Resolução – Matemática Básica
S11.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 01 ====================================

O que precisamos fazer nessa questão é converter as distâncias em cada mapa na distância real, usando a escala de cada um.

A escala (E) de um mapa é dada por:

$$E = \frac{d_{mapa}}{d_{real}}$$

Então aplicando isso no mapa que representa a distância de A a B, teremos:

$$\frac{1}{250.000} = \frac{13cm}{d_{real}}$$
$$d_{real} = 13 \times 250.000cm$$
$$d_{real} = 13 \times 2.500m$$
$$d_{real} = 32.500m$$

Para as cidades A e C, usaremos outra distância e outra escala, conforme os dados do enunciado:

$$\frac{1}{300.000} = \frac{10cm}{d_{real}}$$
$$d_{real} = 10 \times 300.000cm$$
$$d_{real} = 10 \times 3.000m$$
$$d_{real} = 30.000m$$

E por fim, para a cidade D teremos:

$$\frac{1}{500.000} = \frac{9cm}{d_{real}}$$
$$d_{real} = 9 \times 500.000cm$$
$$d_{real} = 9 \times 5.000m$$
$$d_{real} = 45.000m$$

Com isso, a maior distância é a entre A e D, em seguida a distância de A a B, e a menor é entre A e C. Com isso, a ordem crescente das letras fica Y, X, Z. **Letra B.**

Exercício 02 ====================================

Mais uma vez, usando a definição de escala, temos que esta é a razão entre a distância gráfica e a distância real, então podemos usar a relação:

$$E = \frac{d_{mapa}}{d_{real}}$$

E basta substituir os valores das distâncias no mapa e no mundo real:

$$E = \frac{7cm}{140km}$$

No entanto, para podermos efetuar essa divisão, as unidades de distância precisam ser iguais:

$$E = \frac{7cm}{140km}$$
$$E = \frac{7cm}{140.000m}$$
$$E = \frac{7cm}{14.000.000cm}$$
$$E = \frac{7}{14.000.000} = \frac{7}{7 \times 2.000.000}$$
$$E = \frac{1}{2.000.000}$$

E ficamos então com a **Letra C.**

Exercício 03 ====================================

O primeiro passo para resolver essa questão é identificar a área superficial do gato com base nos dados da tabela. Com isso, vemos que 3 kg de massa corporal correspondem a 0,208 m^2 de área.

Com isso, a dosagem da receita era de 250 mg por metro quadrado, logo nós precisamos apenas multiplicar a dosagem pela área para encontrar a dose diária:

$$0,208m^2 \times 250\frac{mg}{m^2}$$
$$0,208 \times 250mg$$

Olhando para as alternativas, vemos que elas são números bem distantes, então podemos aproximar de leve os cálculos para ganhar tempo:

$$0,208 \times 250mg \cong 0,2 \times 250 = 2 \times 25 = 50mg$$

E ficamos então com a **Letra B.**

Exercício 04 ====================================

2024 é exatamente 10 anos depois de 2014, logo as idades da filha e do pai serão, respectivamente, 30 e 60 anos. Com isso, a idade da filha é exatamente metade da do pai, e ficamos com a **Letra B.**

Resolução – Matemática Básica
S11.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 05 ====================================

Para que a roda gire mais devagar, é necessário que a razão entre a quantidade de dentes da coroa e da catraca seja a menor possível, já que o enunciado já nos disse quanto maior essa razão, mais voltas a roda da bicicleta fará.

Com isso, vamos montar as frações que representam as 5 combinações de marchas expostas:

$$I: \frac{46}{24}$$
$$II: \frac{46}{14}$$
$$III: \frac{36}{18}$$
$$IV: \frac{26}{24}$$
$$V: \frac{26}{14}$$

E para que uma fração resulte no menor valor possível, é necessário que seu numerador seja o menor possível enquanto seu denominador seja o maior. A fração que simultaneamente possui o menor denominador e o maior numerador é o representado na situação IV, o que é coerente já que representa a utilização da menor coroa com a maior catraca. Assim, ficamos com a **Letra D.**

Se você ainda não ficou seguro, e quer ter certeza, podemos aproximar rapidamente os valores de cada fração.

46 é aproximadamente o dobro de 24, logo a fração da situação I dá um pouquinho menos que 2.

A fração da situação II é um pouco maior que 3, já que 46 é um pouco maior que 42, que é o triplo de 14.

A fração III resulta em exatamente 2.

A fração IV resulta em um número um pouco maior que 1, já que os números são bem próximos.

E a fração V resulta em um número um pouco menor que 2, já que 26 é um pouco menor que 28, o dobro de 14.

