

## Exercícios de Matemática Funções – Função Modular

### TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Ufsc) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses a soma dos itens corretos.

1. Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = |2x+5|$ .  
Determine a soma dos números associados às proposições CORRETAS.

- 01.  $f$  é injetora.
- 02. O valor mínimo assumido por  $f$  é zero.
- 04. O gráfico de  $f$  intercepta o eixo  $y$  no ponto de coordenadas  $(0,5)$ .
- 08. O gráfico de  $f$  é uma reta.
- 16.  $f$  é uma função par.

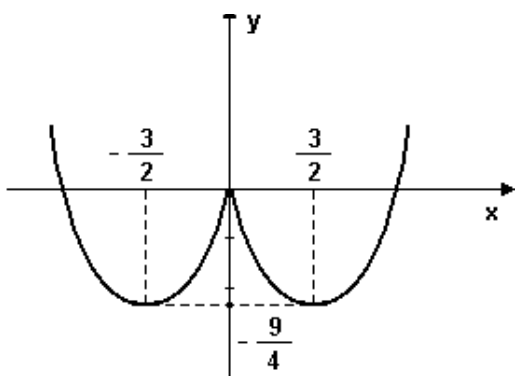
soma ( )

### TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Ufba) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses a soma dos itens corretos.

2. Considerando-se a função real  $f(x) = x^2 - 3|x|$ , é verdade:

- (01) A imagem da função  $f$  é  $[-3, +\infty[$ .
- (02) A função  $f$  é bijetora, se  $x \in ]-\infty, -2]$  e  $f(x) \in [-2, +\infty[$ .
- (04) A função  $f$  é crescente, para todo  $x \geq 0$ .
- (08) O gráfico da função  $f$  intercepta os eixos coordenados em três pontos.
- (16) Para todo  $x \in \{-1, 4\}$ , tem-se  $f(x) = 4$ .
- (32) O gráfico da função  $f$  é



Soma ( )

3. (Ufrj) Seja  $f$  a função real dada por  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a > 0$ . Determine  $a$ ,  $b$  e  $c$  sabendo que as raízes da equação  $|f(x)| = 12$  são  $-2, 1, 2$  e  $5$ . Justifique.

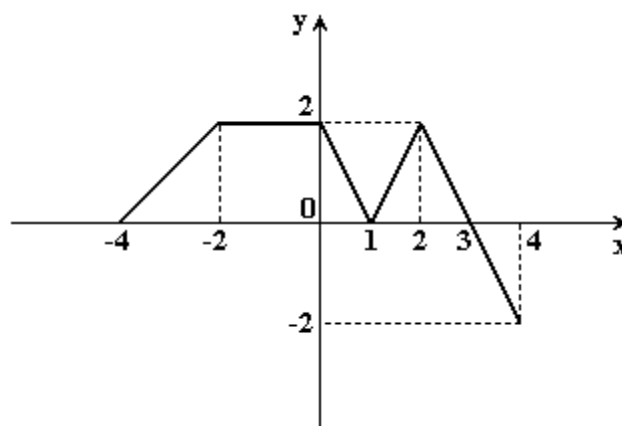
4. (Unitau) O domínio da função  $f(x) = \sqrt{[(1-|x-1|)/2]}$  é:

- a)  $0 \leq x \leq 2$ .
- b)  $x \geq 2$ .
- c)  $x \leq 0$ .
- d)  $x < 0$ .
- e)  $x > 0$ .

5. (Unitau) Se  $x$  é uma solução de  $|2x - 1| < 5 - x$ , então:

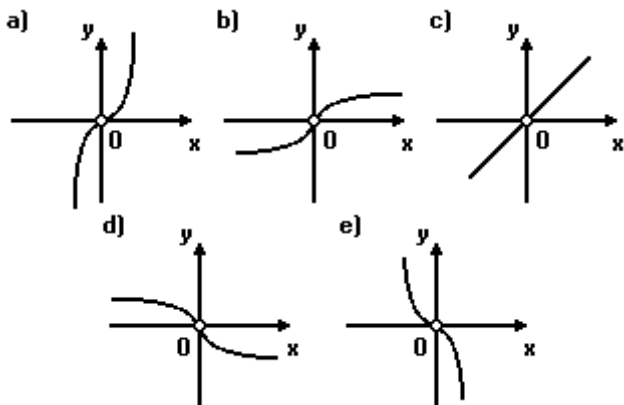
- a)  $5 < x < 7$ .
- b)  $2 < x < 7$ .
- c)  $-5 < x < 7$ .
- d)  $-4 < x < 7$ .
- e)  $-4 < x < 2$ .

6. (Ufpe) Na figura a seguir temos o gráfico de uma função  $f(x)$  definida no intervalo fechado  $[-4, 4]$ . Com respeito à função  $g(x) = f(|x|)$  é incorreto afirmar:



- a) O ponto  $(-4, -2)$  pertence ao gráfico de  $g$ .
- b) O gráfico de  $g$  é simétrico com relação ao eixo  $Oy$  das ordenadas.
- c)  $g(x)$  se anula para  $x$  igual a  $-3, -1, 1$  e  $3$ .
- d)  $g(-x) = g(x)$  para todo  $x$  no intervalo  $[-4, 4]$ .
- e)  $g(x) \geq 0$  para todo  $x$  no intervalo  $[-4, 4]$ .

