

# RESOLUÇÃO

## MARATONA ENEM 2017

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

## MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

ARITMÉTICA ........ 3

GEOMETRIA ESPACIAL ........ 6

TRIGONOMETRIA ........ 15

ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE ........ 16

CONJUNTOS ........ 22

FUNÇÕES ........ 24

GEOMETRIA ANALÍTICA ........ 28

GEOMETRIA PLANA ........ 30

PROGRESSÕES ........ 37

ESTATÍSTICA ........ 40

RAZÃO E PROPORÇÃO 1 ........ 47

RAZÃO E PROPORÇÃO 2 ........ 55

## ARITMÉTICA

**01|** D

Tem-se que a resposta é dada por $\frac{443 \cdot 12 \cdot 2,54}{100} \cong 135\,\text{m}$.

**02|** D

É imediato que a resposta é 460.171. Pois,

| CM | DM | M | C | D | U |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 6 | 0 | 1 | 7 | 1 |

**03|** A

A altura mínima é atingida quando toda a área é ocupada pelos contêineres. A única maneira de fazer isso, é dispor os contêineres de modo que 10 = 4 . 2,5 e 32 − 5 . 6,4. Logo, serão dispostos 4 . 5 = 20 contêineres em cada nível e, portanto, a resposta é $\frac{100}{20} \cdot 2,5 = 12,5\,\text{m}$.

**04|** E

Sendo $540 = 2^0 . 3^3 . 5$, $810 = 2 . 3^4 . 5$ e $1080 = 2^3 . 3^3 . 5$, vem que o máximo divisor comum desses números é $2 . 3^3 . 5 = 270$. Contudo, se o comprimento das novas peças deve ser menor do que 200 centímetros, então queremos o maior divisor comum que seja menor do que 200, ou seja, $3^3 . 5 = 135$.

Em consequência, a resposta é

$$40 \cdot \frac{540}{135} + 30 \cdot \frac{810}{135} + 10 \cdot \frac{1080}{135} = 420.$$

**05|** C

O número mínimo de escolas beneficiadas ocorre quando cada escola recebe o maior número possível de ingressos. Logo, sendo o número máximo de ingressos igual ao máximo divisor comum de $400 = 2^4 . 5^2$ e $320 = 2^6 . 5$, temos $\text{mdc}(400, 320) = 2^4 . 5 = 80$.

Portanto, como 400 = 5 . 80 e 320 = 4 . 80, segue que a resposta é 5 + 4 = 9.

**06|** C

Sabendo que uma tonelada corresponde a mil quilos, tem-se que o resultado pedido é

$4,129 \times 10^6 \times 10^3 = 4,129 \times 10^9$.

**06|** D

O volume de água que será consumido é igual a 150 . 2 . 10 = 3.000mL = 3L. Por conseguinte, ela deverá comprar duas garrafas do tipo IV.

**08|** D

Fazendo os cálculos:

18 mm = 0,018 m

Logo,

1,5 m + 1 m + 0,018 m = 2,518 m.

**09|** E

O consumo da família para o período considerado será de $10 . 0,08 . 20 = 16\,\text{m}^3$. Portanto, a capacidade mínima, em litros, do reservatório a ser construído deve ser de 16.000.

**10|** C

Como $1\text{min}\,24\,\text{s} = 84\,\text{s} = \frac{84}{3600}\,\text{h} = \frac{7}{300}\,\text{h}$, segue-se que a velocidade média máxima permitida é $\frac{2,1}{\frac{7}{300}} = 90\,\text{km/h}$.

**11|** B

Em 1 h = 3600 s passam $\frac{3600}{2} = 1800$ pessoas por cada catraca. Além disso, em 1 hora passam 5 . 4 . 1800 = 36000 pessoas pelas 20 catracas. Portanto, o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas é igual a $\frac{45000}{36000} = \frac{36000}{36000} + \frac{9000}{36000} = 1\,\text{h}\,15\,\text{min}$.

**12|** E

O número de divisores **positivos** de N, diferentes de N, é dado por $(x + 1)(y + 1)(z + 1) - 1$, com $x \neq 0$, $y \neq 0$ e $z = 0$.

**Observação:** Considerando o enunciado rigorosamente, a resposta seria $2 . (x + 1) . (y + 1) - 1$, com $x \geq 1$ e $y \geq 1$.

**13|** C

Desde que 1000 = 6 . 166 + 4, podemos concluir que o milésimo cliente receberá de brinde um refrigerante.

**14|** C

Tem-se três nós nos milhares, zero nós nas centenas, seis nós nas dezenas e quatro nós nas unidades. Portanto, a resposta é 3.064.

**15|** A

Em cada tanque há 5 peixes para cada $1\text{m}^3 = 1.000$ litros de água. Logo, se o criador possui 7 tanques, e a capacidade de cada tanque é de 14.600 litros de água, então o número total de peixes é dado por $5 \cdot 7 \cdot \frac{14600}{1000} = 511$.

Portanto, como cada peixe consome 1 litro de ração por semana, segue que a capacidade mínima do silo, em litros, para armazenar a quantidade de ração que garantirá a alimentação semanal dos peixes, deve ser igual a 511.

**16|** E

Sabendo que $1\text{hm}^2 = 10.000\,\text{m}^2$, temos
$8\text{ha} = 8\text{hm}^2 = 8 . 10000 = 80.000\,\text{m}^2$.

**17|** D

Sabendo que duração da viagem de A para B é de 6 horas, e que saindo da cidade A às 15 horas o voo chega à cidade B às 18 horas, segue que a diferença de fusos horários entre A e B é de 3 horas. Desse modo, se na cidade A são 13 horas, na cidade B são 10 horas e, portanto, o executivo deve pegar um voo, na cidade B, que saia, no máximo, às 10 − 6 = 4 horas.

**18|** A

A lâmpada LED tem uma durabilidade de

$$50000 - 8000 = 42000 \text{ horas} = \frac{42000}{24} \text{ dias} = 1750 \text{ dias}$$

a mais do que a lâmpada comum.

**19|** E

A distância total percorrida pelo aluno no mapa foi de 5 . 2 . (7 + 9) = 160 cm. Sendo d a distância real percorrida e 1 : 2500 a escala, temos

$$\frac{160}{d} = \frac{1}{25000} \Leftrightarrow d = 4 \cdot 10^6 \text{ cm}$$
$$\Leftrightarrow d = \frac{4 \cdot 10^6}{10^5} \text{km}$$
$$\Leftrightarrow d = 40 \text{km}.$$

**20|** B

Lembrando que 1 $m^3$ = 1000L, tem-se que o resultado pedido é dado por

$$2 \cdot 30 \cdot \left(90 \cdot \frac{6{,}25}{1000} - 16 \cdot \frac{6{,}25}{1000} - 0{,}9 \cdot 0{,}45\right) = 60 \cdot (0{,}5625 - 0{,}5050)$$
$$= \text{R\$ } 3{,}45.$$

**21|** C

2061 – 1986 = 75 anos

1836 + 75 = 1911.

**22|** A

30 – 20 = 10$m^3$ (Volume ocioso do reservatório)

35 – 10 = 15$m^3$ (Volume do novo reservatório)

**23|** A

$$90000 \cdot 24 = 2160000 = 2{,}16 \text{ milhões de declarações.}$$

**24|** E

4125 = 8 . 500 + 125. Portanto, dará 500 voltas completas na pista e chegará à Padaria.

**25|** A

A duração de cada ciclo é igual a 1765 − 1755 + 1 = 11 anos. Como de 1755 a 2101 se passaram 2101 − 1755 + 1 = 347 anos e 347 = 11 . 31 + 6, segue-se que em 2101 o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número 32.

**26|** C

Efetuando as conversões, obtemos

$$355 \text{mL} = 35{,}5 \text{cL} = \frac{35{,}5}{2{,}95} \text{fl oz} \cong 12{,}03 \text{ fl oz}.$$

**27|** D

Sabendo que um gugol é igual a $10^{100}$, segue-se que um gugolplex é igual a $10^{10^{100}}$ Portanto, um gugolplex possui $10^{100}$ + 1 algarismos.

**28|** C

Da meia-noite às seis horas da manhã serão desperdiçados

$$\frac{6 \cdot 3600}{3} \cdot 0{,}2 \text{mL} = 1440 \text{mL} \cong 1{,}4 \text{ L}.$$

**29|** D

A capacidade mínima, em BTU/h, do aparelho de ar-condicionado deve ser de

20 . 600 = 2 . 600 + 600 = 13.800.

**30|** A

Amapá: 37,1 – 0,9 = 36,2.

Amazonas: teve diminuição.

Minas Gerais: 27,2 – 0,3 = 26,9.

Pernambuco: 51 – 43,3 = 7,7.

Rio de Janeiro: teve diminuição.

Portanto, Amapá teve o maior aumento absoluto em suas taxas.

**31|** D

Considerando relação custo benefício como a razão entre preço e diâmetro da pizza, a resposta mais adequada é a de Davidson.

Agora, se considerarmos a relação preço por $cm^2$, a pizza grande terá melhor custo benefício.

**32|** C

De 1° de janeiro a 31 de maio temos 31 + 28 + 31 + 30 + 31 = 151 dias. Logo, como 151 = 37 . 4 + 3, e supondo que a duração de cada viagem seja de 4 dias, segue que o maquinista poderá fazer, no máximo, 37 viagens até o início das suas férias. Após o período de férias, restarão 365 − (151 + 10) = 204 dias para viajar. Como 204 = 51 . 4, segue que ele poderá fazer, no máximo, 51 viagens, totalizando, assim, 37 + 51 = 88 viagens no ano.

**Observação:** Se cada viagem tiver duração inferior a 4 dias, ele poderá realizar ainda outra viagem no dia 29 de junho, totalizando, portanto, 89 viagens.

**33|** A

$$\overline{\text{MCCV}} = 1\,205\,000.$$
$$\overline{\text{XLIII}} = 43\,000.$$

**34|** D

De acordo com o hidrômetro, foram consumidos 3.534 $m^3$ = 3.534.000 L. Além disso, o hidrômetro aponta 859,35 L. Portanto, o consumo total de água registrado nesse hidrômetro, em litros, é igual a 3534000 + 859,35 = 3.534.859,35.

**35|** B

Como o volume de um barril corresponde a 159 litros, segue-se que o resultado pedido é

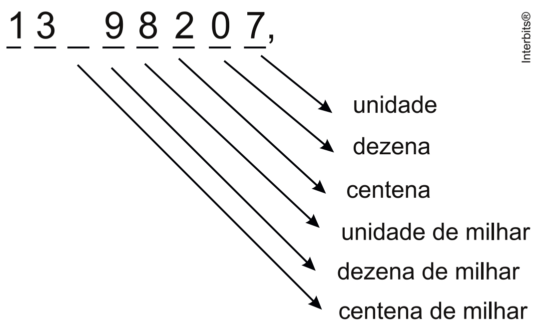
$$\begin{aligned}129000 \cdot 159 &= 20.511.000\ \text{L} \\ &= 20511000 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 \\ &= 20.511\,\text{m}^3.\end{aligned}$$

**36|** C

Como 1 bilhão de anos é igual a $10^9$ = 1.000.000.000 anos, temos

4,57 . $10^9$ = 4.570.000.000.

**37|** C




**38|** E

120 mL = 0,12L

$$(333 \cdot 10^9 \cdot 0{,}12\ \text{L}) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) = 47 \cdot 952 \cdot 10^9\text{L}$$

Aproximadamente 48 milhões de litros.

**39|** E

O menor valor apresentado é o mais próximo de 68 mm. Logo, o dono da oficina levará o pistão de 68,001m.

**40|** A

Basta observar a posição dos ponteiros e concluir que o número é 2 6 1 4 (cuidado com as setas que indicam os sentidos de rotação).

**41|** C

Europa (menos Finlândia) acima de 6000 m = 6000.3,3 pés = 19800 pés;

Finlândia acima de 31000 pés;

Diferença pedida: 31000 – 19800 = 11.200 pés.

**42|** B

Transformando as medidas dadas em metros, temos:

2300 mm= 2300. $10^{-3}$ m = 2,3 m

160 cm = 160.$10^{-2}$ m = 1,6m.

**43|** B

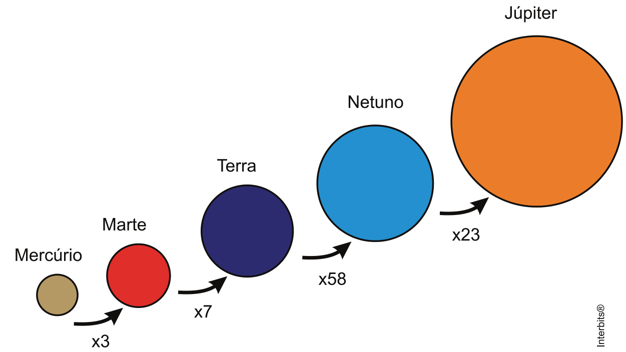
Ouro: 5 + 4 = 9

Prata: 2 + 4 = 6

Bronze: 3 + 10 = 13

De acordo com as regras citadas no exercício, o Brasil ficaria em 12º lugar, pois com 6 medalhas de prata passaria a Ucrânia.

**44|** B




Basta fazer 23 x 58 = 1334.

**45|** B

O número de dias decorridos entre 31 de março e 12 de outubro é dado por 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 12 = 195. Como uma semana tem sete dias, vem que 195 = 7 . 27 + 6. Portanto, sabendo que 31 de março ocorreu em uma terça-feira, segue que 12 de outubro será segunda-feira.

**46|** C

Com 1,5 L = 1500 mL de azeite é possível obter $\frac{1500}{15} = 100$ colheres de sopa de azeite.

Portanto, de acordo com a receita, será possível fazer $\frac{100}{2} = 50$ doses do molho.

**47|** E

417,4 bilhões de dólares = 417,4.$10^6$ dólares = 417 400 000 dólares

**48|** E

De acordo com o texto, a altura máxima que o garoto poderá atingir é 1,45 + 0,30 = 1,750 m.

**49|** D

A cada 5 dias a pessoa deposita 0,91 reais.

95,05 = 104.0,91 + 0,01 + 0,05 + 0,10 + 0,25 (logo o último depósito será de **25 centavos**)

Temos então: 104.5 + 4 = 524 dias,

524 = 7.74 + 6 (segunda, terça, quarta, quinta, sexta e **sábado**)

**50|** B

18 séries e 17 intervalos de 1 minuto cada

10 minutos de caminhada

1 minuto de descanso

9 minutos (18 séries de l/2 minuto cada)

17 minutos de descanso

Total de 37 minutos

**51|** D

150 . 1,4 milhões = 210 milhões de dólares

**52|** A

7 dias(fora da promoção) = 7.150,00 = 1050,00

8 dias (na promoção) = 3.150 + 130+ 110 + 90 + 2.90 = 960

Economia: 1050 – 960 = 90,00

**53|** D

Gastos em 6 dias. 6(12.10 + 4.10000) = 24720

6.20 = 120 hectares,

Ele deverá aumentar a jornada de trabalho.

180 _________ x

120 _________ 6

Resolvendo x = 9h

**54|** E

O tempo de produção para o eucalipto é 12 vezes maior que o tempo do capim.

Logo S = 12.4.R = 48R.

**55|** C

Importações (2009) 2.840 + 7/5.9 .340 = 7124 milhões

Exportações(2009) 2.240 + 7/5.11. 230 = 5782 milhões de dólares

Logo a diferença foi de 1.342 milhões de dólares = 1,34bilhão de dólares

**56|** E

**57|** B

| | km | Empresa W | Empresa K | Empresa L |
|---|---|---|---|---|
| Executivo | 5 | 3+2,4.5 = 15,00 | 3,80+2,25.5 = 15,05 | 2,80 + 2,5.5 = 15,30 |
| Esposa | 15 | 3 + 2,4.15 = 39,00 | 3,80 + 2,25.15 = 37,55 | 2,80 + 2,5. 15 = 40,30 |

Para o executivo a empresa W e para sua esposa a empresa k.

**58|** C

1 ano = 365 dias = 365. 24 horas = 8760 horas = 12,25 anos

Aproximadamente 1 decênio.

**59|** E

Espaço destinado para as imagens.

0,05.150.2000000.3 = 45000000 bytes = 45MB

Logo deverá utilizar um cartão de memória de 64MB

**60|** E

$$30.000\ \text{km}^3 = 30.000 \times 10^9\ \text{m}^3$$
$$20.000.000\ \text{L} = 20.000\ \text{m}^3$$

Fazendo $\dfrac{30.000 \times 10^9}{20.000} = 1{,}5 \times 10^9$.

**61|** D

Se cada dedo da mão esquerda corresponde a uma talha e foram contadas vinte e cinco talhas, o marcador utilizou $\dfrac{25}{5} = 5$ dedos da mão esquerda.

Portanto, o marcador utilizou todos os dedos da mão esquerda uma única vez.

## GEOMETRIA ESPACIAL

**01|** E

Desde que o arco $\overset{\frown}{AB}$ pertence a um plano paralelo a $\alpha$, sua projeção ortogonal sobre $\alpha$ também é um arco. Ademais, como B e C não são simétricos em relação ao plano que contém o equador e o arco $\overset{\frown}{BC}$ pertence a um plano perpendicular a $\alpha$, sua projeção ortogonal sobre $\alpha$ é um segmento de reta. Em consequência, a melhor representação é a da alternativa [E].

**02|** C

Observando que as pernas da cadeira irão assumir a posição vertical, e que há uma travessa horizontal unindo cada par de pernas, podemos concluir que a alternativa [C] é a que melhor representa a vista lateral de uma cadeira fechada.

**03|** E

Sabendo que o caminho de comprimento mínimo corresponde à linha poligonal ABEC, e que a face EBC é perpendicular ao plano ABCD, podemos concluir que a resposta é a figura apresentada na alternativa [E].

**04|** A

Uma pirâmide quadrangular possui 5 faces, 8 arestas e 5 vértices. Após os cortes, tais quantidades serão acrescidas em 4, 12 e 8 unidades, respectivamente.

Portanto, a joia ficará com 9 faces, 20 arestas e 13 vértices.

**05|** E

Se o volume da piscina olímpica é igual a $3 \,.\, 25 \,.\, 50 = 3750\ \text{m}^3$, e o volume da piscina original era $2 \,.\, 20 \,.\, 50 = 2000\ \text{m}^3$, então o resultado é

$$\frac{3750 - 2000}{2000} \cdot 100\% \cong 88\%.$$

**06|** D

O volume total de petróleo contido no reservatório é igual a

$60 \text{ x } 10 \text{ x } 10 = 6{,}0 \text{ x } 10^3\ \text{m}^3$.

Desse volume, após o vazamento, restarão apenas

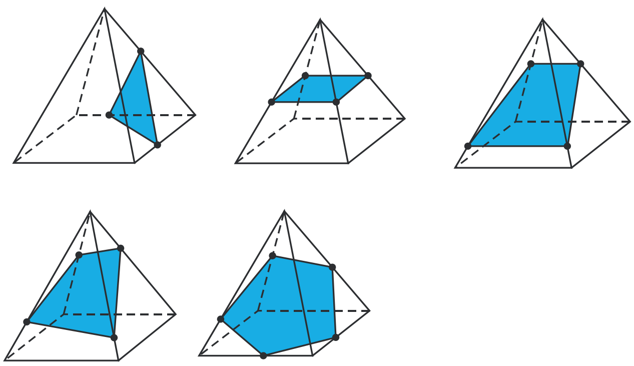
$$\frac{2}{3} \times 60 \times 10 \times 7 = 2{,}8 \times 10^3\ \text{m}^3.$$

Em consequência, a resposta é

$$6{,}0 \times 10^3 - 2{,}8 \times 10^3 = 3{,}2 \times 10^3\ \text{m}^3.$$

**07|** E

Supondo que quadriláteros irregulares e trapézios sejam polígonos distintos, tem-se que as possibilidades são: triângulos, quadrados, trapézios, quadriláteros irregulares e pentágonos, conforme as figuras abaixo.



**08|** D

O volume do silo é dado por

$$\pi \cdot 3 \cdot 12 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 3 \cong 324 + 27 \cong 351\ \text{m}^3.$$

Portanto, se n é o número de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo, então

$$n \geq \frac{351}{20} = 17{,}55.$$

A resposta é 18.

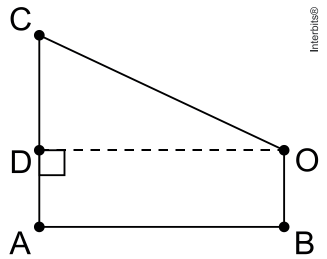
**09|** E

Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura do frasco cilíndrico deverá ser tal que

$$\pi\left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot h = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 \Leftrightarrow h = 12R.$$

**10|** E

Considere a figura.




Seja D o pé da perpendicular baixada de O sobre AC. Assim, como $\overline{CD} = 3\text{cm}$ e $\overline{CO} = 7\text{cm}$, pelo Teorema de Pitágoras, obtemos

$d2 = 7^2 - 3^2 \Rightarrow d = 2\sqrt{10}$ cm.

A resposta é $\frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$.

**11|** C

Após os cortes, o poliedro P resultante é um sólido com $6 + 8 = 14$ faces. Portanto, a resposta é 14.

**12|** A

O raio r do círculo circunscrito a um triângulo equilátero de lado 30 cm é dado por

$$r = \frac{30}{2 \cdot \text{sen}\,60^\circ} = \frac{30}{\sqrt{3}} \cong 17{,}6\,\text{cm}.$$

Portanto, dentre os tampos disponíveis, o proprietário deverá escolher o de raio igual a 18 cm.

**13|** C

A planificação deve apresentar uma base e quatro “meia laterais” adjacentes pintadas na visão tridimensional. A única alternativa que apresenta tal imagem é a alternativa [C].

**14|** D

Se o *cupcake* fosse um prisma, suas medidas seriam 4 cm x 7 cm x 9 cm. Assim, a menor medida de caixa (que mais se aproxima das medidas do *cupcake*) que pode armazenar o doce, de forma a não o deformar e com menor desperdício de espaço é a embalagem IV.

**15|** B

Sendo a o comprimento das arestas da base e b a altura, pode escrever:

$$V_{antigo} = a^2 \cdot b$$

$$V_{novo} = (2a)^2 \cdot b \rightarrow V_{novo} = 4a^2 \cdot b$$

$$V_{novo} = 4 \cdot V_{antigo}$$

**16|** C

A planificação deve apresentar duas bases impressas opostas e quatro laterais na visão tridimensional. A única alternativa que apresenta tal imagem é a alternativa [C].

**17|** C

Seja v o volume da mistura sabor morango que será colocado na embalagem. Tem-se que

$$1{,}25 \cdot (1000 + v) \le 20 \cdot 10 \cdot 10 \Leftrightarrow v \le 600\,cm^3.$$

Portanto, a resposta é $600\,cm^3$.

**18|** B

Sendo $r$ e $h$ as dimensões do cone e $R$ e $H$ as dimensões do poço, calculando o volume do poço e do cone, tem-se:

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3R)^2 \cdot 2{,}4 \to V_{cone} = 7{,}2\pi R^2$$
$$V_{poço} = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

Pelo enunciado, sabe-se que o volume do cone é $20\%$ maior do que o volume do poço cilíndrico, logo, pode-se escrever:

$$1{,}2 \cdot V_{poço} = V_{cone}$$
$$1{,}2\pi R^2 \cdot H = 7{,}2\pi R^2$$
$$H = 6\text{ m}$$

**19|** B

Fazendo os cálculos:

$$V_1 = \pi \cdot 6^2 \cdot 4$$
$$V_2 = \pi \cdot 3^2 \cdot x$$
$$V_1 = 1{,}6 \cdot V_2$$
$$\pi \cdot 6^2 \cdot 4 = 1{,}6 \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot x$$
$$144 = 14{,}4x$$
$$x = 10\text{ cm}$$

**20|** C

O volume da cisterna é igual a $ð \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^2 \cdot 3 \cong 9\text{ m}^3$. Mantendo a altura, o raio $r$ da nova cisterna deve ser tal que $81 = ð \cdot r^2 \cdot 3$, ou seja, $r \cong 3\text{ m}$. Em consequência, o aumento pedido deve ser de, aproximadamente, $3 - 1 = 2\text{ m}$.

**21|** A

O volume do cilindro é dado pela área da base multiplicado pela altura. A maneira mais simples de duplicar o volume do mesmo é manter a área da base (ou seja, base a) e duplicar sua altura (ou seja, 2b).

**22|** C

A projeção ortogonal sobre o piso da casa, do caminho percorrido pela mão da pessoa, do ponto A até o ponto E, corresponde a uma circunferência. Logo, do ponto A ao ponto D, temos aproximadamente $\frac{3}{4}$ de uma circunferência, o que corresponde à figura da alternativa [C].

**23|** D

Sejam x, y e z, respectivamente, a altura, a espessura e a largura da porta original. Logo, segue que o volume da porta original é igual a x . y . z.

