QUANTIDADE DE MOVIMENTO

EXERCÍCIOS APROFUNDADOS 2020 - 2022

QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Com a introdução dos conceitos de quantidade de movimento e de impulso, você irá compreender um dos princípios mais importantes da física e aprenderá a analisar os diferentes tipos de colisão.

Esta subárea é composta pelos módulos:

1. Exercícios Aprofundados: Impulso e Quantidade de Movimento

IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

1. (UFJF 2017) Após uma exaustiva tarde caçando pokémons, você decidiu jogar sinuca para testar seus conhecimentos sobre alguns conceitos da mecânica newtoniana. Com o taco, você imprimiu uma velocidade inicial de 50 cm/s à bola branca, cuja massa é de 300 gramas. Ela se chocou com a bola 8 de massa 200 gramas e, após a colisão, sua velocidade era de 10 cm/s, mantendo a mesma direção e sentido do movimento inicial.

a. Qual o ganho de energia cinética da bola branca devido à tacada?

b. Calcule a velocidade que a bola 8 ganhou após a colisão com a bola branca.

c. A colisão é elástica ou inelástica? Justifique com cálculos a sua resposta.

____

____

____

2. (UERJ 2017) Em uma reportagem sobre as savanas africanas, foram apresentadas informações acerca da massa e da velocidade de elefantes e leões, destacadas na tabela abaixo.

	Massa (kg)	Velocidade (km/h)
elefante	4.860	40,0
leão	200	81,0

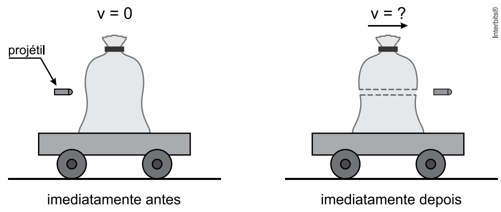
Determine a razão entre a quantidade de movimento do elefante e a do leão.

____

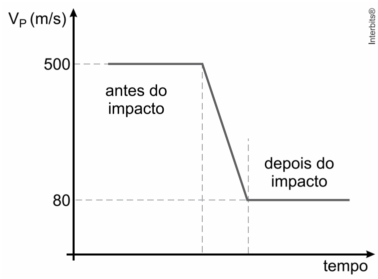
____

____

3. (UNIFESP 2017) Em um teste realizado na investigação de um crime, um projétil de massa 20 g é disparado horizontalmente contra um saco de areia apoiado, em repouso, sobre um carrinho que, também em repouso, está apoiado sobre uma superfície horizontal na qual pode mover-se livre de atrito. O projétil atravessa o saco perpendicularmente aos eixos das rodas do carrinho, e sai com velocidade menor que a inicial, enquanto o sistema formado pelo saco de areia e pelo carrinho, que totaliza 100 kg, sai do repouso com velocidade de módulo v.



O gráfico representa a variação da velocidade escalar do projétil, v_P, em função do tempo, nesse teste.



Calcule:

a. o módulo da velocidade v em m/s adquirida pelo sistema formado pelo saco de areia e pelo carrinho imediatamente após o saco ter sido atravessado pelo projétil.

b. o trabalho, em joules, realizado pela resultante das forças que atuaram sobre o projétil no intervalo de tempo em que ele atravessou o saco de areia.

____

____

____

4. (UNICAMP 2017) Lótus é uma planta conhecida por uma característica muito interessante: apesar de crescer em regiões de lodo, suas folhas estão sempre secas e limpas. Isto decorre de sua propriedade hidrofóbica. Gotas de água na folha de lótus tomam forma aproximadamente esférica e se deslocam quase sem atrito até caírem da folha. Ao se moverem pela folha, as gotas de água capturam e carregam consigo a sujeira para fora da folha.

a. Quando uma gota de água cai sobre uma folha de lótus, ela quica como se fosse uma bola de borracha batendo no chão. Considere uma gota, inicialmente em repouso, caindo sobre uma folha de lótus plana e na horizontal, a partir de uma altura h_i = 50 cm acima da folha. Qual é o coeficiente de restituição da colisão se a gota sobe até uma altura de h_f = 2 cm após quicar a primeira vez na folha?

b. Considere uma gota de água com velocidade inicial v_i = 3 mm/s deslocando-se e limpando a superfície de uma folha de lótus plana e na horizontal. Antes de cair da folha, essa gota captura o lodo de uma área de 2 cm^2. Suponha que a densidade superficial média de lodo na folha é de 2,5x10^{-3} gramas/cm^2. Estime a massa da gota de água e calcule sua velocidade no instante em que ela deixa a folha.

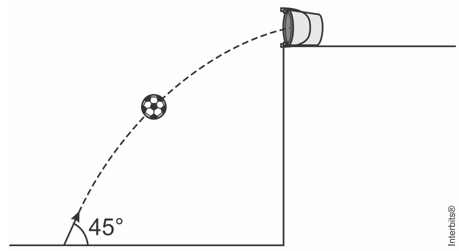
____

____

____

____

5. (FMJ 2016) Uma bola de massa 1 kg é chutada a 12 m/s a partir do solo, formando um ângulo de 45° com a horizontal. Ao atingir o ponto mais alto de sua trajetória, a bola colide e adere a um balde de massa 2 kg, que se encontra em repouso na extremidade de uma plataforma plana e horizontal, conforme mostra a figura.



Considerando a aceleração da gravidade 10 m/s^2, $\sqrt{2} \cong 1{,}4$ e a resistência do ar desprezível, determine:

a. a altura máxima, em metros, atingida pela bola.

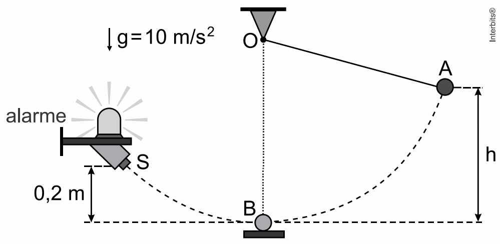
b. a velocidade da bola, em m/s, imediatamente antes e depois da colisão totalmente inelástica com o balde.

____

____

____

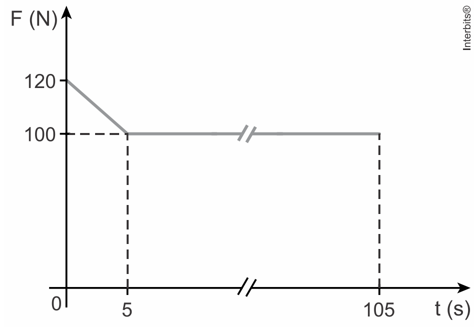
6. (UNESP 2016) Duas esferas, A e B, de mesma massa e de dimensões desprezíveis, estão inicialmente em repouso nas posições indicadas na figura. Após ser abandonada de uma altura h, a esfera A presa por um fio ideal a um ponto fixo O, desce em movimento circular acelerado e colide frontalmente com a esfera B, que está apoiada sobre um suporte fixo no ponto mais baixo da trajetória da esfera A. Após a colisão, as esferas permanecem unidas e, juntas, se aproximam de um sensor S, situado à altura 0,2 m que, se for tocado, fará disparar um alarme sonoro e luminoso ligado a ele.