7. (Mackenzie) A melhor representação gráfica da função real definida por  $f(x) = (\sqrt{x} \cdot \sqrt{x^2})/x, x \neq 0$  é:



8. (Mackenzie) Se  $f: \mathbb{R} \rightarrow A$  e  $g: \mathbb{R} \rightarrow B$  são funções reais e sobrejetoras tais que  $|1 - f(x)| - 3 \leq 0$  e

$g(x) = 3 + [f(x) / 2]$ , então  $A \cap B$  é o:

- a)  $[-2, 0]$ .
- b)  $[0, 2]$ .
- c)  $[2, 4]$ .
- d)  $[1, 3]$ .
- e)  $[3, 5]$ .

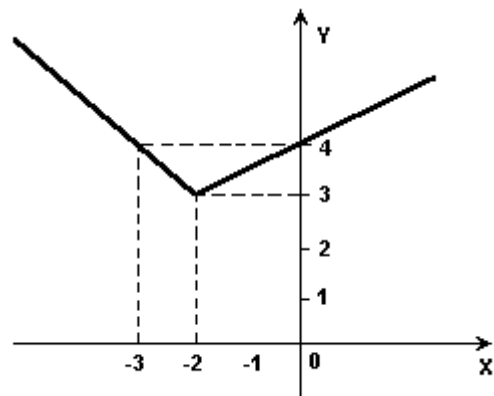
9. (Mackenzie) Se  $y = x - 2 + |x - 2| |x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , então o menor valor que  $y$  pode assumir é:

- a) - 2.
- b) - 1.
- c) 0.
- d) 1.
- e) 2.

10. (Fgv) Relativamente à função  $f$ , de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = |x| + |x - 1|$ , é correto afirmar que

- a) o gráfico de  $f$  é a reunião de duas semi-retas.
- b) o conjunto imagem de  $f$  é o intervalo  $[1, +\infty[$ .
- c)  $f$  é crescente para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- d)  $f$  é decrescente para todo  $x \in \mathbb{R}$  e  $x \geq 0$ .
- e) o valor mínimo de  $f$  é 0.

11. (Uel) Tem-se a seguir o gráfico da função de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada por



- a)  $y = |x - 1|$
- b)  $y = |x - 1| + 3$
- c)  $\begin{cases} -x + 1, & \text{para } x < -2 \\ x + 4, & \text{para } x \geq -2 \end{cases} \quad y = \begin{cases} x + 4, & \text{para } x < -2 \\ x - 1, & \text{para } x \geq -2 \end{cases}$
- d)  $\begin{cases} (x/2) + 4, & \text{para } x < -2 \\ x - 1, & \text{para } x \geq -2 \end{cases} \quad y = \begin{cases} (x/2) + 4, & \text{para } x < -2 \\ x + 4, & \text{para } x \geq -2 \end{cases}$
- e)  $\begin{cases} -x + 1, & \text{para } x < -2 \\ x + 4, & \text{para } x \geq -2 \end{cases} \quad y = \begin{cases} (x/2) + 4, & \text{para } x < -2 \\ x + 4, & \text{para } x \geq -2 \end{cases}$

12. (Mackenzie) O número de soluções reais da equação  $|x^2 - 1| + 2x = (\sqrt{x^2 - 2x + 1}/x - 1)$  é:

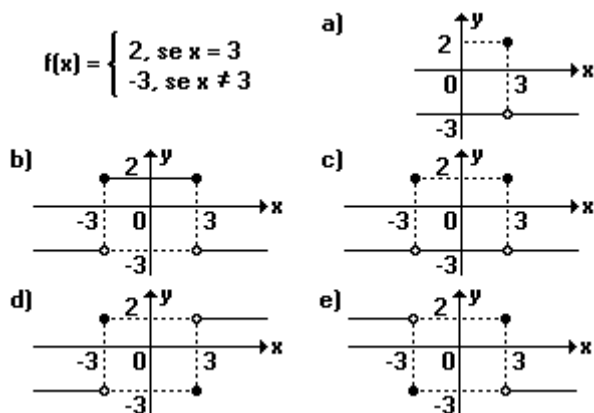
- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) maior que 3

13. (Mackenzie) O domínio da função real definida por  $f(x) = 3x / \sqrt{1 - |3^x - 2|}$  é:

- a)  $] 0, 1 [$
- b)  $] 1, 2 [$
- c)  $] 2, 3 [$
- d)  $] 3, 4 [$
- e)  $] 4, 5 [$

14. (Mackenzie) Dada a função real definida a seguir, então a melhor representação gráfica de  $y = f(|x|)$  é:

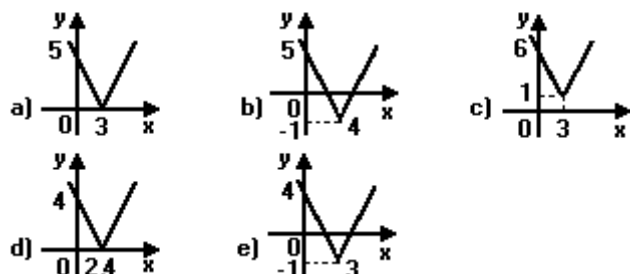
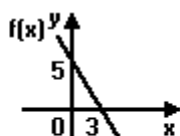
$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x = 3 \\ -3, & \text{se } x \neq 3 \end{cases}$$



15. (Unesp) Sejam  $a$  e  $b$  dois números reais positivos tais  $a < b$  e  $a + b = 4$ . Se o gráfico da função  $y = |x - a| + |x - b|$  coincide com a função  $y = 2$  no intervalo  $a \leq x \leq b$ , calcule os valores de  $a$  e  $b$ .