Aumentando-se em $\frac{1}{8}$ a altura da porta e preservando a espessura, deve-se ter, a fim de manter o custo com o material,

$$\frac{9x}{8} \cdot y \cdot z_1 = x \cdot y \cdot z \Leftrightarrow z_1 = \frac{8z}{9},$$

com $z_1$ sendo a largura da nova porta.

Portanto, a razão pedida é $\frac{z_1}{z} = \frac{8}{9}$.

**24|** B

Sendo $\ell$ a medida da aresta da parte cúbica de cima, tem-se que a aresta da parte cúbica de baixo mede $2\ell$.

Por conseguinte, se a torneira levou 8 minutos para despejar $\frac{(2\ell)^3}{2} = 4\ell^3$ unidades de volume, então ela levará $8 \cdot \left(\frac{4\ell^3 + \ell^3}{4\ell^3}\right) = 10$ minutos para encher completamente o restante do depósito.

**25|** E

Iniciando a planificação pela face ABFE, e observando as coincidências entre as arestas, podemos concluir que a planificação correta é a apresentada na alternativa [E].

**26|** E

De acordo com a figura, tem-se que a altura da caixa mede 24 cm. Além disso, a largura mede $90 - 2 . 24 = 42$cm. Daí, o comprimento x, em centímetros, deve ser tal que

$$0 < x + 42 + 24 \le 115 \Leftrightarrow 0 < x \le 49.$$

Portanto, o maior valor possível para x, em centímetros, é 49.

**27|** D

O sólido formado será um prisma pentagonal. Logo, o número de arestas é igual a $3 \cdot 5 = 15$.

**28|** D

A área que deverá ser impermeabilizada corresponde a 2 . (4 . 3 + 4 . 2,5 + 3 . 2,5) = 59 m$^2$ = 590.000 cm$^2$.

Portanto, o número mínimo de galões para a execução do serviço é igual a $\frac{3 \cdot 590000}{4 \cdot 17700} = 25.$

**29|** E

Seja V o volume real do armário.

O volume do armário, no projeto, é 3 . 2 . 1 = 6cm$^3$.

Logo, temos $\frac{6}{V} = \left(\frac{1}{100}\right)^3 \Leftrightarrow V = 6.000.000\,\text{cm}^3.$

**30|** A

Como h 2m, segue-se que b = 6 − 2 . 0,5 = 5 m. Logo, segue que o volume total do silo é igual a $2 \cdot \left(\frac{6+5}{2}\right) \cdot 20 = 220\ \text{m}^3$. Em consequência, sabendo que 1 tonelada de forragem ocupa 2 m$^3$, podemos concluir que o resultado pedido é $\frac{220}{2} = 110$ toneladas.

**31|** A

Lembrando que o volume de líquido deslocado é igual ao volume do corpo submerso, segue que o número de pedrinhas a serem colocadas deve ser igual a $\frac{40 \cdot 15 \cdot (10-6)}{50} = 48.$

**32|** D

O volume pedido é dado por 125 . 25 . 10 . 15 = 468.750cm$^3$.

**33|** D

Se H é a altura da lata atual, então seu volume é igual a 24$^2$ . Hcm$^3$. Agora, sabendo que as dimensões da nova lata são 25% maiores que as da lata atual, e sendo h a altura da nova lata, temos $\left(\frac{5}{4} \cdot 24\right)^2 \cdot h = 24^2 \cdot H \Leftrightarrow h = \frac{16}{25} \cdot H \Leftrightarrow h = 64\% \cdot H,$ isto é, a altura da lata atual deve ser reduzida em 100% − 64% = 36%.

**34|** A

O volume do silo que o agricultor possui é igual a L$^2$h m$^3$. Desse modo, o silo a ser comprado deverá ter volume igual a 2L$^2$h m$^3$.

Portanto, dentre as opções apresentadas pelo fornecedor, a única que apresenta a capacidade desejada é o silo I.

**35|** D

O lado da folha de papel corresponde ao quíntuplo do comprimento da base do cilindro, ou seja, 5$\pi$d.

**36|** E

O volume de uma pílula de raio r, em milímetros cúbicos, é dado por $\pi \cdot r^2 \cdot 10 + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cong 2r^2(15 + 2r).$

Portanto, o resultado pedido é igual a 2 . 5$^2$ . (15 + 2 . 5) −2 . 4$^2$ . (15 + 2 . 4) = 1250 − 736 = 514 mm$^3$.

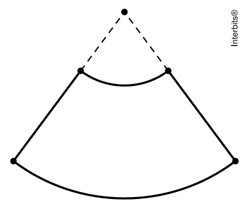
**37|** E

A quantidade de madeira descartada corresponde ao volume do cilindro subtraído dos volumes da semiesfera e do cone. Portanto, o resultado é

$$\pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (7-4)^3 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 4 \cong 189 - 54 - 36$$
$$= 99\,\text{cm}^3.$$

**38|** E

Lembrando que a superfície lateral de um cone é obtida a partir de um setor circular, segue-se que o objetivo do responsável pelo adesivo será alcançado se ele fizer o corte indicado na figura abaixo.

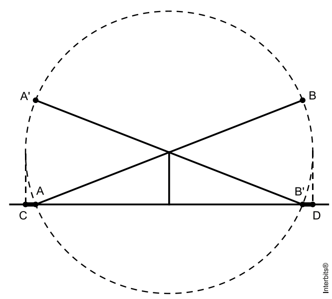



**39|** B

Sendo o diâmetro do átomo de flúor menor do que o diâmetro do átomo de enxofre, podemos concluir que a vista superior correta é a apresentada na alternativa [B].

**40|** B

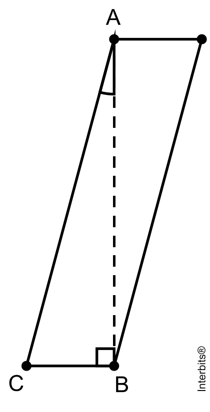
Considere a figura.




De acordo com a figura, segue que a projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, corresponde aos segmentos AC e B'D.

**41|** E

Considere a vista lateral de uma das torres Puerta de Europa.



Do triângulo ABC, obtemos

$$\text{tg}B\hat{A}C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \text{tg}15° = \frac{\overline{BC}}{114}$$
$$\Rightarrow \overline{BC} \cong 114 \cdot 0,26$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC} \cong 29,64 \text{ m}.$$

Portanto, como a base é um quadrado, segue-se que sua área é aproximadamente igual a

$$\overline{BC}^2 = (29,64)^2 \cong 878,53 \text{ m}^2.$$

**42|** C

Volume do primeiro cilindro: $V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Volume do segundo cilindro: $V_2 = \pi \cdot (r')^2 \frac{h}{2}$

$$\pi \cdot (r')^2 \cdot \frac{h}{2} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{2} \Rightarrow r' = r$$

**43|** A

Queremos calcular r, de modo que $12 - \pi \cdot r^2 \cdot 1 \geq 4$. Portanto, considerando $3$ como o valor aproximado de $\pi$, temos

$$12 - 3r^2 \geq 4 \Leftrightarrow r^2 \leq \frac{8}{3}$$
$$\Rightarrow 0 < r \leq \sqrt{\frac{8}{3}}$$
$$\Rightarrow 0 < r \leq 1,63,$$

ou seja, a medida do raio máximo da ilha de lazer, em metros, é um número que está mais próximo de 1,6.

**44|** D

É fácil ver que o sólido da figura é constituído por dois troncos de cone.

**45|** C

Supondo que a pirâmide é regular, temos que a projeção ortogonal do deslocamento no plano da base da pirâmide está corretamente descrita na figura da alternativa [C].

**46|** A

Área a ser impermeabilizada: $A = 20 \cdot 10 + 2 \cdot 20 \cdot 1 + 2 \cdot 10 \cdot 1 = 260\text{m}^2$, onde serão usados 260 L de impermeabilizante.

Valor gasto com o fornecedor A:

Número de ladas necessárias: 260 : 10 = 26 latas.

Valor das latas: 100 . 26 = 2600 reais.

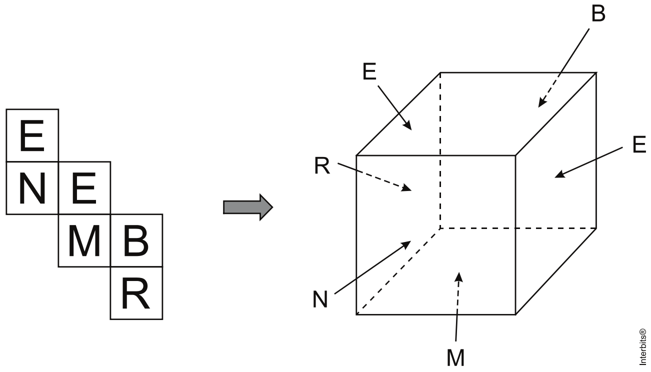
Valor gasto com o fornecedor B:

Número de latas necessárias: 260 : 15 = 17,3333..., ou seja, serão necessárias 18 latas.

Valor das 19 latas: 145 . 18 = 2610 reais.

**47** C

Construindo o cubo temos:




Portanto, as faces paralelas desse cubo são E-M, B-N e E-R.

**48|** C

O nível da água subiria $\frac{2400}{40 \cdot 30} = 2\text{cm}$, fazendo a água ficar com 25 – 5 + 2 = 22 cm de altura.

**49|** C

A figura abaixo mostra a projeção do caminho feito sobre a pirâmide no plano de sua base.

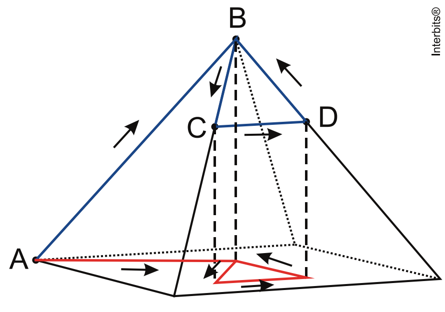



Figura 2

Portanto, alternativa [C] está correta.

**50|** A

De acordo com as planificações, Maria poderá obter, da esquerda para a direita, um cilindro, um prisma de base pentagonal e uma pirâmide triangular.

**51|** B

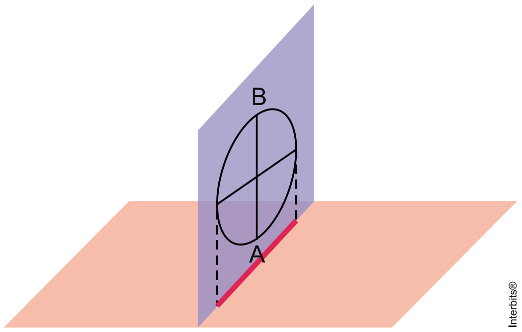
Área total da nova lixeira:

$A = \pi \cdot 30^3 + 2 \cdot \pi \cdot 30 \cdot 60 = 4500\pi = 4500 \cdot 3 = 13500\text{cm}^2$

Valor da lixeira = (13500 : 100) . 0,20 = R$27,00.

**52|** E

O plano que contém o trajeto do motociclista é perpendicular ao plano do chão, portanto a projeção ortogonal do trajeto do motociclista no plano do chão é um segmento de reta.




**53|** C

Supondo que o raio da base das canecas deve ser tal que a capacidade de uma caneca seja maior do que ou igual à capacidade de um copo grande, temos

$$\pi \cdot y^2 \cdot 6 \geq \frac{\eth \cdot 8}{3} \cdot (2{,}4^2 + 3{,}6^2 + 2{,}4 \cdot 3{,}6) \Leftrightarrow y^2 \geq \frac{4}{9} \cdot 1{,}2^2 \cdot (4 + 9 + 6)$$
$$\Leftrightarrow y^2 \geq 0{,}64 \cdot 19$$
$$\Leftrightarrow y^2 \geq 12{,}16\,\text{cm}^2.$$

**Observação:** Se o raio das canecas estiver expresso em centímetros, então $y^2$ será expresso em centímetros quadrados.

**54|** C

Supondo que o volume de açúcar e o volume de água somem o volume do copo.

De acordo com o texto, temos:

Volume de água = 5x

Volume de água = x

Volume do copo = $\pi \cdot 2^2 \cdot 10 = 3 \cdot 2^2 \cdot 10 = 120\text{cm}^3$

Então $x + 5x = 120 \Leftrightarrow 6x = 120 \Leftrightarrow x = 20\text{cm}^3$

Portanto, a quantidade de água deverá ser 5.20 = 100 $\text{cm}^3$ = 100 mL.

**55|** E

A expressão superfície de revolução garante que a figura represente a superfície lateral de um **cone**.

**56|** C

A única figura que representa um cesto com apenas trapézios isósceles e retângulos nas faces laterais é a da alternativa (C).

**57|** B

Multiplicando as dimensões temos o valor de seu volume em $m^3$.

**58|** D

V = volume do cubo maior – volume do cubo menor

$V = 12^3 - 8^3$

$V = 1728 - 512$

$V = 1216$

**59|** B

Sendo **a** a aresta do cubo, temos:

$a^3 = 4.18.3$

$a^3 = 216$

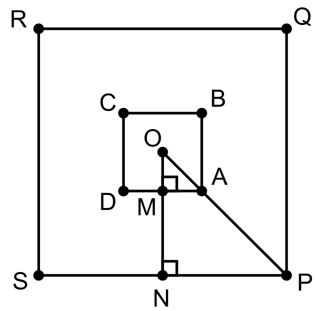
$a = 6$

**60|** E

Sabendo que a menor distância entre dois pontos é o segmento de reta que os une, segue que a representação exibida na alternativa (E) é a única que ilustra corretamente a menor distância entre A e B.

**61|** D

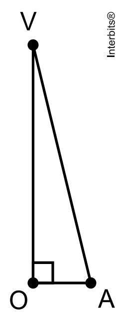
Considere a figura abaixo, em que o quadrado ABCD é a base da pirâmide, O é o centro da base da pirâmide e o quadrado PQRS é a base da plataforma.




Como $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$ m, temos que $\overline{OA} = \frac{\overline{AB} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 6$ m.

Além disso, sabemos que $\overline{PQ} = 19\sqrt{2}$ m. Logo, $\overline{OP} = \frac{\overline{PQ} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{19\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 19$ m.

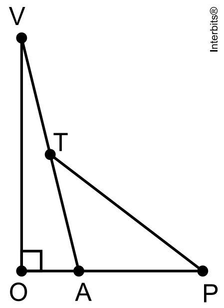
Sendo V o vértice da torre e sabendo que $\overline{VO} = 24$ m, considere a figura abaixo.




Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo VOA, obtemos

$$\overline{VA}^2 = \overline{VO}^2 + \overline{OA}^2 \Leftrightarrow \overline{VA}^2 = 24^2 + 6^2$$
$$\Rightarrow \overline{VA} = \sqrt{612}$$
$$\Rightarrow \overline{VA} = 6\sqrt{17}\text{ m.}$$

Queremos calcular $\overline{PT}$, em que T é o ponto médio da aresta lateral da torre, conforme a figura seguinte.




Aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo APT, segue que $\overline{PT}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{AT}^2 - 2\cdot\overline{AP}\cdot\overline{AT}\cdot\cos P\hat{A}T$.

Daí, como $\overline{AP} = \overline{OP} - \overline{OA} = 19 - 6 = 13$m e $\cos P\hat{A}T = -\cos V\hat{A}O = -\dfrac{\overline{VA}}{\overline{OA}} = -\dfrac{6}{6\sqrt{17}} = -\dfrac{1}{\sqrt{17}}$, encontramos

$$\overline{PT}^2 = 13^2 + (3\sqrt{17})^2 - 2\cdot 13\cdot 3\sqrt{17}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) \Leftrightarrow$$

$$\overline{PT}^2 = 169 + 153 + 78 \Rightarrow \overline{PT} = \sqrt{400}\text{ m}.$$

**62|** D

Sejam r e h, respectivamente, o raio e a espessura das moedas de chocolate fabricadas atualmente. Logo, o volume V de chocolate de uma moeda é $V = \pi\ .\ r^2\ .\ h$.

De acordo com a sugestão de Pedro, o volume V' de chocolate empregado na fabricação de uma moeda com 8cm de diâmetro seria $V' = \pi\cdot(2r)^2\cdot h = 4\cdot\underbrace{\pi\cdot r^2\cdot h}_{V} = 4V$.

Supondo que o preço p da moeda seja diretamente proporcional ao volume de chocolate, segue que p = k . V = R$ 1,50, em que k é a constante de proporcionalidade. Assim, o preço p' da moeda sugerida por Pedro deveria ser de p' = k . V' = k . 4V = 4 . 1,50 = R$ 6,00.

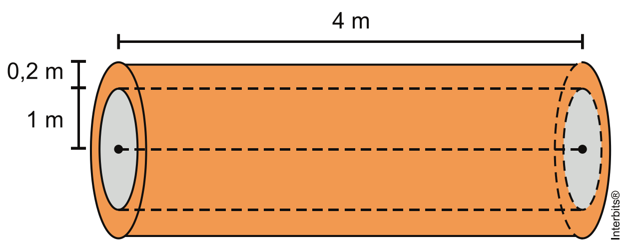
**63|** A

| | Volume ($m^3$) | Massa (toneladas) |
|---|---|---|
| Espécie I | $3\cdot 3^2\cdot 12\cdot 0{,}06 = 19{,}44$ | $0{,}77\cdot 19{,}44 = 14{,}96$ |
| Espécie II | $2\cdot 4^2\cdot 10\cdot 0{,}06 = 19{,}2$ | $0{,}78\cdot 19{,}2 = 14{,}97$ |

**64|** E

A superfície do bebedouro 3 é constituída por dois semicírculos e por um retângulo.

**65|** D




Volume do concreto é V. Logo:

V = Volume do cilindro maior – volume do cilindro menor

$V = \pi.(1{,}2)^2.4 - \pi.1^2.4$

$V = 1{,}76.3{,}1$

$V = 5{,}456 m^3$

Logo, o preço da manilha será 5,456 . 10 = R$ 54,56

**66|** D

Sejam v e v', respectivamente, a capacidade da embalagem tradicional e a capacidade da nova embalagem.

Portanto, de acordo com o enunciado, temos $v' = \dfrac{1}{3}\cdot v \Leftrightarrow \pi\cdot\left(\dfrac{r}{2}\right)^2\cdot a = \dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h \Leftrightarrow a = \dfrac{4h}{3}$.

**67|** B

O volume de refrigerante em uma garrafa parcialmente cheia é dado por $\pi\cdot 3^2\cdot 12 \cong 3\cdot 9\cdot 12 = 324\,cm^3$.

Portanto, o número aproximado de garrafas utilizadas foi de $\dfrac{1800000}{324} \cong 5.555$.

**68|** D

| | **Área lateral ($A_L$)** | Volume | $A_L/V$ |
|---|---|---|---|
| Tanque I | $2\pi\cdot 2\cdot 6 = 24\pi$ | $\pi\cdot 2^2\cdot 6 = 24\pi$ | 1 |
| Tanque II | $2\pi\cdot 2\cdot 8 = 32\pi$ | $\pi\cdot 2^2\cdot 8 = 32\pi$ | 1 |
| Tanque III | $2\pi\cdot 3\cdot 8 = 48\pi$ | $\pi\cdot 3^2\cdot 8 = 72\pi$ | 2/3 |

**69|** B

Como 40 cm = 0,4 m, segue que o volume de um tambor é dado por $\pi\cdot r^2\cdot h \cong 3\cdot\left(\dfrac{0{,}4}{2}\right)^2\cdot 1 = 0{,}12\,m^3$.

Assim, o volume de água contido em um kit é $6\ .\ 0{,}12 = 0{,}72\,m^3$.

Por conseguinte, o valor a ser pago por uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do kit em um mês é de 2,5 . 12 . 0,72 = R$ 21,60.

**70|** B

Sejam $r_1 = 2cm$ e $h_1 = 13{,}5cm$, respectivamente, o raio da base e a altura do cilindro cujo rótulo custa R$ 0,60.

Se $V_1$ e $A\ell_1$ denotam, respectivamente, a capacidade e a área do rótulo, então $V1 = \pi\ .\ 2^2\ .\ 13{,}5 = 54\pi cm^3$ e $A\ell_1 = 2\ .\ \pi\ .\ 2\ .\ 13{,}5 = 54\pi cm^2$.

Sejam $r_2$ e $h_2$, respectivamente, o raio da base e a altura da nova embalagem. Como $h_2 = 2\ .\ r_2$ e as capacidades das embalagens são iguais, temos que $V_1 = V_2 \Leftrightarrow 54\pi = \pi r_2^2\cdot 2r_2 \Leftrightarrow r_2 = \sqrt[3]{27} = 3$.

Além disso, a área lateral da nova embalagem é $A\ell_2 = 2\cdot\pi\cdot 3\cdot 6 = 36\pi\,cm^2$.

Supondo que o custo da embalagem seja diretamente proporcional à área lateral da mesma, obtemos $c_1 = k\cdot A\ell_1 \Leftrightarrow k = \frac{0,6}{54\pi}$, sendo k a constante de proporcionalidade e $c_1$ o custo da primeira embalagem.

Portanto, $c_2 = k\cdot A\ell_2 = \frac{0,6}{54\pi}\cdot 36\pi = R\$\,0,40$ e $\frac{c_2}{c_1} = \frac{36\pi}{54\pi} = \frac{2}{3}$, ou seja, o valor que o fabricante deverá pagar por esse rótulo é de R$ 0,40, pois haverá uma redução de $c_1 - c_2 = c_1 - \frac{2}{3}c_1 = \frac{1}{3}c_1$ na superfície da embalagem coberta pelo rótulo.

**71|** A

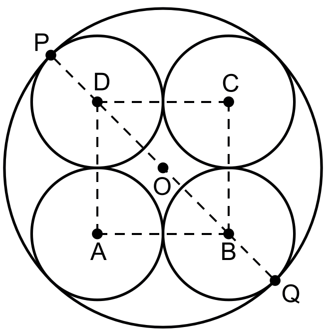
Volume do copinho $= \pi.2^2.4 = 16\pi cm^3$

Volume de 20 copinhos pela metade $= \frac{1}{2}20.\ 16\pi cm^2 = 160\pi cm^3$

Volume da leiteira $= \pi.4^2.20 = 320\pi cm^3$

**72|** D

Considere a figura, em que O é o centro da base do cilindro cujo raio queremos calcular.




O lado do quadrado ABCD é igual ao diâmetro da base dos cilindros menores. Logo, $\overline{AB} = 2\cdot 6 = 12\,cm$. Além disso, como $\overline{OB} = \frac{\overline{BD}}{2}$, segue que $\overline{OB} = \frac{\overline{AB}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{12\cdot\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}\,cm$.

Portanto, o raio da base do cilindro maior é dado por $\overline{OQ} = \overline{OB} + \overline{BQ} = 6\sqrt{2} + 6 = 6(\sqrt{2}+1)\,cm$.

**73|** B

Se a área a ser iluminada mede 28,26 $m^2$ e r é o raio da área circular iluminada, então $\pi\cdot r^2 = 28,26 \Rightarrow r \cong \sqrt{\frac{28,26}{3,14}} \Rightarrow r \cong 3\,m.$

Portanto, como g = 5m e r = 3m, segue que h = 4m.

**74|** A

Sejam $V_{ds}$ e $V_d$, respectivamente, o volume da esfera que corresponde à água doce superficial e o volume da esfera que corresponde à água doce do planeta.

A razão pedida é dada por

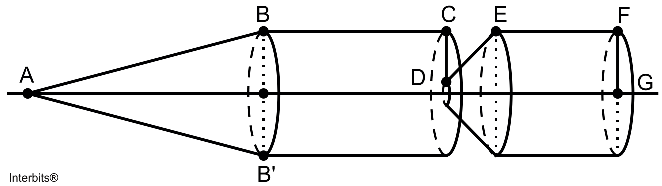
$$\frac{V_{ds}}{V_d} = \frac{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r_{ds}^3}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r_d^3} = \left(\frac{r_{ds}}{r_d}\right)^3 = \left(\frac{29}{203}\right)^3 = \left(\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{1}{343}.$$

**75|** B

$$\frac{2}{3}.\pi.3^3 = \frac{1}{3}\pi.3^2.h \Leftrightarrow 3h = 18 \Leftrightarrow h = 6cm$$

**76|** C

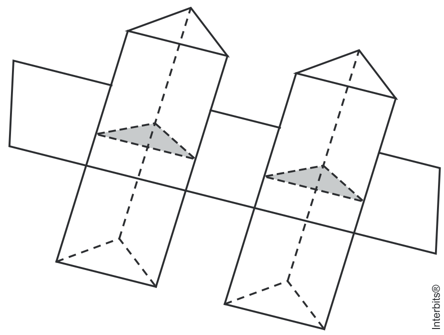
Girando a forma em torno do arame rígido, obtemos a figura abaixo.




