sistemas massa-mola oscilando em movimento harmônico simples, a partir de t = 0, que podem representar o movimento dessa partícula, respectivamente, nos eixos x e y, são:



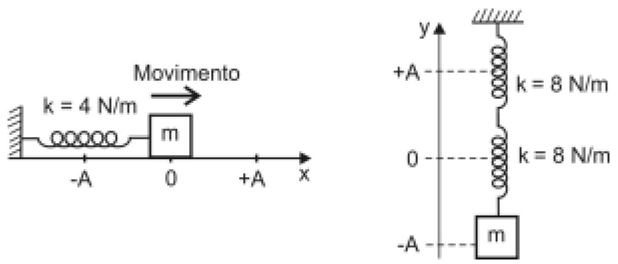

a)




b)




c)




d)

## Comentário:

Sabendo que podemos assimilar um MCU à um MHS, temos:

$$k = m.\omega^2 \rightarrow \boldsymbol{k = 4}$$

Da figura, podemos observar que o objeto , partindo de t=0, irá no sentido da compressão(ou elongação) máxima no eixo x***(partindo da posição de maior amplitude)*** e no sentido da compressão máxima no eixo y (***partindo do equilíbrio***). Portanto, unindo as duas informações, temos que a alternativa C satisfaz as condições.

**Gabarito: C**

---

**11.(EFOMM 2017)**

Em uma mola ideal pendurada no teto, foi colocado um corpo de massa igual a 10 kg, que causou uma deformação na mola igual a 50 cm. Posteriormente, a massa de ***(ERRO)*0,1 kg** foi substituída por uma massa de 12,5 kg. Nessa nova condição, o sistema foi posto para oscilar.

Admitindo que a aceleração da gravidade g = 10 m/s², determine o período de oscilação do movimento.

a) $\pi/2s$
b) $3\pi/4s$
c) $\pi\ s$
d) $2\pi/3s$
e) $2\pi\ s$

**Comentário:**

No equilíbrio:

$$k.x = mg \rightarrow k.0{,}5 = 100 \rightarrow k = 200\frac{N}{m}$$

Logo, o período ao substituir a massa:

$$k = m.\omega^2 \rightarrow 200 = \frac{12{,}5.4\pi^2}{T^2} \rightarrow \boldsymbol{T = \frac{\pi}{2}}$$

**Gabarito: A (Questão anulada por erro de digitação)**

---

**12.(AFA 2018)**

**COMO A HIPERMETROPIA ACONTECE NA INFÂNCIA:**

É muito comum bebês e crianças apresentarem algum tipo de erro refrativo, e a hipermetropia é o caso mais constante. Isso porque este tipo de ametropia (erro de refração) pode se manifestar desde a fase de recém-nascido. A hipermetropia é um erro de refração caracterizado pelo modo em que o olho, menor do que o normal, foca a imagem atrás da retina. Consequentemente, isso faz com que a visão de longe seja melhor do que a de perto. (...)

De acordo com a Dra. Liana, existem alguns fatores que podem influenciar a incidência de hipermetropia em crianças, como o ambiente, a etnia e, principalmente, a genética. "As formas leves e moderadas, com até seis dioptrias, são passadas de geração para geração (autossômica dominante). Já a hipermetropia elevada é herdada dos pais (autossômica recessiva)", explicou a especialista.

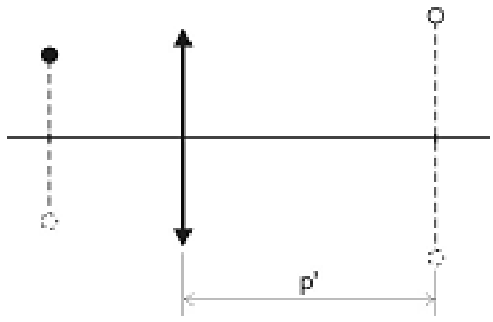
A médica ainda relatou a importância em identificar, prematuramente, o comportamento hipermétrope da criança, caso contrário, esse problema pode afetar a rotina visual e funcional delas. "A falta de correção da hipermetropia pode dificultar o processo de aprendizado, e ainda pode reduzir, ou limitar, o desenvolvimento nas atividades da criança. Em alguns casos, pode ser responsável por repetência, evasão escolar e dificuldade na socialização, requerendo ações de identificação e tratamento", concluiu a Dra. Liana.

Os sintomas relacionados à hipermetropia, além da dificuldade de enxergar de perto, variam entre: dores de cabeça, fadiga ocular e dificuldade de concentração em leitura.(...)

O tratamento utilizado para corrigir este tipo de anomalia é realizado através da cirurgia refrativa. O uso de óculos (com lentes esféricas) ou lentes de contato corretivas é considerado método convencional, que pode solucionar o problema visual do hipermétrope.

*(Disponível em:www.cbo.net.br/novo/publicacao/revista_vejabem. Acesso em: 18 fev. 2017.)*

De acordo com o texto acima, a hipermetropia pode ser corrigida com o uso de lentes esféricas. Dessa maneira, uma lente corretiva, delgada e gaussiana, de vergência igual a +2 di, conforme figura a seguir, é utilizada para projetar, num anteparo colocado a uma distância p' da lente, a imagem de um corpo luminoso que oscila em movimento harmônico simples (MHS). A equação que descreve o movimento oscilatório desse corpo é $y = (0{,}1)\text{sen}\left[4t + \frac{\pi}{2}\right]$.




Considere que a equação que descreve a oscilação projetada no anteparo é dada por $y' = (0{,}5)sen\left[4t + \frac{3\pi}{2}\right]\ (SI)$ .

Nessas condições, a distância p', em cm, é:

*a)* *100*
*b)* *200*
*c)* *300*
*d)* *400*

**Comentário:**

Da vergência:

$$\frac{1}{f} = Vergência \rightarrow f = 0{,}5\ m$$

Da expressão do aumento linear, temos:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Do enunciado temos a equação de oscilação do objeto e imagem, logo:

$$\frac{0{,}1.\,sen\left[4t + \frac{\pi}{2}\right]}{0{,}5.\,sen\left[4t + \frac{3\pi}{2}\right]} = -\frac{p}{p'}$$

$$\boldsymbol{sen\left[4t + \frac{\pi}{2}\right] = -\,sen\left[4t + \frac{3\pi}{2}\right]}$$

$$p = \frac{p'}{5}$$

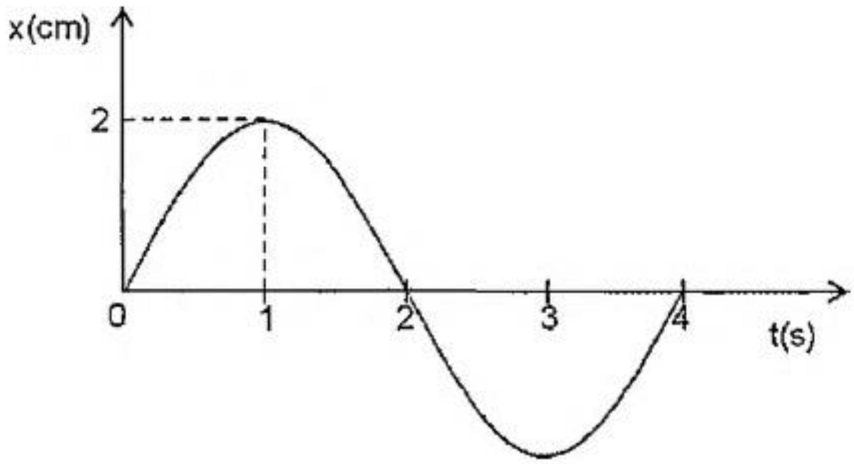
Da expressão de Gauss:

$$\frac{1}{f}=\frac{5}{p'}+\frac{1}{p'}\rightarrow\frac{p'}{6}=\frac{1}{2}\rightarrow p'=3m=\mathbf{300\ cm}$$

**Gabarito: C**

**13(Escola Naval 2017)**

Analise o gráfico abaixo.