Compare as situações imediatamente antes e imediatamente depois da colisão entre as duas esferas, indicando se a energia mecânica e a quantidade de movimento do sistema formado pelas duas esferas se conservam ou não nessa colisão. Justifique sua resposta. Desprezando os atritos e a resistência do ar, calcule o menor valor da altura h, em metros, capaz de fazer o conjunto formado por ambas as esferas tocar o sensor S.

7. (ITA 2016) Dois garotos com patins de rodinhas idênticos encontram-se numa superfície horizontal com atrito e, graças a uma interação, conseguem obter a razão entre seus respectivos pesos valendo-se apenas de uma fita métrica. Como é resolvida essa questão e quais os conceitos físicos envolvidos?

8. (UERJ 2016) Observe o gráfico a seguir, que indica a força exercida por uma máquina em função do tempo.



Admitindo que não há perdas no sistema, estime, em N.s, a impulsão fornecida pela máquina no intervalo entre 5 e 105 segundos.

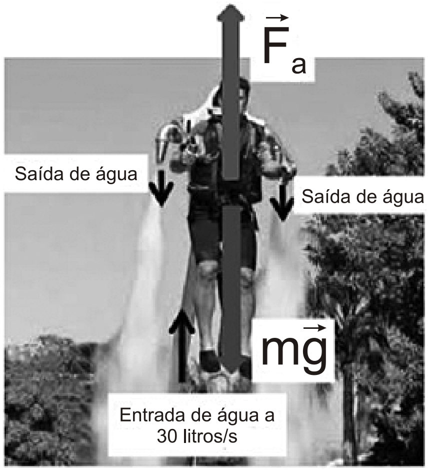
9. (UFJF 2016) Uma aranha radioativa de massa m_a = 3,0 g fugiu do laboratório e foi parar na sala de aula. Ela está parada e pendurada no teto através de um fio fino feito de sua teia, de massa desprezível. Um estudante, mascando um chiclete com massa m_c = 10,0 g, se apavora e atira o chiclete contra a aranha com uma velocidade de v_c = 20 m/s. Considere que a colisão entre o chiclete e a aranha é totalmente inelástica e que possa ser tratada como unidimensional. Com base nestas informações,

Calcule:

a. Os módulos dos momentos lineares da aranha e do chiclete imediatamente antes da colisão.

b. A velocidade final do conjunto aranha-chiclete imediatamente após a colisão.

10. (UNICAMP 2015) Jetlev é um equipamento de diversão movido a água. Consiste em um colete conectado a uma mangueira que, por sua vez, está conectada a uma bomba de água que permanece submersa. O aparelho retira água do mar e a transforma em jatos para a propulsão do piloto, que pode ser elevado a até 10 metros de altura (ver figura abaixo).



a. Qual é a energia potencial gravitacional, em relação à superfície da água, de um piloto de 60 kg, quando elevado a 10 metros de altura?

b. Considere que o volume de água por unidade de tempo que entra na mangueira na superfície da água é o mesmo que sai nos jatos do colete, e que a bomba retira água do mar a uma taxa de 30 litros/s. Lembre-se que o Impulso I de uma força constante F, dado pelo produto desta força pelo intervalo de tempo Δt de sua aplicação $I = F\Delta t$ é igual, em módulo, à variação da quantidade de movimento ΔQ do objeto submetido a esta força. Calcule a diferença de velocidade entre a água que passa pela mangueira e a que sai nos jatos quando o colete propulsor estiver mantendo o piloto de m = 60 kg em repouso acima da superfície da água. Considere somente a massa do piloto e use a densidade da água ρ = 1kg/litro.

11. (UERJ 2015) Uma empresa japonesa anunciou que pretende construir o elevador mais rápido do mundo. Ele alcançaria a velocidade de 72 km/h demorando apenas 43 segundos para chegar do térreo ao 95º andar de um determinado prédio.

Considere os seguintes dados:

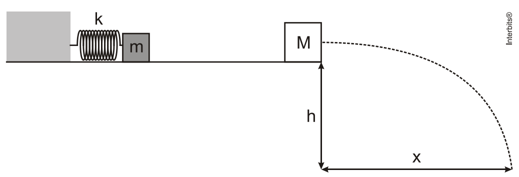
- aceleração constante do elevador;

- altura de cada andar do prédio igual a 4m;

- massa do elevador, mais sua carga máxima, igual a 3000 kg.

Estime a força média que atua sobre o elevador, quando está com carga máxima, no percurso entre o térreo e o 95º andar.

12. (UFG 2014) Um bloco de massa m preso a uma mola de constante elástica k, ao ser pendurado verticalmente, atinge o equilíbrio quando a mola sofre uma elongação x_e Em seguida, o bloco é desacoplado da mola e esse arranjo é montado sobre uma mesa horizontal sem atrito, conforme a figura apresentada a seguir.



Nessa situação, a mola com o bloco é comprimida de x_m e depois solta. O bloco de massa m colide com o bloco de massa M, que se encontra em repouso na extremidade da mesa, e fica preso a ele. Os dois blocos caem a uma distância x da extremidade da mesa. Sabe-se que a razão $h/x_e = 200$, que $M/m = 3$ e que $g = 10\ m/s^2$. Considerando o exposto, determine:

a. o valor de x_e, em metros, para um tempo de queda de 1,0 s, e a razão m/k.

b. a razão x/x_m para um tempo de queda qualquer.

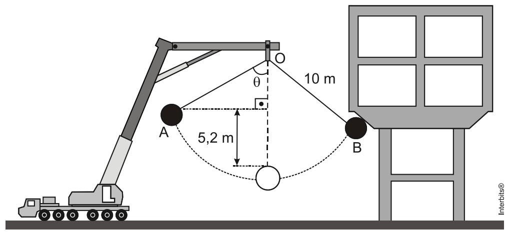
13. (UFPR 2014) Um adolescente inspirado pelos jogos olímpicos no Brasil, está aprendendo a modalidade de arremesso de martelo. O martelo consiste de uma esfera metálica presa a um cabo que possui uma alça na outra extremidade para o atleta segurar. O atleta deve girar o martelo em alta velocidade e soltar a alça permitindo que a esfera possa continuar seu movimento na direção tangente à trajetória circular. Suponha que o atleta aprendiz esteja sobre uma plataforma e gira o martelo num círculo horizontal de raio 2 m e a uma altura de 3,2 m do solo no momento que faz o arremesso. A esfera cai no solo a uma distância horizontal de 32 m do ponto onde foi arremessada. Despreze a resistência do ar. Considere a massa da esfera igual a 4 kg e a aceleração gravitacional igual a 10 m/s². Com base nessas informações, calcule:

a. a velocidade tangencial da esfera no instante em que ela é arremessada.

b. a aceleração centrípeta sobre a esfera no momento em que ela é solta.

c. a quantidade de movimento (momento linear) e a energia cinética da esfera no instante em que ela é lançada.

14. (UNIFESP 2014) Uma empresa de demolição utiliza um guindaste, extremamente massivo, que se mantém em repouso e em equilíbrio estável no solo durante todo o processo. Ao braço superior fixo da treliça do guindaste, ponto O, prende-se um cabo, de massa desprezível e inextensível, de 10 m de comprimento. A outra extremidade do cabo é presa a uma bola de 300 kg que parte do repouso, com o cabo esticado, do ponto A.

