

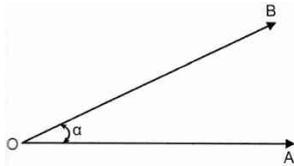
**MÓDULO 20**

**1. Geometria Plana: ângulo, paralelismo, perpendicularidade, feixe de retas paralelas e transversais.**

**1.1) ÂNGULOS**

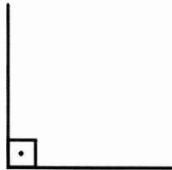
Ângulo é a região do plano limitada por duas semirretas de mesma origem.

$\alpha = \widehat{A\hat{O}B}$

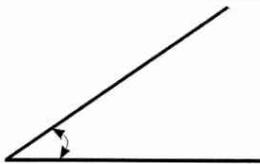


**1.2) Tipos de ângulos**

a) Reto – abertura igual a  $90^\circ$ .



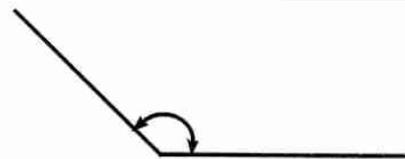
b) Agudo – abertura menor que  $90^\circ$ .



c) Meia volta (Raso) – abertura igual a  $180^\circ$ .



d) Obtuso – abertura compreendida entre  $90^\circ$  e  $180^\circ$ .



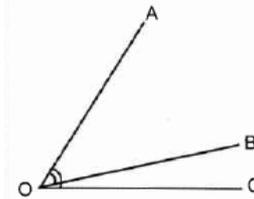
e) Uma volta – abertura igual a  $360^\circ$ .



**1.3) Ângulos consecutivos**

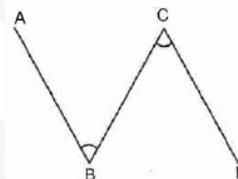
Dois ângulos são consecutivos quando possuem um lado comum.

Ex:



Os ângulos  $\widehat{A\hat{O}B}$  e  $\widehat{A\hat{O}C}$  são consecutivos.  
Os ângulos  $\widehat{A\hat{O}B}$  e  $\widehat{B\hat{O}C}$  são consecutivos  
Os ângulos  $\widehat{A\hat{O}C}$  e  $\widehat{B\hat{O}C}$  são consecutivos

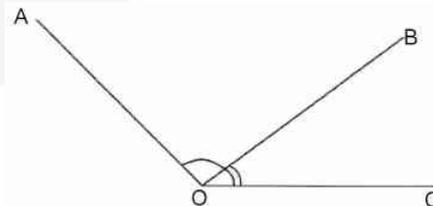
Ex:



Os ângulos  $\widehat{A\hat{B}C}$  e  $\widehat{B\hat{C}D}$  são consecutivos.

**1.4) Ângulos adjacentes**

Dois ângulos são adjacentes quando possuem o mesmo vértice, um lado comum e os lados não comuns, chamados de lados exteriores, situados em semi-planos distintos determinados pela reta suporte do lado comum.



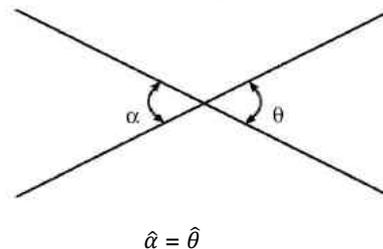
**Obs.:** Dois ângulos adjacentes são ângulos consecutivos cujo lado comum está entre os não comuns.

$\widehat{A\hat{O}B}$  e  $\widehat{B\hat{O}C}$  são adjacentes.

$\widehat{A\hat{O}B}$  e  $\widehat{A\hat{O}C}$  não são adjacentes.

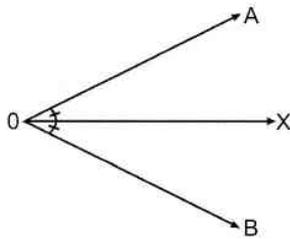
**1.4) Ângulos opostos pelo vértice**

Dois ângulos são opostos pelo vértice quando os lados de um deles são os prolongamentos dos lados do outro.



**1.5) Bissetriz de um ângulo**

É a semirreta que parte do vértice do ângulo dividindo-o em dois outros ângulos congruentes.



$\overrightarrow{OX}$  é bissetriz de  $\widehat{AOB}$ , então:  
 $\widehat{AOX} = \widehat{XOB}$

**1.6) Complemento, Suplemento e Replemento**

a) Dois ângulos *complementares* são aqueles cuja soma vale  $90^\circ$ .