O gráfico acima representa a posição x de uma partícula que realiza um MHS (Movimento Harmônico Simples), em função do tempo t. A equação que relaciona a velocidade v, em cm/s, da partícula com a sua posição x é

a) $v^2=\pi^2(1-x^2)$

b) $v^2=\frac{\pi^2}{2}(1-\frac{x^2}{2})$

c) $v^2=\pi^2(1+x^2)$

d) $v^2=\pi^2(1-\frac{x^2}{4})$

e) $v^2=\frac{\pi^2}{4}(1-x^2)$

**Comentário:**

Do gráfico, podemos concluir que:

$$x=2.sen\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

Assim, utilizando da equação de Torricelli para um MHS, temos:

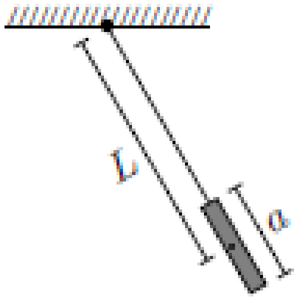
$$v^2=\omega^2(A^2-x^2)\rightarrow v^2=\frac{4\pi^2}{16}.(4-x^2)\rightarrow \boldsymbol{v^2=\pi^2(1-\frac{x^2}{4})}$$

**Gabarito: D**

**14.(ITA 2017)**

Na figura, um tubo fino e muito leve, de área de seção reta S e comprimento a, encontra-se inicialmente cheio de água de massa M e massa específica ρ. Graças a uma haste fina e de peso desprezível, o conjunto forma um pêndulo simples de comprimento L medido entre o ponto de suspensão da haste e o centro de massa inicial da água. Posto a oscilar, no instante inicial começa a pingar água pela base do tubo a uma taxa constante r = −ΔM/Δt. Assinale a expressão da variação temporal do período do pêndulo.

Considere que L aumenta através de uma taxa de: $\frac{rt}{2\rho S}$




a) 2π √ L/√g
b) 2π √ ρLS − rt/√ ρSg
c) 2π √ ρLS + rt/√ ρSg
d) 2π √ 2ρLS − rt/√ 2ρSg
e) 2π √ 2ρLS + rt/√ 2ρSg

**Comentário:**

O problema consiste em analisarmos o "tamanho do pêndulo", isto é , a distância L aumenta conforme o recipiente perde massa . Isso ocorre pois o centro de massa do recipiente "desce".

Portanto:

$$L' = L + \frac{rt}{2\rho S}$$

Sabendo que o período de um pêndulo é da forma:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Por fim, o novo período será:

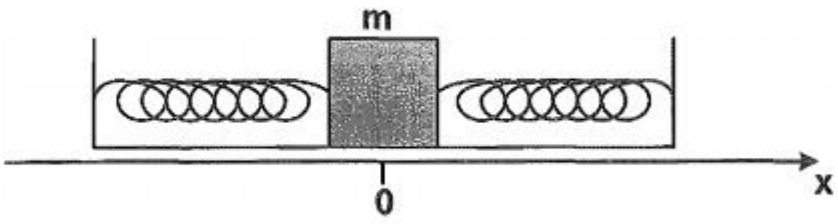
$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L + \frac{rt}{2\rho S}}{g}} \rightarrow \boldsymbol{T' = 2\pi\sqrt{\frac{2\rho SL + rt}{2\rho Sg}}}$$

**Gabarito: E**

---

**15.(Escola Naval 2016)**

Analise a figura abaixo.




A figura acima mostra duas molas ideais idênticas presas a um bloco de massa m e a dois suportes fixos. Esse bloco está apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito e oscila com amplitude A em torno da posição de equilíbrio x = 0. Considere duas posições do bloco sobre o eixo x: $x_1 = A/4$ e $x_2 = 3A/4$. Sendo $v_1$ e $v_2$ as respectivas velocidades do bloco nas posições $x_1$ e $x_2$, a razão entre os módulos das velocidades, $v_1/v_2$, é:

*a)* $\sqrt{\frac{15}{7}}$

*b)* $\sqrt{\frac{7}{15}}$

*c)* $\sqrt{\frac{7}{16}}$

*d)* $\sqrt{\frac{15}{16}}$

*e)* $\sqrt{\frac{16}{7}}$

**Comentário:**

Pela equação de Torricelli para um MHS, temos:

$$v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$$

$$v_1 = \omega^2.\left(A^2 - \frac{A^2}{16}\right) \; e \; v_2 = \omega^2.\left(A^2 - \frac{9A^2}{16}\right)$$

Por fim:

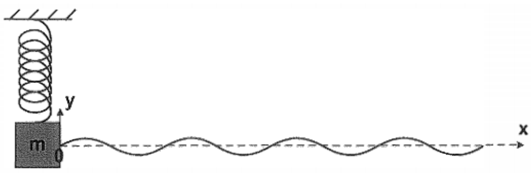
$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{\frac{15A^2}{16}}{\frac{7A^2}{16}} \rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{15}{7} \rightarrow \boldsymbol{\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{15}{7}}}$$

**Gabarito: A**

---

**16.(Escola Naval 2016)**

Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra uma montagem em que o bloco de massa m= 0,70kg, preso à extremidade de uma mola vertical, oscila em torno da sua posição de equilíbrio. No bloco, prende-se uma corda muito longa estendida na horizontal. A massa específica linear da corda é $1{,}6.10^{-4}$kg/m. Após algum tempo, estabelece-se na corda uma onda transversal cuja equação é dada por $y(x,t) = 0{,}030.\, cos\,(2{,}0x - 30t)$ , onde x e y estão em metros e t em segundos. Nessas condições, a constante elástica da mola, em N/m, e a tração na corda, em mN, são, respectivamente:

a) *157 e 144*
b) *2013 e 36*
c) *210 e 160*
d) *630 e 36*
e) *630 e 144*

**Comentário:**

Da onda na corda, temos:

$$y(x,t) = 0{,}030.\, cos\,(2{,}0x - 30t) \leftrightarrow \boldsymbol{y(x,t) = A.\,cos\,(kx - \omega t)}$$

Assim, podemos concluir que:

$$\omega = 30 \to k = 0{,}7.\,(30)^2 = \boldsymbol{630\frac{N}{m}}$$

$$\omega = 30 \to f = \frac{30}{2\pi} = \boldsymbol{\frac{15}{\pi}}$$

Da equação de onda:

$$k' = 2 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{V} \to \boldsymbol{V = \pi f}$$

Assim, aplicando Taylor:

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \pi.\frac{15}{\pi} \to \sqrt{\frac{T}{1{,}6.\,10^{-4}}} = 15 \to T = 225.1{,}6.\,10^{-4} \to 0{,}036\ N = \boldsymbol{36mN}$$

**Gabarito: D**

---

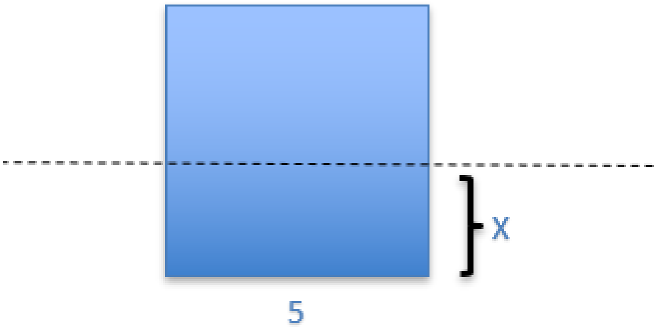
**17.(EFOMM 2016)**

Um cubo de 25,0 kg e 5,0 m de lado flutua na água. O cubo é, então, afundado ligeiramente para baixo por Dona Marize e, quando liberado, oscila em um movimento harmônico simples com uma certa frequência angular. Desprezando-se as forças de atrito, essa frequência angular é igual a:

a) *50 rad/s*
b) *100 rad/s*
c) *150 rad/s*
d) *200 rad/s*
e) *250 rad/s*

**Comentário:**

Ao deslocar x m para baixo, temos:




$$\boldsymbol{\rho}.\boldsymbol{A}.\boldsymbol{g}.x = F_{resultante}$$

$$1000.25.10.x = k.x \rightarrow \boldsymbol{k = 250.000\frac{N}{m}}$$

$$k = m\omega^2 \rightarrow 250.000 = 25.\omega^2 \rightarrow \boldsymbol{\omega = 100\, rad/s}$$

**Gabarito: B**

---

**18.(EFOMM 2016)**

Um pêndulo simples de comprimento $L$ está fixo ao teto de um vagão de um trem que se move horizontalmente com aceleração $a$. Assinale a opção que indica o período de oscilações do pêndulo.