Portanto, a decomposição do foguete, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos: cone reto $(\overline{AB} = 4\overline{FG} \neq \overline{BB'} = 2\overline{FG})$, cilindro reto $(\overline{BC} = 3\overline{FG} \neq 2\overline{FG})$, tronco de cone e cilindro equilátero $(\overline{EF} = 2\overline{FG})$.

**77|** A

De acordo com a figura a seguir a melhor opção é o item [A].



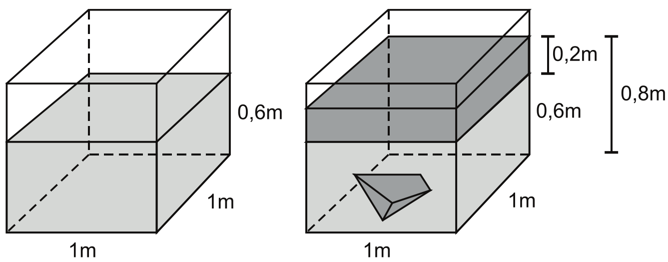

**78|** A

Cálculo da altura inicial do líquido.

$1.1.x = 0,6\ m^3 \Leftrightarrow x = 0,6\ m \Leftrightarrow x = 60\ cm$

O volume do sólido será igual ao volume de água deslocado.

$V = 1.1.(0,8 - 0,6) = 0,2\ m^3$



**79|** B

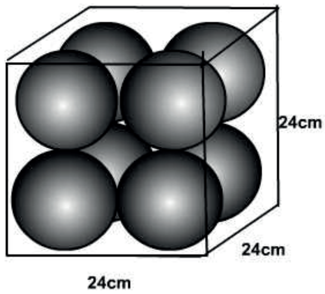
$a^3 = 13.824 \Leftrightarrow a = 24cm$. Diâmetro da esfera = 12cm

No comprimento do cubo podemos colocar 2 esferas

Na largura do cubo podemos colocar 2 esferas

Na altura do cubo podemos colocar 2 esferas

Logo o número de esferas será 2.2.2 = 8

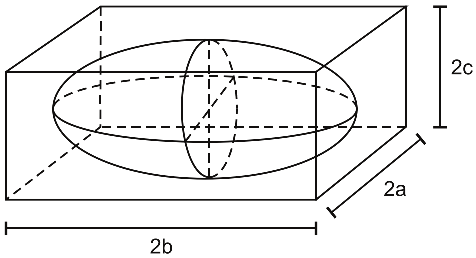



**80|** D

V = V(caixa) – V ( melancia)

$V = 2a.2b.2c - \frac{4}{3}\pi a.b.c$

$V = abc\left(8 - \frac{4}{3}\pi\right)$




**81|** C

No comprimento conseguiremos colocar 5 caixas, na largura 2 caixas e na altura 2 caixas.

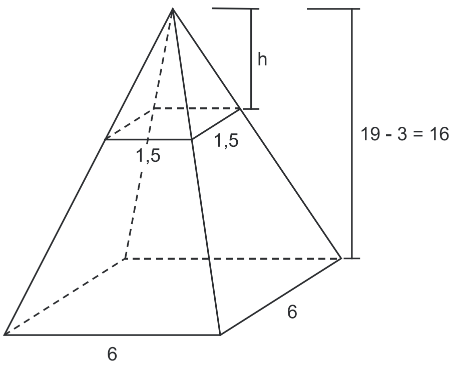
Total de caixas 5.2.2 = 20 caixas.

Número mínimo de viagens: $\frac{240}{20} = 12$

**82|** B

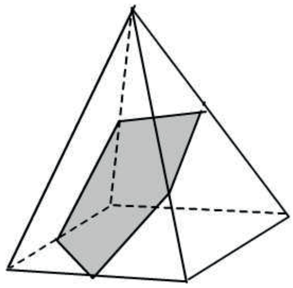
$\frac{h}{16}\ \frac{1,5}{6} \Leftrightarrow h = 4$

$\text{Volume} = \frac{1}{3}6^2 \cdot 16 - \frac{1}{3}.1,5^2 \cdot 4 = 192\ cm^3$

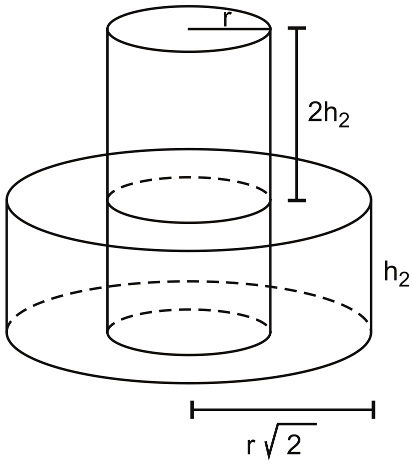



**83|** C

Apenas a alternativa C reflete a figura a seguir.



**84|** C




Volume do cilindro central = $\pi \cdot r^2 \cdot 3h_2$

Volume livre do segundo cilindro = $\pi(r\sqrt{2})^2.h_2 - \pi \cdot r^2 \cdot h_2 = \pi \cdot r^2 \cdot h_2$.

Então para encher o volume livre do segundo cilindro levará 10 min( ou seja 1/3 de 30min)

O tempo total será

30 + 10 = 40min

**85|** D

Seus volumes são iguais, pois possuem a mesma massa e mesma altura.

Admitindo altura h para os dois bolos , temos:

$V_1 = V_2$

$L^2.h = \pi.r^2.h$

$L^2 = \pi.r^2$

$L = \sqrt{\pi.r^2}$

$L = r.\sqrt{\pi}$

**86|** B

Volume do cone = $\frac{\pi.5^2.6}{3} = 50\pi\ cm^3$

Volume do líquido do cilindro da figura 2 = 625π – 50π = 575π

Altura do líquido do cilindro da figura 2.

$\pi.5^2.h = 575\pi \Leftrightarrow h = 23$ cm.

Na figura 2, temos: $H = 30 - h$ logo $H = 7$ cm

**87|** D

Volume do cilindro $= \pi\ 12^2.\ 15$

$$\frac{4\pi.R^3}{3} = \pi.12^2.15 \Leftrightarrow R = 3\sqrt[3]{60}$$

**88|** B

O volume e a altura do cilindro são diretamente proporcionais. Desse modo, uma economia de 10% da capacidade corresponde a 10% da altura do reservatório, isto é, 10% . 600 = 60cm.

## TRIGONOMETRIA

**01|** B

Substituindo os valores na equação por 26 °C pela manhã, às 6h e 18 °C às 18h, tem-se:

$$T(h) = A + B\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(h-12)\right)$$

$$T(6) = 26 = A + B\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(6-12)\right) \to 26 = A + B\ \text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) \to 26 = A - B$$

$$T(18) = 18 = A + B\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(18-12)\right) \to 18 = A + B\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) \to 18 = A + B$$

$$\begin{cases} A - B = 26 \\ A + B = 18 \end{cases}$$

$$2A = 44 \to A = 22 \to B = -4$$

**02|** D

De acordo com o enunciado, a bolinha desloca-se em linha reta do ponto P até a circunferência de raio 6 e depois desloca-se sobre esta, em sentido anti-horário, por 120°, o que resulta na posição final sobre o ponto F.

**03|** D

A produção é máxima quando preço é mínimo, ou seja, quando $\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = -1.$ O menor valor positivo de x para o qual se tem o preço mínimo é tal que

$$\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = \cos\pi \Rightarrow \frac{\pi x - \pi}{6} = \pi + 2k\pi$$
$$\Rightarrow x = 12k + 7,\ k \in \mathbb{Z}.$$

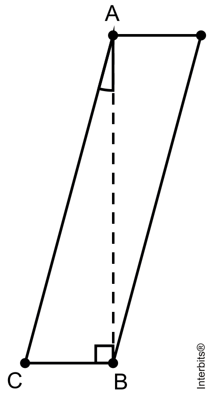
Portanto, para k = 0, segue que x = 7, e o mês de produção máxima desse produto é julho

**04|** B

Reescrevendo a equação da onda, temos $y = a \cdot \text{sen}(bx + bc)$. Logo, o período da onda é dado por $\frac{2\pi}{b}$ dependendo, portanto, apenas do parâmetro b.

**05|** E

Considere a vista lateral de uma das torres Puerta de Europa.



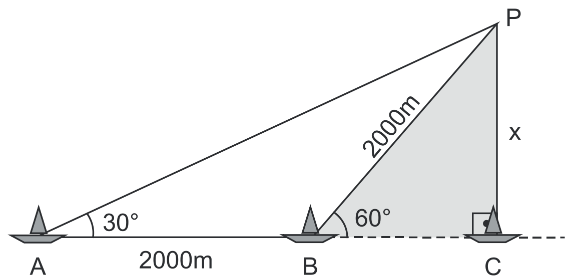

Do triângulo ABC, obtemos

$$\text{tg}B\hat{A}C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \text{tg}15° = \frac{\overline{BC}}{114}$$
$$\Rightarrow \overline{BC} \cong 114 \cdot 0{,}26$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC} \cong 29{,}64 \text{ m.}$$

Portanto, como a base é um quadrado, segue-se que sua área é aproximadamente igual a

$$\overline{BC}^2 = (29{,}64)^2 \cong 878{,}53 \text{ m}^2.$$

**06|** B




$\Delta$ABP é isosceles (AB = BP = 2000)

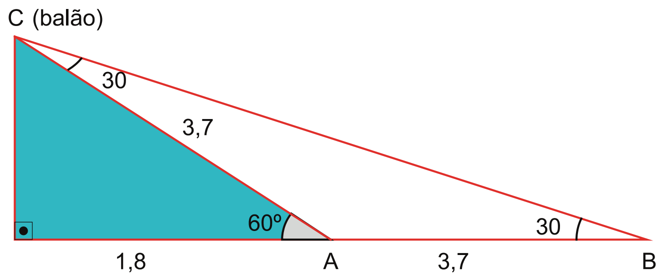
No $\Delta$PBC temos:

$$\text{sen}60^o = \frac{d}{2000}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{2000}$$

$$d = 1000\sqrt{3}\ \text{m}$$

**07|** C



tg60

$\sqrt{3} = \frac{H}{1,8}$

$H = 1,8.\sqrt{3}$

$H \approx 3,1m$

**08|** B

Maior valor (cos (0,06t) = –1) Þ $r(t) = \frac{5865}{1+0,15.(-1)} = 6900$

Menor valor(cos(0,06t) = 1) Þ $r(t) = \frac{5865}{1+0,15.(1)} = 5100$

Somando, temos:

6900 + 5100 = 12000

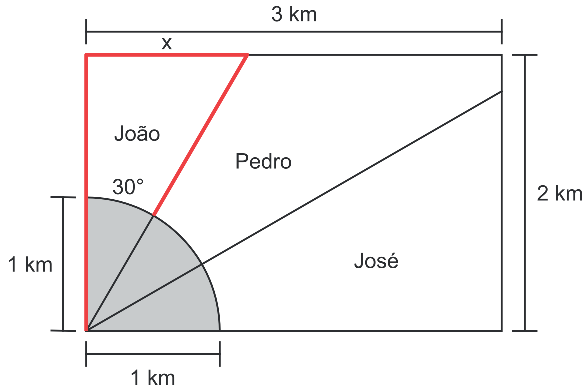
**09|** E

No triângulo assinalado (João) temos:

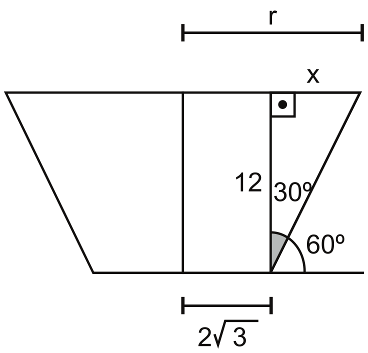
$tg30° = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2\frac{\sqrt{3}}{3} = 2 \cdot 0,58 = 1,16$

$A = \frac{1,16 \cdot 2}{2} = 1,16$

Em porcentagem: $\frac{1,16}{6} \approx 19\%$




**10|** B




$tg30^o = \frac{x}{12} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{3}$

r = $4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$, logo a área da tampa será:

$A = \pi(6\sqrt{3})^2 = 108\pi\ m^2$

**11|** B

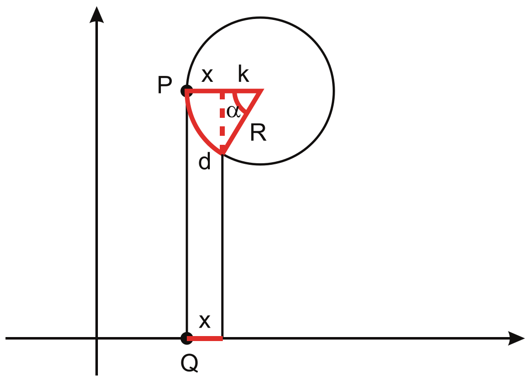
a = d/r (rad)

K = r.cos(d/R)

X = R – k

X = R – R.cos(d/r)

X= R(1-cos(d/R))




## ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

**01|** A

Desde que o número de maneiras de escolher dois tenistas quaisquer é $\binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!}$, e o número de modos de escolher dois tenistas canhotos é $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!}$, tem-se que o resultado é dado por $\frac{10!}{2! \times 8!} - \frac{4!}{2! \times 2!}$.

**02|** E

Existem 10 . 10 = $10^2$ maneiras de escolher os dois algarismos e 52 . 52 = $52^2$ maneiras de escolher as letras. Definidos os caracteres da senha, podemos dispô-los de $P_4^{(2,2)} = \frac{4!}{2! \cdot 2!}$ modos. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$.

**03|** C

Considerando o caso em que os círculos A e C possuem cores distintas, tem-se 3 maneiras de escolher a cor do círculo A, 2 maneiras de escolher a cor do círculo C, 1 maneira de escolher a cor do círculo B e 1 maneira de escolher a cor do círculo D. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, existem 3 . 2 . 1 . 1 = 6 possibilidades.

Por outro lado, se A e C possuem a mesma cor, então existem 3 modos de escolher a cor comum, 2 maneiras de escolher a cor do círculo B e 2 modos de escolher a cor do círculo D. Daí, pelo Princípio Multiplicativo, tem-se 3 . 2 . 2 = 12 possibilidades.

Em consequência, pelo Princípio Aditivo, a resposta é 6 + 12 = 18.

**04|** C

Existem apenas duas opções favoráveis de percurso, quais sejam: uma no sentido horário e outra no sentido anti-horário. Logo, segue que a resposta é dada por

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{24}.$$

**05|** B

A probabilidade de que nenhum dos dois esteja vivo daqui a 50 anos é igual a (1 −0,2) . (1 −0,3) = 0,56. Portanto, a probabilidade pedida é 1 − 0,56 = 44%.

**06|** C

Calculando cada uma das probabilidades:

$$P(C_1)=\frac{7800}{180000}\cong 0{,}0433\cong 4{,}33\%$$
$$P(C_2)=\frac{7500}{100000}=0{,}075=7{,}5\%$$
$$P(C_3)=\frac{9000}{110000}\cong 0{,}08181\cong 8{,}2\%$$
$$P(C_4)=\frac{6500}{165000}\cong 0{,}03939\cong 3{,}9\%$$
$$P(C_5)=\frac{11000}{175000}\cong 0{,}06285\cong 6{,}3\%$$

Logo, a cidade que receberá a maior verba será a de número III (maior probabilidade).

**07|** C

Os resultados em que a soma é menor do que 55 reais são: (5, 5), (5, 20), (20, 5) e (20, 20). Logo, como o número de resultados possíveis é 4 . 4 = 16, segue que a probabilidade pedida é igual a $1-\frac{4}{16}=\frac{3}{4}$.

**08|** A

O resultado pedido corresponde ao número de arranjos simples de 9 objetos tomados 7 a 7, isto é, $A_{9,\,7}=\frac{9!}{2!}$.

**09|** C

Observando a diferença entre a pontuação total da Escola II e a das outras escolas, tem-se que a Escola II será campeã quaisquer que sejam as notas das Escolas I, III e V. Logo, em relação a essas escolas, há 5 notas favoráveis para cada uma.

Por outro lado, como a Escola II vence a Escola IV em caso de empate, e tendo a Escola IV uma vantagem de dois pontos em relação à Escola II, a última será campeã nos seguintes casos:

6 para a Escola IV e 8, 9 ou 10 para a Escola II;

7 para a Escola IV e 9 ou 10 para a Escola II;

8 para a Escola IV e 10 para a Escola II.

Em consequência, a resposta é 3 . 5 . 5 . 5 + 2 . .5 . 5 . 5 + 1 . 5 . 5 . 5 = 750.

**10|** E

Além do atleta que utilizou a substância, deveremos escolher 2 atletas dentre os 199 que não a utilizaram. Logo, temos

$$P(I)=\frac{\binom{199}{2}}{\binom{200}{3}}=\frac{\frac{199!}{2!\cdot 197!}}{\frac{200!}{3!\cdot 197!}}=\frac{3}{200}.$$

No segundo modo, sorteada a equipe, deveremos escolher dois atletas dentre os 9 que não a utilizaram. Assim, vem

$$P(II)=\frac{1}{20}\cdot\frac{\binom{9}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{1}{20}\cdot\frac{\frac{9!}{2!\cdot 7!}}{\frac{10!}{3!\cdot 7!}}=\frac{3}{200}.$$

Finalmente, no terceiro modo, deveremos escolher 2 equipes em que não figura o jogador dopado e então sortear o jogador. Portanto, segue que

$$P(III)=\frac{\binom{19}{2}}{\binom{20}{3}}\cdot\frac{1}{10}=\frac{\frac{19!}{2!\cdot 17!}}{\frac{20!}{3!\cdot 17!}}\cdot\frac{1}{10}=\frac{3}{200}.$$

As probabilidades são iguais.

**11|** C

Para que a aula ocorra no domingo é necessário que chova no sábado e não chova no domingo. Assim, pode-se escrever:

$$P(\text{chover}_{\text{sáb}})=0{,}30$$
$$P(\text{chover}_{\text{dom}})=0{,}25$$
$$P(\text{não chover}_{\text{dom}})=1-P(\text{chuva}_{\text{dom}})=1-0{,}25=0{,}75$$
$$P(\text{chover}_{\text{sáb}})\cdot P(\text{não chover}_{\text{dom}})=0{,}30\cdot 0{,}75=0{,}225=22{,}5\%$$

**12|** D

A probabilidade de que um aluno não compreenda ou não fale inglês é 1 − 0,3 = 0,7. Logo, a probabilidade de que nenhum dos alunos compreenda ou fale inglês é 0,7 . 0,7 . 0,7 = 0,343.

Portanto, a probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é 1 − 0,343 = 0,657 = 65,7%.

**13|** C

É imediato que a probabilidade pedida é igual a $\frac{20}{100}$.

**14|** C

A probabilidade do primeiro país escolhido pertencer à América do Norte é de $\frac{3}{6}$.

A probabilidade do segundo pertencer ao continente asiático é de $\frac{3}{5}$.

A probabilidade de ambos os eventos ocorrerem será: $\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$.

**15|** A

Seja p o percentual da população vacinada, e supondo que para os 2% em que a vacina é ineficaz ainda há 50% de probabilidade de infecção, temos

$$0{,}02 \cdot 0{,}5 \cdot p + 0{,}5 \cdot (1-p) \leq 0{,}059 \Leftrightarrow 0{,}49p \geq 0{,}441$$
$$\Leftrightarrow p \geq 0{,}9.$$

Portanto, a proposta implementada foi a I.

**16|** D

Se o bairro tem cinco mil moradores dos quais mil são vegetarianos, então pode-se deduzir que quatro mil não são vegetarianos. Entre os vegetarianos 40% são esportistas, ou seja, 400 moradores (1000 . 40% = 400). Entre os não vegetarianos 20% são esportistas, ou seja, 800 moradores (4000 . 20% = 800). Logo, conclui-se que o bairro possui 1200 esportistas (400 + 800). Se uma pessoa escolhida ao acaso é esportista, a probabilidade de esta ser vegetariana será:

$$P(veg) = \frac{400}{1200} = \frac{1}{3}$$

**17|** B

Considere 16 posições consecutivas de uma fila, em que as posições de ordem ímpar serão ocupadas pelos 8 filmes de ação, as 5 primeiras posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de comédia, e as 3 últimas posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de drama. Daí, os filmes de ação podem ser dispostos de $P_8 = 8!$ modos, os de comédia de $P_5 = 5!$ maneiras e os de drama de $P_3 = 3!$ possibilidades. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue-se que o resultado é 8! x 5! x 3!.

**18|** A

Supondo que serão utilizadas apenas as vogais a, e, i, o e u, segue-se, pelo Princípio Multiplicativo, que a resposta é 10 . 10 = 100.

**Observação:** *Considerando o acordo ortográfico de 2009, a questão não teria resposta.*

**19|** B

Para que o teste termine na quinta pergunta, o candidato deverá errar exatamente uma pergunta dentre as quatro primeiras e errar a quinta. Por conseguinte, o resultado é

$$\binom{4}{1} \cdot (0{,}8)^3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 4 \cdot 0{,}512 \cdot 0{,}04 = 0{,}08192.$$

**20|** B

A probabilidade de um empregado permanecer na empresa por menos de 10 anos é igual a $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Portanto, a probabilidade de um homem e uma mulher permanecerem por menos de 10 anos é $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$.

**21|** E

A sensibilidade é dada por $\frac{95}{95+5} \cdot 100\% = 95\%$.

**22|** E

O resultado pedido é igual a $1 - (0{,}65 + 0{,}15) = 0{,}2 = 20\%$.

**23|** A

Supondo que duas cartelas de um mesmo jogador não possuem 6 dezenas iguais, segue-se que Arthur, Bruno, Caio, Douglas e Eduardo possuem, respectivamente, as seguintes possibilidades de serem premiados:

$$250;\ 41 \cdot \binom{7}{6} + 4 = 291;\ 12 \cdot \binom{8}{6} + 10 = 346;\ 4 \cdot \binom{9}{6} = 336$$

e $2 \cdot \binom{10}{6} = 420$.

Portanto, como o número de casos possíveis para o resultado do sorteio é o mesmo para todos, podemos concluir que Caio e Eduardo são os que têm as maiores probabilidades de serem premiados.

**24|** B

Há 3 escolhas para a cor da pedra que ficará no vértice A. Além disso, podem ocorrer dois casos em relação às pedras que ficarão nos vértices B e D : (i) as cores das pedras em B e D são iguais; (ii) as cores das pedras em B e D são distintas.

Portanto, as configurações possíveis são: (A, B, D, D) = (3, 2, 1) e (A, B, C, D) = (3, 2, 1, 1), o que corresponde a 3 . 1 . 2 . 1 + 3 . 2 . 1 . 1 = 12 joias distintas.

**25|** A

Sabendo que cada letra maiúscula difere da sua correspondente minúscula, há 2 . 26 + 10 = 62 possibilidades para cada dígito da senha. Logo, pelo Princípio Fundamental da Contagem, segue-se que existem $62^6$ senhas possíveis de seis dígitos.

Analogamente, no sistema antigo existiam $10^6$ senhas possíveis de seis dígitos.

Em consequência, a razão pedida é $\dfrac{62^6}{10^6}$.

**26|** A

O número total de assentos é igual a (9 + 12 + 13) . 6 + 2 . 8 = 200. Além disso, o número de assentos em que o passageiro sente-se desconfortável é (9 + 12 + 12) . 2 = 68.

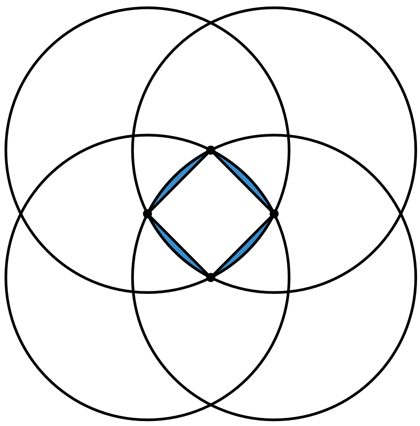
Portanto, a probabilidade do passageiro ser sorteado com uma poltrona entre duas pessoas é mais aproximada de $\dfrac{68}{220} \cdot 100\% \cong 31\%$.

**27|** A

Nos três meses considerados o número de compradores do produto A foi 10 + 30 + 60 = 100, e o número de compradores do produto B, 20 +20 + 80 = 120. Logo, como no mês de fevereiro 30 pessoas compraram o produto A, e 20 pessoas compraram o produto B, segue-se que a probabilidade pedida é igual a $\dfrac{30}{100} \cdot \dfrac{20}{120} = \dfrac{1}{20}$.

**28|** D

Considere a figura.



A região indicada é a que João tem a menor probabilidade de acertar. Nessa região ele ganha 4 prêmios.

**29|** A

Sejam U, I e E, respectivamente, o conjunto universo, o conjunto dos alunos que falam inglês e o conjunto dos alunos que falam espanhol.