Pode parecer que não estamos sendo tão precisos, mas essa análise é o suficiente para termos ainda mais segurança na nossa resposta.

Resposta: Letra D.

Exercício 06 ====================================

Proporcionalidade e Funções Afins

Resolução:

i) Calculando a quantidade de pessoas no evento

i-1) Primeiramente às 10 horas:

$$\text{Densidade}_{\text{pessoas}} = \frac{N_{\text{pessoas}}}{\text{Area}}$$

$$N_{\text{pessoas}} = \text{Densidade} \cdot \text{Area}$$

E, como temos a densidade e área é calculada como a área do quadrado de lado 500, temos:

$$N_{\text{pessoas}} = 4 \cdot \left(\frac{\text{pessoa}}{m^2}\right) \cdot 500^2 (m^2)$$

$$N_{\text{pessoas}} = 4 \cdot 25 \cdot 10^4 (\text{pessoas})$$

$$N_{\text{pessoas}} = 10^6 (\text{pessoas})$$

i-2) Agora, calculando a quantidade de pessoas no início do evento (4h da tarde = 16h)

A quantidade de horas passadas foi de 16 - 10 = 6 horas.

Então, como o público cresce a 120.000 pessoas por hora, temos:

$$N_{\text{pessoas}} = 10^6 + 120000 \cdot 6$$

$$N_{\text{pessoas}} = 10^6 + 72 \cdot 10^4$$

$$N_{\text{pessoas}} = 100 \cdot 10^4 + 72 \cdot 10^4$$

$$N_{\text{pessoas}} = 172 \cdot 10^4$$

ii) Calculando a quantidade necessária de policiais

Como é necessário 1 policial para cada 2000 pessoas, temos:

$$N_{\text{policiais}} = \frac{N_{\text{pessoas}}}{2000}$$

$$N_{\text{policiais}} = \frac{172 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^3}$$

$$N_{\text{policiais}} = 860$$

Resposta: Letra E.

Exercício 07 ====================================

Proporcionalidade e Escalas

Resolução:

Como as escalas são representadas em centímetros, temos que: para cada centímetro do mapa, o correspondente na realidade são 58.000.000 centímetros.

i) Ou seja, já passando o lado da direita para quilômetros, temos:

1 cm : 58.000.000 cm

1 cm: 580.000 m

1 cm: 580 km

ii) Agora, temos 7,6 cm, então, basta multiplicar

$R = 580 \cdot (7{,}6)$

$R = 58 \cdot 76$

$R = ?\,km$

Mas, não precisamos terminar o cálculo para marcar a resposta, porque sabemos que ela é menor que 5800, que seria 580 x 10. E, já de cara a resposta seria letra a.

Mas, além disso, ainda sabemos que nossa alternativa é terminada em 8, pois 58 x 76 possui como algarismo das unidades o resultado unitário de 8 x 6 (que é 48). Portanto, nossa resposta é confirmada novamente como a letra a.

Resposta: Letra A.

Exercício 08 ====================================

Proporcionalidade e Análise de Informações gráficas

Resolução:

Bom, aqui, o que precisaremos fazer é uma análise parecida com uma questão do Enem em que tínhamos que contar a quantidade de carros e fazer a proporcionalidade (questão do Enem 2018, em que havia um gráfico com uma certa quantidade de carros desenhados, que era proporcional à quantidade de carros elétricos no Brasil).

Enfim, esse tipo de questão tem ocorrido.

E, essa não foge ao modelo, mas, além de termos de contar uma certa quantidade nas alternativas, que indicará a proporcionalidade, temos de fazer uma comparação com o esquema fornecido.

i) Analisando o esquema fornecido

- **Norte** = 6 x (7,5) = 45
- **Sul** = 5 x 2 = 10
- **Leste** = 8 x 5 = 40
- Oeste = (2,5) x 12 = 30

Total: 125 pessoas.

ii) Ou seja, temos a proporcionalidade apresentada pelo gráfico, agora, temos de conferir qual alternativa corresponde à essa proporção

Como todas as alternativas possuem 5 linhas de pessoas e 5 colunas, elas possuem 25 pessoas ao todos, em sua representação.

Ou seja, temos que fazer a mesma proporcionalidade do esquema, mas dividida por 5, pois 125/25 = 5.

Então, temos:

- **Norte** = 9
- **Sul** = 2
- **Leste** = 8
- Oeste = 6

Total: 25 pessoas.

iii) Agora, basta pegar os valores da etapa ii e procurar a alternativa que possui o número de desenho de pessoas na cor correspondente

Podemos ver que a alternativa D possui 9 pessoas do Norte, 2 do Sul, 8 do Leste e 6 do Oeste.

Resposta: Letra D.