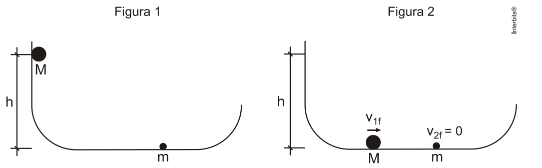


Sabe-se que a trajetória da bola, contida em um plano vertical, do ponto A até o ponto B, é um arco de circunferência com centro no ponto O; que o módulo da velocidade da bola no ponto B, imediatamente antes de atingir a estrutura do prédio, é de 2 m/s; que o choque frontal da bola com o prédio dura 0,02 s; e que depois desse intervalo de tempo a bola para instantaneamente. Desprezando a resistência do ar e adotando g = 10 m/s², calcule, em newtons:

a. o módulo da força resultante média que atua na bola no intervalo de tempo de duração do choque.

b. o módulo da força de tração no cabo no instante em que a bola é abandonada do repouso no ponto A.

15. (UEL 2014) Analise as figuras a seguir.



Uma partícula 1 com massa M, inicialmente em repouso, que está a uma altura de h = 1, 25 m, desliza sem atrito por uma calha, como esquematizado na Figura 1. Essa partícula colide elasticamente com a partícula 2 com massa m, inicialmente em repouso. Após a colisão, a velocidade horizontal final da partícula 1 é v_1f = 4,5 m/s.

Utilizando a aceleração da gravidade g = 10 m/s², calcule

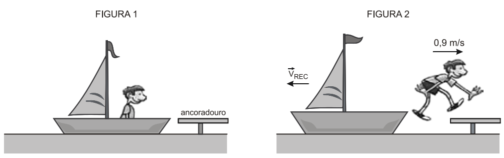
a. a velocidade horizontal da partícula 1 antes da colisão.

b. a velocidade horizontal da partícula 2 após a colisão e a altura máxima que ela atinge.

Apresente os cálculos.

---

16. (UNESP 2014) Um garoto de 50 kg está parado dentro de um barco de 150 kg nas proximidades da plataforma de um ancoradouro. Nessa situação, o barco flutua em repouso, conforme a figura 1. Em um determinado instante, o garoto salta para o ancoradouro, de modo que, quando abandona o barco, a componente horizontal de sua velocidade tem módulo igual a 0,9 m/s em relação às águas paradas, de acordo com a figura 2.



Sabendo que a densidade da água é igual a 10^3 kg/m³, adotando g = 10 m/s² e desprezando a resistência da água ao movimento do barco, calcule o volume de água, em m³, que a parte submersa do barco desloca quando o garoto está em repouso dentro dele, antes de saltar para o ancoradouro, e o módulo da velocidade horizontal de recuo (V_{REC}) do barco em relação às águas, em m/s, imediatamente depois que o garoto salta para sair dele.

---

17. (UFPR 2013) Recentemente, foi publicada em um jornal a seguinte ocorrência: um homem pegou uma sacola plástica de supermercado, encheu com um litro de água e abandonou-a do oitavo andar de um prédio. A sacola caiu sobre um automóvel que estava estacionado no nível da rua. Admitindo que cada andar do prédio tenha uma altura de 2,5 m e que a sacola de água tenha sido freada pelo capô do carro em aproximadamente 0,01 s, calcule o módulo da força normal média de frenagem exercida pelo capô sobre a sacola. Despreze a resistência do ar, o peso da sacola vazia e correções referentes ao tamanho do carro e ao fato de a sacola não se comportar exatamente como um corpo rígido.

---

18. (UFMG 2013) A professora Beatriz deseja medir o coeficiente de restituição de algumas bolinhas fazendo-as colidir com o chão em seu laboratório. Esse coeficiente de restituição é a razão entre a velocidade

da bolinha imediatamente após a colisão e a velocidade da bolinha imediatamente antes da colisão. Neste caso, o coeficiente só depende dos materiais envolvidos.

Nos experimentos que a professora realiza, a força de resistência do ar é desprezível.

Inicialmente, a professora Beatriz solta uma bolinha – a bolinha 1 – em queda livre da altura de 1,25 m e verifica que, depois bater no chão, a bolinha retorna até a altura de 0,80 m.

a. Calcule a velocidade da bolinha no instante em que

1. ela chega ao chão.

2. ela perde o contato com o chão, na subida.

Depois de subir até a altura de 0,80 m, a bolinha desce e bate pela segunda vez no chão.

b. Determine a velocidade da bolinha imediatamente após essa segunda batida.

____

____

____

____

A seguir, a professora Beatriz pega outra bolinha – a bolinha 2 –, que tem o mesmo tamanho e a mesma massa, mas é feita de material diferente da bolinha 1. Ela solta a bolinha 2 em queda livre, também da altura de 1,25 m, e verifica que essa bolinha bate no chão e fica parada, ou seja, o coeficiente de restituição é nulo.

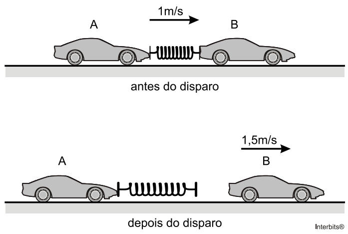
Considere que os tempos de colisão das bolinhas 1 e 2 com o chão são iguais.

Sejam F_1 e F_2 os módulos das forças que as bolinhas 1 e 2 fazem, respectivamente, sobre o chão durante a colisão.

c. Assinale com um X a opção que indica a relação entre F_1 e F_2. JUSTIFIQUE sua resposta.

( ) $F_1 < F_2$.
( ) $F_1 = F_2$.
( ) $F_1 > F_2$

19. (UNESP 2013) Um brinquedo é constituído por dois carrinhos idênticos, A e B, de massas iguais a 3kg e por uma mola de massa desprezível, comprimida entre eles e presa apenas ao carrinho A. Um pequeno dispositivo, também de massa desprezível, controla um gatilho que, quando acionado, permite que a mola se distenda.



Antes de o gatilho ser acionado, os carrinhos e a mola moviam-se juntos, sobre uma superfície plana horizontal sem atrito, com energia mecânica de 3,75J e velocidade de 1m/s, em relação à superfície. Após o disparo do gatilho, e no instante em que a mola está totalmente distendida, o carrinho B perde contato com ela e sua velocidade passa a ser de 1,5m/s, também em relação a essa mesma superfície.

Nas condições descritas, calcule a energia potencial elástica inicialmente armazenada na mola antes de o gatilho ser disparado e a velocidade do carrinho A, em relação à superfície, assim que B perde contato com a mola, depois de o gatilho ser disparado.

