

QUESTÃO  
01

Os anos do calendário chinês, um dos mais antigos que a história registra, começam sempre em uma lua nova, entre 21 de janeiro e 20 de fevereiro do calendário gregoriano. Eles recebem nomes de animais, que se repetem em ciclos de doze anos.

A tabela abaixo apresenta o ciclo mais recente desse calendário.

ANO DO CALENDÁRIO CHINÊS	
início no calendário gregoriano	nome
31 - janeiro - 1995	porco
19 - fevereiro - 1996	rato
08 - fevereiro - 1997	boi
28 - janeiro - 1998	tigre
16 - fevereiro - 1999	coelho
05 - fevereiro - 2000	dragão
24 - janeiro - 2001	serpente
12 - fevereiro - 2002	cavalo
01 - fevereiro - 2003	cabra
22 - janeiro - 2004	macaco
09 - fevereiro - 2005	galo
29 - janeiro - 2006	cão

Admita que, pelo calendário gregoriano, uma determinada cidade chinesa tenha sido fundada em 21 de junho de 1089 d.C., ano da serpente no calendário chinês. Desde então, a cada 15 anos, seus habitantes promovem uma grande festa de comemoração. Portanto, houve festa em 1104, 1119, 1134, e assim por diante.

Determine, no calendário gregoriano, o ano do século XXI em que a fundação dessa cidade será comemorada novamente no ano da serpente.

QUESTÃO  
02

Observe a equação química que representa a fermentação do açúcar:



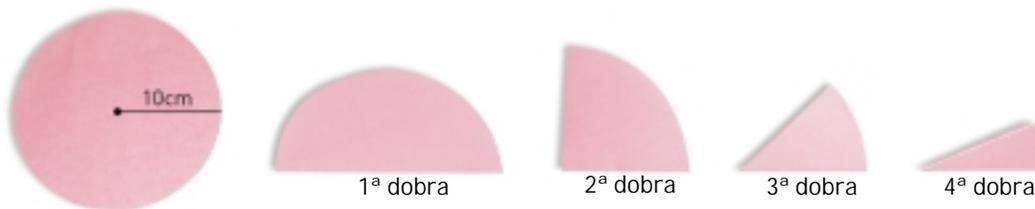
Uma das formas de equilibrar essa equação é igualar, em seus dois membros, as quantidades de átomos de cada elemento químico. Esse processo dá origem ao seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 6x = y + 2z \\ 12x = 6z \\ 6x = 2y + z \end{cases}$$

Determine o conjunto-solução do sistema e calcule os menores valores inteiros positivos de  $x$ ,  $y$  e  $z$  que formam uma das soluções desse sistema.

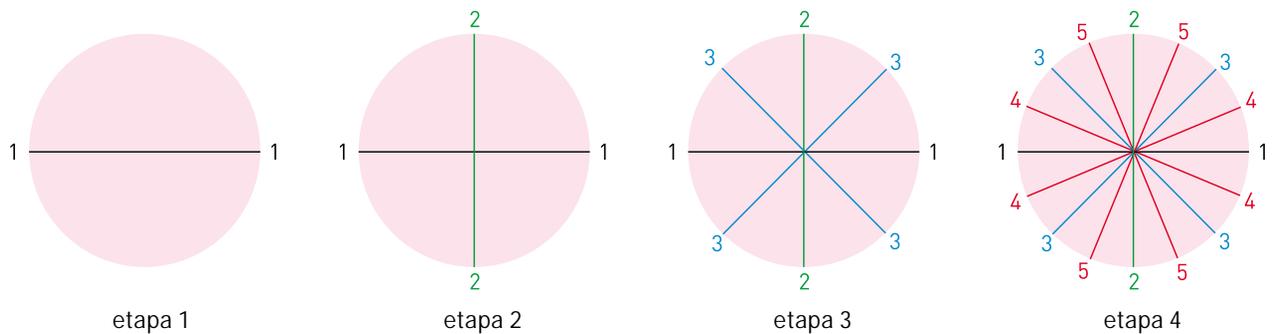
UTILIZE AS INFORMAÇÕES A SEGUIR PARA RESPONDER ÀS QUESTÕES DE NÚMEROS 03 A 06.

João recorta um círculo de papel com 10 cm de raio. Em seguida, dobra esse recorte ao meio várias vezes, conforme ilustrado abaixo.



Depois de fazer diversas dobras, abre o papel e coloca o número 1 nas duas extremidades da primeira dobra. Sucessivamente, no meio de cada um dos arcos formados pelas dobras anteriores, João escreve a soma dos números que estão nas extremidades de cada arco.

As figuras a seguir ilustram as quatro etapas iniciais desse processo.