*a)* $\left(\dfrac{4\pi^2L^2}{\sqrt{\dfrac{a^2}{g^2}-1}}\right)^{\frac{1}{2}}$

*b)* $2\pi\sqrt{\dfrac{L}{2g}}$

*c)* $2\pi\sqrt{\dfrac{2L}{\sqrt{g^2+a^2}}}$

*d)* $2\pi\sqrt{\left(\dfrac{L^2}{g^2+a^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$

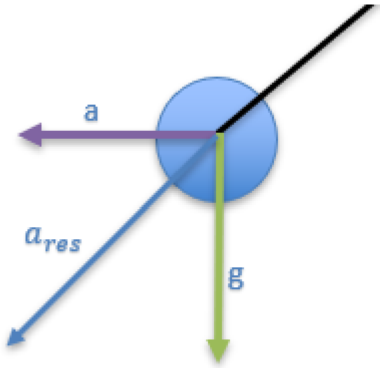
*e)* $\pi\sqrt{\dfrac{L}{2g}}$

**Comentário:**

Para um pêndulo em MHS, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{a_{res}}}$$ ,onde “a” é a aceleração resultante

Assim, do enunciado, temos:




Portanto:

$$a_{res}^2 = a^2 + g^2$$

Logo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{a^2 + g^2}}}$$

**Gabarito: D**

---

**19.(AFA 2017)**

Uma partícula de massa m pode ser colocada a oscilar em quatro experimentos diferentes, como mostra a Figura 1 abaixo.

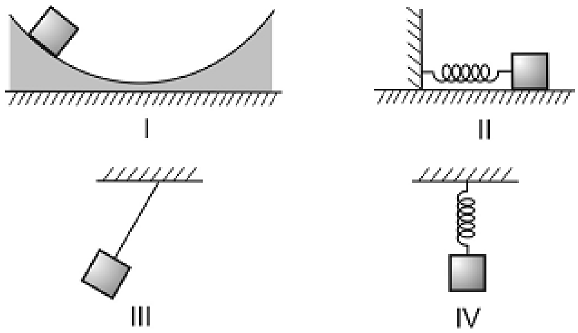



Figura 1

Para apenas duas dessas situações, tem-se o registro do gráfico senoidal da posição da partícula em função do tempo, apresentado na Figura 2.

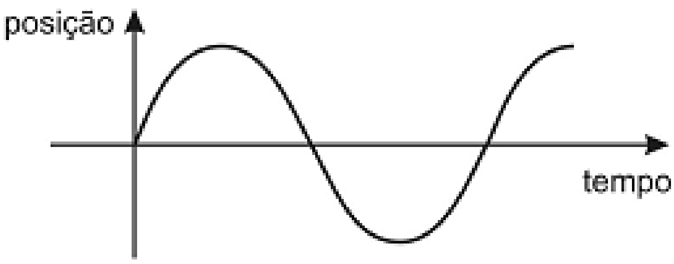



Figura 2

Considere que não existam forças dissipativas nos quatro experimentos; que, nos experimentos II e IV , as molas sejam ideais e que as massas oscilem em trajetórias perfeitamente retilíneas; que no experimento III o fio conectado à massa seja ideal e inextensível; e que nos experimentos I e III a massa descreva uma trajetória que é um arco de circunferência.

Nessas condições, os experimentos em que a partícula oscila certamente em movimento harmônico simples são, apenas

a) I e III
b) II e III
c) III e IV
d) II e IV

**Comentário:**

A figura I e III não caracterizam MHS , apenas suas projeções horizontais. Para pequenas oscilações a figura III pode ser caracterizada como MHS , porém no enunciado é explicitado que os experimentos I e III a massa descreve uma trajetória que é um arco de circunferência. Portanto apenas os experimentos II e IV se caracterizam como MHS.

**Gabarito: D**

---

**20.**

Uma partícula, em movimento harmônico simples de amplitude igual a 0,25 m e período de 2 s, apresenta módulo da aceleração máxima, em $m/s^2$ , igual a:

a) $\frac{\pi^2}{2}$
b) $\frac{\pi^2}{4}$
c) $\pi^2$
d) $\frac{\pi}{2}$
e) $\frac{\pi}{4}$

**Comentário:**

Do enunciado, temos:

$$A = 0{,}25 \; e \; T = 2 \; s$$

Portanto:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{rad}{s}$$

Da expressão de posição de um MHS:

$$\boldsymbol{x = A.\cos(\omega t) \rightarrow v = A\omega.sen(\omega t) \rightarrow a = A.\omega^2.(-\cos(\omega t))}$$

Assim, para a aceleração máxima, temos:

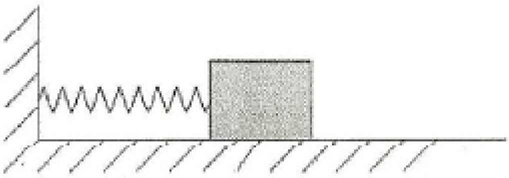
$$\boldsymbol{a_{máx} = A.\omega^2 \rightarrow 0,25.\pi^2 = \frac{\pi^2}{4}}$$

**Gabarito: B**

---

**21. (EFOMM 2011)**

Observe a figura a seguir.



Considere o sistema massa-mola indicado acima, que oscila sobre um plano horizontal num movimento harmônico simples com energia mecânica E, amplitude A, frequência f e velocidade máxima $v_m$. Se a energia mecânica deste sistema for aumentada para 2E, quais serão, respectivamente, a amplitude, a frequência e a velocidade máxima do novo movimento harmônico simples?

a) $2A$, $2f$, $2v_m$
b) $2A$, $2f$, $\sqrt{2}v_m$
c) $\sqrt{2}A$, $f$, $2v_m$
d) $\sqrt{2}A$, $f$, $\sqrt{2}v_m$
e) $A$, $\sqrt{2}f$, $\sqrt{2}v_m$

**Comentário:**

Sabendo que a energia no MHS é dada por:

$$E = \frac{m.v_m{}^2}{2} = \frac{k\,.A^2}{2}$$

Com isso, para 2E, temos:

$$2\,.\frac{k\,.A^2}{2} = \frac{k\,.A'^2}{2}$$

$$2\,.A^2 = A'^2$$

$$A' = A\sqrt{2}$$

Analogamente para a velocidade, temos:

$$2\,.\frac{m\,.v_m{}^2}{2} = \frac{m\,.v_m{}'^2}{2}$$

$$2\,.\ v_m{}^2 = \ v_m{}'^2$$

$$v_m{}' = v_m\sqrt{2}$$

Sabendo do MHS que frequência é dada por:

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Com isso, temos que a frequência não muda, já que o m e o k são constantes. Logo:

$$f' = f$$

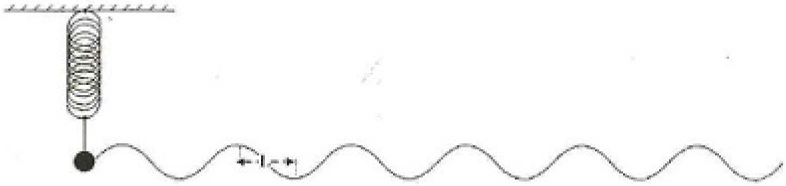
Dessa forma, temos que o gabarito é a letra D.