____

____

____

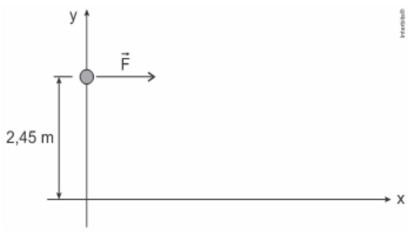
____

20. (UFJF-PISM 1 2018) Durante uma partida de vôlei, um jogador vai sacar uma bola muito rápida. Com a mão esquerda ele joga a bola verticalmente para cima e esta atinge uma altura máxima de 2,45 m. Neste ponto, ele a golpeia com a mão direita fazendo uma força horizontal de 84 N. Sabendo que a bola de vôlei possui uma massa de 300 g, responda ao que se pede (despreze o atrito com o ar):

a. Determine a velocidade que a bola terá ao deixar a mão direita do jogador, considerando que a força durante o golpe atue por apenas

b. Considerando o movimento da bola após ela adquirir essa velocidade inicial, determine em quanto tempo ela chega ao solo.

c. Determine o alcance horizontal da bola e esboce a trajetória desse movimento na figura abaixo.



____

____

____

____

____

21. (UFJF-PISM 1 2018) O parkour é uma modalidade de esporte radical em que os competidores têm que transpor diversos tipos de obstáculos em todo tipo de ambiente, como subir e pular de muros, por exemplo.

a. Qual deve ser o módulo do trabalho realizado pela força peso de um competidor de 50 kg para subir uma escada com 100 degraus, com 18 cm de altura cada um?

b. Suponha que o competidor num dado instante caia de uma altura de 3,2 m. Calcule a velocidade vertical com que atingirá o solo.

c. Uma orientação importante para os participantes dessa modalidade esportiva é para que flexionem os joelhos no momento do impacto com o chão. Isso garante o amortecimento da queda. Na situação da queda mencionada no item anterior, determine o tempo de amortecimento para que a força de impacto do solo sobre o competidor não supere os 800 N sabendo que o competidor tem 50 kg de massa.

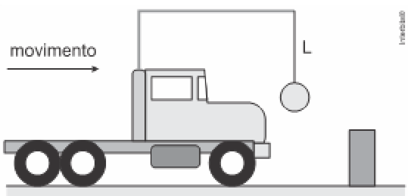
____

____

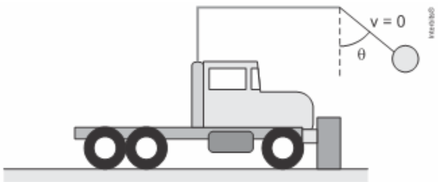
____

____

22. (UNESP 2019) Um caminhão de brinquedo move-se em linha reta sobre uma superfície plana e horizontal com velocidade constante. Ele leva consigo uma pequena esfera de massa m = 600g presa por um fio ideal vertical de comprimento L = 40cm a um suporte fixo em sua carroceria.



Em um determinado momento, o caminhão colide inelasticamente com um obstáculo fixo no solo, e a esfera passa a oscilar atingindo o ponto mais alto de sua trajetória quando o fio forma um ângulo θ = 60º em relação à vertical.



Adotando g = 10 m/s^2 , cos 60° = sen 30° = 1/2 e desprezando a resistência do ar, calcule:

a. A intensidade da tração no fio, em N, no instante em que a esfera para no ponto mais alto de sua trajetória.

b. A velocidade escalar do caminhão, em m/s, no instante em que ele se choca contra o obstáculo.

ANOTAÇÕES

GABARITO

1.

a. Devido à tacada, a bola branca adquiriu a velocidade inicial relatada e, portanto seu ganho em energia cinética é:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow E_c = \frac{0{,}3\ \text{kg} \cdot \left(5 \cdot 10^{-1}\ \text{m/s}\right)^2}{2} \therefore E_c = 3{,}75 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

b. Pela conservação da quantidade de movimento:

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$

$$m_b \cdot v_{b1} = m_b \cdot v_{b2} + m_p \cdot v_p$$

$$300\ \text{g} \cdot 50\ \text{cm/s} = 300\ \text{g} \cdot 10\ \text{cm/s} + 200\ \text{g} \cdot v_p$$

$$v_p = \frac{300\ \text{g} \cdot 50\ \text{cm/s} - 300\ \text{g} \cdot 10\ \text{cm/s}}{200\ \text{g}} \therefore v_p = 60\ \text{cm/s}$$

c. O choque foi elástico, pois como dá para notar pelo cálculo feito no item anterior, as velocidades finais das bolas são diferentes, excluindo a possibilidade de choque inelástico.

2.

$$Q = mv$$

$$\frac{Q_e}{Q_l} = \frac{4.860 \cdot 40}{200 \cdot 81}$$

$$\frac{Q_e}{Q_l} = 12$$

3.

a. Como o atrito com o solo é desprezado, o sistema formado pelo projétil, saco de areia e carrinho não sofre ação de força resultante externa. Logo, a quantidade de movimento total do sistema se conserva. Em termos de equação, tem-se que:

$$Q_{inicial} = Q_{total}$$

$$m_P v_{P_0} = m_P v_{P_f} + Mv$$

$$v = \frac{m_P (v_{P_0} - v_{P_f})}{M}$$

Sendo m_p a massa do projétil, v_p a velocidade do projétil, M a massa do carrinho e do saco de areia e v a velocidade do conjunto carrinho + saco de areia após a passagem do projétil.

Substituindo os valores dos parâmetros conhecidos, tem-se que:

$$v = \frac{-20 \times 10^{-3}(80 - 500)}{100} = \frac{20 \times 10^{-3}(500 - 80)}{100}$$

$$\boxed{v = 0{,}084\ \text{m/s}}$$

b. O trabalho da força resultante sobre o projétil é igual à variação a energia cinética desse elemento:

$\tau_R = \Delta E_C = E_{Cf} - E_{C0}$

Sendo τ_R o trabalho da força resultante, E_{Cf} a energia cinética final do projétil e E_{C0} a energia cinética inicial.

$$\tau_R = \frac{m_P {v_{P_f}}^2}{2} - \frac{m_P {v_{P_0}}^2}{2}$$

$$\tau_R = \frac{1}{2} m_P \left({v_{P_f}}^2 - {v_{P_0}}^2\right)$$

Substituindo os valores dos parâmetros conhecidos, tem-se que:

$$\tau_R = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times \left(80^2 - 500^2\right) = \boxed{-2436\ \text{J}}$$

4.

a. Desprezando a resistência do ar e considerando que a velocidade é nula no início da descida ($v_0 = 0$) e no final da subida ($v_3 = 0$), pela equação de Torricelli, têm-se:

$$\begin{cases} \text{Queda: } v_1^2 = v_0^2 + 2gh_i \Rightarrow v_1^2 = 0 + 2gh_i \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh_i} \\ \text{Subida: } v_3^2 = v_2^2 - 2gh_f \Rightarrow 0 = v_2^2 - 2gh_f \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_f} \end{cases}$$

O coeficiente de restituição (e) é:

$$e = \left|\frac{v_2}{v_1}\right| = \frac{\sqrt{2gh_f}}{\sqrt{2gh_i}} = \sqrt{\frac{h_f}{h_i}} = \sqrt{\frac{2}{50}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{e = 0{,}2.}$$

b. Estimando a massa da gota:

Considerando uma gota de diâmetro D = 3mm = 3×10^{-1} cm e a densidade da água d_a = 1g/cm^3 e $\pi = 3$, a massa da gota é:

$$m_g = d_a V_g = d_a \times \frac{\eth D^3}{6} = 1 \times \frac{3\left(3 \times 10^{-1}\right)^3}{6} \Rightarrow m_g = 13{,}5 \times 10^{-3}\ \text{g.}$$

Para simplificar, esse valor pode ser arredondado para $m_g = 15 \times 10^{-3}$ g.