O *complemento* de um ângulo é o que falta à sua medida para completar  $90^\circ$ .

**Obs.:  $x$  e  $90^\circ - x$**

b) Dois ângulos *suplementares* são aqueles cuja soma vale  $180^\circ$ .

O *suplemento* de um ângulo é o que falta à sua medida para completar  $180^\circ$ .

**Obs.:  $x$  e  $180^\circ - x$**

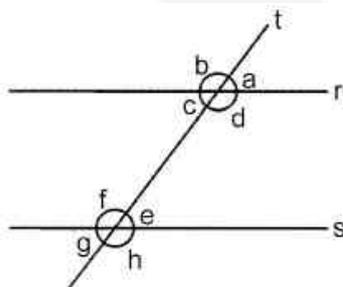
c) Dois ângulos *replementares* são aqueles cuja soma vale  $360^\circ$ .

O *replemento* de um ângulo é o que falta à sua medida para completar  $360^\circ$ .

**Obs.:  $x$  e  $360^\circ - x$**

**1.7) Retas Paralelas cortadas por transversal**

Na figura abaixo, supondo que a transversal  $t$  não é perpendicular às paralelas  $r$  e  $s$ , formam-se oito ângulos de soma  $720^\circ$ , dos quais quatro são agudos ( $a, c, e, g$ ) e congruentes e quatro são obtusos ( $b, d, f, h$ ) também congruentes entre si.



a) **Correspondentes**: são ângulos congruentes que ocupam posições análogas em relação às paralelas ( $\widehat{a}$  e  $\widehat{e}$ ,  $\widehat{b}$  e  $\widehat{f}$ ,  $\widehat{c}$  e  $\widehat{g}$ ,  $\widehat{d}$  e  $\widehat{h}$ ).

b) **Alternos internos**: são ângulos congruentes que estão em lados opostos em relação à transversal e entre as paralelas ( $\widehat{a}$  e  $\widehat{e}$ ,  $\widehat{d}$  e  $\widehat{f}$ ).

c) **Alternos externos**: são ângulos congruentes que estão em lados opostos em relação à transversal e exteriores às paralelas ( $\widehat{a}$  e  $\widehat{g}$ ,  $\widehat{b}$  e  $\widehat{h}$ ).

d) **Colaterais internos**: são ângulos suplementares que estão do mesmo lado da transversal e entre as paralelas ( $\widehat{c}$  e  $\widehat{f}$ ,  $\widehat{d}$  e  $\widehat{e}$ ).

e) **Colaterais externos**: são ângulos suplementares que estão do mesmo lado da transversal e exteriores às paralelas ( $\widehat{a}$  e  $\widehat{h}$ ,  $\widehat{b}$  e  $\widehat{g}$ ).

**2. EXERCÍCIOS**

1)

Calcule o complemento e o suplemento de  $35^\circ$ :

- a)  $55^\circ$  e  $145^\circ$
- b)  $65^\circ$  e  $135^\circ$
- c)  $55^\circ$  e  $135^\circ$
- d)  $65^\circ$  e  $145^\circ$

2) (EEAR - 2018)

O complemento do suplemento do ângulo de  $112^\circ$

mede:

- a)  $18^\circ$
- b)  $28^\circ$
- c)  $12^\circ$
- d)  $22^\circ$

3) (ESA)

A soma de dois ângulos vale  $125^\circ$  e um deles é a metade do suplemento do outro. O complemento do menor deles vale:

- a)  $35^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $55^\circ$
- d)  $25^\circ$
- e)  $15^\circ$

4)

Os ângulos colaterais internos em duas retas paralelas cortadas por uma transversal são:

- a) complementares
- b) iguais
- c) replementares
- d) suplementares
- e) explementares

5)

Os ângulos alternos internos em duas retas paralelas cortadas por uma transversal são:

- a) complementares
- b) iguais
- c) replementares
- d) suplementares
- e) explementares

6) (ESA)

Duas retas paralelas cortadas por uma transversal determinam dois ângulos alternos externos cujas medidas são  $a = 2x + 57^\circ$  e  $b = 5x + 12^\circ$ . Calcule em graus as medidas de  $a$  e  $b$ .

- a)  $a = 70^\circ$  e  $b = 70^\circ$
- b)  $a = 60^\circ$  e  $b = 60^\circ$
- c)  $a = 78^\circ$  e  $b = 78^\circ$
- d)  $a = 87^\circ$  e  $b = 87^\circ$
- e)  $a = 93^\circ$  e  $b = 93^\circ$