**Gabarito: D**

---

**22. (EFOMM 2011)**

Observe a figura a seguir.



Uma mola ideal tem uma de suas extremidades presa ao teto e a outra a uma esfera de massa m que oscila em movimento harmônico simples. Ligada à esfera, tem-se um fio muito longo de massa desprezível, e nele observa-se, conforme indica a figura acima, a formação de uma onda harmônica progressiva que se propaga com velocidade V. Sendo assim, a constante elástica da mola é igual a

a) $k=\frac{16V^2\pi^2m}{L^2}$
b) $k=\frac{9V^2\pi^2m}{L^2}$
c) $k=\frac{4V^2\pi^2m}{L^2}$
d) $k=\frac{2V^2\pi^2m}{L^2}$
e) $k=\frac{V^2\pi^2m}{L^2}$

**Comentário:**

Calculando a frequência na onda dada:

$$V = \lambda \,.\, f$$

$$V = 2 \,.\, L \,.\, f$$

$$f = \frac{V}{2.\,L}$$

Como a frequência na corda vai ser a mesma frequência do MHS, temos:

$$f = \frac{1}{2.\,\pi} . \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{V}{2.\,L} = \frac{1}{2.\,\pi} . \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{\pi \,.\, V}{L} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{\pi^2 \,.\, V^2}{L^2} = \frac{k}{m}$$

$$k = \frac{\pi^2 . V^2 . m}{L^2}$$

**Gabarito: E**

---

**23. (EFOMM 2011)**

Um sistema massa-mola, com constante de mola igual a 40 N/m, realiza um movimento harmônico simples. A energia cinética, no ponto médio entre a posição de aceleração máxima e velocidade máxima, é igual a 0,1J. Sabendo que a velocidade máxima é igual a 2 m/s, a aceleração máxima é igual a

Dado: Considere $\sqrt{6} = 5/2$

*a) 30 m/s²*
*b) 40 m/s²*
*c) 50 m/s²*
*d) 60 m/s²*
*e) 70 m/s²*

**Comentário:**

Sabendo que a energia do MHS é dada por:

$$E = \frac{m . v_m{}^2}{2} = \frac{k . A^2}{2}$$

$$\frac{m . 2^2}{2} = \frac{40 . A^2}{2}$$

$$\frac{4 . m}{40} = A^2$$

$$A^2 = \frac{m}{10}$$

Do enunciado, temos que:

$$E = E_c + E_p$$

$$E = 0{,}1 + \frac{k}{2} . \left(\frac{A}{2}\right)^2$$

$$\frac{m . v_m{}^2}{2} = 0{,}1 + \frac{k}{2} . \left(\frac{A}{2}\right)^2$$

$$\frac{m . 2^2}{2} = 0{,}1 + \frac{40}{2} . \frac{A^2}{4}$$

$$\frac{m . 4}{2} = 0{,}1 + \frac{40}{2} . \frac{\frac{m}{10}}{4}$$

$$\frac{4 . m}{2} = 0{,}1 + \frac{40}{2} . \frac{m}{40}$$

$$\frac{4 . m}{2} = 0{,}1 + \frac{m}{2}$$

$$\frac{4\,.\,m}{2} - \frac{m}{2} = 0{,}1$$

$$\frac{3\,.\,m}{2} = \frac{1}{10}$$

$$m = \frac{1}{15}\ kg$$

Com isso, podemos calcular o valor da aceleração máxima:

$$F = k\,.\,A$$

$$m\,.\,a = k\,.\,A$$

$$a = \frac{k\,.\,A}{m}$$

$$a = \frac{40}{\frac{1}{15}}\,.\,A$$

$$a = 40\,.\,15\,.\sqrt{\frac{m}{10}}$$

$$a = \frac{40\,.\,15}{\sqrt{150}}$$

$$a = \frac{40\,.\,15}{5\sqrt{6}}$$

$$a = \frac{40\,.\,3}{\sqrt{6}}$$

$$a = \frac{40\,.\,3.\sqrt{6}}{6}$$

Do dado do enunciado, temos:

$$a = \frac{\frac{120.5}{2}}{6}$$

$$a = \frac{120\,.\,5}{12}$$

$$a = 50\ m/s^2$$

**Gabarito: C**

---

**24. (EsPCEx 2012)**

Uma mola ideal está suspensa verticalmente, presa a um ponto fixo no teto de uma sala, por uma de suas extremidades. Um corpo de massa 80 g é preso à extremidade livre da mola e verifica-se que a mola desloca-se para uma nova posição de equilíbrio. O corpo é puxado verticalmente para baixo e abandonado de modo que o sistema massa-mola passa a executar um movimento harmônico simples. Desprezando as forças dissipativas, sabendo que a constante elástica da mola vale 0,5 N/m e considerando π = 3,14, o período do movimento executado pelo corpo é de

a) *1,256 s*
b) *2,512 s*
c) *6,369 s*
d) *7,850 s*
e) *15,700 s*

**Comentário:**

Sabendo que o período do MHS é dado por:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\,.\,3{,}14\,.\sqrt{\frac{80\,.\,10^{-3}}{0{,}5}}$$

$$T = 2\,.\,3{,}14\,.\sqrt{16\,.\,10^{-2}}$$

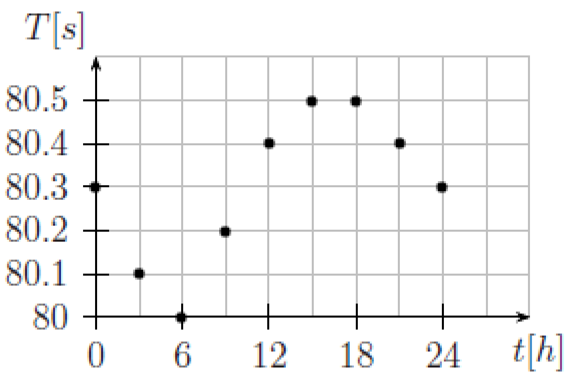
$$T = 2\,.\,3{,}14\,.\frac{4}{10}$$

$$T = 2{,}512\ s$$

**Gabarito: B**

**25. (ITA 2016)**

Um pêndulo simples é composto por uma massa presa a um fio metálico de peso desprezível. A figura registra medidas do tempo T em segundos, para 10 oscilações completas e seguidas do pêndulo ocorridas ao longo das horas do dia, t. Considerando que neste dia houve uma variação térmica total de 20°C, assinale o valor do coeficiente de dilatação térmica do fio deste pêndulo.




a) *2 x 10⁻⁴ °C⁻¹*
b) *4 x 10⁻⁴ °C⁻¹*
c) *6 x 10⁻⁴ °C⁻¹*
d) *8 x 10⁻⁴ °C⁻¹*
e) *10 x 10⁻⁴ °C⁻¹*