16. (Pucmg) O valor de  $|2 - \sqrt{5}| + |3 - \sqrt{5}|$  é:
- $5 - 2\sqrt{5}$
  - $5 + 2\sqrt{5}$
  - 5
  - $1 + 2\sqrt{5}$
  - 1

17. (Cesgranrio) No gráfico a seguir está representada a função do 1º grau  $f(x)$ . O gráfico que melhor representa  $g(x) = |f(x)| - 1$  é:



18. (Cesgranrio) O conjunto Imagem da função  $f(x) = |x^2 - 4x + 8| + 1$  é o intervalo:

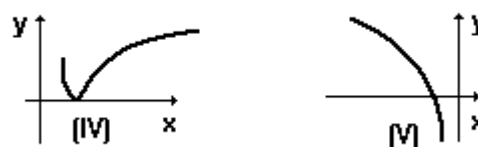
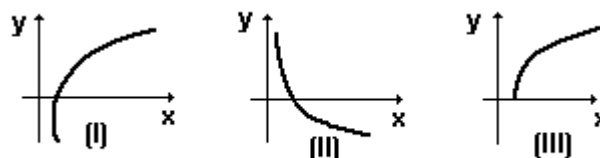
- $[5, +\infty[$
- $[4, +\infty[$
- $[3, +\infty[$
- $[1, +\infty[$
- $[0, +\infty[$

19. (Ufrs) Para  $-1 < x < 1/2$ , o gráfico da função  $y = |x + 1| + |2x - 1|$  coincide com o gráfico da função  $y = ax + b$ . Os valores de  $a$  e  $b$  são, respectivamente,

- 1 e -1
- 2 e -1
- 1 e 2
- 1/2 e -1
- 1/2 e 1

20. (Ufrs) Identifique os gráficos que correspondem a  $y = \log x$  e  $y = |\log x|$ , nesta ordem.

- I e II
- I e III
- I e IV
- II e III
- V e IV



21. (Unirio) Sejam as funções

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \rightarrow y = |x|$$

e

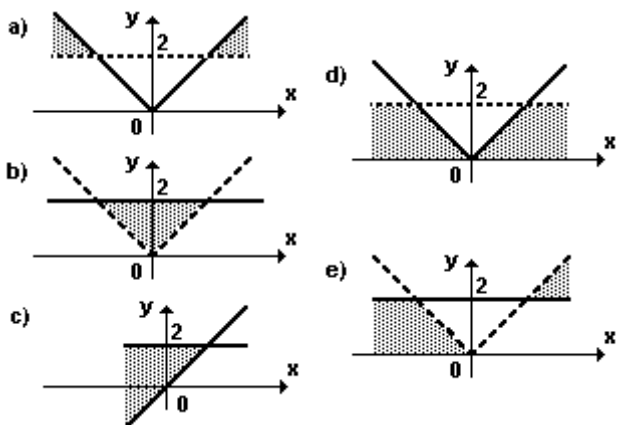
$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \rightarrow y = x^2 - 2x - 8$$

Faça um esboço gráfico da função fog.

22. (Uff) Considere o sistema

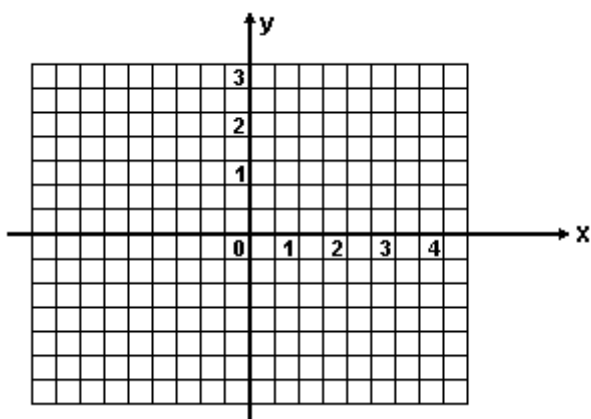
$$\begin{cases} y > |x| \\ y \leq 2 \end{cases}$$

A região do plano que melhor representa a solução do sistema é:



23. (Fuvest) a) Esboce, para  $x$  real, o gráfico da função  $f(x) = |x-2| + |2x+1| - x - 6$ . O símbolo  $|a|$  indica o valor absoluto de um número real  $a$  e é definido por  $|a| = a$ , se  $a \geq 0$  e  $|a| = -a$ , se  $a < 0$ .

b) Para que valores reais de  $x$ ,  $f(x) > 2x + 2$ ?



24. (Ufg) Seja  $\mathbb{R}$  o conjunto dos números reais. Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = |1 - |x||$ . Assim,

- ( )  $f(-4) = 5$ .
- ( ) o valor mínimo de  $f$  é zero.
- ( )  $f$  é crescente para  $x$  no intervalo  $[0, 1]$ .
- ( ) a equação  $f(x) = 1$  possui três soluções reais distintas.