Exercício 09 ====================================

Ordens de grandeza, Proporcionalidade e Escalas

Resolução:

Como a escala é apresentada em centímetros (quando não há indicação de dimensão numa escala x:y, ela está em cm), temos:

$1cm : 400\,cm$

i) Calculando a proporção cúbica

Lembrando que $1dm^3 = 1000cm^3$

$1cm^3 : 400^3\,cm^3$

$1cm^3 : 64 \cdot 10^6\,cm^3$

ii) Passando o lado direito para dm^3

$1cm^3 : 64 \cdot 10^3\,dm^3$

iii) Passando 10 mililitros para unidade de volume cm^3

Sabemos que 1 ml = 1 cm^3, e, que 1 L = 1 dm^3.

Então, podemos afirmar que 10 mililitros são 10 cm^3.

iv) Calculando a capacidade real da piscina

Como sabemos que o modelo foi preenchido com 10 cm^3, basta multiplicar o valor da direita por 10, para encontrarmos a capacidade em litros da piscina, veja:

$1cm^3 : 64 \cdot 10^3\ dm^3$

$1cm^3 : 64 \cdot 10^3\ L$

$10\ cm^3 : 64 \cdot 10^4\ L$

Então, a piscina terá capacidade para 640.000 litros de água.

Resposta: Letra B.

Exercício 10 ===================================

Geometria Plana e Escalas

Resolução:

Novamente, reitero que na escala, na falta de unidade representada, ambas se encontram em centímetros.

Então, temos:

$1cm : 17.000.000\ cm$

i) Calculando a escala quadrática

$1cm^2 : (17 \cdot 10^6)^2\ cm^2$

$1cm^2 : 17^2 \cdot 10^{12}\ cm^2$

$1cm^2 : 289 \cdot 10^{12}\ cm^2$

ii) Passando o lado direito da escala para km^2

Lembrando que 1 dm² = 100 cm².

$1cm^2 : 289 \cdot 10^{12}\ cm^2$

$1cm^2 : 289 \cdot 10^8\ m^2$

$1cm^2 : 289 \cdot 10^2\ km^2$

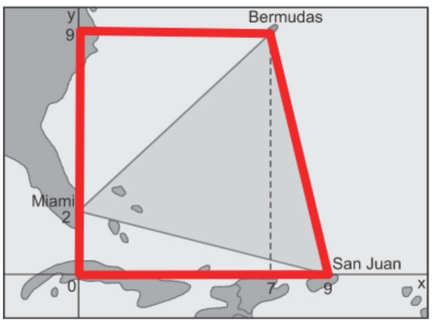
iii) Agora, calculando a área do triângulo da figura

Bom, como podem ver, esse triângulo não nos permite realizar um cálculo direto do tipo base vezes altura dividido por 2.

No entanto, uma forma de calcular a área que me parece direta, é calculando a área do trapézio grande, e, dessa área, subtrair a área dos 2 triângulos cuja área é fácil de calcular.

Vejam no desenho que estou falando:

iii-1) Calcular a área do trapézio vermelho



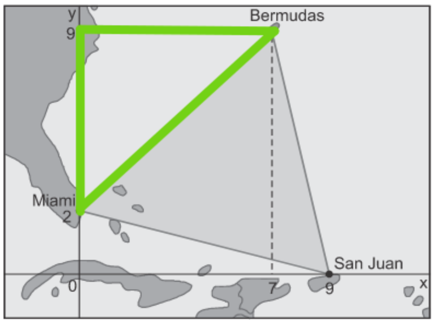
$$A_{trapezio} = \frac{(9+7) \cdot 9}{2}$$

$$A_{trapezio} = \frac{16 \cdot 9}{2}$$

$$A_{trapezio} = 8 \cdot 9$$

$$A_{trapezio} = 72$$

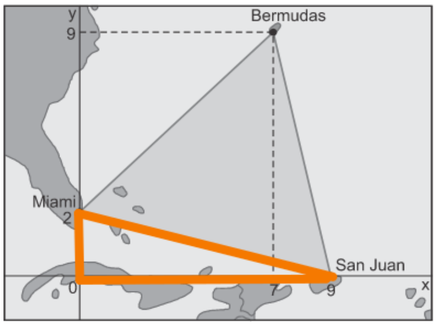
iii-2) Calcular a área do triângulo verde