Queremos calcular $P(E \mid \overline{I})$.

Sabendo que n(U) = 1200, n(I) = 600, n(E) = 500 e $n(\overline{I \cup E}) = 300$, temos

$$n(I \cup E) = n(U) - n(\overline{I \cup E}) = 1200 - 300 = 900.$$

Além disso, pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, obtemos

$$n(I \cup E) = n(I) + n(E) - n(I \cap E) \Leftrightarrow 900 = 600 + 500 - n(I \cap E)$$
$$\Leftrightarrow n(I \cap E) = 200.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} P(E \mid \overline{I}) &= \frac{n(E \cap \overline{I})}{n(\overline{I})} \\ &= \frac{n(E - I)}{n(E - I) + n(\overline{I \cup E})} \\ &= \frac{300}{300 + 300} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

**30|** B

A probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso é dada por

$$\begin{aligned} P &= P(A \text{ e defeituoso}) + P(B \text{ e defeituoso}) \\ &= \frac{54}{100} \cdot \frac{25}{1000} + \left(1 - \frac{54}{100}\right) \cdot \frac{38}{1000} \\ &= \frac{3{,}098}{100}. \end{aligned}$$

Daí, como $\dfrac{2}{100} \leq \dfrac{3{,}098}{100} < \dfrac{4}{100}$, segue-se que o desempenho conjunto dessas máquinas pode ser classificado como Bom.

**31|** C

Queremos calcular a probabilidade condicional de que a peça defeituosa tenha sido da máquina M, ou seja,

$$P(M \mid \text{defeituosa}) = \frac{60}{120 + 60} = \frac{1}{3}.$$

**32|** A

Pelo PFC, existem 5 . 6 . 9 = 270 respostas possíveis. Portanto, o diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há 280 − 270 = 10 alunos a mais do que o número de respostas possíveis.

**33|** C

Cores primárias: 3 (vermelho, amarelo e azul).

Cores secundárias: 3 (verde, (amarelo e azul), violeta (azul e vermelho) e laranja (amarelo e vermelho))

Cada uma dessas cores terá três tonalidades (normal, clara e escura).

Preto e branco: 2.

Portanto, o total de cores será 3.(3 + 3) + 2 = 20.

**34|** D

$$P = \frac{12}{52 + 15 + 12} = \frac{12}{79} \simeq 0{,}152 \simeq 0{,}15.$$

**35|** D

Resultados que darão a vitória a José: {(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}.

Resultados que darão a vitória a Paulo: {(1.3), (2,2), (3,1)}.

Resultados que darão a vitória a Antônio: {(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)}.

Resposta: José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.

**36|** E

As cores que podem ficar com o maior número de bolas, após o procedimento de retirada e depósito, são a verde (3 ou 4) e a vermelha (4).

Portanto, como a probabilidade de retirar uma bola verde da urna 2 é

$\frac{9}{10}\cdot\frac{3}{11}+\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{11}=\frac{31}{110}$,

e a probabilidade de retirar uma bola vermelha da urna 2 é

$\frac{10}{10}\cdot\frac{4}{11}=\frac{40}{110}$,

segue que o jogador deve escolher a cor vermelha.

**37|** E

P = 100 – 0,09 = 0,91 = 91%.

**38|** E

Começando com 1: 4! = 24

Começando com 3: 4! = 24

Começando com 5: 4! = 24

Começando com 71: 3! = 6

Começando com 73: 3! = 6

Começando com 751: 2! = 2

Começando com 753: 2! = 2

O próximo será 75913

Logo, 24 + 24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 + 1 = 89 (octogésima nona posição).

**39|** D

Considerando que as pessoas que não sabem e que não respondem não tenham banda larga acima de Mbps, temos:

$$P=\frac{15+5+1+1}{34+20+15+5+1+1+24}=\frac{22}{100}=22\%$$

**40|** E

O espaço amostral da escolha de Rafael terá 4 elementos e sua escolha, de acordo com as condições do problema, poderá ser Rural, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. Logo, a probabilidade será:

$P=\frac{3}{4}$.

**41|** C

$$P=\frac{22}{42+22+56+30+50}=\frac{22}{200}=\frac{11}{100}=11\%$$

**42|** C

Possíveis resultados para:

Arthur: {(1,11); (2,10); (3,9); (4,8); (5,7)} (5 possibilidades);

Bernardo: {(2,15); (3,14); (4,13); (5,12); (6,11); (7,10);(8,9)} (7 possibilidades);

Caio: {(7,15); (8,14); (9,13); (10,12)} (4 possibilidades);

Portanto, Bernardo apresenta mais chances de vencer.

**43|** D

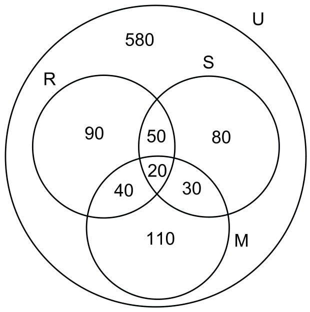
O professor pode escolher 3 museus no Brasil de $\binom{4}{3}=4$ modos distintos e pode escolher 2 museus no exterior de $\binom{4}{2}=\frac{4!}{2!2!}=6$ maneiras. Portanto, pelo PFC, o professor pode escolher os 5 museus para visitar de 4 . 6 = 24 maneiras diferentes.

**44|** B

5! = 120 sequências possíveis para se visitar as 5 cidades. Desconsiderando as simétricas, termos 60 sequências para visitar, logo o tempo necessário será de 1,5. 60 = 90 minutos.

**45|** D

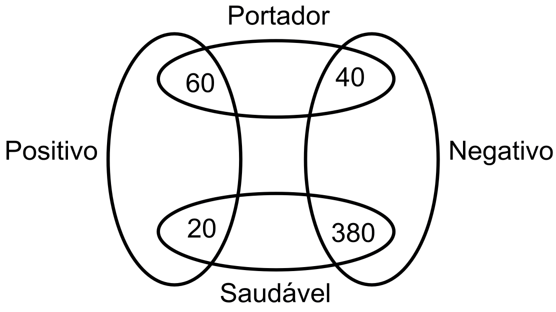
De acordo com os dados da tabela, obtemos o seguinte diagrama.




Portanto, a probabilidade de um estudante selecionado ao acaso preferir apenas MPB é dada por $\frac{110}{1000}\cdot 100\%=11\%$.

**46|** C

Considere o diagrama abaixo.




Queremos calcular a probabilidade condicional:

$$P(\text{saudável}\,|\,\text{negativo}) = \frac{n(\text{saudável} \cap \text{negativo})}{n(\text{negativo})}.$$

Portanto, de acordo com o diagrama, temos que

$$P(\text{saudável}\,|\,\text{negativo}) = \frac{380}{380+40} = \frac{19}{21.}$$

**47|** D

Probabilidade de congestionamento = 1 – probabilidade de não haver congestionamento

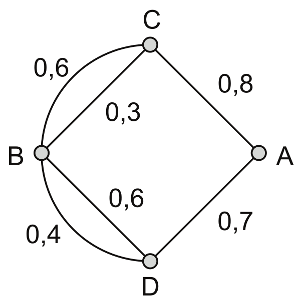
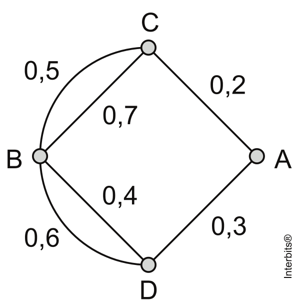



**Figura II**




sem congestionamento

E1E3 =1-0,2.0,5 = 0,9

E1E4 = 1 –0,2.0,7 = 0,86

**E2E5 = 1 – 0,3.0,6 = 0,82 (menor probabilidade)**

$E2E_5 = 1 - 0{,}3.0{,}4 = 0{,}88$

O trajeto E2E4 não existe.

**48|** A]

O jogador I converte chutes em gol com probabilidade $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$, enquanto que o jogador II converte chutes em gol com probabilidade $\frac{50}{75} = \frac{2}{3}$.

Portanto, como $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$, o jogador I deve ser escolhido para iniciar a partida.

**49|** D

Sejam os eventos A : "amostra pertence à cultura A" e B : "amostra escolhida germinou".

Queremos calcular a probabilidade condicional P(A|B).

Portanto, de acordo com os dados da tabela, temos que

$$P(A\,|\,B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{392}{773}.$$

**50|** D

$$P = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

**51|** D

O número total de espécies animais é dado por 263 + 122 + 93 + 1132 + 656 = 2.266.

Portanto, a probabilidade pedida é dada por $\frac{1132}{2266} \cdot 100\% \cong 49{,}96\%.$

**52|** C

Número de possibilidades de 84 apostas de seis dezenas diferentes. $84.C_{6,5} = 84.\ 6 = 504$

Número de possibilidades de se obter a quina com uma única aposta de 9 dezenas. C9,5 = 126

126 é a quarta parte de 504 logo a alternativa correta é a letra c.

**53|** A

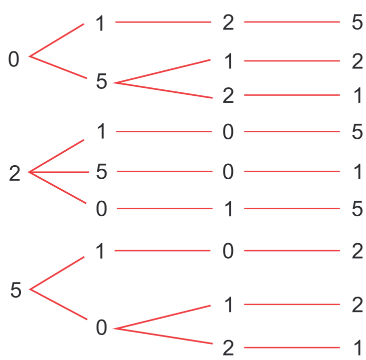
Para o grupo A a ordem dos elementos não importa o que nos leva a pensar numa combinação.

Mas no jogo de abertura existe o time que jogará em sua caso, então temos um arranjo.

Logo a alternativa A é a correta.

**54| Sem resposta.**

Observe o esquema que nos mostra as possíveis disposições dos algarismos




9 possibilidades

Número total de possibilidades: 4! = 24

$$P = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

Não existe alternativa correta.

**55|** C

| com defeito | com defeito | sem defeito | sem defeito |
|---|---|---|---|

0,2% . 0,2% . 99,8% . 99,8% =

$P_4^{2,2}$. $(0,2\%)^2.(99,8\%)^2 = \frac{4!}{2!\,2!}.(0,2\%)^2.(99,8\%)^2 = 6.(0,2\%)^2.(99,8\%)^2$

**56|** E

Os filhos poderão ser:

Homem, homem e mulher ou mulher, homem e homem ou homem, mulher e homem.

Logo a probabilidade será $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

**57|** B

Verde: 25s

Amarelo: 5s

Vermelho: 70s

Total: 100s

Logo a probabilidade de se encontrar um sinal verde é 25/100 = ¼

Nas duas vezes que passar temos: (1/4).(1/4) = 1/16 (princípio multiplicativo)

**58|** A

<u>Capitais da região norte:</u>

Belém –--------- 2º turno

Boa Vista –------- 1º turno

Macapá –--------- 1º turno

Manaus –--------- 2º turno

Porto velho –---- 2º turno

Rio Branco ___1º turno

Palmas –--------- 1º turno

Frequência relativa = $\frac{3}{7} = 42{,}86\,\%$

**59|** A

Temos uma face com soma máxima em 6.

Logo P = $\frac{1}{6}$.

| | |
|---|---|
| 4 8 12 | SOMA 24 (MÁXIMA) |
| 3 7 11 | SOMA 21 |
| 2 6 10 | SOMA 18 |
| 1 5 9 | SOMA 15 |

**60|** B

3 doses → $(1- 0{,}9^3).100\% = 27\%$

4 doses → $(1- 0{,}9^4).100\% = 34\%$

5 doses → $(1- 0{,}9^5).100\% = 41\%$

Resposta 4 doses.

**61|** E

34 atropelamentos (10 com mortes e 24 sem mortes)

Logo P = 24/34 ⇔ P = 12/17

**62|** C

No gráfico o número procurado se encontra entre 30% e 35%.

Escrevendo todas as frações na forma decimal temos:

1/2 = 50%
7/20 = 35%

8/25 = 23%

1/5 = 20%

3/25 = 12%

Então o valor procurado é de 32% (ou seja 8/25).

**63|** A

Queremos calcular $P(P \cap Q)$.

Aplicando o Teorema da Soma obtemos

$$P(P \cup Q) = P(P) + P(Q) - P(P \cap Q) \Leftrightarrow$$
$$40\% = 36\% + 16\% - P(P \cap Q) \Leftrightarrow$$
$$P(P \cap Q) = 52\% - 40\% = 12\%.$$

## CONJUNTOS

**01|** C

A pena poderá variar de $\frac{4}{3}\cdot 12 = 16$ a $\frac{4}{3}\cdot 48 = 64$ meses.

**02|** C

Desde que $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$ e $\frac{5}{4}=\frac{10}{8}$, temos $\frac{3}{8}<\frac{1}{2}<\frac{5}{4}$.

**03|** B

Apenas os modelos A e B estão aptos a pousar no aeroporto. De fato, os modelos C e E possuem carga máxima maior do que 110t = 110.000 kg, e o modelo D possui comprimento maior do que 60 m.

**04|** C

A medida da menor dimensão do tampo deve pertencer ao intervalo [113, 121], enquanto que a medida da maior dimensão deve pertencer ao intervalo [128, 136]. Desse modo, os tampos tipo 1 e tipo 2 não convêm, já que a maior dimensão de ambos não pertence ao intervalo [128, 136]. Ademais, é fácil ver que a área do tampo tipo 4 é menor do que a área do tampo tipo 5, e que a área do tampo tipo 3 é menor do que a área do tampo tipo 4.

Portanto, o proprietário avaliou que deve ser escolhido o tampo tipo 3.

**05|** D

Para estar na faixa considerada normal, a massa da criança deve ser, em quilogramas, um número pertencente ao intervalo $[14 \,.\, 1{,}2^2;\ 18 \,.\, 1{,}2^2] = [20, 16;\ 25, 92]$. Em consequência, os valores mínimo e máximo que esse menino precisa emagrecer são, respectivamente, 30,92 − 25,92 = 5kg e 30,92 − 20,16 = 10,76kg.

**06|** B

Considere a tabela, em que Brasarg é o novo país.

| País | Ouro | Prata | Bronze | Total |
|---|---|---|---|---|
| 1° China | 9 | 5 | 3 | 17 |
| 2° Brasarg | 5 | 7 | 5 | 17 |
| 3° EUA | 5 | 7 | 4 | 16 |
| 4° França | 3 | 1 | 3 | 7 |
| 5° Itália | 2 | 6 | 2 | 10 |

**07|** D

O dia em que o paciente obteve um resultado dentro dos padrões foi 23/08/2011. De fato, pois no dia 30/11/2009 os leucócitos estavam anormais, no dia 30/11/2009 as hemácias estavam alteradas, no dia 09/08/2011 o pH não estava acima do valor máximo tomado como padrão e no dia 06/03/2012 a contagem dos leucócitos estava acima do limite considerado normal.

**08|** C

Calculando o desvio absoluto da espessura de cada lente em relação à medida 3mm, obtemos: |3,10 −3| = 0,100; | 3,021 −3| = 0,021; |2,96 −3| = 0,040; | 2,099 −3| = 0,901 e | 3,07 −3| = 0,070. Portanto, como o menor desvio absoluto é o da lente de espessura 3,021 mm, segue o resultado.

**09|** E

É imediato que $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}=0{,}75=75\%.$ Portanto, a resposta é 3.

**10|** D

Tem-se que $\frac{5}{20}$ e $\frac{4}{6}$ são frações próprias e $\frac{6}{4}$ é uma fração imprópria. Logo, ambas são menores do que $\frac{6}{4}$.
Além disso, segue que $\frac{5}{20}=\frac{1}{4}=\frac{3}{12}<\frac{8}{12}=\frac{4}{6}$.
Portanto, a ordenação dos estudantes de acordo com a ordem decrescente das distâncias de suas respectivas casas à escola é Carlos, Fábio e André.

**11|** A

Tem-se que

$$\begin{aligned} 0{,}3121212\ldots &= 0{,}3+0{,}0121212\ldots \\ &= 0{,}3+\frac{1}{10}\cdot 0{,}121212\ldots \\ &= \frac{3}{10}+\frac{1}{10}\cdot\frac{12}{99} \\ &= \frac{3}{10}+\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{33} \\ &= \frac{99+4}{330} \\ &= \frac{103}{330}. \end{aligned}$$

Portanto, o índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são 103 em cada 330.

**12|** B

A quantidade de candidatos selecionados pelo clube de futebol foi $\frac{7}{8}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 48=14.$

**13|** C

Serão necessários 2 . 81 + 190 = 352 metros de tela para cercar o terreno. Logo, como cada rolo tem 48 metros de comprimento, segue-se que o número de rolos necessários é o menor número inteiro maior do que $\frac{352}{48}\cong 7{,}3,$ ou seja, 8.

**14|** D

Como $x=\sqrt{3}\cong 1{,}7;\ y=-\frac{1}{2}=-0{,}5$ e $z=\frac{3}{2}=1{,}5,$ tem-se t < y < z < x. Assim, a figura que representa o jogo de Clara é a da alternativa [D]. Note que na alternativa [A], x = 3.

**15|** E
Menor altura possível para a tomada: 0,40 m.

Maior altura possível para o interruptor: 1,35 m.

Portanto, as únicas medidas que obedecem simultaneamente às duas condições citadas acima são as da alternativa [E] (0,45 m > 0,4 0m e 1,20 m < 1,35 m).

**16|** C

De acordo com o texto, as dimensões da nova nota de R$ 100,00 serão 14 + 1,6 = 15,6 cm e 6,5 + 0,5 = 7 cm.

**17|** B

Com R$ 1.000,00 é possível fabricar $\frac{1000}{0,17} \cong 5882$ cédulas de R$ 1,00, enquanto que é possível produzir $\frac{1000}{0,26} \cong 3846$ moedas de R$ 1,00 com a mesma quantia. Portanto, seria possível fabricar 5882 − 3846 = 2036 cédulas a mais.

**18|** C
N(AUB) = N(A) + N(B) – N(A Ç B)

100% = 72% + 65% − N(A Ç B)

N(A Ç B) = 37%

Calculando 37% de 300 temos 111 (maior que 100 e menor que 120)

## FUNÇÕES

**01|** C

Tem-se que y = −(x −3)(x + 3), em que as raízes são −3 e 3. Ademais, a parábola intersecta o eixo das ordenadas no ponto (0,9).

A resposta é dada por

$$\frac{2}{3} \cdot (3-(-3)) \cdot 9 = 36\ m^2.$$

**02|** B

Queremos calcular o valor de t para o qual se tem f(t) = 1600. Logo, temos

$$\begin{aligned} -2t^2 + 120t = 1600 &\Leftrightarrow t^2 - 60t = -800 \\ &\Leftrightarrow (t-30)^2 = 100 \\ &\Leftrightarrow t = 20 \text{ ou } t = 40. \end{aligned}$$

Portanto, como o número de infectados alcança 1600 pela primeira vez no 20º dia, segue o resultado.

**03|** D

Queremos calcular os valores de 2x e de 2y, de tal modo que a área A = x . y seja máxima e 40x + 10y = 5000, isto é, y = 500 −4x. Daí, como A = −4x(x −125) atinge um máximo para $x = \frac{0+125}{2} = 62,5\ m,$ temos y = 500 − 4 . 62,5 = 250 e, portanto, segue que 2x = 125m e 2y = 500m.

**04|** E

A taxa de variação do volume de água presente na caixa-d'água é dada por

$$\frac{0,85-1}{13-7} = -0,025.$$

Logo, se p(t) = 1 − 0,025 . t é a porcentagem do volume inicial de água, presente na caixa-d'água, após t horas, segue que o dispositivo interromperá o funcionamento do sistema após um tempo t dado por

0,05 = 1 − 0,025 . t ⇔ t = 38h.
Portanto, como o sistema foi acionado às 7h da manhã de segunda-feira, a interrupção se dará às 21h de terça-feira.

**05|** A

Seja $p: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ a função dada por p(t) = at + b, em que p(t) é a porcentagem relativa à capacidade máxima do reservatório após t meses. Logo, tomando os pontos (6, 10) e $(1, 30),$ segue que a taxa de variação é dada por

$$a = \frac{10-30}{6-1} = -4.$$

Em consequência, vem

$$p(1) = 30 \Leftrightarrow -4 \cdot 1 + b = 30 \Leftrightarrow b = 34.$$

Portanto, temos $-4t + 34 = 0,$ implicando em $t = 8,5.$

A resposta é $8,5 - 6 = 2,5$ meses, ou seja, $2$ meses e meio.

**06|** B

Para que o reservatório tenha uma vazão constante de enchimento é necessário que as vazões de entrada e de saída sejam constantes. Tal fato ocorre no intervalo de $5$ a $10$ minutos.

**07|** C

A vazão total entre $1\,h$ e $3\,h$ é dada por $\left|\frac{0-5.000}{3-1}\right| = 2.500\ L/h,$ enquanto que a vazão na primeira hora é $\left|\frac{5.000-6.000}{1-0}\right| = 1.000\ L/h.$ Portanto, a vazão da segunda bomba é igual a $2.500 - 1.000 = 1.500\ L/h.$

**08|** B

Sendo $y(0) = 0,5,$ temos

$$a^{0-1} = 0,5 \Leftrightarrow a = 2.$$

Assim, queremos calcular o valor de $t$ para o qual se tem $y(t) = 0,5 + 7,5 = 8,$ ou seja,

$$2^{t-1} = 8 \Leftrightarrow t = 4.$$

**09|** D

Desde que $20\,\text{min} = \frac{1}{3}\,\text{h}$, vem

$$p\left(\frac{1}{3}\right) = 40 \cdot 2^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 80.$$

Portanto, após 20 min, a população será duplicada

**10|** C

De acordo com as informações, tem-se que o gráfico do comportamento da eficácia do medicamento passa pelos pontos (0; 0), (1; 100), 3; 100), (6; 20), (6,5; 100), (10; 100) e (12; 20). Portanto, como o gráfico da variação da eficácia corresponde a uma curva contínua, só pode ser o da alternativa [C].

**11|** D

$$N = V \cdot C$$
$$V = 5.000\ \text{ml}$$
$$C = 5.200.000\ \text{hemácias/ml}$$
$$N = 5.000 \cdot 5.200.000 = 26.000.000.000 = 2{,}6 \cdot 10^{10}\ \text{hemácias}$$

**12|** D

Escrevendo a lei de T na forma canônica, vem

$$\begin{aligned} T(h) &= -h^2 + 22h - 85 \\ &= -(h^2 - 22h + 85) \\ &= -[(h-11)^2 - 36] \\ &= 36 - (h-11)^2. \end{aligned}$$

Assim, a temperatura máxima é 36 °C, ocorrendo às 11 horas. Tal temperatura, segundo a tabela, é classificada como alta.

**13|** E

Fazendo os cálculos:

$$s(t) = 1.800 \cdot (1{,}03)^t$$
$$s(2) = 1.800 \cdot (1{,}03)^2$$
$$s(2) = 1909{,}62$$

**14|** E

Seja k, com 0 < k < 1, a abscissa do ponto para o qual se tem $\log k = -\frac{h}{2}$, ou seja, h = −2 . logk. Assim, temos $\frac{h}{2} = \log(n+k)$, isto é, h = 2 . log( n + k). Daí, vem

$$\begin{aligned} 2 \cdot \log(n+k) = -2 \cdot \log k &\Leftrightarrow \log(n+k) \cdot k = \log 1 \\ &\Leftrightarrow k^2 + nk - 1 = 0 \\ &\Rightarrow k = \frac{-n + \sqrt{n^2+4}}{2}. \end{aligned}$$

Portanto, temos

$$\begin{aligned} h &= 2 \cdot \log(n+k) \\ &= 2 \cdot \log\left(n + \frac{-n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right) \\ &= 2 \cdot \log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right). \end{aligned}$$

**15|** B

Seja $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ a função que relaciona o valor mensal pago, f(x), com o número de ligações, x, efetuadas no mês. Tem-se que

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{cases} 12, \text{ se } 0 \le x < 100 \\ 0{,}1 \cdot (x - 100) + 12, \text{ se } 100 \le x < 300 \\ 32, \text{ se } 300 \le x \le 500 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 12, \text{ se } 0 \le x < 100 \\ 0{,}1 \cdot x + 2, \text{ se } 100 \le x < 300. \\ 32, \text{ se } 300 \le x \le 500 \end{cases} \end{aligned}$$

Portanto, dentre os gráficos apresentados, só pode ser o da alternativa [B].

**16|** C

Tem-se que P = (−1, 1). Portanto, após realizar os comandos dados pelo aluno, a posição do robô, no plano cartesiano, será (−1 + 2, 1 + 4 − 3) = (1, 2).

**17|** A

Seja f : [0, 10] → [0, 10], com f(x) = ax² + bx + c. Desse modo, temos

$$\left|\begin{array}{l} f(0) = 0 \\ f(5) = 6 \\ f(10) = 10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} c = 0 \\ 25a + 5b = 6 \\ 100a + 10b = 10 \end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} a = -\frac{1}{25} \\ b = \frac{7}{5} \\ c = 0 \end{array}\right. .$$

Portanto, segue que $f(x) = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$.