Calculando a massa de lodo capturada (m): $m = \sigma A = 2{,}5 \times 10^{-3} \times 2 \rightarrow m = 5 \times 10^{-3}$ g

A situação pode ser assimilada a um choque inelástico entre a gota e o lodo. Então, pela conservação da Quantidade de Movimento:

$$Q_{sist}^i = Q_{sist}^f \Rightarrow m_g v_i = (m_g + m)v_f \Rightarrow (15 \times 10^{-3})(3) = (15 + 5) \times 10^{-3} v_f \Rightarrow$$

$$\boxed{v_f = 2{,}25\ \text{mm/s.}}$$

5.

a. A bola é lançada obliquamente, então as velocidades iniciais serão tomadas nos eixos vertical (v_{0y}) e horizontal (v_{0x}), de acordo com a trigonometria:

$v_{0y} = v_0.sen45° = 12.m/(s).\sqrt{2}/(2) = 8,4$ m/s

Como

$sem45° = cos45° \rightarrow v_{0x} = v_{0y} = 8,4$ m/s

O tempo para atingir a altura máxima é obtido quando a velocidade vertical (v_y) é igual a zero:

$v_y = v_{0y} - gt \rightarrow 0 = 8,4 - 10t \rightarrow t = 0,84s$

A altura máxima será:

$h_{máx} = h_0 + v_{0y}t - g/(2)t^2 \rightarrow h_{máx} = 0 + 8,4.0,84 - 5.0,84^2 \therefore h_{máx} = 3,528$ m

b. Imediatamente antes da colisão, a velocidade da bola é igual à velocidade horizontal (v_{0x}).

$v_{0x} = v_{0y} = 8,4$ m/s

A velocidade final (v_f) após o choque inelástico é calculada com a conservação da quantidade de movimento (Q).

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$

$$m_{bola} \cdot v_{bola} + m_{balde} \cdot v_{balde} = (m_{bola} + m_{balde}) \cdot v_f$$

$$v_f = \frac{m_{bola} \cdot v_{bola} + m_{balde} \cdot v_{balde}}{(m_{bola} + m_{balde})} \Rightarrow v_f = \frac{1 \cdot 8,4 + 2 \cdot 0}{1+2} \therefore v_f = 2,8 \text{ m/s}$$

6. - A energia mecânica não é conservada, pois o choque é inelástico. A parcela de energia mecânica dissipada é transformada em energia térmica, energia sonora e em trabalho mecânico nas deformações. Somente ocorre conservação da energia mecânica numa colisão quando ela é perfeitamente elástica.

Desprezando variações infinitesimais ocorridas nas direções das velocidades, a quantidade de movimento (ou momento linear) é conservada, pois o sistema formado pelas duas esferas é mecanicamente isolado.

- Após a colisão, o sistema é conservativo. Adotando como referência o plano horizontal que passa pelo ponto de colisão, utilizando a conservação da energia mecânica, vem:

$$\frac{2mv'^2_{AB}}{2} = 2mgh_S \Rightarrow$$

$$v'_{AB} = \sqrt{2gh_S} = \sqrt{2 \times 10 \times 0,2} \Rightarrow v'_{AB} = 4 \text{m/s}.$$

Aplicando a conservação da quantidade de movimento à colisão, calcula-se a velocidade da esfera A, imediatamente antes da colisão:

$$Q_{sist}^{antes} = Q_{sist}^{depois} \Rightarrow mv_A = 2mv'_{AB} \Rightarrow$$

$$v_A = 2v'_{AB} = 2(2) \Rightarrow v_A = 4 \text{ m/s}.$$

Aplicando novamente a conservação da energia mecânica durante a descida da esfera A, até imediatamente antes da colisão com referencial no ponto de colisão:

$$mgh = \frac{mv_A^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{4^2}{20} \Rightarrow \boxed{h = 0,8m.}$$

7. Após os garotos se empurrarem, a quantidade de movimento do sistema deve se conservar, sendo assim, podemos igualar os seus módulos:

$$Q_{início} = Q_{fim}$$

$$0 = m_1v_1 - m_2v_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Multiplicando e dividindo o lado esquerdo da última equação acima por g, temos:

$$\frac{m_1g}{m_2g} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{v_2}{v_1} \qquad \text{(I)}$$

Após o empurrão, os dois se deslocarão respectivamente uma distância d_1 e d_2 até parar. Aplicando o Teorema da Energia Cinética, podemos determinar as suas velocidades:

$$\tau = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} \Rightarrow -F_{at}d = \frac{m \cdot 0^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\mu Nd = -\frac{mv_i^2}{2} \Rightarrow \mu mgd = \frac{mv_i^2}{2} \Rightarrow v_i = \sqrt{2\mu gd}$$

Logo, as velocidades iniciais de cada garoto serão: $v_1 = \sqrt{2\mu gd_1}$ e $\sqrt{2\mu gd_2}$

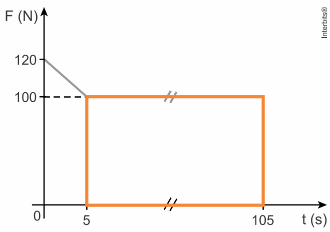
Substituindo esses valores em (I), obtemos:

$P_1/P_2 = \sqrt{2\mu gd_2}/\sqrt{2\mu gd_1} \rightarrow P_1/P_2 = \sqrt{d_2/d_1}$

Portanto, dessa forma é possível utilizar a fita métrica para determinar a relação entre os pesos. Para isso, foram utilizados os conceitos físicos de quantidade de movimento e o teorema da energia cinética.

8. No gráfico da força pelo tempo dado no enunciado, sabe-se que a área sob a curva é numericamente igual ao impulso (I) gerado pela força (F) durante o tempo t.

Como é pedido o impulso no intervalo de tempo compreendido entre 5 e 105 segundos, pode-se concluir que a área do retângulo da figura abaixo é numericamente igual ao impulso no mesmo intervalo de tempo.



Assim, pode-se escrever:

I = Área = 100.100

I = 10000 N.s

9.

a. Em unidades do Sistema Internacional:

$$Q = mv \Rightarrow \begin{cases} Q_a = 0 \\ Q_c = 10 \times 10^{-3} \times 20 \Rightarrow Q_c = 0,2\ \text{kg}\frac{m}{s}. \end{cases}$$

b. Considerando o sistema mecanicamente isolado, pela conservação da quantidade de movimento, vem:

$$Q_i = Q_f \Rightarrow m_c v_c = (m_a + m_c) v_f \Rightarrow 10(20) = 13 v_f \Rightarrow v_f = \frac{200}{13} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_f = 15,4\ \text{m/s.}}$$

10.

a. Dados: m = 60 kg; g = 10 m/s²; h = 10m.