$$A_{triangulo\text{-}verde} = \frac{7 \cdot 7}{2}$$

$$A_{triangulo\text{-}verde} = \frac{49}{2}$$

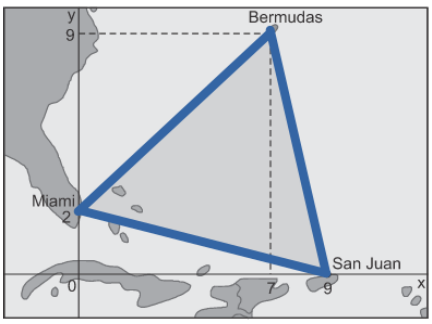
iii-3) Calcular a área do triângulo laranja



$$A_{triangulo\text{-}laranaja} = \frac{2 \cdot 9}{2}$$

$$A_{triangulo\text{-}laranja} = 9$$

iii-4) Encontrar a área do triângulo desejado (azul)



$$A_{\text{triangulo-azul}} = A_{\text{trapezio-verm}} - (A_{\text{triangulo-verde}} + A_{\text{triangulo-laranja}})$$

$$A_{\text{triangulo-azul}} = 72 - \left(\frac{49}{2}\right) - 9$$

$$A_{\text{triangulo-azul}} = 63 - \left(\frac{49}{2}\right)$$

$$A_{\text{triangulo-azul}} = \frac{126-49}{2} = \frac{77}{2}\,\text{cm}^2$$

iv) Encontrando a relação real em km² dessa área encontrada

$$1\,\text{cm}^2 = 289 \cdot 10^2\,\text{km}^2$$

$$\frac{77}{2}\,\text{cm}^2 = ?$$

Basta realizar a regra de 3, ou, multiplicar 28900 km² por 77/2.

Ficamos, então, com:

$$A_{\text{bermudas}} = 289 \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{77}{2}\right)$$

$$A_{\text{bermudas}} = 1.112.650\,\text{km}^2$$

Resposta: 1.112.650 km².

Exercício 11 ====================================

Bom, essa é uma questão boa para revisar a teoria e checar se está tudo bem com ela. É uma questão que você tem que ser bem ágil e gastar o menor tempo possível na hora do Enem.

i) Achando a razão entre os volumes

$$\left(\frac{1}{100}\right)^3 = \frac{v}{V}$$

$$\frac{1}{(10^2)^3} = \frac{v}{V}$$

$$\frac{1}{10^6} = \frac{v}{V}$$

$$V = 10^6 v$$

Ou seja, volume real vai ser 10 elevado a sexta vezes o volume do paralelepípedo do projeto. Vou repetir caso você não tenha pegado: nosso valor real é o valor do projeto com mais 6 zeros adicionados à direita. Portanto, já descobrimos a resposta, afinal todos os valores do projeto são positivos e maiores que 1, então nossa resposta é x . 10^6 e a única opção em que isso ocorre é a letra E.

Resposta: Letra E.

ii) Achando o volume do paralelepípedo do projeto (v)

Caso você não tenha se conhecido, vamos achar o valor desse v que estamos falando.

Lembrando que o volume do paralelepípedo é $V = a \cdot b \cdot c$

$$\text{Volume}_{\text{paralelepípedo}} = a \cdot b \cdot c$$

$$v = 3\,\text{cm} \cdot 1\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm}$$

$$v = 6\,\text{cm}^3$$

iii) Achando o volume do paralelepípedo real (V)

$$V = 10^6 v$$

$$V = 10^6 \cdot 6\text{cm}^3$$

$$V = 6.000.000\text{cm}^3$$

Resposta: Letra E.

Exercício 12 ====================================

A partir do enunciado, temos a seguinte relação:

$$carga\,suportada = K\frac{(largura)(espessura)^2}{(comprimento)}$$

Com os valores iniciais vamos achar vamos achar o valor da constante de proporcionalidade (K) que vale:

$$carga\,suportada = K\frac{(largura)(espessura)^2}{(comprimento)}$$

$$2400 = K\frac{(15)(10)^2}{(2)} \rightarrow K = \frac{2400 \bullet 2}{15 \bullet 100}$$

$$K = \frac{8 \bullet 3 \bullet 2}{3 \bullet 5} \rightarrow K = \frac{16}{5}$$

$$K = 3{,}2\frac{kg \bullet m}{cm^3}$$

Assim, temos que uma viga com 20 cm de largura, 12 cm de espessura e 2,4 m de comprimento, suporta uma carga de:

$$carga\,suportada = K\frac{(largura)(espessura)^2}{(comprimento)}$$

$$carga\,suportada = 3{,}2 \bullet \frac{(20)(12)^2}{(2{,}4)}$$

$$carga\,suportada = \frac{32}{10} \bullet \frac{10}{24} \bullet 20 \bullet 3 \bullet 4 \bullet 12$$

$$carga\,suportada = \frac{8 \bullet 4}{8 \bullet 3} \bullet 20 \bullet 3 \bullet 4 \bullet 12$$

$$carga\,suportada = 16 \bullet 12 \bullet 20$$

$$carga\,suportada = (14+2)(14-2) \bullet 20$$

$$carga\,suportada = (196-4) \bullet 20$$

$$carga\,suportada = 192 \bullet 20$$

$$carga\,suportada = 3.840\,kg$$

Resposta: Letra D.