**18|** E

Sejam $c_A$ e $c_B$, respectivamente, as médias do custo por quilômetro rodado nas cidades A e B, considerando uma corrida de 6km. Tem-se que

$$\begin{aligned} c_A - c_B &= 2{,}05 + \frac{3{,}45}{6} - 1{,}9 - \frac{3{,}6}{6} \\ &= 0{,}15 - \frac{0{,}15}{6} \\ &\cong 0{,}13. \end{aligned}$$

**19|** C

O plano mais vantajoso é aquele que permite o maior tempo mensal de chamada pelo valor de R$ 30,00. Portanto, do gráfico, é imediato que a resposta é a proposta [C].

**20|** D

A taxa de crescimento da altura no tronco de cone inferior aumenta com o tempo. Já no tronco de cone superior, a mesma taxa diminui com o tempo. Por outro lado, no cilindro, a taxa é constante. Assim, o gráfico que expressa a altura da água na escultura em função do tempo decorrido é o da alternativa [D].

**21|** B

Determinando o valor do x do vértice, temos:

$$x_V = \frac{-12}{2\cdot(-1)} = 6$$

**22|** A

Sejam v o valor da entrada e n o número de aumentos de R$ 2,00. Logo,

$$v = 10 + 2\cdot n \Leftrightarrow n = \frac{v-10}{2}.$$

Assim, temos

$$\begin{aligned} P &= 1000 - 40\cdot n \\ &= 1000 - 40\cdot\frac{v-10}{2} \\ &= 1200 - 20v. \end{aligned}$$

O que implica em $v = 60 - \frac{P}{20}$ e, portanto,

$$F = \left(60 - \frac{P}{20}\right)\cdot P = -\frac{P^2}{20} + 60P.$$

**23|** D

Queremos calcular o valor de t para o qual se tem $T(t) = 39$. Desse modo,

$$\begin{aligned} 39 = -\frac{t^2}{4} + 400 &\Leftrightarrow \frac{t^2}{4} = 361 \\ &\Rightarrow t = \sqrt{4\cdot 361} \\ &\Leftrightarrow t = 38\,\text{min}. \end{aligned}$$

**24|** E

A abscissa do vértice da parábola $y = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$ é igual a $-\frac{(-6)}{2\cdot\frac{3}{2}} = 2.$

Por outro lado, sabendo que o vértice da parábola pertence ao eixo das ordenadas, temos:

$$\begin{aligned} y_V = -\frac{\Delta}{4a} &\Leftrightarrow 0 = -\frac{(-6)^2 - 4\cdot\frac{3}{2}\cdot C}{4\cdot\frac{3}{2}} \\ &\Leftrightarrow 6C - 36 = 0 \\ &\Leftrightarrow C = 6. \end{aligned}$$

Portanto, segue-se que o resultado pedido é $f(0) = C = 6\text{cm}$.

**25|** C

Do gráfico, tem-se que o saldo devedor inicial é R$ 500,00. Além disso, como a capitalização é composta, podemos concluir que a parcela mensal de juros é variável. Finalmente, supondo uma taxa de juros constante e igual a 10% ao mês, teríamos, ao final de 6 meses, um saldo devedor igual a 500 . $(1,1)^6 \cong$ R$ 885,78. Portanto, comparando esse resultado com o gráfico, podemos afirmar que a taxa de juros mensal é superior a 10%.

**26|** E

O número de bactérias N(t), em função do tempo t, em horas, pode ser modelado por uma função do tipo $N(t) = N_0 \cdot 2^{-t}$, com $N_0$ sendo a população inicial. A função N é exponencial.

**27|** C

Preço do pacote azul em função dos minutos de uso.

$$P(x) = \begin{cases} 80, \text{ se } x \leq 100 \\ 80 + (x-100)\cdot 0{,}90, \text{ se } x > 100 \end{cases}$$

Preço do pacote laranja em função dos minutos de uso.

$$P(x) = \begin{cases} 143, \text{ se } x \leq 300 \\ 143 + (x-300)\cdot 0{,}40, \text{ se } x > 300 \end{cases}$$

Comparações dos pacotes

Se $x \leq 100$, o pacote azul será o mais vantajoso.

Se $100 < x \leq 300$, o pacote laranja será mais vantajoso se:

$$143 < 80 + (x-100)\cdot 0{,}9 \Rightarrow 143 < 80 + 0{,}9x - 90 \Rightarrow -0{,}9x < -153 \Rightarrow x > 170$$

Portanto, $170 < x \leq 300$

Se $x > 300$, o pacote laranja será mais vantajoso se:

$$143 + (x-300)\cdot 0{,}4 < 80 + (x-100)\cdot 0{,}9 \Rightarrow 143 + 0{,}4x - 120 < 80 + 0{,}9x - 90 \Rightarrow$$
$$-0{,}5x < -33 \Rightarrow x > 66$$

Portanto, $x > 300$,

Logo, para ser mais vantajoso contratar o pacote laranja, comparativamente ao pacote azul, o número mínimo de minutos de ligação que o usuário deverá fazer é 171.

**28|** D

$P = r \cdot i^2$
$P = k \cdot E$

$k \cdot E = r \cdot i^2 \Rightarrow E = \dfrac{r.i^2}{k}$ (como r e kA são constantes reais, temos uma função do segundo grau na variável i).

Portanto, o melhor gráfico para que representa a relação pedida é o da alternativa [D].

**29|** B

Considerando x o numero de moedas douradas coletadas, a pontuação seria dada por:

$$P(x) = x - \frac{x}{100} \cdot x \Rightarrow P(x) = -\frac{x^2}{100} + x$$

Logo, o valor máximo de P(x) será dado por:

$$P_{\text{máximo}} = -\frac{\Delta}{4 \cdot a} = -\frac{1}{4 \cdot \left(\frac{-1}{100}\right)} = 25.$$

Portanto, o limite de pontos que um competidor poderá alcançar nesta prova é 25.

**30|** B

O preço de equilíbrio é tal que

$$\begin{aligned} Q_O = Q_D &\Leftrightarrow -20 + 4P = 46 - 2P \\ &\Leftrightarrow 6P = 66 \\ &\Leftrightarrow P = 11. \end{aligned}$$

**31|** C

Considerando que Q(t) é a quantidade de resíduos domiciliares por habitante no ano t e observando a tabela temos um aumento de 40kg a cada cinco anos. Portanto, em 2020 a quantidade será dada por:

$$Q(2020) = Q(1995) + (25 : 5) \cdot 40 \Rightarrow Q(2020) = 460 + 200 = 660.$$

**32|** E

A função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, que descreve a relação entre o salário f(x) e o número x de produtos vendidos, é definida por

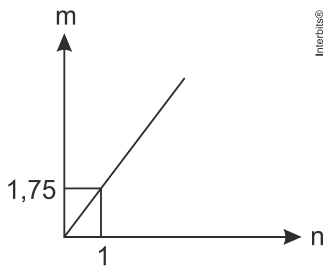
$$f(x) = \begin{cases} 3x + 750, \text{ se } 0 \le x \le 100 \\ 9 \cdot (x - 100) + 300 + 750, \text{ se } x > 100 \end{cases}$$
$$= \begin{cases} 3x + 750, \text{ se } 0 \le x \le 100 \\ 9x + 150, \text{ se } x > 100 \end{cases}.$$

Logo, como f(0) = 750, f(100) = 3 . 100 + 750 = 1050 e f(200) = 9 . 200 + 150 = 1950, segue que o gráfico que melhor representa a função f é o da alternativa (e).

**33|** E

O gráfico deverá representar a função m = f(n) = 1,75 . n, onde *n* é o número de quilogramas comprados.

O gráfico correto é:




**34|** A

Empresa A: $P_A = 100\,000x + 350\,000$

Empresa B: $P_B = 120\,000x + 150\,000$

Igualando os preços $P_A = P_B$, temos:

$100\,000x + 350\,000 = 120\,000x + 150\,000.$

**35|** C

Admitido um crescimento constante, temos uma função de primeiro grau dada por:

y = ax + b, onde a = 4300 (taxa constante) e b = 880605 − 2 . 4300 = 872005.

Logo, y = 4300x + 872005.

**36|** A

Para que o volume de leite nos dois reservatórios seja igual, devemos ter

$$\begin{aligned} V_1(t) = V_2(t) &\Leftrightarrow 250t^3 - 100t + 3000 = 150t^3 + 69t + 3000 \\ &\Leftrightarrow 100t^3 - 169t = 0 \\ &\Leftrightarrow t(100t^2 - 169) = 0 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} t = 0 \\ \text{ou} \\ 100t^2 - 169 = 0 \end{array} \right. \\ &\Rightarrow \left| \begin{array}{l} t = 0 \\ \text{ou} \\ t = \sqrt{\frac{169}{100}} \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} t = 0 \\ \text{ou} \\ t = 1{,}3\text{h}. \end{array} \right. \end{aligned}$$

Portanto, além do instante t = 0, o volume de leite nos dois reservatórios será igual no instante t = 1,3h.

**37|** C

Variação entre 2004 e 2010 = 968 − 750 = 218.

Logo, em 2016 teremos: 968 + 218 = 1.186 favelas.

**38|** E

Seja a função $N : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por N(n) = an + b, em que N(n) é o número de sacolas consumidas, em bilhões, n anos após 2007.

Do gráfico, temos que o valor inicial de N é b = 18.

A taxa de variação da função N é dada por $a = \dfrac{0 - 18}{9 - 0} = -2.$

Desse modo, segue que N(n) = −2n + 18. Queremos calcular o número de sacolas consumidas em 2011, ou seja, N(4).

Portanto, N(4) = −2 . 4 + 18 = 10.

**39|** A

O gráfico que consta na alternativa [A] é o mais adequado, pois a inclinação de 10 a 17 é maior que a inclinação para valores maiores que 17.

**40|** C

Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a função linear definida por f(x) = ax, em que f(x) representa o desperdício de água, em litros, após x dias.

A taxa de variação da função f é dada por $a=\frac{600-0}{10-0}=60.$

Portanto, segue que f(x) = y = 60x.

**41|** D

Como o custo fixo anual, para 30 minutos diários de uso, é de 24 dólares e o custo da hora extra é de 3 dólares, segue que o valor anual pago é dado por f(x) = 3x + 24, em que x é o número de horas extras.

**42|** B

Como R$ 15,00 ≤ R$ 19,00 ≤ R$ 25,00, devemos encontrar a lei da função afim cujo gráfico passa por (15, 15) e (20, 25). Seja f(x) = ax + b a lei da função procurada, em que f(x) é o valor a ser pago para um consumo de x $m^3$, com 15 ≤ x ≤ 20. Temos que $a=\frac{25-15}{20-15}=\frac{10}{5}=2$ e f(15) = 15 ⇔ 15 = 2 . 15 + b ⇔ b = −15. Portanto, $f(x)=19 \Leftrightarrow 19=2x-15 \Leftrightarrow x=\frac{34}{2}=17\ m^3$.

**43|** D

V= (1,5 –x/10). (1000 + 100x)

V = 15000 + 50x – $x^2$

**44|** B

Vamos admitir que $3x^2$ + 232 seja o custo de produção de x unidades e que 180x – 116 seja o valor de venda destas x unidades. Considerando que L(x) seja a função do lucro, temos:

L(X) = 180x – 116 – ($3x^2$ + 232)

L(x) = −$3x^2$ + 180x − 348

Determinando o x vértice, temos o valor de x para o qual o lucro é máximo:

$X_V=\frac{-b}{2a}=\frac{-180}{2.(-3)}=30$

Obs: O enunciado está confuso.

**45|** B

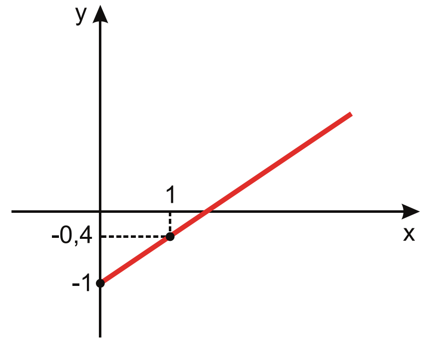
Seja L(x) a função que representa o lucro.

L(x) = V(x) – C(x)

L(x) = 0,7x – (1 + 0,1x)

L(x) = 0,6x – 1, construindo o gráfico temos:

| x | y |
|---|---|
| 0 | -1 |
| 1 | -0,4 |




**46|** E

A função é do primeiro grau y = ax + b

Calculando o valor de a: $a=\frac{7,05-6,70}{15-10}=0,07$

Portanto $y=0,07x+b \Rightarrow 7,05=0,07\cdot 1,05+b \Leftrightarrow b=6$

Logo y = 0,07x + 6

**47|** A

Considerando juros simples o montante M pode ser escrito como uma função do primeiro grau

A partir do número de meses x.

$M(x)=5000+\frac{3}{100}x$

Logo seu gráfico será parte de uma reta, conforme indica a figura a.

**48|** E

$y=363.e^{0,03.30} \Leftrightarrow y=363.e^{0,9} \Leftrightarrow y=363.(e^{0,3})^3 \Leftrightarrow y=363.(1,35)^3 \approx 893$ (870 < 893 < 910)

**49|** C

De acordo com as instruções do boleto, o valor a ser pago x dias após o vencimento é dado por $M(x)=500+10+0,4\cdot x=510+0,4x.$

## GEOMETRIA ANALÍTICA

**01|** B

O raio da circunferência que passa pelos pontos B e F, com centro em O, é dado por $\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$ km ≅ 1.400 m.

Em consequência, o tempo via segmento de reta é igual a 2 . 1.400 . 1 = 2.800 h, e o tempo via semicircunferência é π . 1.400 . 0,6 ≅ 2.520h.

A resposta é, portanto, 2.520horas.

**02|** C

O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos (0, 0) e (6, 12) é $\frac{12}{6} = 2$. Portanto, sendo $\frac{16}{4} = 4$ o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos (0, 0) e (4, 16), podemos concluir que o coeficiente angular deverá aumentar em 4 − 2 = 2 unidades.

**03|** E

A equação da reta que passa pelos pontos (0, 0) e (4, 9) é $y = \frac{9}{4}x$, isto é, 9x − 4y = 0. Ademais, a equação da reta que passa pelos pontos (0, 0) e (8, 3) é $y = \frac{3}{8}x$, ou seja, 3x − 8y = 0. Portanto, é fácil ver que a região S é limitada pelas desigualdades $9x - 4y \geq 0$, $3x - 8y \leq 0$, $x \leq 8$ e $y \leq 9$.

**04|** D

Analisando o gráfico, tem-se que as coordenadas dos estabelecimentos são:

$A(5,4)$
$B(-3,1)$
$C(4,2)$
$D(-4,-3)$

Assim, para avaliar se o estabelecimento está dentro da área de cobertura do sinal basta substituir suas coordenadas na equação:

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 31 \leq 0$$
$$A \Rightarrow 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 - 4 \cdot 4 - 31 \leq 0 \therefore -16 \leq 0 \Rightarrow \text{OK!}$$
$$B \Rightarrow (-3)^2 + 1^2 - 2 \cdot (-3) - 4 \cdot 1 - 31 \leq 0 \therefore -19 \leq 0 \Rightarrow \text{OK!}$$
$$C \Rightarrow 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 - 4 \cdot 2 - 31 \leq 0 \therefore -27 \leq 0 \Rightarrow \text{OK!}$$
$$D \Rightarrow (-4)^2 + (-3)^2 - 2 \cdot (-4) - 4 \cdot (-3) - 31 \leq 0 \therefore 14 \leq 0 \Rightarrow \text{FALSO!}$$

**05|** E

A distância entre os pontos P e Q no percurso indicado é igual a

(550 − 30) + (320 − 20) = 820.

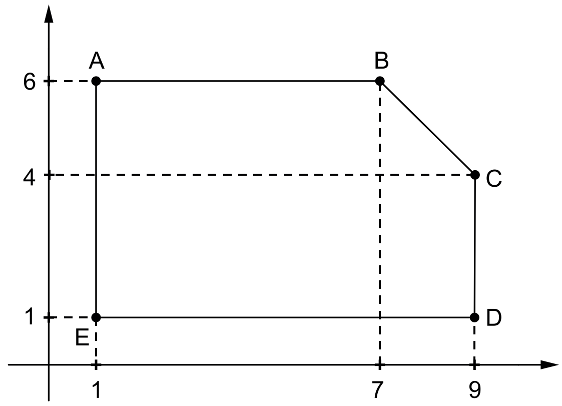
Logo, a distância entre T e os pontos P e Q deverá ser de $\frac{820}{2} = 410$. Portanto, como 30 + 410 = 440 < 550, segue-se que T = (440, 20).

**06|** D

A trajetória descrita pelo assento do balanço é parte da circunferência $x^2 + y^2 = 4$. Logo, sabendo que y < 0, temos $f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$, com −2 < x < 2.

**07|** C

Considere a figura.




Dada a escala de 1 : 500 e sendo as coordenadas em centímetros, podemos concluir que cada centímetro na figura corresponde a 5 metros. Assim, queremos calcular o valor de

5 . (d(A, B) + d(B, C) + d(C, D) + d(D, E) + (E, A)).

É fácil ver que d(A, B) = 6cm, d(C, D) = 3cm. d(D,E) = 8cm e d(E, A) = 5cm. Além disso, temos

$$d(B,C) = \sqrt{(9-7)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{8} \cong 2{,}8\,\text{cm}.$$

Portanto, o resultado é

5 . (6 + 2,8 + 3 + 8 + 5) = 124m.

**08|** E

O ponto procurado é o circuncentro do triângulo ABC.

Os pontos médios dos lados AB e BC são, respectivamente, $M_c = (50, 20)$ e $M_a = (65, 35)$. Além disso, o coeficiente angular da reta $\overleftrightarrow{BC}$ é dado por

$$m_{\overline{BC}} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{20 - 50}{70 - 60} = -3.$$

A equação da mediatriz do lado BC é tal que

$$y - y_{M_c} = -\frac{1}{m_{\overline{BC}}}(x - x_{M_c}) \Leftrightarrow y - 35 = -\frac{1}{-3}(x - 65)$$
$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{65}{3} + 35.$$

Agora, como AB é paralelo ao eixo das abscissas, segue-se que a equação da mediatriz do lado AB é $x = x_{M_c} = 50$.

Desse modo, a ordenada do circuncentro de ABC é dada por

$$y = \frac{1}{3} \cdot 50 - \frac{65}{3} + 35 = 30$$

e, portanto, o resultado pedido é (50, 30).

**09|** E

A circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$ possui centro no ponto (0, 0) e raio igual a 3.

A parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de $-1$ a 1, possui concavidade voltada para baixo e vértice no ponto (0, $-1$).

Portanto, a única alternativa possível é a alternativa [E].

**10|** D

Seja $y = mt + h$ a equação da reta que passa pelos pontos indicados na tabela.

Como a reta passa pelo ponto (0, 1000), é imediato que $h = 10000$. Além disso, como o ponto (5, 80000) pertence à reta, vem

$8000 = m \cdot 5 + 10000 \Leftrightarrow m = -400.$

Portanto, $y = 10000 - 400t$.

**11|** E

**Gabarito Oficial:** [D]

**Gabarito SuperPro®:** [E]

Como a reta passa pelos pontos (10, 8) e (60, 0), segue-se que sua equação é dada por

$$C_{max} - 0 = \frac{0-8}{60-10} \cdot (T - 60) \Leftrightarrow C_{max} = -0{,}16T + 9{,}6.$$

**Observação:** O gabarito oficial aponta a alternativa [D] como sendo a alternativa correta. Além disso, $C_{max} = -0{,}16T + 9{,}6$ é uma **equação,** e não uma **expressão**, como dito no enunciado.

**12|** A

Sejam x e y, respectivamente o número de agrupamentos de duas mesas e o número de agrupamentos de uma mesa.

De acordo com as informações, devemos ter

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 4y \geq 400 \\ 8x + 5y \leq 500 \end{cases}.$$

Portanto, como a única solução do sistema é o ponto (0, 100), segue-se que todas as mesas deverão ser separadas.

**13|** B

Os únicos pontos das opções das respostas que pertencem à reta são B ($-3$,1), D (0,4) e E (2,6);

Calculando agora a distância de P a cada um deles, temos:

$$d_{P,B} = \sqrt{(-5-(-3))^2 + (5-1)^2} = \sqrt{20} < 5$$

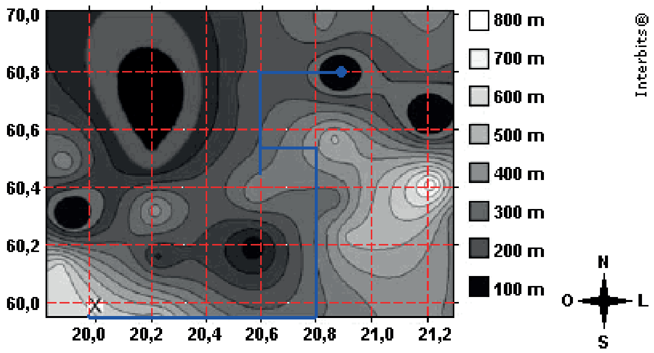
$$d_{P,D} = \sqrt{(-5-0))^2 + (5-4)^2} = \sqrt{26} > 5$$

$$d_{P,E} = \sqrt{(-5-2))^2 + (5-6)^2} = \sqrt{50} > 5$$

Logo, o ponto ($-3$,1) atende às condições do problema.

**14|** A

Esboço do trajeto descrito pelo avião




## GEOMETRIA PLANA

**01|** C

$$\left.\begin{array}{l} V_i = v \cdot \ell^2 = v \cdot 2^2 \Rightarrow V_i = 4v \\ V_f = 400 = v \cdot (2\ell)^2 \Rightarrow 400 = 16v \Rightarrow v = 25 \end{array}\right\rangle \Rightarrow V_i = 4 \cdot 25 = 100\ m^3/s$$

**02|** C

Por simetria, o imóvel deverá estar sobre a mediatriz do segmento de reta que une o local de trabalho da mãe e o consultório do pai. Tal mediatriz corresponde à rua 4. Ademais, por inspeção, concluímos que a rua horizontal que cumpre a condição é a D.

**03|** A

O custo para cercar os lados paralelos ao terreno é igual a $2x \cdot 4 = 8x$, enquanto que para cercar os outros lados o custo é $2y \cdot 2 = 4y$. Portanto, segue que

$8x + 4y = 7500 \Leftrightarrow 4(2x + y) = 7500.$

**04|** B

O mosaico que possui as características daquele que se pretende construir é o 2. De fato, pois os triângulos 30°, 60°, 90° são congruentes e o triângulo 30°, 30°, 120° é isósceles.

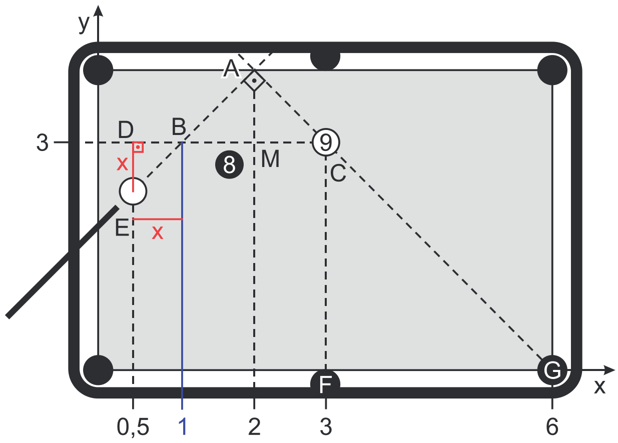
No mosaico 1, o triângulo 30°, 30°, 120° é isósceles, mas os triângulos 30°, 60°, 90° não são congruentes.

No mosaico 3, os triângulos 22°, 68°, 90° são congruentes, mas o triângulo 44°, 46°, 90° não é isósceles.

Nos mosaicos 4 e 5 não é possível formar um triângulo retângulo com as três peças.

**05|** E

Considerando os dados do enunciado:




$$\Delta ABC \approx \Delta CFG \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$$
$$\overline{BM} = \overline{CM} \Rightarrow \overline{BM} = 1 \Rightarrow B(1; 3)$$
$$\Delta ABC \approx \Delta DBE$$
$$\overline{DE} = \overline{DB} \Rightarrow \overline{DE} = 0{,}5 \Rightarrow E(0{,}5; 2{,}5)$$

**06|** C

Seja $y_p$ a ordenada do ponto P, de tal sorte que

$$B = \frac{90 \cdot y_p}{2} + \left(\frac{y_p + 100}{2}\right) \cdot 10 = 50 \cdot y_p + 500.$$

Assim, temos

$$A = \frac{100 \cdot 100}{2} - B = 4.500 - 50 \cdot y_p.$$

Desse modo, se a meta é 0,3, então

$$\frac{A}{A+B} = 0{,}3 \Leftrightarrow A = 1.500$$
$$\Leftrightarrow 4.500 - 50 \cdot y_p = 1.500$$
$$\Leftrightarrow y_p = 60.$$

Portanto, a resposta é (100 − 60)% = 40%

**07|** B

Sabendo que as áreas são iguais, temos

$$x \cdot (x+7) = \frac{15 \cdot 15}{2} + \frac{21 \cdot 3}{2} \Leftrightarrow x^2 + 7x - 144 = 0$$
$$\Rightarrow x = 9 \text{ m}.$$

Portanto, o comprimento e a largura devem medir, respectivamente, 16m e 9m.