E_{pot} = mgh = 60.10.10 → E_{pot} = 6000 J

b. b) V/Δt = 30 L/s → m_a/Δt = 30 kg/s; m = 60 kg; g = 10 m/s²

O piloto está em equilíbrio: $|F_a|$ = P = mg = 60.10 → $|F_a|$ = 600 N.

ΔQ = $|F_a|$ Δt → m_aΔv = $|F_a|$ Δt → m_a/(Δt). Δv = $|F_a|$ → 30 Δv = 600 → Δv = 20 m/s.

11. A questão está muito mal formulada, pois ela não especifica:

- se o elevador para ao atingir o 95° andar (caso esse não seja o último andar), ou se passa por ele com velocidade de 72 km/h;

- se essa força média é a resultante, ou a tração no cabo que puxa o elevador.

Vamos considerar três situações, aplicando o teorema do impulso em cada uma delas.

1ª. O elevador para no 95° andar e a força média pedida é a resultante (**R**).

I_R = ΔQ → RΔt = mΔv → R.43 = 3000 (0-0) → R = 0 N.

2ª. O elevador passa pelo 95° andar com velocidade de 72 km/h (20 m/s) e a força média pedida é a resultante (**R**).

$$I_{\vec{R}} = \Delta Q \Rightarrow R\,\Delta t = m\,\Delta v \Rightarrow R \cdot 43 = 3.000(20-0) \Rightarrow \boxed{R \cong 1.395\ \text{N.}}$$

3ª. O elevador passa pelo 95° andar com velocidade de 72 km/h (20 m/s) e a força média pedida é a força de tração no cabo (**F**).

$$I_{\vec{R}} = \Delta Q \Rightarrow (F-P)\Delta t = m\,\Delta v \Rightarrow (F - 30.000)43 = 3.000(20-0) \Rightarrow$$

$$F = \frac{60.000}{43} + 30.000 \Rightarrow \boxed{F \cong 31.400\ \text{N.}}$$

12.

a. - Valor de x_e

$$t = 1s;\ \frac{h}{x_e} = 200;\ g = 10\ \text{m/s}^2.$$

Dados:

Aplicando a equação do tempo de queda para o lançamento horizontal:

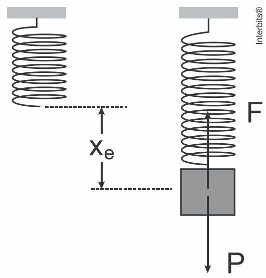
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 \Rightarrow h = 5\text{m}.$$

Aplicando esse resultado na expressão dada:

$$\frac{h}{x_e} = 200 \Rightarrow x_e = \frac{h}{200} = \frac{5}{200} \Rightarrow \boxed{x_e = 2,5 \times 10^{-2}\text{m.}}$$

- A razão m/k

Para a situação de equilíbrio, com o bloco de massa m suspenso:



$$P = F \Rightarrow mg = k x_e \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{x_e}{g} \Rightarrow$$

$$\frac{m}{k} = \frac{2,5 \times 10^{-2}}{10}\left[\frac{m}{m/s^2}\right] \Rightarrow \boxed{\frac{m}{k} = 2,5 \times 10^{-3}\ s^2.}$$

b. Aplicando a conservação da energia mecânica para calcular a velocidade do bloco de massa m ao abandonar a mola:

$$E_{pot} = E_{cin} \Rightarrow \frac{k x_m^2}{2} = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = x_m\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Aplicando a conservação da quantidade de movimento para o choque inelástico entre os blocos de massa m e M = 3m, calcula-se a velocidade de saída do conjunto depois do choque:

$mv=(m+M)v' \Rightarrow mv=4mv' \Rightarrow v'=\frac{v}{4} \Rightarrow v'=\frac{1}{4}\left(x_m\sqrt{\frac{k}{m}}\right) \Rightarrow$

$\boxed{v'=\frac{x_m}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}}$ (I)

Mas:

$$\begin{cases} v'=\frac{x}{t} \\ t=\sqrt{\frac{2h}{g}} \end{cases} \Rightarrow \boxed{v'=\frac{x}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}} \quad \text{(II)}$$

Combinando (I) e (II):

$$\frac{x_m}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{x}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} \Rightarrow \boxed{\frac{x}{x_m}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{k}{m}\times\frac{2h}{g}}} \quad \text{(III)}$$

Mas:

$$\left\{\frac{k}{m}=\frac{1}{m/k}=\frac{1}{2,5\times10^{-3}}=400\ s^{-2}.\right.$$

Portanto, voltando em (III):

$$\frac{x}{x_m}=\frac{1}{4}\sqrt{400\times\frac{2h}{g}} \Rightarrow \frac{x}{x_m}=\frac{1}{4}\sqrt{400\times\frac{2h}{10}} \Rightarrow$$

$$\frac{x}{x_m}=\frac{5}{\sqrt{5}}\sqrt{h} \Rightarrow \boxed{\frac{x}{x_m}=\sqrt{5}\sqrt{h}.}$$

Nesse ponto, a questão se complica porque o enunciado dá que $h/x_e = 200$.

Se a expressão vale para os itens a) e b), a altura de queda tem valor único, h = 5m, calculado no item a), pois o valor de x_e é fixo, $x_e = 2,5\text{x}10^{-2}$. Consequentemente, o tempo de queda também é único, igual a 1s, como já calculado.

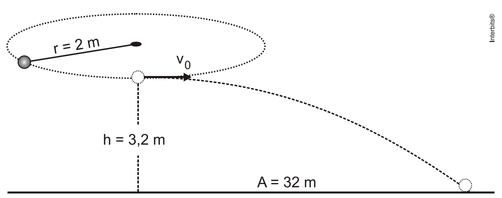
Assim, não existe tempo de queda qualquer e o item b) não tem sentido como está.

Para que ele tenha sentido, deveria ser pedido apenas a razão x/x_m, que teria como resposta:

$$\frac{x}{x_m}=\frac{5}{\sqrt{5}}\sqrt{5} \Rightarrow \boxed{\frac{x}{x_m}=5.}$$

13.

a. Trata-se de um lançamento horizontal, com altura de queda h = 3,2 m e alcance A = 32 m.



Assim, relacionando o tempo de queda e o alcance horizontal:

$$h=\frac{1}{2}g\,t_q^2 \Rightarrow t_q=\sqrt{\frac{2\,h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot3,2}{10}}=\sqrt{0,64}=0,8\ \text{s}.$$

$$A=v_0\,t_q \Rightarrow v_0=\frac{A}{t_q}=\frac{32}{0,8} \Rightarrow v_0=40\ \text{m/s}.$$

b. Entendendo que o enunciado esteja querendo a aceleração centrípeta imediatamente antes de a esfera ser solta, temos:

$$a_C=\frac{v_0^2}{r}=\frac{40^2}{2} \Rightarrow a_C=800\ \text{m/s}^2.$$

c. Temos:

$$\begin{cases} Q=m\,v_0=4\cdot40 \Rightarrow Q=160\ \text{kg}\cdot\text{m/s}. \\ E_C=\frac{m\,v_0^2}{2}=\frac{4\cdot40^2}{2} \Rightarrow E_C=3.200\ \text{J}. \end{cases}$$

14.