**Comentário:**

Sabendo que o período do MHS para o pendulo é dado por:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Escrevendo o período para o maior e menor período:

$$\frac{80{,}5}{10} = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L.(1+\alpha.\Delta T)}{g}}$$

$$\frac{80}{10} = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Dividindo a primeira equação pela segunda:

$$\frac{\frac{80{,}5}{10}}{\frac{80}{10}} = \frac{2\,.\,\pi}{2\,.\,\pi}\,.\,\sqrt{\frac{\frac{L.(1+\alpha.\Delta T)}{g}}{\frac{L}{g}}}$$

$$\frac{80{,}5}{80} = \sqrt{(1+\alpha.\Delta T)}$$

$$\left(\frac{80{,}5}{80}\right)^2 = (1+\alpha.20)$$

$$\left(\frac{80{,}5}{80}\right)^2 - 1 = 20\,.\,\alpha$$

$$\alpha = 6{,}27\,.\,10^{-4}\,°C^{-1}$$

Com isso, temos:

$$\alpha = 6.10^{-4}\,°C^{-1}$$

**Gabarito: C**

---

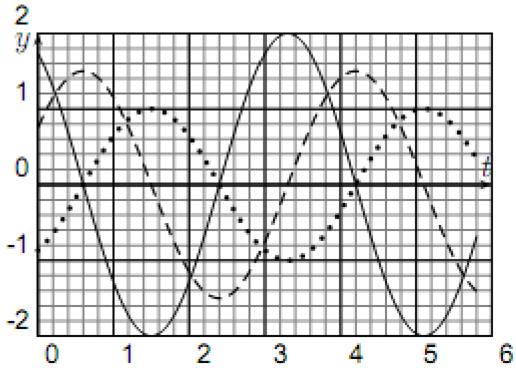
**26. (ITA 2015)**

Na figura, as linhas cheia, tracejada e pontilhada representam a posição, a velocidade e a aceleração de uma partícula em um movimento harmônico simples. Com base nessas curvas assinale a opção correta dentre as seguintes proposições:

I. As linhas cheia e tracejada representam, respectivamente, a posição e a aceleração da partícula.

II. As linhas cheia e pontilhada representam, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula.

III. A linha cheia necessariamente representa a velocidade da partícula.




a) *Apenas I é correta.*
b) *Apenas II é correta.*
c) *Apenas III é correta.*
d) *Todas são incorretas.*
e) *Não há informações suficientes.*

**Comentário:**

Da análise do gráfico temos que a linha pontilhada e a linha cheia se anulam no mesmo ponto e, portanto, uma delas é a aceleração e a outra é a posição. Dessa forma, a linha tracejada representa a velocidade. Analisando as afirmativas, temos:

- Afirmativa I está incorreta, pois a linha tracejada representa a velocidade.

- Afirmativa II está incorreta, pois a velocidade é representada pela linha tracejada.

- Afirmativa III está incorreta, pois a velocidade é representada pela linha tracejada.

Com isso, todas as afirmativas estão incorretas como indicado na letra D.

**Gabarito: D**

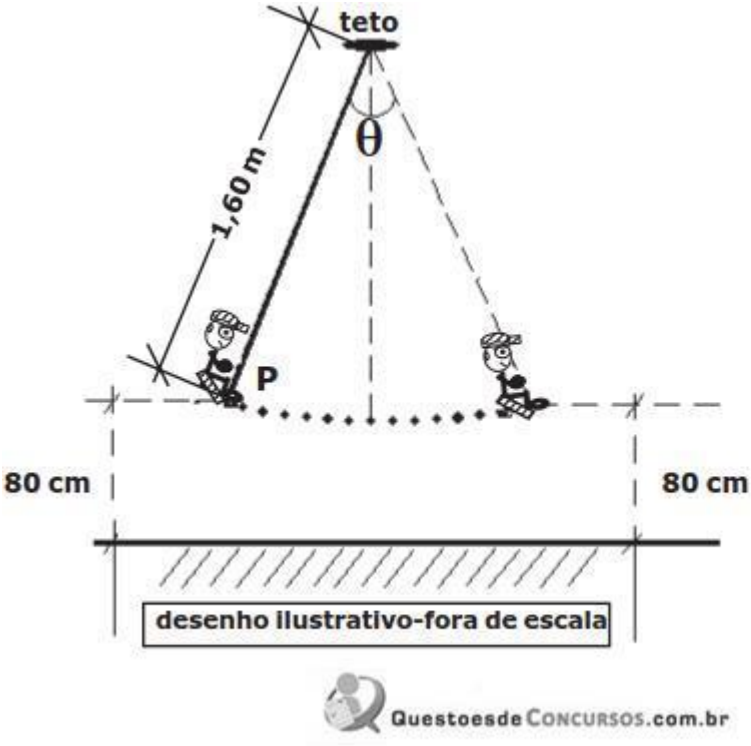
**27. (EsPCEx 2015)**

Uma criança de massa 25 kg brinca em um balanço cuja haste rígida não deformável e de massa desprezível, presa ao teto, tem 1,60 m de comprimento. Ela executa um movimento harmônico simples que atinge uma altura máxima de 80 cm em relação ao solo, conforme representado no desenho abaixo, de forma que o sistema criança mais balanço passa a ser considerado como um pêndulo simples com centro de massa na extremidade P da haste. Pode-se afirmar, com relação à situação exposta, que

Dados:

-intensidade da aceleração da gravidade g = 10 m/s²

-considere o ângulo de abertura não superior a 10°




*a) a amplitude do movimento é 80 cm.*
*b) a frequência de oscilação do movimento é 1,25 Hz.*
*c) o intervalo de tempo para executar uma oscilação completa é de 0,8 πs.*
*d) a frequência de oscilação depende da altura atingida pela criança.*
*e) o período do movimento depende da massa da criança.*

**Comentário:**

Analisando as alternativas, temos que:

- Alternativa A está incorreta, pois se a amplitude fosse de 80 cm a distância entre os dois pontos na qual a velocidade é nula seria de 160 cm que é igual ao valor do fio do balanço e, portanto, haveria a formação de um triângulo equilátero e, consequentemente, o ângulo θ seria de 60° e, do enunciado, temos que θ é menor que 10°. Logo, a amplitude do movimento não pode ser de 80 cm.

- Alternativa B, devemos calcular a frequência do movimento:

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{10}{1,6}}$$

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{100}{16}}$$

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\frac{10}{4}$$

$$f = \frac{10}{8.\pi}$$

$$f = \frac{1,25}{\pi}\ Hz$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa C, devemos calcular o período do movimento, sabendo que:

$$T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{\frac{10}{8.\pi}}$$

$$T = \frac{8.\pi}{10}$$

$$T = 0,8.\pi\ s$$

Logo, a alternativa está correta.

- Alternativa D, devemos analisar a fórmula da frequência:

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois a fórmula não depende da altura atingida pela criança.

- Alternativa D, devemos analisar a fórmula do período:

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois a fórmula não depende da massa da criança.