**Obs.:** *Aparentemente houve um engano na ordem das medidas da alternativa [B].*

**08|** B

A diagonal IJ cruza liga vértices opostos do hexágono. Como existem apenas 6 vértices, há apenas mais duas diagonais possíveis ligando vértices opostos (portanto tendo o mesmo comprimento) – NQ e MP.

**09|** C

Calculando:

pentágono regular $\Rightarrow$ z é ângulo interno

$$S_{internos} = 180° \cdot (n-2) = 180° \cdot (5-2) = 540°$$
$$z = \frac{S_{internos}}{n} = \frac{540°}{5} = 108°$$
$$\left.\begin{array}{l} x+y+z = 180° \\ x = y \end{array}\right\} \Rightarrow 2x + 108 = 180 \Rightarrow x = y = 36°$$

**10|** B

Usando as aproximações fornecidas, concluímos que os diâmetros dos círculos inscrito e circunscrito a T medem, respectivamente, 4 cm e 8 cm. Em consequência, os exemplares I e V não satisfazem as condições, pois T cabe em V e I cabe em T.

Por outro lado, pelo Teorema de Pitágoras concluímos facilmente que a diagonal de R mede 5 cm. Em que os diâmetros dos círculos inscrito e circunscrito a R medem, respectivamente, 3 cm e 5 cm. Portanto, os exemplares III e IV também não satisfazem as condições restando apenas o exemplar II.

**11|** D

Sendo R o raio das rodas da bicicleta, C o comprimento da circunferência da roda e N o número de voltas dadas na distância percorrida, pode-se calcular:

$$R_A = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm} = 0{,}3 \text{ m}$$
$$C_A = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3 \Rightarrow C_A = 1{,}884 \text{ m}$$
$$N_A = \frac{10.000}{1{,}884} \cong 5307{,}86 \text{ voltas}$$
$$R_B = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm} = 0{,}2 \text{ m}$$
$$C_B = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2 \Rightarrow C_B = 1{,}256 \text{ m}$$
$$N_B = \frac{5.000}{1{,}256} \cong 3980{,}89 \text{ voltas}$$
$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{5307{,}86}{3980{,}89} \cong 1{,}33333 \cong \frac{4}{3}$$

**12|** B

Calculando:

$$S_{central} = \pi r^2$$
$$S_{canteiro} = \pi R^2 - \pi r^2$$
$$S_{central} = S_{canteiro} \Rightarrow \pi r^2 = \pi R^2 - \pi r^2 \Rightarrow 2\pi r^2 = \pi R^2 \Rightarrow 2r^2 = R^2 \Rightarrow R = r\sqrt{2}$$

**13|** E

Seja FG o eixo de simetria da bandeirinha. Logo, a bandeirinha pronta está representada na figura da alternativa [E].

**14|** A

A área total de cobertura das duas antenas era de $2 \cdot \pi \cdot 2^2 = 8\pi\ km^2$. Com a nova antena, a área passou a ser de $\pi \cdot 4^2 = 16\pi\ km^2$. Portanto, o aumento foi de $16\pi - 8\pi = 8\pi\ km^2$.

**15|** D

É necessário primeiro calcular a área da superfície das paredes a ser revestida, descontando-se a área da porta e também a superfície do piso a ser revestida. Assim, pode-se escrever:

$$S_{paredes} = (4 \cdot 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 \cdot 2) - (2 \cdot 1) \rightarrow S_{paredes} = 52\ m^2$$
$$S_{piso} = 5 \cdot 4 \rightarrow S_{piso} = 20\ m^2$$

Assim, a despesa total com cada fornecedor seria:

| Fornecedor | Azulejo (R$/m²) | Lajota (R$/m²) | Despesa total |
|---|---|---|---|
| A | 31,00 | 31,00 | $52 \cdot 31 + 20 \cdot 31 = 2232$ |
| B | 33,00 | 30,00 | $52 \cdot 33 + 20 \cdot 30 = 2316$ |
| C | 29,00 | 39,00 | $52 \cdot 29 + 20 \cdot 39 = 2288$ |
| D | 30,00 | 33,00 | $52 \cdot 30 + 20 \cdot 33 = 2220$ |
| E | 40,00 | 29,00 | $52 \cdot 40 + 20 \cdot 29 = 2660$ |

Portanto, o fornecedor mais barato será o [D].

**16|** A

Antes da modificação, a área de cada garrafão era de

$$\frac{360 + 600}{2} \cdot 580 = 278.400\,cm^2$$

Após a modificação tal área passou a ser de

$490 . 580 = 284.200cm^2$.

Portanto, houve um aumento de $284200 - 278400 = 5.800cm^2$.

**17|** B

Sendo 3 . 60° = 180°, vem

$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 < 50 \cdot 24 \Rightarrow R^2 < 800$$
$$\Rightarrow 0 < R < 28{,}2\ m.$$

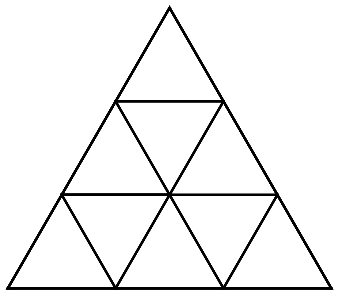
Portanto, o maior valor natural de R, em metros, é 28.

**18|** C

Excetuando-se o triângulo equilátero, cada polígono pode ser dividido em 2n triângulos retângulos congruentes, com n sendo o número de lados do polígono. Além disso, sejam c, p e g, respectivamente, as frações da área de cada polígono, correspondentes às quantidades de carboidratos, proteínas e gorduras.

Desse modo, para o losango, o pentágono, o hexágono e o octógono, respectivamente, temos: $(c, p, g) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}\right)$; $(c, p, g) = \left(\frac{6}{10}, \frac{1}{10}, \frac{3}{10}\right)$; $(c, p, g) = \left(\frac{7}{12}, \frac{1}{12}, \frac{1}{4}\right)$ e $(c, p, g) = \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{16}, \frac{3}{16}\right)$.

Em particular, para o triângulo equilátero, considere a figura.



É fácil ver que $(c, p, g) = \left(\frac{5}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right)$.

Portanto, o único polígono que satisfaz é o pentágono.

**19|** B

A posição dos cavalos é irrelevante, pois ambos completarão as 10 voltas, iniciando e terminando o percurso no mesmo ponto. Assim, sobre a distância percorrida por cada cavalo do carrossel, pode-se escrever:

$$D_{C1} = 10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1 = 10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \Rightarrow D_{C1} = 240$$
$$D_{C2} = 10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_2 = 10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow D_{C2} = 180$$

Assim, a diferença das distâncias percorridas entre os dois cavalos será de 60 metros.

**20|** D

Fazendo os cálculos:

$$\text{Área}_{parque} = 120 \cdot 150 = 18.000\ m^2$$
$$\text{Densidade} = 4\ \text{pessoas} / m^2$$
$$\text{Público} = 18.000 \cdot 4 = 72.000\ \text{pessoas}$$

**21|** A

Sejam a e b as quantidades de palitos em cada um dos outros dois lados do triângulo. Tem-se que $\{a, b\} \in \{\{1, 10\}, \{2, 9\}, \{3, 8\}, \{4, 7\}, \{5, 6\}\}$. Mas, pela condição de existência de um triângulo, só pode ser $\{a, b\} \in \{\{3, 8\}, \{4, 7\}, \{5, 6\}\}$ e, portanto, a resposta é 3.

**22|** A

Aplicando o Teorema de Pitágoras, concluímos facilmente que a diagonal de uma célula solar mede 10cm. Em consequência, as 100 células produzem 100 . 10 . 24 — 24.000 Wh. Assim, estão sendo produzidos, diariamente, 2400 — 20160 = 3.840 Wh além do consumo. Portanto, o proprietário deverá retirar $\frac{3840}{240} = 16$ células.

**23|** B

Os quatro triângulos menores são equiláteros de lado $\frac{1}{2}$ m. Portanto, segue que

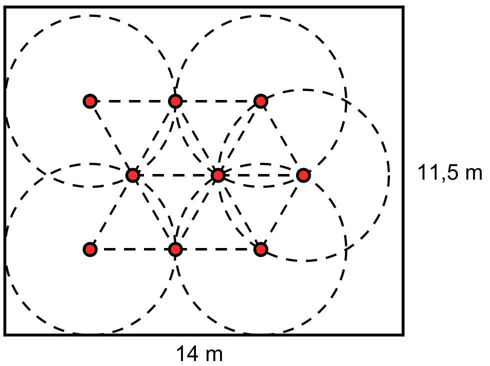
$$(DEF) = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{16} \text{ m}^2.$$

**24|** A

O custo total das lajotas é dado por 8x + 6y, que é o resultado pedido.

**25|** C

Considere a figura, em que os círculos têm raio igual a 3m e as mudas correspondem aos pontos vermelhos.




Portanto, segue que o resultado pedido é 9.

**26|** E

A distância percorrida pelo homem em sua caminhada diária é igual a

15 . 2 . π . 50 ≅ 4500m = 4,5km.

**27|** E

É fácil ver que os elementos geométricos que constituem os contornos das partes claras da figura são arcos de circunferências e segmentos de retas.

**28|** E

Como o simétrico de um ponto P do plano, em relação ao ponto O, é o ponto P' tal que $\overline{PO} = \overline{P'O}$ e P' pertence à reta $\overleftrightarrow{PO}$, segue-se que a alternativa correta é a alternativa [E].

**29|** C

É fácil ver que os triângulos AEC e BED são semelhantes. Logo,

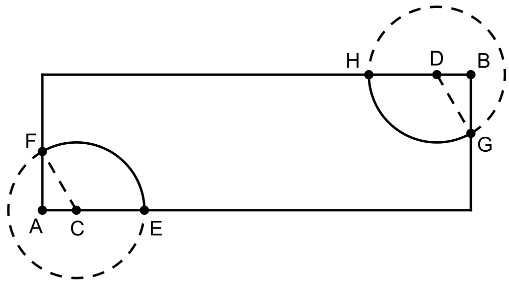
$$\begin{aligned}\frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} &\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = \frac{4}{6} \\ &\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}+\overline{BF}}{\overline{AF}} = \frac{2+3}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{AF}+\overline{BF}} = \frac{2}{5}.\end{aligned}$$

Além disso, como os triângulos AEF e ABD também são semelhantes, vem

$$\begin{aligned}\frac{\overline{AF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BD}} &\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{AF}+\overline{BF}} = \frac{\overline{EF}}{6} \\ &\Leftrightarrow \frac{\overline{EF}}{6} = \frac{2}{5} \\ &\Leftrightarrow \overline{EF} = 2{,}4 \text{ m}.\end{aligned}$$

**30|** D

Considere a figura.




Do triângulo ACF, vem

$$\cos A\hat{C}F = \frac{\overline{AC}}{\overline{CF}} \Leftrightarrow \cos A\hat{C}F = \frac{2{,}5}{5}$$
$$\Rightarrow A\hat{C}F = 60°.$$

Logo, $E\hat{C}F = 180° - A\hat{C}F = 120°$.

Portanto, como os triângulos ACF e BDG são congruentes, bem como os setores ECF e BGH, segue-se que a área pedida é dada por

$$\begin{aligned}2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{CF} \cdot \text{sen} A\hat{C}F + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{CF}^2\right) &= 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2\right) \\ &\cong 2 \cdot \left(\frac{25}{8} \cdot 1{,}7 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 25\right) \\ &\cong 61 \text{ m}^2.\end{aligned}$$

**31|** B

A área do espaço é igual a 4 . 6 = 24m² = 240.000 cm².

Cada quadrado do tipo I tem área igual a 20² = 400cm². Logo, o custo do piso I é

$$\frac{240000}{400} \cdot 15 = \text{R\$ } 9.000{,}00.$$

Cada retângulo do tipo II tem área igual a 30 . 20 = 600cm². Assim, o custo do piso II é

$$\frac{240000}{600} \cdot 20 = \text{R\$ } 8.000{,}00.$$

Cada quadrado do tipo III tem área igual a 25² = 625cm². Desse modo, o custo do piso III é

$$\frac{240000}{625} \cdot 25 = \text{R\$ } 9.600{,}00.$$

Cada retângulo do tipo IV tem área igual a 16 . 25 = 400 cm². Desse modo, o custo do piso IV é

$$\frac{240000}{400} \cdot 20 = R\$\ 12.000,00.$$

Cada quadrado do tipo V tem área igual a $40^2$ = 1.600cm². Então, o custo do piso V é

$$\frac{240000}{1600} \cdot 60 = R\$\ 9.000,00.$$

Por conseguinte, o piso que implicará o menor custo para a colocação no referido espaço é o piso II.

**32|** A

Seja S' a área coberta pelas placas de uma caixa nova. Como $S = N \cdot y^2$, $S' = X \cdot 9y^2$ e $S' = S$, temos

$$X \cdot 9y^2 = N \cdot y^2 \Leftrightarrow X = \frac{N}{9}.$$

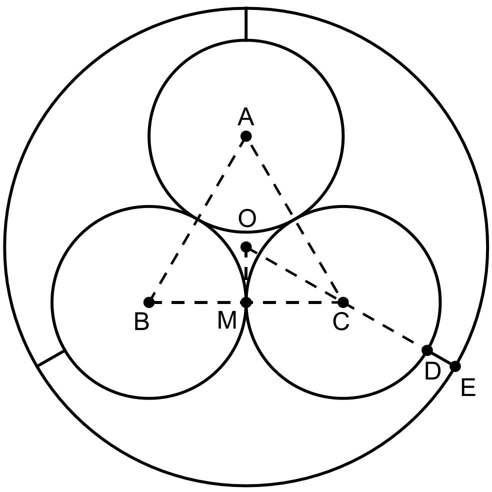
**33|** C

Sendo de 20% a redução nas medidas dos lados, tem-se que a redução na área é dada por

$1 - 0{,}8^2 = 1 - 0{,}64 = 0{,}36 = 36\%$.

**34|** C

Considere a figura, em que O é o centro do triângulo equilátero ABC de lado 60cm, M é o ponto médio do lado BC e D é a interseção da reta $\overrightarrow{OC}$ com o círculo de raio 30cm e centro em C.




Desse modo, como OC é o raio do círculo circunscrito ao triângulo ABC, segue-se que

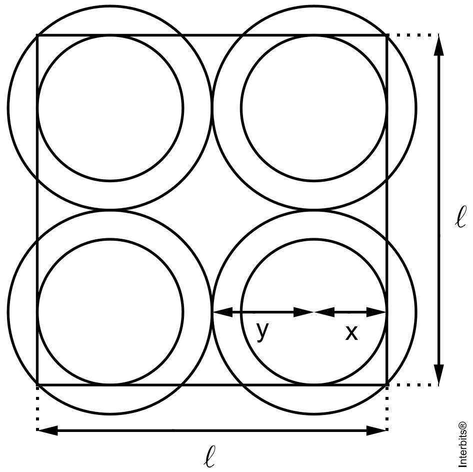
$$\overline{OC} = \frac{60\sqrt{3}}{3} \cong 34\,\text{cm}.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} R &= \overline{OC} + \overline{CD} + \overline{DE} \\ &= 34 + 30 + 10 \\ &= 74\,\text{cm}. \end{aligned}$$

**35|** D

Considere a figura, em que $\overline{BD} = x$ e $\overline{AC} = y$.




Para que a bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez, deve-se ter

$$\ell = 2 \cdot (x + y) = 2 \cdot \left( x + \frac{7}{5}x \right) = \frac{24}{5}x.$$

Portanto, o resultado pedido é dado por

$$\frac{\ell}{\overline{BD}} = \frac{\frac{24}{5}x}{x} = \frac{24}{5}.$$

**36|** D

**Gabarito Oficial:** [E]

**Gabarito SuperPro®:** [D]

Como MN é base média de ABC, segue-se que $\overline{AM} = \overline{MB} = \overline{MD}$ e $\overline{AN} = \overline{CN} = \overline{ND}$. Portanto, são exemplos de triângulos isósceles os triângulos CND e DMB.

**Observação:** O gabarito oficial aponta a alternativa [E] como sendo a alternativa correta. Porém, com os dados fornecidos não é possível afirmar que o triângulo NDM é isósceles.

**37|** E

Para que a troca seja possível, deve-se ter 4a = 2b + 2 e 3b = 5a + 5. Logo, se 4a = 32cm, ou seja, a = 8cm, então 3b = 45cm e, portanto, a troca será possível.

**38|** B

3’= (3/60)° = 0,05°

124° 3’ 0” = 124,05°

**39|** C

Se AC = R, temos o triângulo AFC equilátero. Logo, $\theta = 60°$.

**40|** C

Calculando as áreas dos ambientes, obtemos

$S_I = 8 . 5 = 40m^2$,

$S_{II} = (14 - 8) . 5 = 30m^2$,

$S_{III} = (14 - 8) . (9 - 5) = 24m^2$

e

$$S_{IV} = \frac{(14-8)+4}{2} \cdot 7 = 35\ m^2.$$

Desse modo, como Jorge quer gastar o mínimo com gás, ele deverá instalar duas unidades do tipo A (ambientes II e III) e duas unidades do tipo B (ambientes I e IV).

**41|** E

Como o retângulo de dimensões X x Y está contido nos retângulos de dimensões 5 x Y e 3 x X, segue que a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por $3x + 5y - xy$.

**42|** B

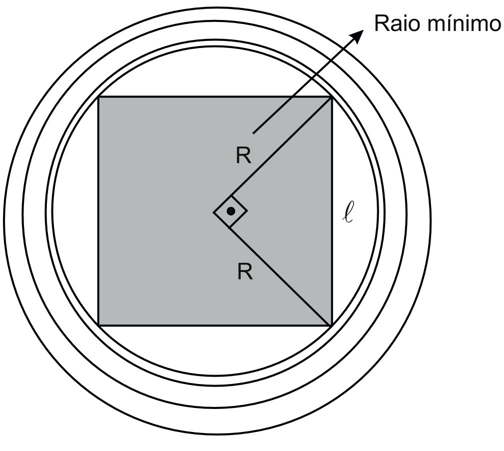
O custo pedido é dado por

$$\left(1^2 - 4 \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{2}\right) \cdot 30 + 4 \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{2} \cdot 50 = \frac{3}{4} \cdot 30 + \frac{1}{4} \cdot 50$$
$$= R\$\ 35{,}00.$$

**43|** C

As figuras com as maiores áreas são o quadrado de lado 0,6m e o retângulo cujos lados medem 0,6m e 0,5m. A figura que melhor se adapta às condições do problema é o retângulo de lados 0,6m e 0,5m (figura III), pois 3m : 0,6m = 5 e 4m : 0,5m = 8. O quadrado de lado 6m possui maior área, porém 4 dividido por 0,6m não resulta em um número inteiro.

**44|** A




Considerando R o raio da menor plataforma para se apoiar uma estátua e L o lado da base da estátua, podemos escrever:

$R^2 + R^2 = L^2$

$$R^2 = \frac{L^2}{2}$$

$$R = \frac{L}{\sqrt{2}}$$

Portanto:

$$R \geq \frac{L}{\sqrt{2}}.$$

**45|** C

Apenas os terrenos 3 e 4 possuem 180 m de comprimento. Calculando a área de cada um deles, temos:

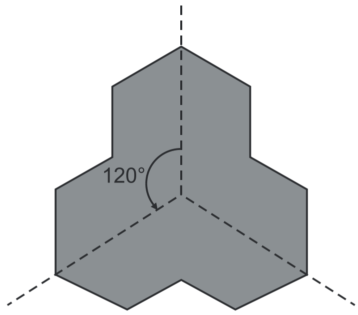
$$A_3 = 60 \cdot 30 = 1800\ m^2$$

$$A_4 = 70 \cdot 20 = 1400\ m^2$$

Logo, o terreno com maior área que possui 180 m de perímetro é o terrenos de nº 3.

**46|** D

360 : 3 = 120°




**47|** A

Na raia 1, o atleta percorreria a menor distância, pois seu comprimento é menor. Os raios das semicircunferências são menores.

**48|** E

$$\frac{S_{MNC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$$
$$S_{ABC} = 4.S_{MNC}$$

$S_{ABMN} = S_{ABC} - S_{MNC} =$

$S_{ABMN} = 4.S_{MNC} - S_{MNC}$

$S_{ABMN} = 3.\ S_{CMN}$ (TRIPLO)

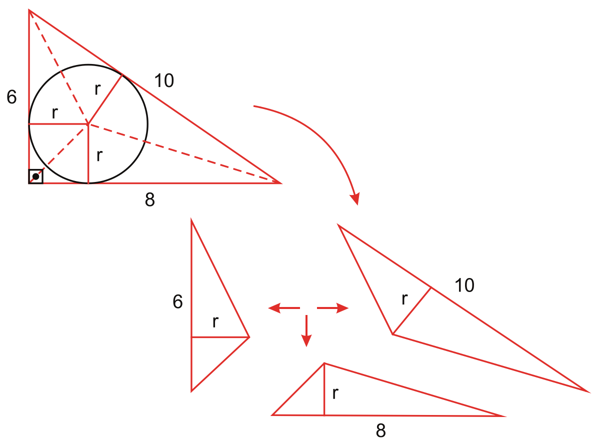
**49|** B

Valor da primeira encomenda = 8.0,25.0,50.20 + 8.2(0,25 + 0,50).15 + 10 = 20 + 180 + 10 = 210,00

Valor da segunda encomenda = 8.0,50.1.20 + 8.2(1 + 0,5). 15 + 10 = 80 + 360 + 10 = 450,0

Logo, o valor da segunda encomenda será maior que o valor da primeira encomenda, mas não o dobro.

**50|** B




Seja r o raio da base do cilindro

O triângulo é retângulo, pois $6^2 + 8^2 = 10^2$

Logo, sua área será $A = \dfrac{6.8}{2} = 24$

Portanto: $\dfrac{6.r}{2} + \dfrac{8.r}{2} + \dfrac{10.r}{2} = 24$

$12r = 24$

$r = 2$

**51|** E

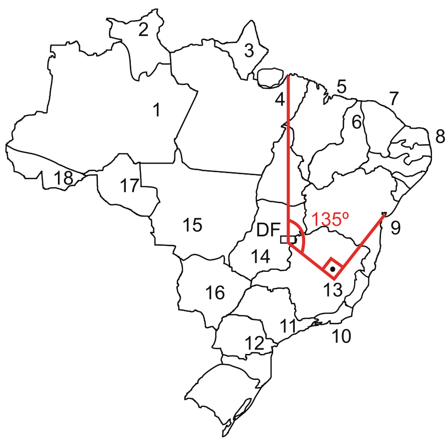
Deslocamento do rolo em relação ao solo: $2\pi$ . R.

Deslocamento do bloco em relação ao rolo: $2\pi$ . R.

Deslocamento do bloco em relação ao solo: $4\pi$ . R.

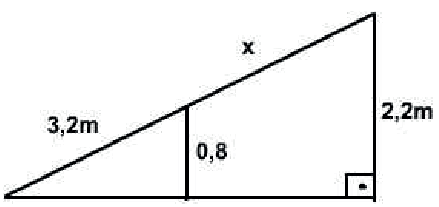
**52|** B

De acordo com o desenho a seguir, Belo Horizonte e Salvador.