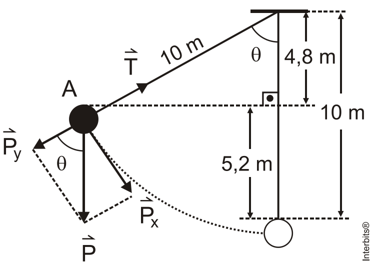
a. Dados: m = 300 kg; v = 2 m/s; v' = 0; Δt = 0,02 s; g = 10 m/s².

Pelo teorema do impulso:

$$I_R=\Delta Q \Rightarrow R_m\,\Delta t=m\,|\Delta v| \Rightarrow R_m=\frac{m\,|v'-v|}{\Delta t}=\frac{300(2)}{0,02} \Rightarrow$$

$$\boxed{R_m=3\times10^4\ \text{N}.}$$

b. A figura mostra as forças agindo na bola no ponto A.



Como nesse ponto a velocidade é nula, temos:

$$T=P_y \Rightarrow T=m\,g\cos\theta \Rightarrow T=300\cdot10\cdot\frac{4,8}{10} \Rightarrow$$

$$\boxed{T=1,44\times10^3\ \text{N}.}$$

15. Nota: há incompatibilidade entre o enunciado e a figura 2: a figura mostra que $\mathbf{v_{1f}}$ é a velocidade da partícula 1 **antes** da colisão, enquanto que o enunciado afirma que a velocidade da partícula 1 **depois** da colisão é $\mathbf{v_{1f}}$ = 4,5 m/s.

a. Cálculo da velocidade da partícula 1 antes da colisão ($\mathbf{v_{1a}}$), usando a conservação da energia mecânica:

$$\cancel{M}\,g\,h=\frac{\cancel{M}\,v_{1a}^2}{2} \Rightarrow v_{1a}=\sqrt{2\,g\,h}=\sqrt{2\cdot10\cdot1,25}=\sqrt{25} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_{1a}=5\ \text{m/s}.}$$

b. Adotando:

v_{1a}: velocidade da partícula 1 antes da colisão → **v_{1a}** = 5 m/s;

v_{1f}: velocidade da partícula 1 depois da colisão → **v_{1f}** = 4,5 m/s;

v_{2a}: velocidade da partícula 2 antes da colisão → **v_{1a}** = 0 m/s;

v_{2f}: velocidade da partícula 2 depois da colisão → **v_{2f}** = ? (a determinar)

Como o choque é perfeitamente elástico, o coeficiente de restituição, e = 1.

$$e = \frac{v_{afastamento}}{v_{aproximação}} \Rightarrow e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1a} - v_{2a}} \Rightarrow 1 = \frac{v_{2f} - 4{,}5}{5 - 0} \Rightarrow v_{2f} - 4{,}5 = 5 \Rightarrow$$

$$\boxed{v_{2f} = 9{,}5 \text{ m/s.}}$$

Usando novamente a conservação da energia mecânica para a partícula 2, calculamos a altura máxima (**h_f**) que ela atinge:

$$\cancel{m}\ g\ h_f = \frac{\cancel{m}\ v_{2f}^2}{2\ g} \Rightarrow h_f = \frac{v_{2f}^2}{2\ g} = \frac{9{,}5^2}{20} = \frac{90{,}25}{20} \Rightarrow$$

$$\boxed{h_f = 4{,}125 \text{ m.}}$$

16. Dados: **m_g** = 50 kg; **m_b** = 150 kg; **d_a** = 10^3 kg/m^3 ; **V_g** = 0,9 m/s; **g** = 10 m/s^2.

– Volume de água deslocado (V_{desloc}).

Para a situação de equilíbrio, a intensidade do empuxo é igual à do peso.

$$E = P \Rightarrow d_a\ V_{desloc}\ \cancel{g} = (m_g + m_b)\cancel{g} \Rightarrow$$

$$V_{desloc} = \frac{m_g + m_b}{d_a} = \frac{200}{10^3} = 200 \times 10^{-3} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{desloc} = 0{,}2 \text{ m}^3.}$$

– Módulo da velocidade de recuo do barco ($|V_{Rec}|$).

Desprezando o atrito do barco com a água, pela conservação da quantidade de movimento, temos:

$$|\vec{Q}|_{barco} = |\vec{Q}|_{garoto} \Rightarrow m_b\ |\vec{V}_{rec}| = m_g |\vec{V}_g| \Rightarrow$$

$$|\vec{V}| = \frac{m_g |\vec{V}_g|}{m_b} = \frac{50 \cdot 0{,}9}{150} = 200 \times 10^{-3} \Rightarrow$$

$$\boxed{|\vec{V}_{Rec}| = 0{,}3 \text{ m/s.}}$$

17. Considerações:

- a densidade da água é 1 kg/L. Então, a massa de água que cai é 1 kg.

- g = 10 m/s^2.

- o que o ponto em que a sacola atingiu o carro estava no nível da janela do térreo.

A altura de queda (**h**) é:

h = 8 (2,5) = 20 m

Pela equação de Torricelli, calculamos a velocidade de impacto:

$$v^2 = v_0^2 + 2\ g\ h \Rightarrow v = \sqrt{2\ g\ h} = \sqrt{2(10)(20)} = \sqrt{400} = 20 \text{ m/s.}$$

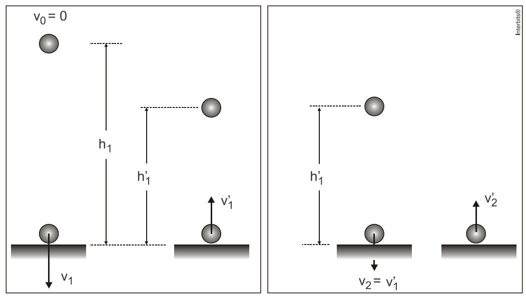
Pelo teorema do impulso:

$$I_{\vec{R}} = m|\Delta\vec{v}| \Rightarrow (N - P)\Delta t = m(v - v_0) \Rightarrow (N - 10)0{,}01 = 1(20 - 0) \Rightarrow$$

$$N = \frac{20}{0{,}01} + 10 \Rightarrow N = 2.010 \text{ N.}$$

18. Dados: h_1 = 1,25 m; h_1' = 0,8 m; g = 10 m/s^2.

a. A figura ilustra os dois choques.



1º Choque 2º Choque

Nesse item serão considerados apenas os módulos das velocidades.