25. (Uff) Com relação aos conjuntos

$$P = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq \sqrt{7}\} \text{ e}$$

$$Q = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 0,333\dots\} \text{ afirma-se:}$$

- I)  $P \cup Q = P$
- II)  $Q - P = \{0\}$
- III)  $P \subset Q$
- IV)  $P \cap Q = Q$

Somente são verdadeiras as afirmativas:

- a) I e III
- b) I e IV
- c) II e III
- d) II e IV
- e) III e IV

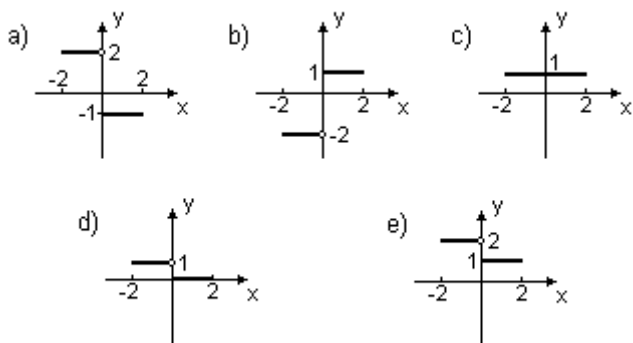
26. (Uepg) Assinale o que for correto.

- 01) O domínio da função  $f(x) = \log_2(x^2 - 4x + 4)$  é  $D = \mathbb{R}$
- 02) A função  $f(x) = (2+5m)^x$  é crescente para  $m > -1/5$
- 04) A função  $f(x) = x(x+2)(x-3)$  é quadrática.
- 08) O conjunto imagem da função  $f(x) = |2x - 1|$  é  $\mathbb{R}_+$
- 16) A função  $f(x) = (m^2 - 4)x^2 + (m+1)x - 3$  é do 1º grau se  $m = -1$

27. (Unifesp) Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x \leq 2, \\ -2, & \text{se } -2 \leq x < 0. \end{cases}$$

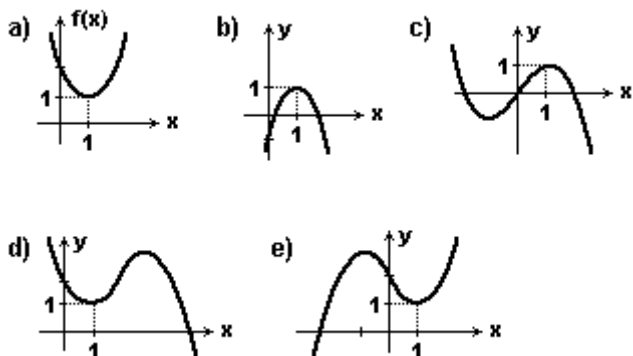
A função  $g(x) = |f(x)| - 1$  terá o seguinte gráfico:



28. (Ita) Os valores de  $x \in \mathbb{R}$ , para os quais a função real dada por  $f(x) = \sqrt{5 - ||2x - 1| - 6|}$  está definida, formam o conjunto

- $[0, 1]$ .
- $[-5, 6]$ .
- $[-5, 0] \cup [1, \infty)$ .
- $(-\infty, 0] \cup [1, 6]$ .
- $[-5, 0] \cup [1, 6]$ .

29. (Fuvest) O módulo  $|x|$  de um número real  $x$  é definido por  $|x| = x$ , se  $x \geq 0$ , e  $|x| = -x$ , se  $x < 0$ . Das alternativas a seguir, a que melhor representa o gráfico da função  $f(x) = x \cdot |x - 2x + 2|$  é:



30. (Ufscar) Sejam as funções  $f(x) = |x - 1|$  e  $g(x) = (x^2 + 4x - 4)$ .

- Calcule as raízes de  $f(g(x)) = 0$ .
- Esboce o gráfico de  $f(g(x))$ , indicando os pontos em que o gráfico intercepta o eixo cartesiano.

31. (Ufrn) Considere a região  $S$  dos pontos  $(x, y)$  do plano cartesiano tais que

$$|x| \leq 1/2 \text{ e } |y| \leq 1/2.$$

A área de  $S$  é igual a: (u.a = unidade de área)

- 1 u.a.
- 2 u.a.
- $2\sqrt{2}$  u.a.
- $\sqrt{2}$  u.a.

32. (Ufscar) Sejam  $m$  e  $n$  dois números reais. A desigualdade  $m^2 + n^2 \geq 2mn$  vale

- somente para  $m \geq 0, n \geq 0$ .
- para todos os  $m$  e  $n$  reais.
- somente para  $m \geq 0, n \leq 0$ .
- somente para  $m = n = 0$ .
- somente para  $m$  e  $n$  inteiros.

33. (Fei) O conjunto imagem da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = 1 - |x - 2|$  é:

- $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 1\}$
- $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$
- $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$
- $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 2\}$
- $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 2\}$

34. (Uel) Seja  $f$  a função de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = x - 1 \text{ se } x \geq 1$$

$$f(x) = -x + 1 \text{ se } x < 1$$

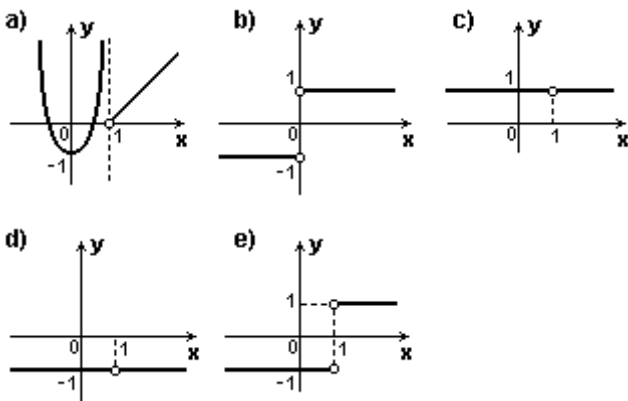
É correto afirmar que

- $f(1 - \sqrt{2}) = -\sqrt{2}$
- $f(x) \neq 0$  para todo  $x$  real
- o gráfico de  $f$  é uma reta
- $f(x) = |x - 1|$
- $f$  é injetora