**Gabarito: C**

---

**28. (EsPCEx 2012)**

Peneiras vibratórias são utilizadas na indústria de construção para classificação e separação de agregados em diferentes tamanhos. O equipamento é constituído de um motor que faz vibrar uma peneira retangular, disposta no plano horizontal, para separação dos grãos. Em uma certa indústria de mineração, ajusta-se a posição da peneira de modo que ela execute um movimento harmônico simples (MHS) de função horária x = 8 cos (8 π t), onde x é a posição medida em centímetros e t o tempo em segundos. O número de oscilações a cada segundo executado por esta peneira é de

*a)* *2*
*b)* *4*
*c)* *8*
*d)* *16*
*e)* *32*

**Comentário:**

Sabendo que a fórmula do MHS é dada por:

$$x = A\,.\,Cos(\varphi_0 + \omega.t)$$

Da fórmula do enunciado, temos que:

$$\omega = 8\,.\,\pi$$

Como queremos o número de oscilações a cada segundo, queremos a frequência. Portanto:

$$2\,.\,\pi\,.\,f = 8\,.\,\pi$$

$$f = 4\ Hz$$

$$f = 4\ oscilações\ a\ cada\ segundo$$

**Gabarito: B**

---

**29. (EsPCEx 2014)**

Um objeto preso por uma mola de constante elástica igual a 20 N/m executa um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio. A energia mecânica do sistema é de 0,4 J e as forças dissipativas são desprezíveis. A amplitude de oscilação do objeto é de:

*a) 0,1 m*
*b) 0,2 m*
*c) 1,2 m*
*d) 0,6 m*
*e) 0,3 m*

**Comentário:**

Sabendo que a energia no MHS é dada por:

$$E = \frac{k\,.\,A^2}{2}$$

$$0{,}4 = \frac{20\,.\,A^2}{2}$$

$$\frac{4}{10} = 10\,.\,A^2$$

$$A^2 = \frac{4}{100}$$

$$A = \sqrt{\frac{4}{100}}$$

$$A = \frac{2}{10}$$

$$A = 0{,}2\ m$$

**Gabarito: B**

---

**30. (UFPB)**

Um Professor de Física utiliza uma mola, de constante elástica k e comprimento L (quando não distendida), para demonstrar em sala de aula o movimento harmônico simples (MHS). A mola, presa ao teto da sala, pende verticalmente. Um corpo de massa m é preso à extremidade livre da mola e subitamente largado.

Desprezando todas as forças dissipativas, admitindo que a mola tem massa desprezível e que a gravidade terrestre é g, analise as afirmações a seguir: (g = 10 m/$s^2$)

I. O período do MHS obtido é T = 2.π.$\sqrt{L/g}$.

II. O corpo não realiza MHS devido à gravidade.

III. A nova posição de equilíbrio está deslocada de ΔL = m.g/k.

IV. A energia mecânica total do corpo, no movimento vertical, é igual à soma das suas energias cinética, potencial elástica e potencial gravitacional.

Estão corretas apenas:

a) *I e II*
b) *I e III*
c) *I e IV*
d) *II e III*
e) *III e IV*

**Comentário:**

Analisando as afirmativas:

- Afirmativa I está incorreta, pois o período do MHS obtido é dado por:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- Afirmativa II está incorreta, pois a gravidade não impossibilita o MHS, ela apenas altera a posição de equilíbrio.

- Afirmativa III, devemos calcular o ponto no qual a força elástica se iguala ao peso:

$$F = P$$

$$k\,.\,x = m\,.\,g$$

$$x = \frac{m\,.\,g}{k}$$

Como a posição de equilíbrio no início era igual a zero, temos que x representa o deslocamento da posição de equilíbrio. Logo, a afirmativa está correta.

- Afirmativa IV está correta, pois no movimento vertical temos a velocidade, a mola e a gravidade e, portanto, temos as energias relacionadas a elas que seriam a energia cinética, energia potencial elástica e energia potencial gravitacional. Com isso, a energia total é dada pela soma dessas três energias. Logo, a afirmativa está correta.

Dessa forma, apenas as afirmativas III e IV estão corretas.

**Gabarito: E**

---

**31. (UECE)**

Um sistema oscilante massa-mola possui uma energia mecânica igual a 1,0 J, uma amplitude de oscilação 0,5 m e uma velocidade máxima igual a 2 m/s. Portanto, a constante da mola, a massa e a frequência são, respectivamente, iguais a:

*a) 8,0 N/m, 1,0 kg e 4/π Hz*
*b) 4,0 N/m, 0,5 kg e 4/π Hz*
*c) 8,0 N/m, 0,5 kg e 2/π Hz*
*d) 4,0 N/m, 1,0 kg e 2/π Hz*

**Comentário:**

Calculando a constante da mola, sabendo que:

$$E = \frac{K.A^2}{2}$$

$$1 = \frac{K.0{,}5^2}{2}$$

$$2 = \frac{K.1}{4}$$

$$K = 8\ N/m$$

Calculando a massa, sabendo que:

$$E = \frac{m.v_m{}^2}{2}$$

$$1 = \frac{m.2^2}{2}$$

$$1 = \frac{m.4}{2}$$

$$m = \frac{1}{2}$$

$$m = 0{,}5\ kg$$

Calculando a frequência, sabendo que:

$$f = \frac{1}{2.\pi} . \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$f = \frac{1}{2.\pi} . \sqrt{\frac{8}{0{,}5}}$$

$$f = \frac{1}{2.\pi} . \sqrt{16}$$

$$f = \frac{4}{2\,.\,\pi}$$

$$f = \frac{2}{\pi}\ Hz$$

Dessa forma, temos que a alternativa correta é a letra C.

**Gabarito: C**

---

**32. (EEAR 2016)**

Um tubo sonoro aberto em suas duas extremidades, tem 80 cm de comprimento e está vibrando no segundo harmônico. Considerando a velocidade de propagação do som no tubo igual a 360 m/s, a sua frequência de vibração, em hertz, será

*a) 150*
*b) 250*
*c) 350*
*d) 450*

**Comentário:**

Sabendo que a frequência em um tubo aberto nas duas extremidades é dada por:

$$f = \frac{n\,.\,v}{2\,.\,L}$$

$$f = \frac{2\,.360}{2\,.\,80\,.\,10^{-2}}$$

$$f = \frac{2\,.360\,.\,10^{2}}{2\,.\,80}$$

$$f = \frac{360\,.\,10^{2}}{80}$$

$$f = \frac{36\,.\,10^{2}}{8}$$

$$f = \frac{900}{2}$$

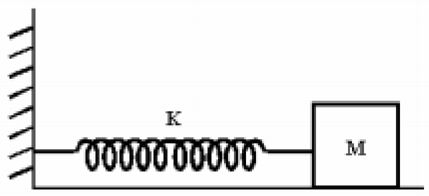
$$f = 450\ Hz$$

**Gabarito: D**

---

**33. (UFPE)**

Um objeto de massa M = 0,5 kg, apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso a uma mola cuja constante de força elástica é K = 50 N/m. O objeto é puxado por 10 cm e então solto, passando a oscilar em relação à posição de equilíbrio.




Qual a velocidade máxima do objeto, em m/s?

a) 0,5
b) 1,0
c) 2,0
d) 5,0
e) 7,0

**Comentário:**

Sabendo que a energia total do MHS é dada por:

$$E = \frac{k \cdot A^2}{2} = \frac{m \cdot v_{max}^2}{2}$$

$$\frac{50 \cdot (10 \cdot 10^{-2})^2}{2} = \frac{0{,}5 \cdot v_{max}^2}{2}$$

$$50 \cdot (10^{-1})^2 = \frac{v_{max}^2}{2}$$

$$100 \cdot 10^{-2} = v_{max}^2$$

$$v_{max}^2 = 1$$

$$v_{max} = 1\ m/s$$

**Gabarito: B**

---

**34. (UCMG)**

Um corpo executa um movimento harmônico simples. Com relação à sua aceleração, afirma-se que:

a) *é máxima nos extremos do percurso.*
b) *é máxima no ponto médio do percurso.*
c) *é indeterminada.*
d) *é nula nos extremos do percurso.*
e) *tem o mesmo sentido em qualquer instante.*

**Comentário:**

De um conhecimento prévio, sabemos que a aceleração no MHS será máxima nos extremos e nula no ponto médio do percurso. Contudo, podemos analisar o caso da mola para concluir esse fato, pois a força elástica é nula no ponto médio e máxima nos extremos e, como, a aceleração é diretamente proporcional à força, temos que ela será nula e máxima quando a força elástica também for.