Pela Conservação da energia mecânica:

$$m\ g\ h = \frac{m\ v^2}{2} \Rightarrow$$

$$v^2 = 2\ g\ h \begin{cases} \text{Chegada}: v_1^2 = 2 \cdot 10 \cdot 1{,}25 \Rightarrow v_1 = 5 \text{ m/s.} \\ \text{Subida}: v_1'^2 = 2 \cdot 10 \cdot 0{,}8 \Rightarrow v_1' = 4 \text{ m/s.} \end{cases}$$

b. O coeficiente de restituição (**e**) entre a bolinha e o chão é:

$$e = \frac{v_1'}{v_1} = \frac{4}{5} \Rightarrow e = 0{,}8.$$

Para o 2º choque:

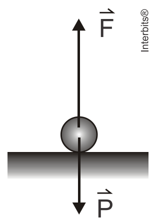
$$e = \frac{v_2'}{v_2} \Rightarrow 0{,}8 = \frac{v_2'}{4} \Rightarrow v_2' = 3{,}2 \text{ m/s.}$$

c. Orientando a trajetória para baixo, para cada choque temos:

$$\text{Bolinha } 1 \begin{cases} v_1 = 5 \text{ m/s.} \\ v_1' = -4 \text{ m/s.} \end{cases}$$

$$\text{Bolinha } 2 \begin{cases} v_1 = 5 \text{ m/s.} \\ v_1' = 0 \text{ (Choque inelástico).} \end{cases}$$

A figura mostra as forças atuantes na bolinha durante o choque.



Aplicando o Teorema do Impulso para as duas bolinhas:

$$\text{Bolinha 1} \begin{cases} F_1 - P = \dfrac{m\left|v_1' - v_1\right|}{\Delta t} \Rightarrow F_1 - P = \dfrac{m\left|-4-5\right|}{\Delta t} \Rightarrow \\ F_1 = 9\dfrac{m}{\Delta t} + P. \end{cases}$$

$$\text{Bolinha 2} \begin{cases} F_2 - P = \dfrac{m\left|v_1' - v_1\right|}{\Delta t} \Rightarrow F_2 - P = \dfrac{m\left|0-5\right|}{\Delta t} \Rightarrow \\ F_2 = 5\dfrac{m}{\Delta t} + P. \end{cases}$$

Comparando os resultados obtidos: F1 > F2.

(   ) $F_1 < F_2$

(   ) $F_1 = F_2$

(X) $F_1 > F_2$

19. Dados: $\mathbf{m_A} = \mathbf{m_B} = 3$ kg; $\mathbf{E_{Mec}} = 3{,}75$ J; $\mathbf{v_0} = 1$ m/s; $\mathbf{v_B} = 1{,}5$ m/s.

A energia mecânica do sistema é igual à energia potencial elástica da mola mais a energia cinética dos dois carrinhos.

$$E_{Mec} = E_{pot}^{mola} + E_{Cin}^{carros} \Rightarrow E_{Mec} = E_{pot}^{mola} + \frac{2\ m\ v_0^2}{2} \Rightarrow E_{pot}^{mola} = E_{Mec} - m\ v_0^2 \Rightarrow$$
$$E_{pot}^{mola} = 3{,}75 - 3 \cdot 1^2 \Rightarrow E_{pot}^{mola} = 3{,}75 - 3 \Rightarrow$$
$$E_{pot}^{mola} = 0{,}75\ \text{J}.$$

O sistema é mecanicamente isolado, logo ocorre conservação da quantidade de movimento durante o disparo.

$$Q_{sist}^{antes} = Q_{sist}^{depois} \Rightarrow 2\ m\ v_0 = m\ v_A + m\ v_B \Rightarrow 2 \cdot 1 = v_A + 1{,}5 \Rightarrow$$
$$v_A = 0{,}5\ \text{m/s}.$$

Obs.: Como o sistema é também conservativo, a velocidade final do carrinho A pode ser calculada pela conservação da energia mecânica.

20.

a. Cálculo da velocidade inicial, através do Teorema do Impulso:

$$I = \Delta Q \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{F \cdot \Delta t}{m}$$

Assim, substituindo os valores fornecidos, temos:

$$v = \frac{F \cdot \Delta t}{m} = \frac{84\ \text{N} \cdot 0{,}1\ \text{s}}{0{,}3\ \text{kg}} \therefore v = 28\ \text{m/s}$$

b. Cálculo do tempo de queda:

$$h = \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}45\ \text{m}}{10\ \text{m/s}^2}} \therefore t = 0{,}7\ \text{s}$$

c. Cálculo do alcance horizontal da bola:

$$x = v \cdot t \Rightarrow x = 28\ \text{m/s} \cdot 0{,}7\ \text{s} \therefore x = 19{,}6\ \text{m}$$

21.

a. Cálculo do trabalho da força peso:

$$W_p = m \cdot g \cdot h \Rightarrow W_p = 50\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 \cdot 18\ \text{m}$$
$$W_p = 9000\ \text{J}$$

b. Cálculo do tempo de queda e da velocidade ao tocar o solo:

$$h = \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2\ \text{m}}{10\ \text{m/s}^2}} \therefore t = 0{,}8\ \text{s}$$

$$v = g \cdot t \Rightarrow v = 10\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}8\ \text{s}$$
$$\therefore v = 8\ \text{m/s}$$

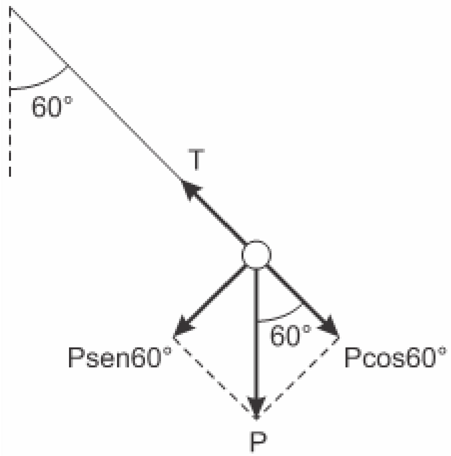
c. Cálculo do tempo de amortecimento, através do Teorema do Impulso.

$$I = \Delta Q \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot v \Rightarrow \Delta t = \frac{m \cdot v}{F}$$

$$\Delta t = \frac{50\ \text{kg} \cdot 8\ \text{m/s}}{800\ \text{N}} \therefore \Delta t = 0{,}5\ \text{s}$$

22.

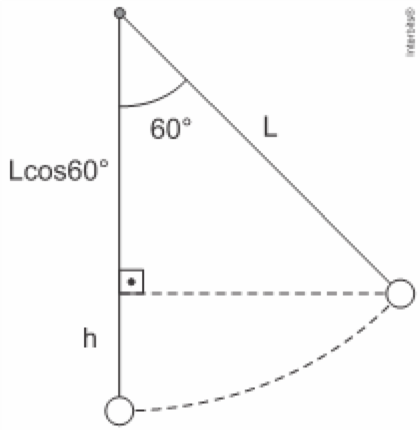
a. No ponto mais alto da trajetória, temos as forças:



$T = P\cos 60° = 0{,}6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}$

$\therefore T = 3\ N$

b. Sendo a velocidade procurada, por conservação de energia entre os instantes inicial e final, temos:



Onde , $h = L - L\cos 60° = L - L/2 \Rightarrow h = 0{,}2\ m$

$E_{inicial} = E_{final}$

$\frac{mv^2}{2} = mgh \Rightarrow \frac{v^2}{2} = 10 \cdot 0{,}2 \Rightarrow v^2 = 4$

$\therefore v = 2\ m/s$

ANOTAÇÕES

Biologia total
PROF. PAULO JUBILUT

contato@biologiatotal.com.br
/biologiajubilut
Biologia Total com Prof. Jubilut
@biologiatotaloficial
@Prof_jubilut
biologiajubilut