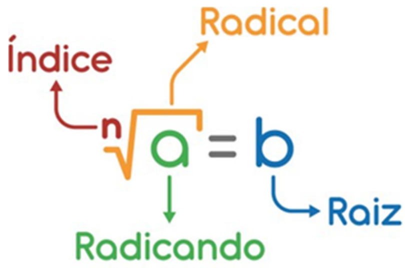
RADICIAÇÃO

Radiciação é a operação matemática inversa à potenciação.



PROPRIEDADES

- A raiz enésima de um número elevado a n é igual a esse mesmo número.

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

- A raiz enésima do produto é igual ao produto das raízes enésimas.

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

- Para a raíz de uma raíz, basta multiplicar os seus índices.

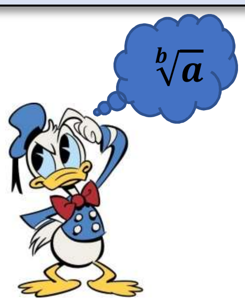
$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

- O índice e expoente do radicando podem ser multiplicados ou divididos pelo mesmo número.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot x]{a^{m \cdot x}} \text{ ou } \sqrt[\frac{n}{x}]{a^{\frac{m}{x}}}$$

- A raíz enésima de uma razão é igual a razão das raízes enésimas.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$



ALGUMAS APLICAÇÕES

⇒ Quando a potência possuir um expoente fracionário

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$$

⇒ Usamos a fatoração para descobrir a raíz de um número.

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	144

Pela fatoração temos: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Como o índice da raiz quadrada é 2, escrevemos da seguinte forma: $2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2$.

Agora podemos simplificar os expoentes de valor 2 com o índice da raiz.

$$\sqrt{144} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = \mathbf{12}$$

Existem casos que não saberemos de forma direta o resultado da radiciação ou que o resultado da raíz não é um número inteiro. Nesta situação, podemos simplificar o radical.

864	2
432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

Pela fatoração tem: $\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$. Como o índice da raiz quadrada é 2, escrevemos da seguinte forma: $\mathbf{2^2} \cdot \mathbf{2^2} \cdot 2 \cdot \mathbf{3^2} \cdot 3$. Agora podemos simplificar os expoentes de valor 2 com o índice da raiz.

$$\sqrt[2]{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 3} = 2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2 \cdot 3}$$

$$\sqrt{862} = \mathbf{12\sqrt{6}}$$

⇒ $-\sqrt[3]{8} = \mathbf{-2}$

⇒ $\sqrt[3]{-8} = \mathbf{-2}$

$$(-2)^3 = \mathbf{-8}$$

RACIONALIZAÇÃO DOS DENOMINADORES

A racionalização de denominadores tem como objetivo a transformação de uma fração com denominador irracional em uma fração equivalente, mas com um denominador racional.

Quando multiplicamos o denominador e o numerador de uma fração por um mesmo número, obtemos uma fração equivalente. Veja:

$$\frac{3\cdot\mathbf{6}}{5\cdot\mathbf{6}}=\frac{18}{30}\rightarrow\frac{3}{6}\text{ e }\frac{18}{30}\text{ são }\textbf{equivalentes}$$

Vamos racionalizar uma fração com denominador irracional:

$$\frac{15}{\sqrt{\mathbf{3}}}$$

Para racionalizar a fração iremos encontrar o conjugado do denominador.

> **Conjugado:** O conjugado do número irracional é o valor que ao ser multiplicado pelo irracional dará como resultado um número racional.

CASOS DA RACIONALIZAÇÃO

⇒ Quando o denominador possuir uma raiz quadrada, o conjugado será igual ele mesmo. Veja:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\sqrt{\mathbf{3}}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[2]{3^2}}\rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}$$

⇒ Quando o denominador possuir uma raíz com índice maior que dois:

$$\frac{2}{\sqrt[5]{3^2}}$$

> Devemos multiplicar por um número que faça com que a potência do denominador chegue até o índice 5. Veja que $3^2\cdot\mathbf{3^3}=3^5$, então $\mathbf{3^3}$ será o valor usado para que a multiplicação gere um número racional.

$$\frac{2}{\sqrt[5]{3^2}}\cdot\frac{\sqrt[5]{\mathbf{3^3}}}{\sqrt[5]{\mathbf{3^3}}}=\frac{2\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^5}}=\frac{2\sqrt[5]{27}}{3}$$

OPERAÇÕES

Soma e Subtração

Radicais semelhantes: efetuamos a operação com o coeficiente e repetimos o radical.

$$3\sqrt{\mathbf{2}}+4\sqrt{\mathbf{2}}=7\sqrt{\mathbf{2}}$$
$$10\sqrt{\mathbf{3}}-4\sqrt{\mathbf{3}}=6\sqrt{\mathbf{3}}$$

Radicais diferentes: efetuamos os valores das raízes e finalizamos a conta.

$$\sqrt{144}+\sqrt{256}=\mathbf{12}+\mathbf{16}=28$$
$$\sqrt{625}-\sqrt{81}=\mathbf{25}-\mathbf{9}=16$$

Simplificação: utilizaremos a fatoração.

$$8\sqrt{6}+9\sqrt{24}=8\sqrt{6}+9\sqrt{\mathbf{2^2\cdot 2\cdot 3}}=$$
$$8\sqrt{6}+18\sqrt{6}=\mathbf{26\sqrt{6}}$$

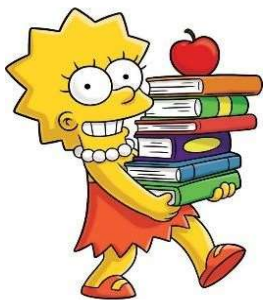
Multiplicação e Divisão

Mesmo índice: efetuamos a operação com os radicandos e repetimos a raiz.