Resolução – Matemática Básica
S11.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Observação: a unidade de grandeza da largura, espessura e comprimento não precisa ser a mesma, isso apenas irá refletir no valor e na unidade de grandeza de K, não interferindo no valor da carga suportada. No entanto, a(s) unidade(s) escolhida deve ser mantida durante todo o problema.

Exercício 13 ====================================

A partir do texto conseguimos montar a tabela abaixo, na qual correlacionamos todas as variáveis da relação e as setas para cima indicam que as grandezas são diretamente proporcionais ao número de dias trabalhados e as setas para baixo indicam grandezas inversamente proporcionais ao número de dias trabalhados.

Área ↑	Pessoas ↓	Dias ↑
$100\,m^2$	20	10
$120\,m^2$	15	D

Assim conseguimos montar a seguinte equação.

$$\frac{10}{D}=\frac{100}{120}\cdot\frac{15}{20}$$

Resolvendo-a temos que o número de dias para construção dessa nova é:

$$\frac{10}{D}=\frac{100}{120}\cdot\frac{15}{20}$$
$$\frac{10}{D}=\frac{15}{12\cdot 2}\rightarrow\frac{10}{D}=\frac{3\cdot 5}{3\cdot 4\cdot 2}$$
$$\frac{10}{D}=\frac{5}{4\cdot 2}\rightarrow D\cdot 5=10\cdot 4\cdot 2$$
$$D=\frac{2\cdot 5\cdot 4\cdot 2}{5}\rightarrow D=2\cdot 4\cdot 2$$
$$D=16\,dias$$

Resposta: Letra C.

Observação: Para as grandezas que são inversamente proporcionais ao montarmos a equação observe que está relação encontra-se invertida as proporções em relação a tabela apresentada.

Resolvendo de outra forma:

Uma outra forma de resolvermos é calcularmos quanto que cada pessoa constrói da oca em um dia de trabalho, obtendo:

$$\frac{20\,pessoas}{100\,m^2}=\frac{1}{x'm^2}$$
$$20\cdot x=100\rightarrow x'=\frac{100}{20}$$
$$x'=5\,m^2\ por\ pessoa\ em\ 10\,dias$$

$$\frac{10\,dias}{5\,m^2}=\frac{1}{y'}$$
$$10\cdot y'=5\rightarrow y'=\frac{5}{10}$$
$$y'=0,5\,m^2\ por\ pessoa\ por\ dia$$

Agora vamos calcular quanto de área da oca um grupo de 15 pessoas produz durante um dia, que é:

$$\frac{1\,pessoa\ em\ 1\,dia}{0,5\,m^2}=\frac{15\,pessoas\ em\ 1\,dia}{x}$$
$$x=15\cdot 0,5\rightarrow x=15\cdot\frac{1}{2}$$
$$x=7,5\,m^2\ por\ dia$$

Por fim, vamos calcular quantos dias são necessários para construirmos uma oca de $120\,m^2$ e com 15 pessoas, obtendo:

$$\frac{7,5\,m^2}{1\,dia}=\frac{120\,m^2}{y}$$
$$7,5\cdot y=120\cdot 1\rightarrow y=\frac{120}{7.5}\rightarrow y=\frac{120}{\frac{15}{2}}$$
$$y=120\cdot\frac{2}{15}\rightarrow y=\frac{3\cdot 4\cdot 5\cdot 2\cdot 2}{3\cdot 5}\rightarrow y=4\cdot 4$$
$$y=16\,dias$$

Resposta: Letra C.

Exercício 14 ====================================

Pelo enunciado temos a seguinte relação:

$$Ana\,Carolina=\frac{3}{4}\,da\,escada\quad tempo\,t$$

$$Rebecca=\frac{1}{4}\,da\,escada\quad tempo\,t$$

Como o tempo é diretamente proporcional a quantidade de percorrida na escada, temos que o tempo gasto para Ana Carolina descer a escada é:

$$\frac{\frac{3}{4}\,da\,escada}{t}=\frac{\frac{4}{4}\,da\,escada}{x}$$
$$x\bullet\frac{3}{4}\,da\,escada=\frac{4}{4}\,da\,escada\bullet t$$
$$x=\frac{4}{4}\bullet\frac{4}{3}\bullet t\rightarrow x=\frac{4}{3}t$$