35. (Ufc) Esboce o gráfico da seguinte função real de variável real:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + |x| - 3, & \text{para } x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1 \\ \sqrt{1 - x^2} & \text{para } -1 < x < 1 \end{cases}$$

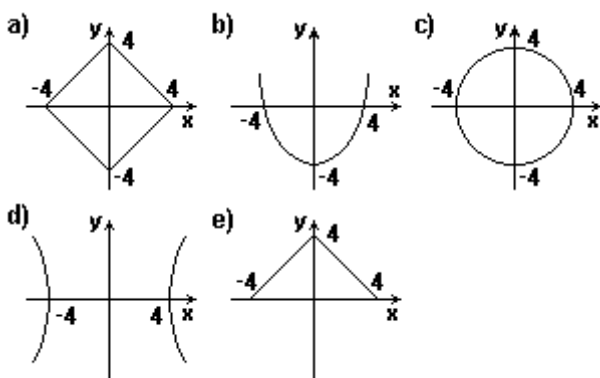
36. (Ufes) O gráfico da função real dada pela expressão  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x - 1}$  pode ser representado por



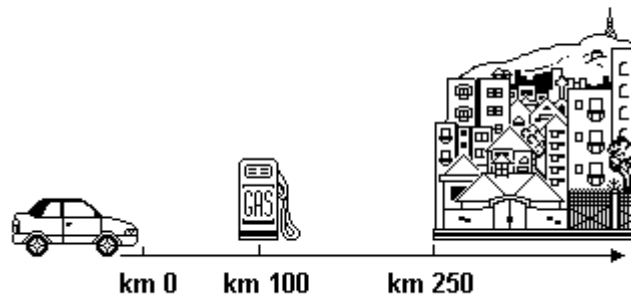
37. (Ufes) Sejam  $f$  e  $g$  as funções definidas para todo  $x \in \mathbb{R}$  por  $f(x) = x^2 - 4x + 4$  e  $g(x) = |x - 1|$ .

- Calcule  $f(g(x))$  e  $g(f(x))$ .
- Esboce os gráficos das funções compostas  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .

38. (Uflavras) O gráfico da expressão  $|x| + |y| = 4$  é dado por:

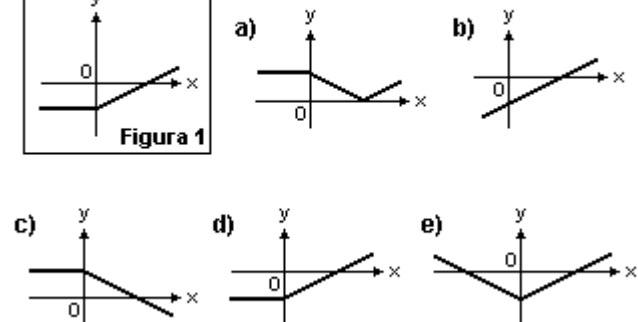
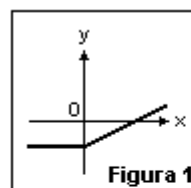


39. (Ufrn) Um posto de gasolina encontra-se localizado no km 100 de uma estrada retilínea. Um automóvel parte do km 0, no sentido indicado na figura abaixo, dirigindo-se a uma cidade a 250km do ponto de partida. Num dado instante,  $x$  denota a distância (em quilômetros) do automóvel ao km 0. Nesse instante, a distância (em quilômetros) do veículo ao posto de gasolina é:



- $|100 + x|$
- $x - 100$
- $100 - x$
- $|x - 100|$

40. (Mackenzie) Na figura 1, temos o esboço do gráfico de uma função  $f$ , de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ . O melhor esboço gráfico da função  $g(x) = f(|x|)$  é:



41. (Pucrs) O domínio da função real  $f$  definida por

$$f(x) = (\sqrt{|x|})/x \text{ é}$$

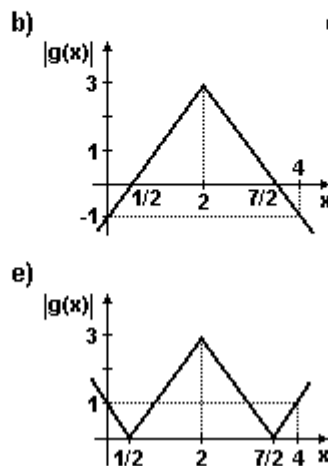
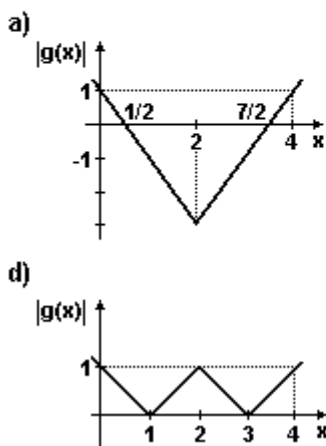
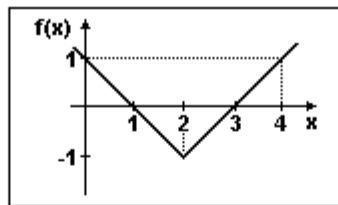
- a)  $\mathbb{R}^*$
- b)  $\mathbb{R}_+$
- c)  $[1; +\infty)$
- d)  $(1; +\infty)$
- e)  $(0; +\infty)$