**Gabarito: A**

---

**35. (UFPA)**

A equação do movimento harmônico simples descrito por uma partícula é x = 10 cos (100π t + π/3) sendo x em centímetro e t em segundos. Qual será a amplitude e a frequência do movimento respectivamente em centímetros e hertz?

a) 10; 50
b) 10; 100
c) 50; 50
d) 50; 100
e) 10; π/3

**Comentário:**

Sabendo que a fórmula do MHS é dada por:

$$x = A\,.\,Cos(\varphi_0 + \omega.t)$$

Com isso, comparando com a equação do enunciado, temos:

$$A = 10\ cm$$

$$\omega = 100\,.\,\pi$$

$$2\,.\,\pi\,.\,f = 100\,.\,\pi$$

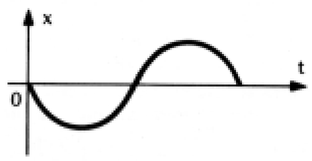
$$f = 50\ Hz$$

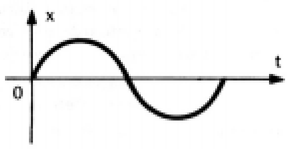
Dessa forma, temos que o gabarito é letra A.

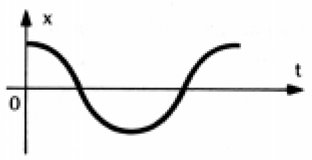
**Gabarito: A**

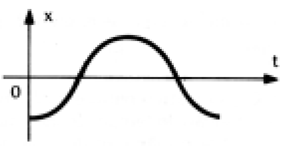
**36. (PUC CAMPINAS SP)**

A massa oscilante de um oscilador harmônico realiza um MHS cuja equação é x = 5 cos (π t + π/2). O gráfico correspondente é:

a) 


b) 


c) 


d) 

e) *nenhuma das anteriores.*

**Comentário:**

Analisando para t=0:

$$x = 5\,.\,Cos(\pi.t + \pi/2)$$
$$x = 5\,.\,Cos(\pi/2)$$
$$x = 5\,.\,0$$
$$x = 0$$

Dessa forma, temos que as alternativas C e D estão incorretas.

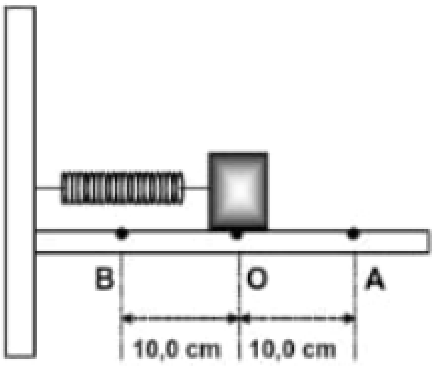
Como ele começa em π/2, ele após esse momento, irá para valores negativos como escrito na letra A.

**Gabarito: A**

---

**37. (MACKENZIE - SP)**

Um corpo de 250g de massa encontra-se em equilíbrio, preso a uma mola helicoidal de massa desprezível e constante elástica k igual a 100N/m, como mostra a figura abaixo. O atrito entre as superfícies em contato é desprezível. Estica-se a mola, com o corpo até o ponto A, e abandona-se o conjunto nesse ponto, com velocidade zero. Em um intervalo de 1,0s, medido a partir desse instante, o corpo retornará ao ponto A




a) *uma vez.*
b) *duas vezes.*
c) *três vezes.*
d) *quatro vezes.*
e) *seis vezes.*

**Comentário:**

Calculando a frequência do MHS do enunciado:

$$f = \frac{1}{2\,.\,\pi}\,.\,\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{1}{2 . \pi} . \sqrt{\frac{100}{250 . 10^{-3}}}$$

$$f = \frac{1}{2 . \pi} . \sqrt{\frac{10^4}{25}}$$

$$f = \frac{1}{2 . \pi} . \frac{100}{5}$$

$$f = \frac{1}{\pi} . \frac{100}{10}$$

$$f = \frac{10}{\pi}$$

$$f = 3{,}18\ Hz$$

Com isso, temos que para 1 segundo o bloco executa 3,18 oscilações. Logo, ele passa 3 vezes por A.

**Gabarito: C**

**38. (UFU 1999)**

Um bloco de massa m=1kg preso à extremidade de uma mola e apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, oscila em torno da posição de equilíbrio, com uma amplitude de 0,1m, conforme mostra a figura (a) abaixo. A figura (b) mostra como a energia cinética do bloco varia de acordo com seu deslocamento.

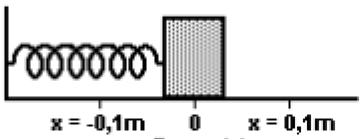


figura (a)

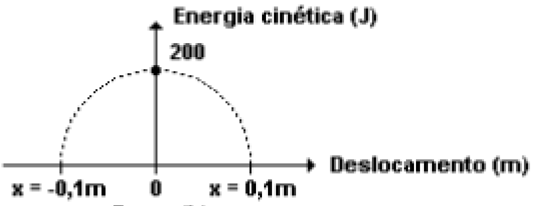


figura (b)

É CORRETO afirmar que

a) *quando o bloco passa pelos pontos extremos, isto é, em x=± 0,1m, a aceleração do bloco é nula nesses pontos.*
b) *o módulo da força que a mola exerce sobre o bloco na posição +0,1m é 2,0 . $10^3$ N.*
c) *a constante elástica da mola vale 2,0.$10^4$ N/m.*
d) *a energia potencial do bloco na posição +0,05m vale 100J.*
e) *na posição de equilíbrio, o módulo da velocidade do bloco é 20m/s.*

**Comentário:**

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A está incorreta, pois as acelerações nos pontos extremos serão as máximas em módulo.

- Alternativa B, devemos calcular a constante da mola. Sabendo que:

$$\frac{m \,.\, v_{max}{}^2}{2} = \frac{K \,.\, A^2}{2}$$

$$E_{C,\,max} = \frac{K \,.\, 0{,}1^2}{2}$$

$$200 = \frac{K}{200}$$

$$K = 4 \,.\, 10^4 N/m$$

Dessa forma, temos que:

$$F_{max} = K \,.\, A$$

$$F_{max} = 4 \,.\, 10^4 .\, 0{,}1$$

$$F_{max} = 4 \,.\, 10^3\ N$$

- Alternativa C está incorreta, pois na letra B calculamos o valor de K que não é $2 \,.\, 10^4$ N/m.

- Alternativa D, devemos calcular a energia potencial

$$E_{Pot} = \frac{K \,.\, x^2}{2}$$

$$E_{Pot} = \frac{4 \,.\, 10^4 \,.\, 0{,}05^2}{2}$$

$$E_{Pot} = 2 \,.\, 10^4 .\, 0{,}05^2$$

$$E_{Pot} = 2 \,.\, 10^4 .\, 25 \,.\, 10^{-4}$$

$$E_{Pot} = 2 \,.\, 25$$

$$E_{Pot} = 50\ J$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa E, sabendo que na posição de equilíbrio teremos a velocidade máxima. Portanto:

$$E_{C,\,max} = \frac{m \,.\, v_{max}{}^2}{2}$$

$$200 = \frac{1 \,.\, v_{max}{}^2}{2}$$

$$v_{max}{}^2 = 400$$

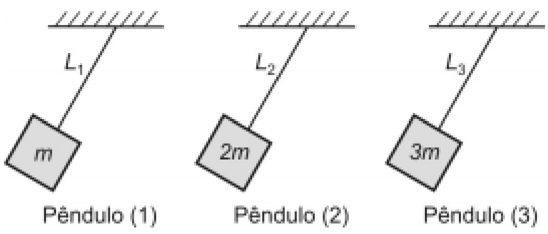
$$v_{max} = 20\ m/s$$

Logo, a alternativa está correta.

**Gabarito: E**

**39. (AFA 2015)**

Três pêndulos simples 1, 2 e 3 que oscilam em MHS possuem massas respectivamente iguais a m, 2m e 3m são mostrados na figura abaixo.