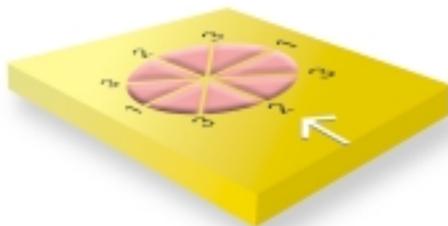
**QUESTÃO**  
**03**

João continuou o processo de dobradura, escrevendo os números, conforme a descrição acima, até concluir dez etapas.

Calcule a soma de todos os números que estarão escritos na etapa 10.

QUESTÃO  
04

A figura correspondente à etapa 3 foi colada em uma roleta, que após ser girada pode parar, ao acaso, em apenas oito posições distintas. Uma seta indica o número correspondente a cada posição, como ilustra a figura abaixo.



João girou a roleta duas vezes consecutivas e anotou os números indicados pela seta após cada parada. Calcule a probabilidade de a soma desses números ser par.

QUESTÃO  
05

Considere que João recortou a dobradura referente à figura da etapa 3 na linha que corresponde à corda AB indicada abaixo.



Ele verificou, ao abrir o papel sem o pedaço recortado, que havia formado o seguinte polígono:



Calcule a área da parte do círculo que foi retirada pelo corte.

QUESTÃO  
06

Considere, novamente, o polígono formado por João, do qual são retirados dois triângulos isósceles.



Com os triângulos restantes é possível formar a superfície lateral de uma pirâmide hexagonal regular.



Calcule as medidas da altura e da aresta da base dessa pirâmide.

QUESTÃO  
07

A International Electrotechnical Commission – IEC padronizou as unidades e os símbolos a serem usados em Telecomunicações e Eletrônica. Os prefixos kibi, mebi e gibi, entre outros, empregados para especificar múltiplos binários são formados a partir de prefixos já existentes no Sistema Internacional de Unidades – SI, acrescidos de bi, primeira sílaba da palavra binário. A tabela abaixo indica a correspondência entre algumas unidades do SI e da IEC.

SI			IEC		
nome	símbolo	magnitude	nome	símbolo	magnitude
quilo	k	$10^3$	kibi	Ki	$2^{10}$
mega	M	$10^6$	mebi	Mi	$2^{20}$
giga	G	$10^9$	gibi	Gi	$2^{30}$

Um fabricante de equipamentos de informática, usuário do SI, anuncia um disco rígido de 30 gigabytes. Na linguagem usual de computação, essa medida corresponde a  $p \times 2^{30}$  bytes. Considere a tabela de logaritmos a seguir.

x	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
Log x	0,301	0,342	0,380	0,415	0,447	0,477

Calcule o valor de p.

QUESTÃO  
08

A foto abaixo mostra um túnel cuja entrada forma um arco parabólico com base  $AB=8$  m e altura central  $OC=5,6$  m.



Observe, na foto, um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, cujo eixo horizontal Ox é tangente ao solo e o vertical Oy representa o eixo de simetria da parábola.

Ao entrar no túnel, um caminhão com altura AP igual a 2,45 m, como ilustrado a seguir, toca sua extremidade P em um determinado ponto do arco parabólico.



Calcule a distância do ponto P ao eixo vertical Oy.

UTILIZE AS INFORMAÇÕES A SEGUIR PARA RESPONDER ÀS QUESTÕES DE NÚMEROS 9 E 10.

Um sistema de numeração de base  $b$ , sendo  $b \geq 2$ , utiliza  $b$  algarismos:  $0, 1, 2, 3, \dots, b-1$ .

O sistema de numeração usual é o decimal. Quando escrevemos um número nesse sistema, a base 10 não precisa ser indicada. Por exemplo, o número 3548 corresponde a  $3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0$ .

Em qualquer outro sistema, é preciso indicar a base. Por exemplo, o número  $(2043)_5$  está escrito na base  $b=5$  e corresponde a  $2 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 3 \times 5^0$ , ou seja, 273 no sistema decimal.

QUESTÃO

09

Sabe-se que, em qualquer base, o acréscimo de zeros à esquerda da representação de um número não altera seu valor. Os números  $(301)_7$  e  $(0301)_7$  são, portanto, iguais e formados por três algarismos.

Calcule, no sistema de numeração de base 7, a quantidade total de números que possuem somente quatro algarismos distintos.

QUESTÃO

10

Admita a possibilidade de contar objetos de duas maneiras, uma na base  $x$  e outra na base  $(x+3)$ . Ao empregar essas duas maneiras para contar um determinado grupo de objetos, obtemos  $(2343)_x = (534)_{x+3}$ .

Calcule o valor da base  $x$  e as outras duas raízes da equação resultante.