42. (Uerj) O volume de água em um tanque varia com o tempo de acordo com a seguinte equação:

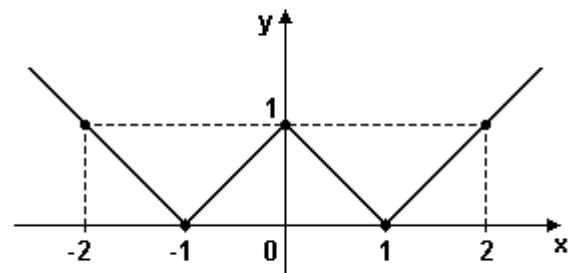
$$V = 10 - |4 - 2t| - |2t - 6|, t \in \mathbb{R}_+$$

Nela,  $V$  é o volume medido em  $m^3$  após  $t$  horas, contadas a partir de 8h de uma manhã. Determine os horários inicial e final dessa manhã em que o volume permanece constante.

43. (Ufc) Seja  $f$  uma função real de variável real cujo gráfico está representado adiante. Se  $g(x) = 2f(x) - 1$ , assinale a alternativa cujo gráfico melhor representa  $|g(x)|$ .



44. (Ufes)



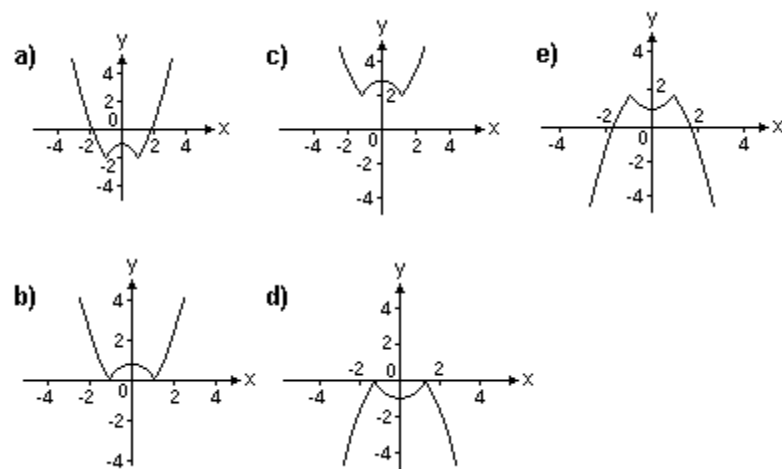
O gráfico acima representa a função

- a)  $f(x) = ||x| - 1|$
- b)  $f(x) = |x - 1| + |x + 1| - 2$
- c)  $f(x) = ||x| + 2| - 3$
- d)  $f(x) = |x - 1|$
- e)  $f(x) = ||x| + 1| - 2$

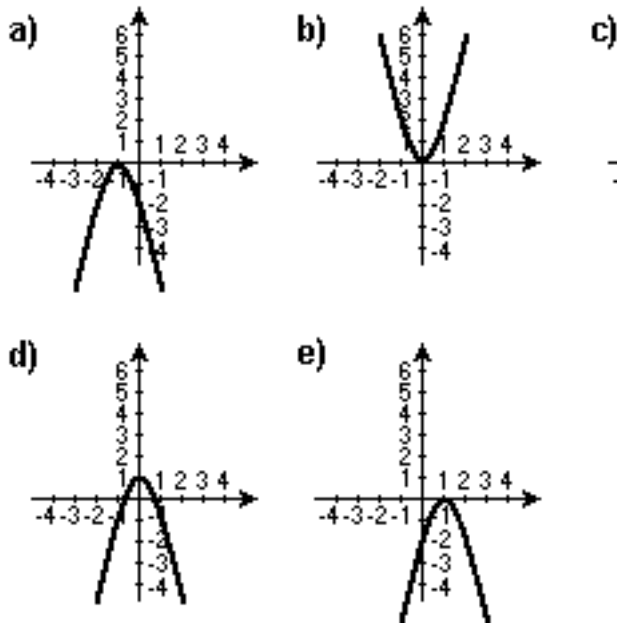
45. (Pucmg) O gráfico da função  $f(x) = |x| + 2$  é constituído por:

- a) duas semi-retas de mesma origem.
- b) duas retas concorrentes.
- c) duas retas paralelas.
- d) uma única reta que passa pelo ponto  $(0, 2)$ .