Assim, como Rebecca continua subindo a escada até que Ana Carolina termine de descer, seu tempo de subida é o mesmo que o tempo de descida de Ana Carolina. Dessa forma, Rebecca terá percorrido:

$$\frac{\frac{1}{4}\,da\,escada}{t} = \frac{x'}{\frac{4}{3}t}$$

$$x' = \frac{\frac{1}{4}\,da\,escada \bullet \frac{4}{3}t}{t}$$

$$x' = \frac{1}{3}\,da\,escada$$

Como queremos o que falta para completar a escada, obtemos:

$$falta\ para\ chegar\ ao\ topo = total - dist.percorrida$$

$$falta\ para\ chegar\ ao\ topo = 1 - \frac{1}{3}\,da\,escada$$

$$falta\ para\ chegar\ ao\ topo = \frac{2}{3}\,da\,escada$$

Resposta: Letra A.

Exercício 15 ===================================

Conforme fala o texto, temos que a energia liberada é diretamente proporcional ao cubo do diâmetro da cratera, obtendo a seguinte expressão:

$$\frac{E}{(diametro\ da\ cratera)^3} = k \rightarrow E = k \cdot (diametro\ da\ cratera)^3$$

Substituindo o valor do diâmetro da cratera que foi proporcionado pelo impacto do asteroide, temos:

$$E = k \cdot (diametro\ da\ cratera)^3$$

$$E = k \cdot (200)^3$$

$$E = k \cdot 8.000.000$$

Resposta: Letra E.

Exercício 16 ===================================

Como a quantidade que cada filha irá receber é diretamente proporcional a idade das filhas, temos as seguintes proporções para cada uma das filhas:

$$k_{Luana} = \frac{idade\ Luana}{soma\ das\ idades} \rightarrow k_{Luana} = \frac{30}{42+36+30}$$

$$k_{Luana} = \frac{30}{106}$$

$$k_{Maria} = \frac{idade\ Maria}{soma\ das\ idades} \rightarrow k_{Maria} = \frac{36}{42+36+30}$$

$$k_{Maria} = \frac{36}{108}$$

$$k_{Natália} = \frac{idade\ de\ Natália}{soma\ das\ idades} \rightarrow k_{Natália} = \frac{42}{42+36+30}$$

$$k_{Natália} = \frac{42}{108}$$

Assim, calculando quanto a filha mais velha, Natália, e ainda que a sua constante de proporcionalidade é $k_{Natália} = \frac{42}{108}$, temos que ela receberá:

$$valor\ recebido\ por\ Natália = k_{Natália} \cdot valor\ do\ prêmio$$

$$valor\ recebido\ por\ Natália = \frac{42}{108} \cdot 140.400.000$$

$$valor\ recebido\ por\ Natália = \frac{42}{108} \cdot 1.404 \cdot 10^5$$

$$valor\ recebido\ por\ Natália = \frac{42}{108} \cdot 13 \cdot 108 \cdot 10^5$$

$$valor\ recebido\ por\ Natália = 42 \cdot 13 \cdot 10^5$$

$$valor\ recebido\ por\ Natália = 42 \cdot (10+3) \cdot 10^5$$

$$valor\ recebido\ por\ Natália = (420+126) \cdot 10^5$$

$$valor\ recebido\ por\ Natália = 546 \cdot 10^5$$

$$valor\ recebido\ por\ Natália = 54.600.000\ reais$$

Resposta: Letra C.

Exercício 17 ===================================

A partir do texto conseguimos montar a tabela abaixo, na qual correlacionamos todas as variáveis da relação e as setas para cima indicam que as grandezas são diretamente proporcionais a quantidade de dias e as setas para baixo indicam grandezas inversamente proporcionais a quantidade de dias.

Funcionários ↓	Horas ↓	Dias ↑	Serviço ↑	Produtividade ↓
6	6	8	$\frac{3}{5} \cdot t$	K
8	9	D	$\frac{2}{5} \cdot t$	2K

Assim, montando uma equação que correlaciona todas as unidades obtemos:

$$\frac{8}{D} = \frac{\frac{3}{5} \cdot t}{\frac{2}{5} \cdot t} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{9}{6} \cdot \frac{2K}{K}$$

Resolvendo a equação acima, temos:

$$\frac{8}{D} = \frac{\frac{3}{5} \cdot t}{\frac{2}{5} \cdot t} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{9}{6} \cdot \frac{2K}{K}$$

$$\frac{8}{D} = \frac{3}{5} \cdot t \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{t} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} \cdot \frac{2K}{K}$$

$$\frac{8}{D} = 3 \cdot 2 \rightarrow 3 \cdot 2 \cdot \cdot D = 8 \rightarrow D = \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot 2}$$

$$D = \frac{4}{3}$$

Como são necessários $\frac{4}{3}$ de dia para concluírem o serviço e que em cada dia são trabalhadas 9 horas. Temos um total de 12 horas trabalhadas par concluírem o serviço, sendo 9 horas no 9º dia e 3 horas no 10º dia.