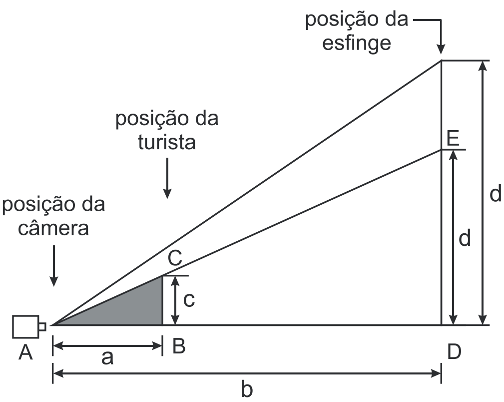



**53|** D

$$\frac{3,2}{3,2+x} = \frac{0,8}{2,2} \Leftrightarrow 0,8(3,2+x) = 2,2.3,2 \Leftrightarrow x = 5,6m$$




**54|** D




Na figura o $\Delta ABC$ $\Delta ADE$, logo:

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

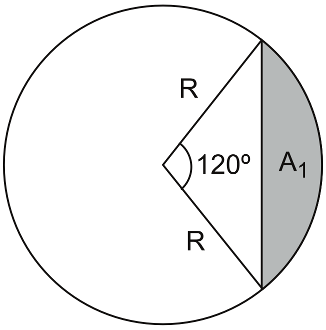
como

$$d = \frac{2}{3} \cdot d'$$

Temos,

$$\frac{b}{a} = \frac{2d'}{3c}$$

**55|** A




$$A_1 = \frac{\pi.R^2.120}{360} - \frac{1}{2} R.R.sen120^o$$

$$S = 2.A_1 = 2.\left(\frac{\pi.R^2}{3} - \frac{1}{2} R^2.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$S = \frac{2\pi R^2}{3} - \frac{\sqrt{3}R^2}{2}$$

**56|** D

Área da figura I $= \dfrac{(30+20).2,5}{2} = 62,5m^2$ e seja v a velocidade da água.

$1050 = v.62,5 \Leftrightarrow v = 16,8$ m/s

Área da figura II $= \dfrac{(49+41).2}{2} = 90m^2$

Nova vazão $= 90.16,8 = 1512m^3/s$

**57|** E

$12.120 = 1800$ pontos

$20.120 = 2400$ pontos

No retângulo todo $1800.2400 = 4320000 = 4{,}32.10^6$ pixels ou seja 4,32 megapixels

**58|** E]Área da secção transversal do cilindro: $A_1 = p.1^2 = p$ cm$^2$

Área da maior fatia: $A_2 = p.3^2 - p.1^2 = 8p$ cm$^2$

Logo a área da maior fatia será 8 vezes a área da secção transversal do cilindro.

**59|** B

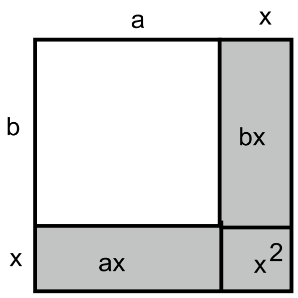
Medida da vara em metros: v

$A_R = 53v.30v \Leftrightarrow A_R = 1590v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\dfrac{A_R}{1590}}$

**60|** E

Área de um campo de futebol (km$^2$) 0,12km . 0,09 km $= 0{,}0108$km$^2$ número de campos de futebol para a área do Pantanal $= 150.355$ dividido por $0{,}0108 = 13.921759$ aproximadamente 14 000 000 km$^2$

**61|** D




$0{,}2\ (a + x)\ .\ (b + x) = ax + bx + x^2$

Desenvolvendo, temos a equação:

$0{,}8x^2 + 0{,}8\ (a + b)x\ - 0{,}2ab = 0$ ( multiplicando por 5)

$4x^2 + 4\ (a+b)x - ab = 0$

$$\Delta = 16((a+b)^2 + ab)$$

$$x = \frac{-4(a+b) \pm 4\sqrt{(a+b)^2 + ab}}{8}$$

$$x = \frac{-(a+b) + \sqrt{(a+b)^2 + ab}}{2}$$

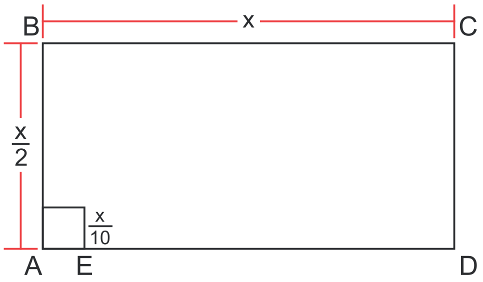
$$\log o\ \ 2x = -(a+b) + \sqrt{(a+b)^2 + ab}$$

**62|** C

$AB = \dfrac{x}{2}$ e $AE = \dfrac{\frac{x}{2}}{5} = \dfrac{x}{10}$

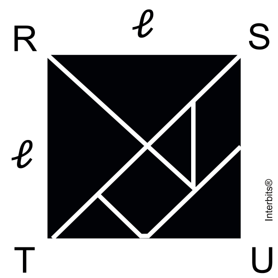
Área da residência $= \left(\dfrac{x}{10}\right)^2 = \dfrac{x^2}{100}$

Área máxima permitida $= \dfrac{6}{100} \cdot \dfrac{x}{2} \cdot x = \dfrac{3x^2}{100}$, logo $A_{(máxima)} = 3\ .\ A_{(construída)}$.




**63|** B

Considere a figura.




Seja $\overline{RT} = \ell$.

Temos que

$\overline{TS} = 2 \cdot \overline{AB} = 2 \cdot 2 = 4.$

Mas TS é a diagonal do quadrado RSUT. Logo,

$\overline{TS} = \ell\sqrt{2} \Rightarrow \ell = 2\sqrt{2}.$

Como todas as sete peças foram utilizadas para fazer a casinha, segue que o quadrado RSUT e a casinha são equivalentes.

Portanto, o resultado pedido é $(RSUT) = \ell^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8\,\text{cm}^2$.

## PROGRESSÕES

**01|** D

É fácil ver que os andares 1, 7, 13, 19, ..., $a_{20}$, com $a_{20}$ sendo o último andar do edifício, foram aqueles que receberam reparos de João e Pedro. Portanto, como tal sequência é uma progressão aritmética de razão 6 e primeiro termo 1, temos $a_{20} = 1 + 19\ .\ 6 = 115$.

**02|** A

Desde que $A_k = k^2$, temos

$A_n - A_{n-1} = n^2 - (n - 1)^2 = 2n - 1$, para todo n natural, com $n \geq 2$.

**03|** D

Os grupos batem palmas simultaneamente a cada mmc(2, 3, 4) = 12 segundos. Logo, se o primeiro registro corresponde a 1s, então o termo geral da sequência anotada é 1 + (n − 1) . 12, com n sendo um número natural e $1 \leq n \leq 5$.

**04|** B

Substituindo os valores na equação por 26 °C pela manhã, às 6h e 18 °C às 18h, tem-se:

$$T(h) = A + B\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(h-12)\right)$$

$$T(6) = 26 = A + B\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(6-12)\right) \to 26 = A + B\,\text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) \to 26 = A - B$$

$$T(18) = 18 = A + B\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{12}(18-12)\right) \to 18 = A + B\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) \to 18 = A + B$$

$$\begin{cases} A - B = 26 \\ A + B = 18 \end{cases}$$

$$2A = 44 \to A = 22 \to B = -4$$

**05|** D

De acordo com o enunciado, a bolinha desloca-se em linha reta do ponto P até a circunferência de raio 6 e depois desloca-se sobre esta, em sentido anti-horário, por 120°, o que resulta na posição final sobre o ponto F.

**06|** D

A produção é máxima quando preço é mínimo, ou seja, quando $\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = -1.$ O menor valor positivo de x para o qual se tem o preço mínimo é tal que

$$\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = \cos\pi \Rightarrow \frac{\pi x - \pi}{6} = \pi + 2k\pi$$

$$\Rightarrow x = 12k + 7,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Portanto, para k = 0, segue que x = 7, e o mês de produção máxima desse produto é julho

**07|** C

As distâncias diárias percorridas correspondem a uma progressão aritmética de primeiro termo 60km e razão r km. Logo, sabendo que a soma dos n primeiros termos dessa progressão é igual a 1.560 km, e que a distância percorrida no último dia foi de 180 km, temos

$$1560 = \left(\frac{60 + 180}{2}\right) \cdot n \Leftrightarrow n = 13.$$

Portanto, segue que

180 = 60 + (13 − 1) . r ⇔ r = 10km.

**08|** B

Reescrevendo a equação da onda, temos y = a . sen(bx + bc). Logo, o período da onda é dado por $\frac{2\pi}{b}$ dependendo, portanto, apenas do parâmetro b.

**09|** D

Como 5150 − 50,25 = 52,75 − 51,50 = 54 − 52,75 = 1,25, podemos concluir que a sequência 50,25; 51,50; 52,75; 54,00; ... é uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1$ = 50,25 e razão r = 1,25. Portanto, queremos calcular a soma dos 10 primeiros termos dessa progressão aritmética, ou seja,

$$S_{10} = \left(\frac{2a_1 + 9r}{2}\right) \cdot 10$$

$$= \left(\frac{2 \cdot 50{,}25 + 9 \cdot 1{,}25}{2}\right) \cdot 10$$

$$= 558{,}75.$$

**10|** B

As distâncias diárias percorridas constituem uma progressão aritmética de primeiro termo 300 e razão 200. Logo, a distância percorrida no dia n é dada por $d_n$ = 200n + 100.

Queremos calcular n de modo que Sn ≤ 9500, com $S_n$ sendo a distância total percorrida após n dias.

Assim,

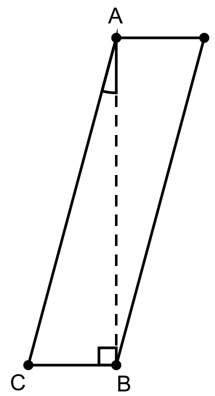
$$\left(\frac{300 + 200n + 100}{2}\right) \cdot n \leq 9500 \Leftrightarrow n^2 + 2n - 95 \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 \leq n \leq 4\sqrt{6} - 1.$$

Portanto, como $4\sqrt{6} - 1 \cong 8{,}8,$ segue-se que o chip poderá armazenar a quilometragem do plano de treino por 8 dias consecutivos.

**11|** E

Considere a vista lateral de uma das torres Puerta de Europa.




Do triângulo ABC, obtemos

$$\text{tg}B\hat{A}C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \text{tg}15° = \frac{\overline{BC}}{114}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} \cong 114 \cdot 0{,}26$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} \cong 29{,}64\ \text{m}.$$

Portanto, como a base é um quadrado, segue-se que sua área é aproximadamente igual a

$$\overline{BC}^2 = (29{,}64)^2 \cong 878{,}53\ \text{m}^2.$$

**12|** B

A quantidade de cartas que forma o monte é dada por

$52 - 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 24$.

**13|** D

P.A, onde $a_1 = 33\,000$ e razão $r = 1500$.

$a_7$ = número de passagens vendidas em julho do ano passado.

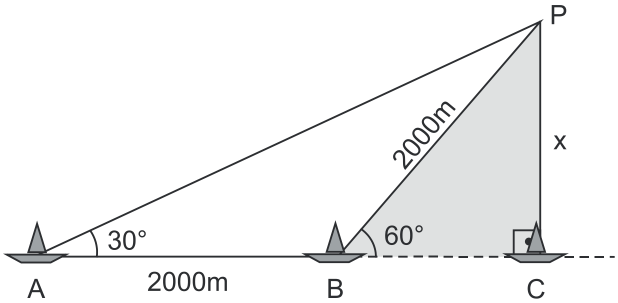
Logo,

$a_7 = a_1 + 6.\,r$

$a_7 = 33\,000 + 6.1500$

$a_7 = 42\,000.$

**14|** B




$\Delta$ABP é isosceles (AB = BP = 2000)

No $\Delta$PBC temos:

$$\text{sen}60^{o} = \frac{d}{2000}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{2000}$$

$$d = 1000\sqrt{3}\ \text{m}$$

**15|** B

P.A.( 4,7,10,...) r = 3

Sendo Q a quantia de quadrados e C a quantia de canudos, temos:

$C = Q_1 + (Q - 1).r$

$C = 4 + (Q - 1).3$

$C = 3.Q + 1$

**16|** C

O número de estrelas em cada linha constitui uma progressão aritmética em que o termo geral é dado por $a_n = n$, sendo n ($n \geq 1$) o número da linha.

A soma dos 150 primeiros termos da progressão é dada por $S_{150} = \dfrac{(a_1 + a_{150})}{2} \cdot 150 = \dfrac{(1+150)}{2} \cdot 150 = 11.325.$

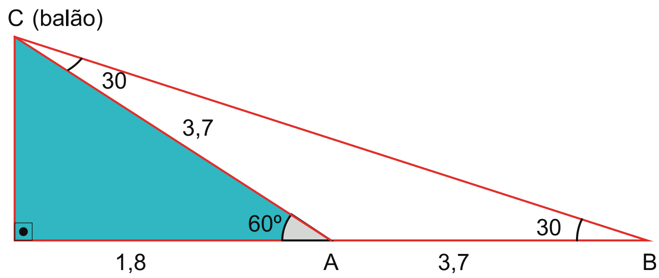
Portanto, como 12.000 é o número mais próximo de 11.325, segue que o funcionário III apresentou o melhor palpite.

**17|** D

As distâncias percorridas pelo corredor constituem a progressão aritmética (3; 3, 5; 4; ...; 10).

Se n denota o número de dias para que o planejamento seja executado, temos que $10 = 3 + (n - 1)\ .\ 0{,}5 \Leftrightarrow 7\ .\ 2 = n - 1 \Leftrightarrow n = 15$.

**18|** C




tg60

$$\sqrt{3} = \frac{H}{1{,}8}$$

$$H = 1{,}8.\sqrt{3}$$

$$H \approx 3{,}1\text{m}$$

**19|** B

<u>Maior valor (cos (0,06t) = –1)</u> þ $r(t) = \dfrac{5865}{1 + 0{,}15.(-1)} = 6900$

<u>Menor valor(cos(0,06t) = 1)</u> þ $r(t) = \dfrac{5865}{1 + 0{,}15.(1)} = 5100$

Somando, temos:

6900 + 5100 = 12000

**20|** B

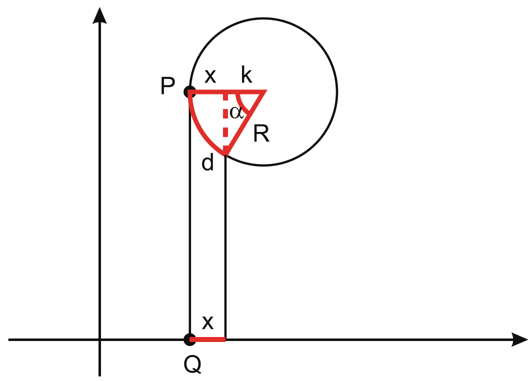
a = d/r (rad)

K = r.cos(d/R)

X = R – k

X = R – R.cos(d/r)

X= R(1-cos(d/R))



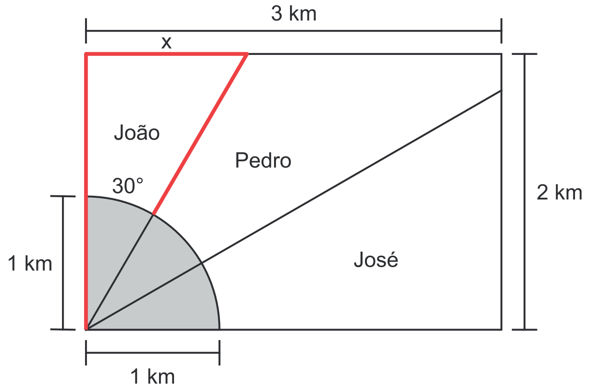
**21|** E

No triângulo assinalado (João) temos:

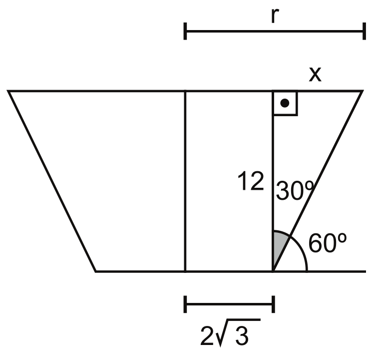
$$tg30^\circ = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2\frac{\sqrt{3}}{3} = 2 \cdot 0,58 = 1,16$$

$$A = \frac{1,16 \cdot 2}{2} = 1,16$$

Em porcentagem: $\frac{1,16}{6} \approx 19\%$




**22|** B




$$tg30^o = \frac{x}{12} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{3}$$

r = $4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$, logo a área da tampa será:

A = $\pi(6\sqrt{3})^2 = 108\pi \text{ m}^2$

## ESTATÍSTICA

**01|** C

**[Resposta do ponto de vista da disciplina de Matemática]**
A alternativa [C] é a correta, pois o consumidor deverá valorizar os produtos do supermercado e a propaganda é uma grande aliada para isso.

**[Resposta do ponto de vista da disciplina de Português]**

Segundo o texto e as informações fornecidas pelo gráfico, para aumentar as vendas de produtos, é necessário que a propaganda provoque interação emocional com o público. Além disso, deve também "cumprir as promessas transmitidas nas ações de comunicação". Assim, é correta a alternativa [C].

**02|** D

Sendo a média igual a $\frac{37+33+35+22+30+35+25}{7} = 31$, tem-se que a resposta é o mês [V].

**03|** B

A média das quantidades mensais aplicadas nos últimos cinco meses foi

$$\frac{21+22+25+31+21}{5} = 24.$$

Portanto, a quantidade inicial em estoque deve ser igual a 12 . 24 = 288 unidades e, assim, a quantidade de vacinas contra febre amarela que o posto de saúde deve adquirir no início do sexto mês é 288 − (228 − 120) = 180.

**04|** E

Seja $\ell$ o lucro, em milhares de reais, no mês de junho. Logo, deve-se ter

$$\frac{21+35+21+30+38+\ell}{6} \geq 30 \Leftrightarrow 145+\ell \geq 180$$
$$\Leftrightarrow \ell \geq 35.$$

A resposta é 35.

**05|** B

A resposta, em milhões de barris, é

$$1,1 \cdot \frac{1,85+1,97+2}{3} = 2,134.$$

**06|** D

A média é dada por

$$\frac{237+262+158+159+160+278+300+278}{8} = 229.$$

Portanto, tem-se que deverão ser contratados 5 . 10 + 3.7 = 71 funcionários.

**07|** E

Seja x a média mensal nos últimos 5 meses do ano. Daí, segue que

$$\frac{7 \cdot 84 + 5 \cdot x}{12} = 99 \Leftrightarrow x = 120.$$

**08|** A

É fácil ver que houve lucro apenas em março (3 − 2 = 1), julho (6 − 4 = 2), setembro (7 − 3 = 4), outubro (5 − 4 = 1), novembro (8 − 7 = 1) e dezembro (5 − 2 = 3). Portanto, a resposta é julho, setembro e dezembro.

**09|** A

O único mês que satisfaz todas as condições é janeiro. Com efeito, tem-se que:

I. de fevereiro para março e de novembro para dezembro houve redução na temperatura máxima;

II. a variação da pluviosidade de agosto para setembro e de dezembro para janeiro foi maior do que 50mm.

**10|** B

Escrevendo o número de erros em ordem crescente, temos 0, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 6. Portanto, como o número de observações é par, segue que a resposta é $\frac{2+3}{2}=2{,}5.$

**11|** D

Considerando as entradas e saídas de pessoas do elevador, tem-se os seguintes resultados: 4, 5, 5, 5, 7 e 3. Portanto, a moda é 5.

**12|** D

A maior vantagem relativa corresponde à maior diferença entre a nota do produto proposto e as notas dos produtos A e B, de tal sorte que a nota do produto proposto seja maior do que as notas alcançadas por A e B. Desse modo, é fácil ver que a característica a ser escolhida é o sabor.

**13|** C

O menos regular é o que apresenta maior desvio-padrão e o mais regular é o que apresenta menor desvio-padrão. Portanto, a luta será entre os atletas II e III.

**14|** C

Fazendo a média de cada um dos carros, tem-se:

| Carro | Desempenho médio mensal (km/litro) | | | Média |
|---|---|---|---|---|
| | Setembro | Outubro | Novembro | |
| I | 6,2 | 9,0 | 9,3 | $(6{,}2+9+9{,}3)\div 3=8{,}167$ |
| II | 6,7 | 6,8 | 9,5 | $(6{,}7+6{,}8+9{,}5)\div 3=7{,}67$ |
| III | 8,3 | 8,7 | 9,0 | $(8{,}3+8{,}7+9)\div 3=8{,}67$ |
| IV | 8,5 | 7,5 | 8,5 | $(8{,}5+7{,}5+8{,}5)\div 3=8{,}167$ |
| V | 8,0 | 8,0 | 8,0 | $(8+8+8)\div 3=8$ |

Assim, o carro que percorre mais quilômetros com um litro de gasolina é o carro III.

**15|** B

Considere a tabela, em que $\overline{x}_4$, $S_4$, $x_5$, $s_5$ e $\overline{x}_5$ denotam, respectivamente, a média nas 4 primeiras etapas, a soma dos pontos nas 4 primeiras etapas, a pontuação na quinta etapa, a soma dos pontos nas 5 etapas e a média nas 5 etapas.

| Candidato | $\overline{x}_4$ | $S_4$ | $x_5$ | $s_5$ | $\overline{x}_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 90 | 360 | 60 | 420 | 84 |
| B | 85 | 340 | 85 | 425 | 85 |
| C | 80 | 320 | 95 | 415 | 83 |
| D | 60 | 240 | 90 | 330 | 66 |
| E | 60 | 240 | 100 | 340 | 68 |

Portanto, a ordem de classificação final desse concurso é: B, A, C, E, D.

**16|** A

Moda, por definição é o valor mais comum, ou o que aparece com maior frequência num conjunto de dados. Analisando o gráfico a idade que aparece com mais frequência é 9 anos, com 21 ocorrências.

**17|** D

Escrevendo os tempos em ordem crescente, temos

20,50; 20,60; 20,60; 20,80; 20,90; 20,90; 20,90; 20,96.

Logo, o tempo mediano é dado por

$$\frac{20{,}8+20{,}9}{2}=20{,}85.$$

**18|** B

Internet e Correios, respectivamente, por possuírem o maior percentual em cada classe.

**19|** C

Sendo de 37,8% a porcentagem do total de PET reciclado para uso final têxtil, e de 30% dessa quantidade para tecidos e malhas, segue que a resposta é dada por

0,378 . 0,3 . 282 ≅ 32,0 kton.

**20|** A

Tem-se que $x_{p_I}=\frac{4\cdot 20+6\cdot 23}{4+6}=21{,}8$ e $x_{p_{III}}=\frac{4\cdot 21+6\cdot 18}{4+6}=19{,}2.$

Logo, deve-se ter

$$x_{p_{II}}>21{,}8 \Leftrightarrow \frac{4\cdot x+6\cdot 25}{4+6}>21{,}8 \Leftrightarrow 4x>218-150 \Leftrightarrow x>17.$$

Portanto, a menor nota que o candidato [II] deverá obter na prova de química é 18.

**21|** B

O resultado pedido é igual a

$$\frac{\frac{49}{210}+\frac{48}{223}+\frac{48}{236}}{3} \cong 0{,}217 = 21{,}7\%.$$

**22|** B

A média do Reagente 1 é igual a $\bar{x}_1 = \frac{1+6+6+6+11}{5} = 6.$

A média do Reagente 2 é igual a $\bar{x}_2 = \frac{0+6+7+6+5}{5} = 4{,}8.$

A média do Reagente 3 é igual a $\bar{x}_3 = \frac{2+3+8+10+11}{5} = 6{,}8.$

A média do Reagente 4 é igual a $\bar{x}_4 = \frac{2+4+7+8+12}{5} = 6{,}6.$

A média do Reagente 5 é igual a $\bar{x}_5 = \frac{1+2+9+10+11}{5} = 6{,}6.$

Portanto, como o Reagente 2 apresentou quatro resultados acima de sua média, segue o resultado.

**23|** A

Sabendo que média da distribuição de zeros e uns é igual a 0,45 < 0,50, podemos concluir que existem mais sapatos na cor branca do que na cor preta. Além disso, como a Moda da numeração dos sapatos com defeito é 38, segue que os sapatos na cor branca de número 38 não serão mais encomendados.

**24|** B

O número total de funcionários da empresa é igual a 24 + 1 + 20 + 3 = 48. Logo, a mediana corresponde à média aritmética de 622 e 1224, isto é,

$$Md = \frac{622+1244}{2} = R\$\ 933{,}00.$$

**25|** E

O resultado pedido é igual a $9 - \frac{2{,}2}{2} = 7{,}9.$

**26|** D

Seja n o número de passageiros transportados entre o Brasil e os cinco destinos mais procurados. Tem-se que

$0{,}35 \cdot n = 3240000 \Rightarrow n \cong 9.257.143.$

Portanto, o resultado pedido é igual a

$(0{,}11 + 0{,}16) \cdot 9257143 \cong 2.499.429.$

**27|** B

Como o percentual de doadores por habitantes do país é igual a 1,9%, segue-se que a campanha foi intensificada nas regiões Norte, Nordeste e Sudeste.

**28|** B

Em 2013 a empresa gastou 0,125 . 400000 = R$ 50.000,00 com os funcionários que possuíam ensino fundamental, e o mesmo valor com os que tinham nível superior. Já com os funcionários que tinham ensino médio, a despesa foi de 0,75 . 400000 = R$ 300.000,00.

