

**EXERCÍCIOS - PROPOSTOS**

1. A expressão  $k - 4x^5/y^2 + 4x^4$  representa o quadrado de uma diferença. O valor de  $k$  para  $x = -1/2$  e  $y = 1/3$  é

- (A)  $-243/128$
- (B)  $-81/64$
- (C)  $-64/81$
- (D)  $81/64$
- (E)  $64/81$

2. A expressão

$$x^2 - y^2 - z^2 + 2yz + x + y - z$$

- (A) admite  $-x + y + z$  como fator
- (B) admite  $x - y - z + 1$  como fator
- (C) admite  $x + y - z + 1$  como fator
- (D) admite  $x - y + z + 1$  como fator
- (E) admite  $x - y - z - 1$  como fator

3. Fatorar, ao máximo, a expressão:

$$4b^2c^2 - (a^2 - b^2 - c^2)^2$$

4. Se  $a + 1/a = 3/5$ , então  $a^3 + 1/a^3$  é igual a

- (A)  $27/125$
- (B)  $-198/125$
- (C)  $128/125$
- (D)  $252/125$
- (E)  $9/5$

5. Se os valores positivos  $x$ ,  $y$  e  $z$  são tais que  $xy = 8$ ,  $xz = 4$  e  $y^2 + z^2 = 5$ , então  $x - y - 2z$  é igual a

- (A)  $-2$
- (B)  $-1$
- (C)  $0$
- (D)  $1$
- (E)  $2$

6. Dado que  $a + b + c = 4$  e  $a^2 + b^2 + c^2 = 10$ , o valor de  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$  é igual a

- (A)  $64$
- (B)  $28$
- (C)  $86$
- (D)  $42$
- (E)  $56$

7. Quanto devemos adicionar a  $(x + 1)^3$  para obtermos  $(x + 3)^3$ ?

- (A)  $x + 2$
- (B)  $2$
- (C)  $6x^2 + 24x + 26$
- (D)  $x^2 + 4x + 4$
- (E)  $8$

8. Sabendo que  $a + b = 13$  e  $a^2 - b^2 = 39$ , o valor de  $a$  é igual a

- (A)  $8$
- (B)  $9$
- (C)  $10$
- (D)  $11$
- (E)  $12$

9.

$$\left\{ \sqrt[4]{[(a + b + c)^2 + (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]^{1/4}} \right\}^{16} =$$

- (A)  $3(a^2 + b^2 + c^2)$
- (B)  $3a^2 + b^2 + c^2$
- (C)  $3a^2 + 3b^2 - c$
- (D)  $1$
- (E)  $0$

10. Se  $xy = 2$ ,  $zx = 3$  e  $yz = 6$ , com  $x > 0$ ,  $y > 0$  e  $z > 0$ , então  $(x + y + z)^2$  é igual a

- (A)  $9$
- (B)  $81$
- (C)  $36$
- (D)  $25$
- (E)  $49$

**GABARITO**

1. Em vídeo.

2. D

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 - z^2 + 2yz + x + y - z \\ x^2 - (y^2 + z^2 - 2yz) + x + y - z \\ x^2 - (y - z)^2 + x + y - z \\ (x + y - z)(x - y + z) + x + y - z \\ (x + y - z)(x - y + z + 1) \end{aligned}$$

3. Em vídeo

4. B

$$\begin{aligned} a + 1/a &= 3/5 \\ (a + 1/a)^3 &= (3/5)^3 \\ a^3 + 3a + 3/a + 1/a^3 &= 27/125 \\ a^3 + 3(a + 1/a) + 1/a^3 &= 27/125 \\ a^3 + 3(3/5) + 1/a^3 &= 27/125 \\ a^3 + 9/5 + 1/a^3 &= 27/125 \\ a^3 + 1/a^3 &= 27/125 - 9/5 \\ a^3 + 1/a^3 &= 27/125 - 9/5 \\ a^3 + 1/a^3 &= -198/125 \end{aligned}$$

5. Em vídeo

6.

Em primeiro lugar, fazemos:

$$\begin{aligned} a + b + c &= 4 \\ (a + b + c)^2 &= 4^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc &= 16 \\ 10 + 2(ab + ac + bc) &= 16 \\ 2(ab + ac + bc) &= 6 \\ ab + ac + bc &= 3 \end{aligned}$$

Agora, vamos fatorar  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ :

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc + (3a^2b - 3a^2b) + (3ab^2 - 3ab^2) \\ = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + c^3 - 3abc - 3a^2b - 3ab^2 \\ = (a + b)^3 + c^3 - 3ab(a + b + c) \\ = (a + b + c)((a + b)^2 - (a + b)c + c^2) - 3ab(a + b + c) \\ = (a + b + c)[a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2 - 3ab] \\ = (a + b + c)[a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc] \\ = (a + b + c)[a^2 + b^2 + c^2 - (ab + ac + bc)] \end{aligned}$$

Substituindo pelos valores dados, temos

$$\begin{aligned} &= (a + b + c)[a^2 + b^2 + c^2 - (ab + ac + bc)] \\ &= 4 \cdot [10 - 3] \\ &= 4 \cdot 7 \\ &= 28 \end{aligned}$$

7. Em vídeo

8. A

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= 39 \\ (a + b)(a - b) &= 39 \\ 13(a - b) &= 39 \\ a - b &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a + b = 13 \\ a - b = 3 \end{cases}$$

$$a = 8$$

9. Em vídeo.

10. C

$xy = 2$  e  $xz = 3$ , então, multiplicando membro a membro, obtemos  $x^2yz = 6$ , como  $yz = 6$ , temos  $x^2 = 1$  e portanto  $x = 1$ , dado que  $x > 0$ . Assim, temos

$$xy = 2 \rightarrow y = 2 \text{ e } xz = 3 \rightarrow z = 3$$

A resposta é

$$(x + y + z)^2 = (1 + 2 + 3)^2 = 6^2 = 36$$