Resposta: Letra B.

Observação: Para as grandezas que são inversamente proporcionais ao montarmos a equação observe que está relação encontra-se invertida as proporções em relação a tabela apresentada.

Exercício 18 ===================================

Até que essa foi uma forma criativa de fazer uma questão de proporcionalidade nesse modelo. Gostei dessa questão de proporção inversa!

Vou colocar 2 resoluções.

Resolução 1 - Mexendo nas constantes de proporcionalidade:

i) Escrevendo nossa equação

$$115=(1/3)\cdot x+(1/16)\cdot x+(1/12)\cdot x$$

Observaçãozinha:

Vamos entender por que esta questão está classificada como proporção inversa.

Bom, primeiro, vamos lembrar nosso modelo de proporção inversa:

$$a\cdot b=k$$

ou

$$a=\frac{1}{b}\cdot k$$

No nosso caso, a = quantidade de documentos e b = tempo de serviço na empresa. Ou seja, quanto maior o tempo de serviço, menor a quantidade de documentos que vão ter que arquivar.

Sendo assim, podemos reescrever nossa equação nesse formato, veja:

$$115=\frac{1}{3}x+\frac{1}{16}x+\frac{1}{12}x$$

$$115=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{16}+\frac{1}{12}\right)\cdot x$$

Já dá para ver que o x (nossa constante de proporcionalidade), está pedindo pra ser calculado. É o que vamos fazer no passo a seguir.

ii) Resolvendo essa equação

$$115=\frac{1}{3}x+\frac{1}{16}x+\frac{1}{12}x$$

$$115=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{16}+\frac{1}{12}\right)\cdot x$$

$$115=\left(\frac{16+3+4}{48}\right)\cdot x$$

$$115=\left(\frac{23}{48}\right)\cdot x$$

$$x=\frac{115\cdot 48}{23}$$

$$x=5\cdot 48$$

iii) Calculando a quantidade de documentos que o Carlos vai ter de arquivar

$$\text{Carlos}: \frac{1}{12}\cdot x$$

$$\text{Carlos}: \frac{1}{12}\cdot(5\cdot 48)$$

$$\text{Carlos}: \frac{48\cdot 5}{12}$$

$$\text{Carlos}: 4\cdot 5$$

$$\text{Carlos}: 20\text{ documentos}$$

Resposta: Letra C.

Resolução 2 - Mexendo nas proporções:

Percebam que não pode ser letra “e”, pois, 80 é mais que a metade dos documentos. E, se Carlos arquivasse mais da metade dos documentos, com certeza ele seria quem mais arquivou. No entanto, a questão nos fala que quem mais arquivou é o funcionário com menos tempo de serviço, que é o André.

i) Aplicando nossos conceitos de proporcionalidade inversa

Chamando de A a quantidade de documentos que André arquivou, B a quantidade que Bruno arquivou e C a quantidade que Carlos arquivou, temos:

$$\frac{A}{\frac{1}{3}}=\frac{B}{\frac{1}{16}}=\frac{C}{\frac{1}{12}}=\frac{A+B+C}{\frac{1}{3}+\frac{1}{16}+\frac{1}{12}}$$

$$\frac{C}{\frac{1}{12}}=\frac{A+B+C}{\frac{1}{3}+\frac{1}{16}+\frac{1}{12}}$$

$$\frac{C}{\frac{1}{12}}=\frac{115}{\frac{1}{3}+\frac{1}{16}+\frac{1}{12}}$$

ii) Resolvendo essa relação

$$\frac{C}{\frac{1}{12}} = \frac{115}{\frac{1}{3}+\frac{1}{16}+\frac{1}{12}}$$

$$\frac{C}{\frac{1}{12}} = \frac{115}{\frac{16+4+3}{48}}$$

$$\frac{C}{\frac{1}{12}} = \frac{115}{\frac{23}{48}}$$

$$\frac{C}{\frac{1}{12}} = \frac{115\cdot 48}{23}$$

$$\frac{C}{\frac{1}{12}} = 5\cdot 48$$

$$C = \frac{5\cdot 48}{12} = 20 \text{ documentos}$$

Resposta: Letra C.