Os fios que sustentam as massas são ideais, inextensíveis e possuem comprimento respectivamente $L_1$, $L_2$ e $L_3$.

Para cada um dos pêndulos registrou-se a posição (x), em metro, em função do tempo (t), em segundo, e os gráficos desses registros são apresentados nas figuras 1, 2 e 3 abaixo.

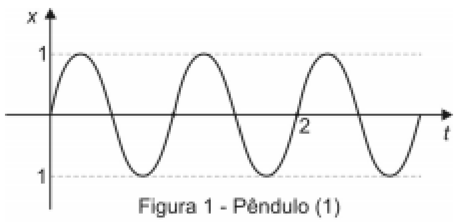


Figura 1 - Pêndulo (1)

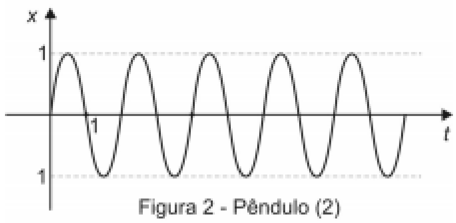


Figura 2 - Pêndulo (2)

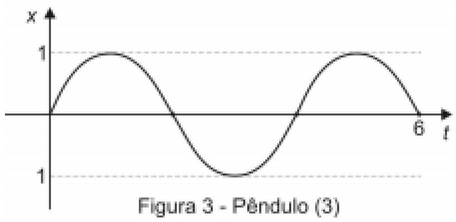


Figura 3 - Pêndulo (3)

Considerando a inexistência de atritos e que a aceleração da gravidade seja 2 2 g = π m / s , é correto afirmar que

a) $L_1 = \frac{L_2}{3}; L_2 = \frac{2}{3}L_3 \; e \; L_3 = 3L_1$
b) $L_1 = 2L_2; L_2 = \frac{L_3}{2} \; e \; L_3 = 4L_1$
c) $L_1 = \frac{L_2}{4}; L_2 = \frac{L_3}{4} \; e \; L_3 = 16L_1$
d) $L_1 = 2L_2; L_2 = 3L_3 \; e \; L_3 = 6L_1$

**Comentário:**

Analisando os pêndulos, temos:

- Pêndulo 1:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$\frac{2}{2} = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$\frac{1}{2\,.\,\pi} = \sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$L_1 = \frac{g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

- Pêndulo 2:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

$$2\,.\,1 = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

$$\frac{2}{2\,.\,\pi} = \sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

$$L_2 = \frac{4\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

- Pêndulo 3:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_3}{g}}$$

$$\frac{2}{3}.\,6 = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_3}{g}}$$

$$4 = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_3}{g}}$$

$$\frac{4}{2\,.\,\pi} = \sqrt{\frac{L_3}{g}}$$

$$L_3 = \frac{16\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

Calculando as relações pedidas, temos que:

$$L_2 = \frac{4\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}\ e\ L_1 = \frac{g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

$$L_2 = 4.\,L_1$$

$$L_1 = \frac{L_2}{4}$$

$$L_2 = \frac{4\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}\ e\ L_3 = \frac{16\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

$$L_2 = 4\,.\frac{L_3}{16}$$

$$L_2 = \frac{L_3}{4}$$

$$L_1 = \frac{g}{(2\,.\,\pi)^2}\ e\ L_3 = \frac{16\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

$$L_3 = 16L_1$$

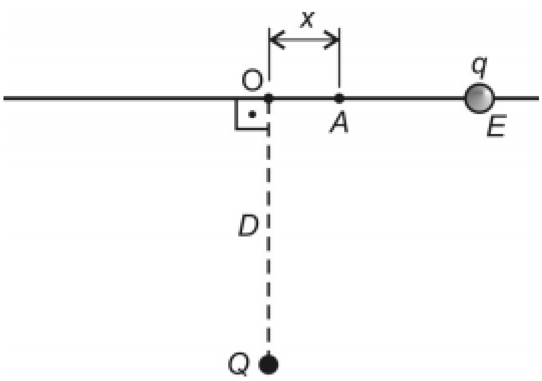
Dessa forma, temos que a resposta é a letra C.

**Gabarito: C**

---

**40. (AFA 2015)**

A figura abaixo mostra uma pequena esfera vazada E, com carga elétrica q = +2,0 . $10^{-5}$ C e massa 80 g, perpassada por um eixo retilíneo situado num plano horizontal e distante D = 3 m de uma carga puntiforme fixa Q = -3,0 . $10^{-6}$ C.




Se a esfera for abandonada, em repouso, no ponto A, a uma distância x, muito próxima da posição de equilíbrio O, tal que, $\frac{x}{D}$ << 1 a esfera passará a oscilar de MHS, em torno de O, cuja pulsação é, em rad/s, igual a

*a)* $\frac{1}{3}$
*b)* $\frac{1}{4}$
*c)* $\frac{1}{2}$

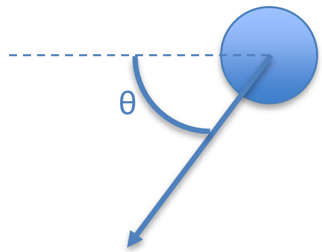
d) $\frac{1}{5}$

**Comentário:**

Sabendo que todo MHS é representado por:

$$\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}}$$

Dessa forma, devemos calcular o k' do MHS. Para isso, iremos analisar as forças na partícula q:




$$F = -F_{eletrica} . Cos\ \theta$$

$$F = -\frac{K . Q . q}{d^2} . Cos\ \theta$$

$$F = -\frac{K . Q . q}{d^2} . \frac{x}{d}$$

$$F = -\frac{9 . 10^9 . 3 . 10^{-6} . 2 . 10^{-5}}{d^3} . x$$

$$F = -\frac{9 . 3 . 2 . 10^{-2}}{d^3} . x$$

Por Pitágoras, temos que:

$$d = \sqrt{D^2 + x^2}$$

Com isso, podemos calcular:

$$F = -\frac{54 . 10^{-2}}{\left(\sqrt{D^2 + x^2}\right)^3} . x$$

$$F = -\frac{54 . 10^{-2}}{D^3 . \left(\sqrt{1 + \frac{x^2}{D^2}}\right)^3} . x$$

$$F = -\frac{54 . 10^{-2}}{D^3 . \left(\sqrt{1 + \frac{x^2}{D^2}}\right)^3} . x$$

Aproximando, temos:

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{D^3.(1)^3}.x$$

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{D^3}.x$$

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{3^3}.x$$

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{27}.x$$

$$F = -2.10^{-2}.x$$

Dessa forma, temos que:

$$k' = 2.10^{-2} N/m$$

Sendo assim, podemos calcular a pulsação:

$$\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2.10^{-2}}{80.10^{-3}}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2.10}{80}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{20}{80}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\omega = \frac{1}{2}\, rad/s$$

**Gabarito: C**

# Considerações Finais

Querido aluno(a),

Se você está com certo receio em algum tópico, reveja toda a teoria e depois refaça os exercícios propostos. Uma valiosa dica é fazer a lista inteira e só depois olhar o gabarito com a resolução. Com isso, você se forçará a ter uma maior atenção na feitura de questões e, portanto, aumentará sua concentração no momento de prova.

Se as dúvidas persistirem, não se esqueça de acessar o Fórum de Dúvidas! Responderei suas dúvidas o mais rápido possível!


Você também pode me encontrar nas redes sociais! 😊

Conte comigo,

**Vinícius Fulconi**

**@viniciusfulconi**

**vinicius.fulconi**

# Referências

[1] Tópicos da física 2: Volume 2 – Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola, Newton Villas Boas – 21. Ed – São Paulo : Saraiva, 2012.