46. (Pucrs) Considerando a função  $f$  definida por  $f(x) = x^2 - 1$ , a representação gráfica da função  $g$  dada por  $g(x) = |-f(x)| - 2$  é

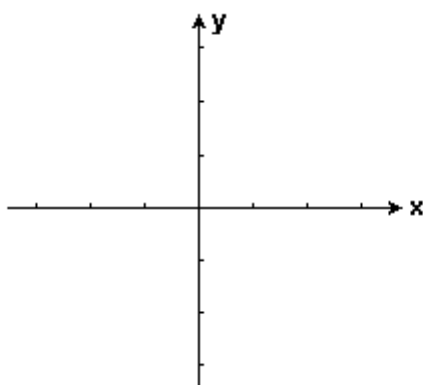


47. (Uel) Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = |x^2| + |x|$ . O gráfico da função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = -f(x+1)$ , é:



48. (Fuvest) Seja  $m \geq 0$  um número real e sejam  $f$  e  $g$  funções reais definidas por  $f(x) = x^2 - 2|x| + 1$  e  $g(x) = mx + 2m$ .

a) Esboçar, no plano cartesiano representado a seguir, os gráficos de  $f$  e de  $g$  quando  $m = 1/4$  e  $m = 1$ .



b) Determinar as raízes de  $f(x) = g(x)$  quando  $m = 1/2$ .  
 c) Determinar, em função de  $m$ , o número de raízes da equação  $f(x) = g(x)$ .

49. (Ufv) Uma indústria pode produzir, por dia, até 20 unidades de um determinado produto. O custo  $C$  (em R\$) de produção de  $x$  unidades desse produto é dado por:

$$C(x) = \begin{cases} 5 + x(12 - x) & \text{se } 0 \leq x \leq 10 \\ -\frac{3}{2}x + 40 & \text{se } 10 < x \leq 20 \end{cases}$$

a) Se, em um dia, foram produzidas 9 unidades e, no dia seguinte, 15 unidades, calcule o custo de produção das 24 unidades.  
 b) Determine a produção que corresponde a um custo máximo.

50. (Pucpr) Sendo  $x$  e  $y$  números reais, quais das afirmações são sempre verdadeiras?

- I. Se  $x > y$  então  $-x > -y$ .
- II. Se  $|x| = -x$  então  $x < 0$ .
- III. Se  $0 < x < y$  então  $1/x > 1/y$ .
- IV. Se  $x^2 \geq 9$  então  $x \geq 3$ .
- V.  $x^2 - 2x + y^2 > 0$ .

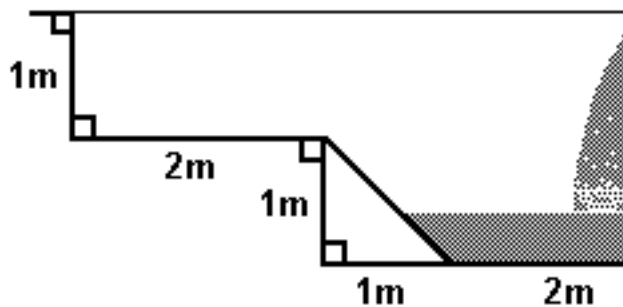
- a) somente I e II
- b) somente II e IV
- c) somente II e III
- d) todas
- e) somente I e III

51. (Ufpe) Sejam  $x$  e  $y$  números reais tais que  $x > y$  e  $x(x - y) = 0$ . Analise a veracidade das afirmações abaixo.

- ( )  $x = 0$
- ( )  $y < 0$
- ( )  $x - y < 0$
- ( )  $|x| > |y|$
- ( )  $|x - y| > 0$



52. (Ufrj) Uma piscina de borda retangular e paredes laterais verticais está completamente vazia. Para enchê-la será usada uma mangueira que despeja água a uma vazão constante. A piscina ficará cheia até a borda 30 minutos após o início do processo. A figura a seguir mostra uma seção transversal da piscina por um plano vertical paralelo a um par de lados da borda.



São idênticas todas as seções transversais do interior da piscina paralelas à seção mostrada na figura, onde também estão assinalados os ângulos retos.

- Determine o tempo necessário para que o nível  $h$  de água na piscina atinja 1 metro de profundidade.
- Se  $t$  representa o tempo contado a partir do momento em que se começa a encher a piscina,  $0 \leq t \leq 30$ , expresse  $t$  como função da altura  $h$  da água na piscina.

## GABARITO

1.  $02 + 04 = 06$

2. 32

3. 9. Temos duas equações: (i)  $ax^2 + bx + c = 12$  e (ii)  $ax^2 + bx + c = -12$ . Em ambos os casos, a soma das raízes é  $-b/a$ . Na equação (i), o produto das raízes é  $(c - 12)/a$ ; na (ii), o produto é  $(c + 12)/a > (c - 12)/a$ . Logo, a equação (i) tem raízes -2 e 5 e a (ii) tem raízes 1 e 2. Portanto:  $-b/a = 3$ ,  $(c - 12)/a = -10$ ,  $(c + 12)/a = 2$ .

R.:  $a = 2$ ,  $b = -6$ ,  $c = -8$

4. [A]

5. [E]

6. [E]

7. [B]

8. [C]

9. [A]

10. [B]

11. [E]

12. [C]

13. [A]

14. [C]

15. a)  $a = 1$

b)  $b = 3$

16. [E]

17. [E]

18. [A]

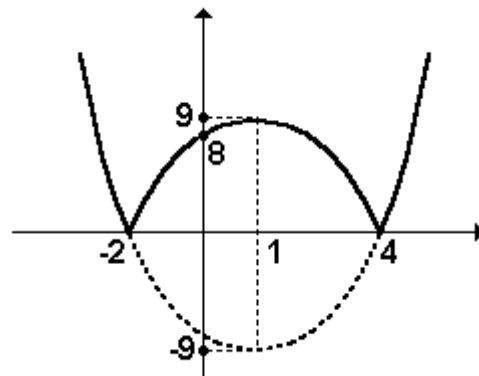
19. [C]