Exercício 19 ===================================

Na primeira parte do trajeto José, Carlos e Paulo transportaram as laranjas seguindo a proporção 6 : 5 : 4, respectivamente. Isso quer dizer que do total transportado José transportou $\frac{6}{15}$ do total, Carlos transportou $\frac{5}{15}$ e Paulo transportou $\frac{4}{15}$.

Seguindo o mesmo raciocínio para a segunda parte do trajeto na qual a proporção da divisão de laranjas que cada um transportou é 4 : 4 : 2.Dessa forma, temos que José transportou $\frac{4}{10}$ do total, Carlos transportou $\frac{4}{10}$ e Paulo transportou $\frac{2}{10}$ do total de laranjas.

No entanto, percebam que é um pouco complicado comparamos frações com denominadores diferentes para sabermos quem transportou mais laranjas em relação a primeira parte do trajeto e quanto isso representa em relação ao total. Para resolvermos esse problema vamos transformar todas as proporções do segundo trajeto a fim de termos o denominador 15, multiplicando em cima e em baixo por 1,5, obtendo:

$$José: \frac{4}{10} \to \frac{4}{10}\cdot\frac{1{,}5}{1{,}5} \to \frac{6}{15}$$

$$Carlos: \frac{4}{10} \to \frac{4}{10}\cdot\frac{1{,}5}{1{,}5} \to \frac{6}{15}$$

$$Paulo: \frac{2}{10} \to \frac{2}{10}\cdot\frac{1{,}5}{1{,}5} \to \frac{3}{15}$$

Agora, podemos concluir que a pessoa que transportou mais laranjas foi Carlos uma vez que sua proporção em relação ao total foi a única que aumentou como vemos na tabela abaixo:

Pessoas	1ª parte do trajeto	2ª parte do trajeto
José	$\frac{6}{15}$	$\frac{6}{15}$
Carlos	$\frac{5}{15}$	$\frac{6}{15}$
Paulo	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{15}$

Concluímos ainda que esse aumento é de $\frac{1}{15}$ em relação ao total e isso representa 50 laranjas. Dessa forma, o total de laranjas transportada é de:

$$\frac{\frac{1}{15}}{50} = \frac{\frac{15}{15}}{total\ de\ laranjas}$$

$$\frac{1}{15}\cdot total\ de\ laranjas = 50$$

$$total\ de\ laranjas = 50\cdot 15$$

$$total\ de\ laranjas = 750$$

Portanto, José, Carlos e Paulo transportaram na segunda parte do trajeto:

- José:

$$\frac{\frac{15}{15}}{750} = \frac{\frac{6}{15}}{x} \to x = \frac{6}{15}\cdot 15\cdot 50 \to x = 300\ laranjas$$

- Carlos:

$$\frac{\frac{15}{15}}{750} = \frac{\frac{6}{15}}{x} \to x = \frac{6}{15}\cdot 15\cdot 50 \to x = 300\ laranjas$$

- Paulo:

$$\frac{\frac{15}{15}}{750} = \frac{\frac{3}{15}}{x} \to x = \frac{3}{15}\cdot 15\cdot 50 \to x = 150\ laranjas$$

Resposta: Letra B.

Exercício 20 ===================================

A partir do texto, podemos perceber que o número de operários e o tempo de serviço são inversamente proporcionais, além de ainda construirmos uma tabela em que relaciona esses dados, como vemos abaixo.

Operários	Tempo de entrega
n	t
$n+3$	$t-2$
$n-2$	$t+2$

Agora vamos relacionar a linha inicial da tabela (situação sem mudança) com as outras duas linhas (situações com mudança), obtendo assim duas equações que são:

- Linha 1 com linha 2 da tabela:

$$\frac{n}{n+3}=\frac{t-2}{t}\rightarrow n\cdot t=(n+3)\cdot(t-2)$$
$$n\cdot t=n\cdot t-2n+3t-6\rightarrow -2n+3t-6=0$$
$$-2n+3t=6$$

- Linha 1 com linha 3 da tabela:

$$\frac{n}{n-2}=\frac{t+2}{t}\rightarrow n\cdot t=(n-2)\cdot(t+2)$$
$$n\cdot t=n\cdot t+2n-2t-4\rightarrow 2n-2t-4=0$$
$$2n-2t=4$$

Agora, temos um sistema de 2 equações e duas incógnitas. Resolvendo esse sistema, temos que o número de operários (n) é:

$$\begin{cases}-2n+3t=6\\ 2n-2t=4\end{cases}$$
$$\textit{somando as duas equações temos}:$$
$$t=10$$
$$\textit{substituindo } n=10 \textit{ em uma das equações temos}:$$
$$2n-2\cdot 10=4\rightarrow 2n=4+20\rightarrow n=\frac{24}{2}\rightarrow n=12$$

Resposta: Letra B.