$$\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{\mathbf{8\cdot 4}}=\sqrt[3]{32}$$
$$\sqrt[5]{36}\div\sqrt[5]{12}=\sqrt[5]{\mathbf{36\div 12}}=\sqrt[5]{3}$$

Índices diferentes: manipulamos para chegar ao mesmo índice.

$$\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[2]{3}=\sqrt[\mathbf{3\cdot 2}]{8^{\mathbf{1\cdot 2}}}\cdot\sqrt[\mathbf{2\cdot 3}]{3^{\mathbf{1\cdot 3}}}=\sqrt[\mathbf{6}]{64}\cdot\sqrt[\mathbf{6}]{27}=\sqrt[\mathbf{6}]{1728}$$
$$\sqrt[3]{4}\div\sqrt[5]{8}=\sqrt[\mathbf{3\cdot 5}]{4^{\mathbf{1\cdot 5}}}\cdot\sqrt[\mathbf{5\cdot 3}]{8^{\mathbf{1\cdot 3}}}=\sqrt[\mathbf{15}]{1024}\cdot\sqrt[\mathbf{15}]{512}=\sqrt[\mathbf{15}]{2}$$



QUESTÕES - RADICIAÇÃO

Questão 01

Sabendo que todas as expressões são definidas no conjunto dos números reais, determine o resultado para:

a) $8^{\frac{2}{3}}$
b) $\sqrt{(-4)^2}$
c) $\sqrt[3]{-8}$
d) $-\sqrt[4]{81}$

Questão 02

Se A = $\sqrt{\sqrt{6}-2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{6}}$ então o valor de A^2 é:

a) 1
b) 2
c) 6
d) 36

Questão 03

Encontre o valor de x para a expressão: $x = \sqrt{8} + \sqrt{64} - 5\sqrt{2}$.

Questão 04

Seja $x = \sqrt{100} - \sqrt{5}$ e $y = \sqrt{3} \cdot \sqrt{50}$, então x / y é igual a quanto?

Questão 05

Por qual número devemos multiplicar o número 0,75 de modo que a raiz quadrada do produto obtido seja igual a 45?

a) 2700
b) 2800
c) 2900
d) 3000

Questão 06

Qual o resultado da soma da expressão: $\frac{3}{4} + \frac{1}{\sqrt{16}+\sqrt{4}}$

Questão 07

Simplifique a expressão a seguir: $\sqrt{\sqrt[3]{8} - \sqrt{25} + \sqrt{\sqrt{625}}}$

Questão 08

Calcule o valor das raízes, usando a definição de raiz.

a) $\sqrt{81}$
b) $\sqrt{16}$
c) $\sqrt{169}$
d) $\sqrt[3]{64}$
e) $\sqrt[3]{27}$
f) $\sqrt[5]{32}$

Questão 09

Resolva as expressões abaixo:

a) √16+√36=
b) √25+√9=
c) √49-√4=
d) √36-√1=
e) √9+√100=
f) √4 x √9 =

Questão 10

Um terreno possui área igual a 196 m^2. Sabendo que esse terreno tem formato de um quadrado, então os seus lados possuem medida igual a:

a) 12 m.
b) 13 m.
c) 14 m.
d) 15 m.
e) 16 m.

Questão 11

O valor de $\sqrt[3]{7+\sqrt{3-\sqrt{1+\sqrt{9}}}}$

a) 5
b) 20
c) 3
d) 2
e) 4

Questão 12

O valor de $\sqrt{19+\sqrt{32+\sqrt{14+\sqrt{1+\sqrt{9}}}}}$

a) 6
b) 5
c) 4
d) 3
e) 2

Questão 13

O valor da expressão √50 − √18+ √98

Questão 14

(Ctmg) Seja a expressão $x = \sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}$, então o valor de $\frac{x^2}{5}$ é

a) 2
b) 3
c) 5
d) 10

Questão 15

(Uel) O valor da expressão $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{1+\sqrt{2}} - \frac{1}{2+\sqrt{2}}$

a) $-\sqrt{2}$
b) $-1/2$
c) 0
d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
e) 2

Questão 16

(G1 – utfpr) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ é igual a:

a) $\sqrt[3]{5}$
b) $5\sqrt[3]{5}$
c) $\sqrt[4]{5}$
d) $5\sqrt[4]{5}$
e) $\sqrt{5}$

Questão 17

(Cftmg) Se $m = \frac{5-\sqrt{3}}{22}$ e $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} =$, então, o valor de n é

a) $\frac{-4+\sqrt{3}}{13}$
b) $2 + \sqrt{3}$
c) $\frac{-1-\sqrt{3}}{10}$
d) $\frac{4\sqrt{3}}{13}$

Questão 18

(Ifsul) Analise as seguintes afirmações:

I. A subtração $(2\sqrt{8} - 3\sqrt{2})^3$ equivale a $2\sqrt{2}$.
I. $5\sqrt{2}$ é maior que $11\sqrt{2}$.
II. $(6\sqrt{3})^2$ é igual a 108.

Estão correta(s) a(s) afirmativa(s):

a) I e II apenas
b) I e III apenas
c) II e III apenas
d) I, II e III

Questão 19

(Cftpr) A expressão $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{5})$ é equivalente a:

a) $14 + \sqrt{15}$
b) $14 - 4\sqrt{15}$
c) 14
d) 0
e) 19

Questão 20

(Cftce) A expressão $\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt[3]{\frac{y}{x}}}$, com x > 0 e y > 0, é igua a:

a) $\sqrt[6]{\frac{y}{x}}$
b) $\sqrt[3]{xy}$
c) $\sqrt{\frac{x}{y}}$
d) $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$
e) $\sqrt[6]{\frac{x}{y}}$