20. [C]

21. fmg:  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

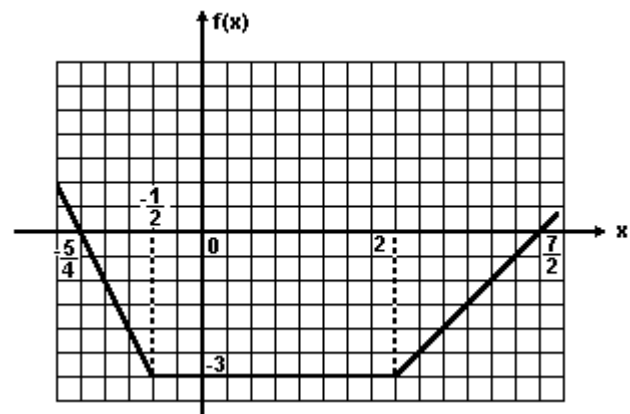
$x \rightarrow |x^2 - 2x - 8|$

Observe a figura a seguir



22. [B]

23. a) Observe o gráfico a seguir



b)  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -6/7\}$ .

24. F V F V

25. [B]

26. 10

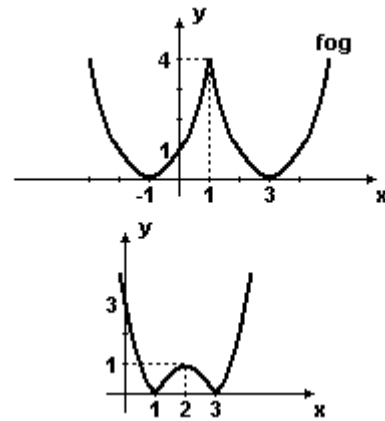
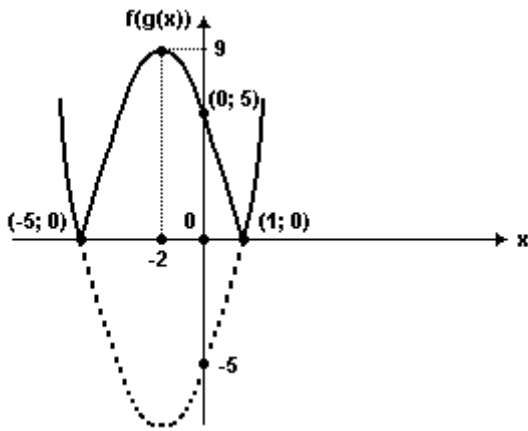
27. [D]

28. [E]

29. [E]

30. a) -5 ou 1

b) Observe o gráfico a seguir:



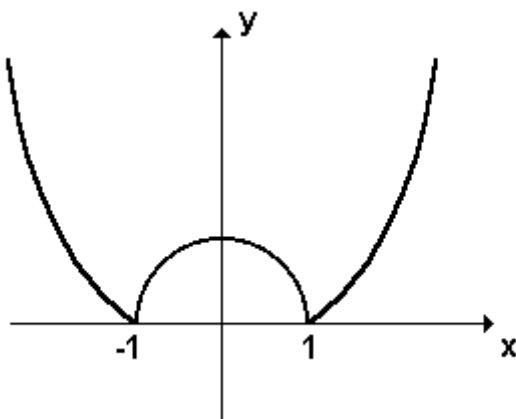
31. [A]

32. [B]

33. [A]

34. [D]

35. Observe o gráfico a seguir:



36. [E]

37. a)  $f(g(x)) = |x-1|^2 - 4|x-1| + 4$   
 $g(f(x)) = |x^2 - 4x + 3|$

b) gráficos:

38. [A]

39. [D]

40. [E]

41. [A]

42. Entre 10h e 11h.

43. [E]

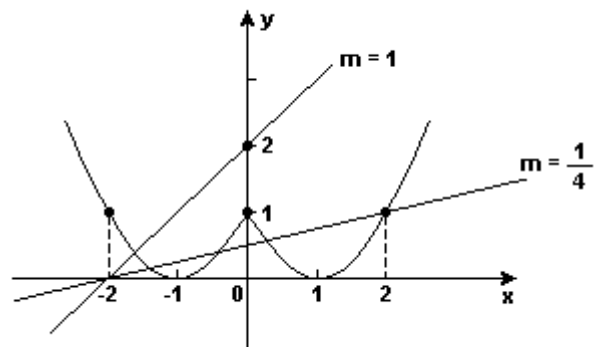
44. [A]

45. [A]

46. [A]

47. [A]

48. a) Observe a figura:



b)  $-3/2$ ; 0 e  $5/2$

- c)  $m = 0 \rightarrow 2$  raízes distintas  
 $0 < m < 1/2 \rightarrow 4$  raízes distintas  
 $m = 1/2 \rightarrow 3$  raízes distintas  
 $m > 1/2 \rightarrow 2$  raízes distintas

49. a)  $C(9) + C(15) = 32 + 17,5 = \text{R\$ } 47,50.$

b)  $x = 6$  unidades

50. [C]

51. V V F F V

52. a) 10 min

b) 
$$t(h) = \begin{cases} 2h(4+h), & \text{se } 0 \leq h \leq 1 \\ 20h - 10, & \text{se } 1 < h \leq 2 \end{cases}$$