Portanto, a fim de manter o lucro, a empresa deve aumentar a receita em $\frac{70-50}{50}\cdot 50000 + \frac{180-150}{150}\cdot 60000 + 50000 = 20000 + 60000 + 50000 = R\$\ 130.000{,}00.$

**29|** D

A média mensal de vendas no segundo semestre de 2012 foi igual a

$$\frac{5+6+14+35+35+25}{6} = 20.$$

Portanto, a quantidade mínima de carros que deveriam ser vendidos em janeiro de 2013 seria 1,2 . 20 = 24.

**30|** E

De acordo com o gráfico, 42% pertence ao Grupo A, 5% pertence ao Grupo AB, 10% pertence ao Grupo B e 43% pertence ao Grupo O. Portanto, o ângulo do maior setor medirá 0,43 . 360 = 154,8 graus.

**31|** A

A quantidade máxima de bactérias no ambiente de cultura corresponde à soma máxima das quantidades de bactérias das espécies [I] e [II]. Portanto, a partir do gráfico, é fácil ver que 1100 + 800 = 1900 corresponde à soma máxima. Tal resultado ocorreu na terça-feira.

**32|** D

Escrevendo as rentabilidades em ordem crescente, temos 4,9; 6,2; 6,4; 6,8; 7,0; 7,0; 7,2. Por conseguinte, a mediana é igual a 6,8.

**33|** C

A variação percentual no período de 2000 a 2010 é dada por $\frac{1{,}9-2{,}38}{2{,}38}\cdot 100\% \cong -20\%.$

Por conseguinte, a resposta é 0,8 . 1,9 = 1,52.

**34|** D

Ordenando as notas dos candidatos em ordem crescente, obtemos as medianas alcançadas por cada um, como segue

$$Md_K = \frac{33+33}{2} = 33;$$

$$Md_L = \frac{33+34}{2} = 33{,}5;$$

$$Md_M = \frac{35+35}{2} = 35;$$

$$Md_N = \frac{35+37}{2} = 36$$

e

$$Md_P = \frac{26+36}{2} = 31.$$

Portanto, é fácil ver que N será o candidato aprovado.

**35|** C

O atleta número III foi o mais regular, pois apresentou o menor desvio padrão.

**36|** C

$$\frac{4,87+2,44+4,09+6,01+5,4}{5}=\frac{22,81}{5}=4,562.$$

**37|** A

Devemos calcular o total das notas de cada aluno e, em seguida, dividir por sete. Obtendo assim a média de cada candidato.

Candidato 1: $\frac{25,7}{7}=3,67$

Candidato 2: $\frac{30,5}{7}=4,36$

Candidato 3: $\frac{32,2}{7}=4,6$

Candidato 4: $\frac{42,5}{7}=6,07$

Candidato 5: $\frac{47}{7}=6,71$

**38|** C

Os países com notas abaixo da média são: Rússia, Portugal, México, Itália e Israel. Dentre esses países, o que apresenta maior quantidade de horas de estudo é Israel.

**39|** E

O resultado pedido é dado por (0,7 + 0,15) . 400000 = 340.000.

**40|** B

Considere a tabela abaixo.

| Empresa | $L_i$ | $T_i$ | $\overline{L_i}=\frac{L_i}{T_i}$ |
|---|---|---|---|
| F | 24 | 3,0 | 8 |
| G | 24 | 2,0 | 12 |
| H | 25 | 2,5 | 10 |
| M | 15 | 1,5 | 10 |
| P | 9 | 1,5 | 6 |

Assim, a empresa G apresentou o maior lucro médio anual e, portanto, deve ter sido a escolhida pelo empresário.

**41|** D

Calculando o grau de risco de cada atividade econômica, encontramos os seguintes resultados:

| Atividades Econômicas | Empregados | Afastamentos | Risco (%) |
|---|---|---|---|
| Agropecuária e extrativismo | 1.414.000 | 8.000 | 0,57 |
| Indústria leve | 2.031.000 | 24.000 | 1,18 |
| Indústria pesada | 2.455.000 | 33.000 | 1,34 |
| Construção civil | 1.105.000 | 14.000 | 1,27 |
| Comércio | 4.097.000 | 24.000 | 0,59 |
| Serviços | 6.241.000 | 34.000 | 0,54 |
| Transportes | 1.278.000 | 13.000 | 1,02 |
| Crédito | 524.000 | 6.000 | 1,15 |
| Administração pública | 1.138.000 | 2.000 | 0,18 |

Portanto, a pessoa deverá optar pela administração pública, pois representa risco aproximado de acidente de trabalho igual a 0,18%.

**42|** D

Considere a tabela abaixo, em que $e_j$ é o índice de eficiência descrito no enunciado.

| $V_j$ | $T_j$ | $P_j$ | $I_j$ | $e_j=\frac{T_j \cdot P_j}{I_j}$ |
|---|---|---|---|---|
| Malhada | 360 | 12,0 | 15 | 288,0 |
| Mamona | 310 | 11,0 | 12 | 284,2 |
| Maravilha | 260 | 14,0 | 12 | 303,3 |
| Mateira | 310 | 13,0 | 13 | 310,0 |
| Mimosa | 270 | 12,0 | 11 | 294,5 |

Por conseguinte, a vaca que apresentou o melhor índice de eficiência foi a Mateira.

**43|** E

A taxa de crescimento relativo no período de 2000 a 2010 foi de

$$\frac{66-30}{30}=\frac{36}{10}=1,2.$$

Portanto, mantida esta taxa para a próxima década, em 2020 o número de veículos será, em milhões, igual a 66 . (1 + 1,2) = 145,2.

**44|** C

De acordo com o gráfico, o polo com maior crescimento foi o de Guarulhos, e o menor, a capital de São Paulo. Por conseguinte, a diferença pedida é 60,52 − 3,57 = 56,95%.

**45|** D

Seja x o valor total reservado pela dona de casa para a compra mensal. Do gráfico, segue-se que ela gastou 30,2% + 17,5% + 12,4% + 22,3% = 82,4% de x. Portanto, o resultado pedido é

$$(100\%-82,4\%)\cdot x=88 \Leftrightarrow x=\frac{88}{0,176}=\text{R\$ } 500,00.$$

**46|** C

De acordo com o gráfico, tem-se que 200 . 0,25 = 50 hotéis cobram diárias de R$ 200,00; 200 . 0,25 = 50 hotéis cobram diárias de R$ 300,00; 200 . 0,4 = 80 hotéis cobram diárias de R$ 400,00 e 200. 0,1 = 20 hotéis cobram diárias de R$ 600,00.

Considere a tabela abaixo, em que $x_i$ é o valor da diária, em reais, para um quarto padrão de casal, $f_i$ é a frequência simples absoluta e $F_i$ é a frequência absoluta acumulada.

| $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|
| 200 | 50 | 50 |
| 300 | 50 | 100 |
| 400 | 80 | 180 |
| 600 | 20 | 200 |
| | $n = \sum f_i = 200$ | |

Portanto, como $E_{M_d} = \frac{n}{2} = \frac{200}{2} = 100,$ segue-se que o valor mediano da diária é

$$M_d = \frac{300+400}{2} = R\$\ 350,00.$$

**47|** B

Considere a seguinte tabela.

| Avaliador | $x_i$ | $y_i$ | $x_i + y_i$ |
|---|---|---|---|
| A | 18 | 16 | 34 |
| B | 17 | 13 | 30 |
| C | 14 | 1 | 15 |
| D | 19 | 14 | 33 |
| E | 16 | 12 | 28 |
| | | | $\sum(x_i + y_i) = 140$ |

Logo, a média anterior é dada por

$$m = \frac{140}{10} = 14.$$

Descartando-se a maior e a menor notas, obtém-se

$$m' = \frac{140-1-19}{8} = 15.$$

Portanto, a nova média, em relação à média anterior, é 15 − 14 = 1,00 ponto maior.

**48|** D

Médias das receitas em milhares de reais.

Alfinetes V → (200 + 220 + 240) : 3 = 220.

Balas W → (200 + 230 + 200) : 3 = 210.

**Chocolates X → (250 + 210 + 215) : 3 = 225.**

**Pizzaria Y → (230 + 230 + 230) : 3 = 230.**

Tecelagem Z → (160 + 210 + 245) : 3 = 205.

As empresas com as maiores médias anuais são Pizzaria Y e Chocolates X.

Obs.: Não é preciso determinar a média aritmética de cada uma das empresas, bastaria encontrar apenas a soma das três receitas de cada empresa.

**49|** B

$$\text{Média} = \frac{292+284+301+292+281+242}{6} = 282.$$

**50|** C

$$\text{Média} = \frac{80+400+500+160+400+200}{6} = 290.$$

**51|** C

Se x foi a nota obtida no quarto bimestre, então

$$7 = \frac{4,8\cdot 1+5,8\cdot 2+7,4\cdot 3+x\cdot 4}{1+2+3+4} \Leftrightarrow 4x = 70-38,6$$
$$\Leftrightarrow x \cong 7,9.$$

**52|** E

Desvio padrão = $\frac{90\text{ kg}}{30000\text{ m}^2} = \frac{30\text{ kg}}{10000\text{ m}^2} = \frac{\frac{1}{2}\text{saca}}{\text{hectare}}.$

Logo, a variância pedida será dada por:

$$\left(\frac{\frac{1}{2}\text{saca}}{\text{hectare}}\right)^2 = \frac{1}{4}(\text{saca / hect})^2.$$

**53|** B

A alternativa [B] é a correta, pois caiu de aproximadamente 34000 (1997) para aproximadamente 28000 (2000). Outro intervalo que houve queda foi de 2008 a 2009, mas pouco significativa.

**54|** E

Como o gráfico correspondente ao ano 2007 apresenta a menor extensão de gelo marítimo em setembro, podemos concluir que houve maior aquecimento global nesse ano.

**55|** C

Variação entre 1990 e 2000: 0,665 – 0,600 = 0,065.

Variação entre 2000 e 2010: 0,715 – 0,665 = 0,050.

Portanto, o IDH aumentou com variações decenais decrescentes.

**56|** A

Do gráfico, podemos inferir que, no intervalo de 40 a 60 anos: (i) a habilidade verbal é crescente e atinge seu pico nesse intervalo; (ii) a resolução de problemas permanece praticamente constante e também atinge seu pico nesse intervalo; (iii) a habilidade numérica sofre uma queda relevante a partir dos 46 anos.

Portanto, as habilidades verbal e de resolução de problemas destacam-se entre 40 e 60 anos.

**57|** B

Colocando os dados em ordem crescente, temos:

181419, 181796, 204804, 209425, 212952, 246875, 255415, 290415, 298041, 305088.

A mediana (Ma) é a média aritmética dos dois termos centrais da sequência acima.

$$Ma = \frac{212952 + 246875}{2} = 229\ 913{,}5.$$

**58|** E

De acordo com o gráfico, a maior venda absoluta ocorreu em Junho e a menor em Agosto.

**59|** E

De acordo com a tabela, um jovem entre 12 e 18 anos gasta 5 . 5 + 2 . 1 = 27 horas de seu tempo, durante a semana inteira, com atividades escolares.

**60|** C

$$\frac{18\% + 19\% + 21\% + 15\% + 19\%}{5} = \frac{92\%}{5} = 18{,}4\%$$

**61|** B

$$\frac{85{,}56}{185} - \frac{16{,}73}{100} = 0{,}46 - 0{,}17 = 0{,}29$$

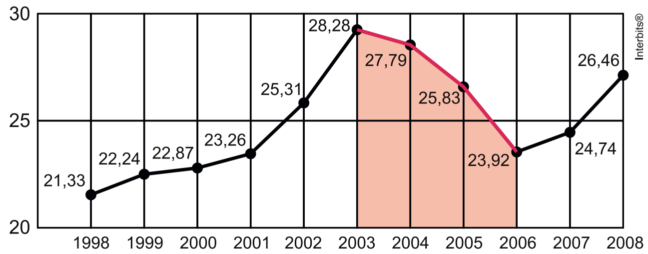
Resposta [B].

**62|** C

$\frac{25}{100} \cdot 279 \simeq 70$ (mais de 50 e menos de 75).

**63|** C

O período de queda foi entre 2003 e 2006:




Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). **Almanaque abril 2010**. São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

**64|** B

Colocando os dados em ordem crescente.

13,5/ 13,5/ 13,5/ 13,5/ 14/ 15,5/ 16/ 18/ 18/ 18,5/ 19,5/ 20/ 20/ 20/ 21,5;

A média é 17 ºC, pois todas as alternativas apresentam este valor como resposta.

A mediana é o termo central de distribuição em ordem crescente. Portanto, a mediana é o oitavo termo, ou seja, 18;

A moda é 13,5, pois é o termo que apresenta maior frequência (4 vezes).

**65|** A

O maior intervalo de tempo entre dois aumentos sucessivos ocorreu entre abril de 2003 e maio de 2004, ou seja, 13 meses. Já o menor intervalo de tempo entre dois aumentos sucessivos ocorreu entre maio de 2005 e abril de 2006, correspondendo a 11 meses (repetindo-se entre abril de 2007 e março de 2008 e entre março de 2008 e fevereiro de 2009).

Portanto, a média aritmética entre o maior intervalo e o menor intervalo de tempo entre dois aumentos sucessivos foi de $\bar{i} = \frac{13 + 11}{2} = \frac{24}{2} = 12.$

Com relação aos reajustes percentuais, temos que o maior e o menor foram, respectivamente, 2003/2002: $\frac{240 - 200}{200} \cdot 100\% = 20\%$ e 2004/2003: $\frac{260 - 240}{240} \cdot 100\% \cong 8{,}3\%.$

Desse modo, a média desses reajustes é $\bar{p} = \frac{20 + 8{,}3}{2} = 14{,}15\%.$

Por conseguinte, o novo reajuste deverá ocorrer em fevereiro de 2010 e o valor previsto para o novo salário é 1,1415 . 465 ≅ R$ 530,80.

**66|** C

$$\frac{4+136+326+549+766+797+3463+7293+10416}{9}=2550,333...$$

**67|** D

Calculando o IGP-M no primeiro trimestre de 2010, obtemos:

Mar/2010: $0,6 \,.\, 1,07 + 0,3 \,.\, 0,83 + 0,1 \,.\, 0,45 \cong 0,94\%$;

Fev/2010: $0,6 \,.\, 1,42 + 0,3 \,.\, 0,88 + 0,1 \,.\, 0,35 \cong 1,15\%$;

Jan/2010: $0,6 \,.\, 0,51 + 0,3 \,.\, 1,00 + 0,1\, 1,00 + 0,1 \,.\, 0,52 \cong 0,66\%$.

Portanto, o maior IGP-M no primeiro trimestre de 2010 foi, aproximadamente, 1,15%.

**68|** B

Alternativa B, pois o desvio padrão nos mostra qual candidato manteve uma maior regularidade (proximidade da média), já que as médias foram iguais.

**69|** E

As duas maiores produções foram em 2008 e 2009, logo este biênio apresentou maior produção acumulada.

**70|** B

Colocando os dados em ordem crescente temos: 4,5,5,6 ,6,6,6,6,6,7,7,,8,8,9,9,10,13

Logo, a mediana será a média aritmética dos dois termos centrais:

$$\text{Mediana} = \frac{6+7}{2} = 6,5$$

**71|** E

$$\text{média} = \frac{0.5+1.3+2.4+3.3+4.2+5.2+7.1}{20} = 2,25$$

$\text{mediana} = \frac{2+2}{2} = 2$ (média aritmética dos termos centrais).

moda = 0 (nota de maior frequência).

**72|** D

A categoria que está mais exposta é aquela que apresenta o menor percentual de indivíduos imunizados. Portanto, do gráfico, temos que os adultos entre 20 e 29 anos estão mais expostos ao vírus da gripe A-H1N1.

**73|** C

A equipe campeã será aquela que apresentar a moda mais próxima da média estabelecida e cujo desvio-padrão seja o menor. Portanto, a equipe III foi a campeã.

**74|** B

Por mês: $\frac{523\cdot 10^6}{12}$ de reais

Por trabalhador: $\dfrac{\frac{523,10^6}{12}}{18\cdot 10^4} \approx 242,00$

**75|** D

$$\text{Investimentos do Brasil} = \frac{367+357+354+539+280}{5} \approx 379$$

$$\text{Investimentos da França} = \frac{825+485+1458+744+1214}{5} \approx 945$$

Diferença = 945 − 379 = 566

**76|** B

$$\frac{100.1000+100.1500+100.2500+100.5000+600.17000}{100+100+100+100+600} = 11200\ \textit{Litros} \text{ por quilograma}$$

**77|** A

As barras verticais do item alimentação e bebida são as mais altas em todas as 4 cidades.

Logo o item determinante para a inflação foi alimentação e bebidas.

**78|** B

$$\text{Média} = \frac{4.1+2+2.4+2.5+1.6}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\text{Mediana} = \frac{\text{quinto termo} + \text{sexto termo}}{2} = \frac{2+4}{2} = 3$$

Moda = 1 (maior frequência)

**79|** D

Rol 73,10 81,60 82,00 **83,00** 84,00 84,60 85,30

Mediana = 83,00(termo central)

**80|** C

A soma dos pontos das equipes C e D precisa ser 4. (para que a média seja 2)

Logo as notas de C e D podem ser respectivamente 2 e 2 ou 1e 3 ou 3 e 1.

Colocando as notas em ordem crescente temos:

Possibilidade 1. 1_ 2_2_2_3

Moda = 2 (maior frequência) e mediana = 2 (termo central)

Possibilidade 2. 2_2_2_2_2

Moda = 2 e Mediana = 2

**81|** D

A maior mediana possível para a terceira equipe aconteceria se o aluno que faltou tivesse tirada 8, 9 ou 10.

No exemplo suponha sua nota 10.

Rol 6; 6,5; 6,5; 7; **7; 8**; 8; 10; 10. 10

$$M_e = \frac{7+8}{2} = 7,5$$

Permaneceria na terceira posição, independente da nota obtida.

**82|** E

Entre 2001 e 2008 podemos observar que nos anos pares o rendimento médio do plantio do café foi de aproximadamente 1.250 kg/ha. Desse modo, caso o padrão se mantenha, segue o resultado.

**83|** C

Em 2005 − 1975 = 30 anos houve um aumento de 375 − 70 = 305 GWh no consumo de energia elétrica. Mantendo-se constante essa taxa de crescimento para os próximos 30 anos, em 2005 + 30 = 2035 o consumo deverá ser de aproximadamente 375 + 305 = 680 GWh.

**84|** D

A taxa de variação da população urbana entre 2010 e 2030 é dada por

$$\frac{5-3,5}{20-0}=\frac{1,5}{20}=0,075.$$

Portanto, a população em 2020 deverá ser de

0,075 . 10 + 3,5 = 4,25 bilhões.

## RAZÃO E PROPORÇÃO 1

**01|** B

No momento da saída, o tanque continha $\frac{3}{4}\cdot 50=37,5$ litros de combustível. Daí, como a distância que o veículo pode percorrer com esse combustível é 15 . 37,5 = 562,5 km, segue que a resposta é 500 km.

**02|** E

Tem-se que a altura de cada pneu é dada por $\frac{abc\cdot de}{100}$. Assim, é fácil ver que o pneu de menor altura é o que possui menor produto abc . de. Portanto, como 175 . 65 = 11.375, 185 . 60 = 11.100 e 205 . 55 = 11275, segue que o proprietário do veículo deverá comprar o pneu com a marcação 185/60R15.

**03|** C

O resultado é dado por

$$\frac{\overline{CD}}{6000}=\frac{3}{400}\Leftrightarrow \overline{CD}=45\,\text{cm}.$$

**04|** A

Sejam a, ℓ e p, respectivamente, a altura, a largura e a profundidade no desenho. Tem-se que $a=\frac{220}{8}=27,5$ cm; $\ell=\frac{120}{8}=15$ cm e $p=\frac{50}{8}=6,25$ cm. Por conseguinte, após a redução de 20%, tais medidas passaram a ser 0,8 . 27,5 = 22 cm. 0,8 . 15 = 12 cm e 0,8 . 6,25 = 5cm.

**05|** B

O volume total de sangue doado foi de 450 . 100 = 45.000mL = 45L. Desse total, $\frac{2}{3}\cdot 45=30$ L correspondem ao volume de plasma que será estocado. Logo, como cada congelador pode armazenar no máximo 50 . 250 = 12.500mL = 12,5 L, segue que a resposta é $\left\lceil \frac{30}{12,5}\right\rceil=3.$

**Observação:** $\lceil x \rceil$ denota o menor inteiro que supera x.

**06|** D

Sendo $\frac{100}{25}=4$, $\frac{75}{40}=1,875$, $\frac{250}{50}=5$, $\frac{100}{80}=1,25$ e $\frac{200}{100}=2$, podemos concluir que a marca com a menor quantidade de sódio por grama é a D.

**07|** C

Após as quatro primeiras horas o paciente deverá receber uma quantidade de mililitros dada por 0,6 . 5 . 800 = 2.400. Portanto, segue que a resposta é $\frac{2.400\cdot 12}{20\cdot 60}=24.$

**08|** A

Tem-se que $m_A=\frac{3}{2}m_B$ e $m_B=\frac{3}{4}m_C$, implicam em $m_A=\frac{9}{8}m_C$. Ademais, sabemos que $V_A = V_B$ e $V_A=\frac{6}{5}V_C$.

Em consequência, vem $d_A=\frac{m_A}{V_A}=\frac{\frac{9}{8}m_C}{\frac{6}{5}V_C}=\frac{15}{16}d_C$ e $d_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{\frac{3}{4}m_C}{\frac{6}{5}V_C}=\frac{15}{24}d_C$.

Portanto, é imediato que $d_B < d_A < d_C$.

**09|** C

Tem-se que o aumento da área da plantação corresponde a

0,2 . 10000 − 2000m² − 20000000 cm².

Por conseguinte, a resposta é

$$\frac{20000000}{10\cdot 20}=100.000.$$

**10|** B

Tem-se que $\frac{15}{3}=5$; $\frac{18}{4}=4,5$; $\frac{6}{3}=2$ e $\frac{3}{2}=1,5$.

Portanto, é fácil ver que o filtro descartado é o F2.

**11|** B

Calculando as concentrações de fibras em cada uma das marcas, temos

$\frac{2}{50}=0{,}040; \frac{5}{40}=0{,}125; \frac{5}{100}=0{,}050; \frac{6}{90}\cong 0{,}067$ e $\frac{7}{70}=0{,}100.$

Por conseguinte, deverá ser escolhida a marca B.

**11|** B

Tem-se que

$$\frac{13}{X}=\frac{1}{250000}\Leftrightarrow X=3.250.000,$$

$$\frac{10}{Y}=\frac{1}{300000}\Leftrightarrow Y=3.000.000 \text{ e}$$

$$\frac{9}{Z}=\frac{1}{500000}\Leftrightarrow Z=4.500.000.$$

Portanto, vem Y < X < Z.

**13|** E

A área do terreno quadrado de lado 500 m é igual a $500^2 = 250.000\ m^2$. Logo, segue que inicialmente estão presentes 250.000 . 4 = 1.000.000 de pessoas. Ademais, em 16 − 10 = 6 horas, chegarão mais 120.000 . 6 = 720.000 pessoas.

Portanto, a resposta é $\frac{1.720.000}{2.000}=860.$

**14|** E

O volume máximo de água presente na caixa-d'água é dado por

$4 . 3 . 2 = 24\ m^3 = 24.000$ L.

Desse modo, a bomba deve ter uma vazão mínima igual a $\frac{24000}{20\cdot 60}=20\ L/s.$

**15|** B

Seja $D_0 = 3$ m e $e_0$, respectivamente, a distância inicial da fonte até a parede e a espessura da mesma. Logo, temos

$$e_0=k_0\cdot\frac{1}{D_0^2}\Leftrightarrow k_0=9\cdot e_0,$$

com $k_0$ sendo a constante de proporcionalidade.

Ademais, sendo $A_0 = 9\ m^2$ e $V_0$, respectivamente, a área e o volume da parede inicial, temos $V_0 = 9 . e_0$. Sabendo ainda que $C_0$ = R$ 500,00 é o custo dessa parede, vem

$$C_0=k\cdot V_0\Leftrightarrow 500=k\cdot 9\cdot e_0\Leftrightarrow k=\frac{500}{9\cdot e_0},$$

com k sendo a constante de proporcionalidade.

Portanto, se e é a espessura da parede de área A, então $e=\frac{9\cdot e_0}{D^2}$ e, assim, temos

$$\begin{aligned}C&=k\cdot A\cdot e\\&=\frac{500}{9\cdot e_0}\cdot A\cdot\frac{9\cdot e_0}{D^2}\\&=\frac{500\cdot A}{D^2}.\end{aligned}$$

**16|** C

O resultado pedido é dado por

$$\left(\frac{1000}{2330}-\frac{1000}{3000}\right)\cdot 60\cong 6.$$

**17|** D

Tem-se que a resposta é dada por

$$\frac{10.200.000-1.300.000}{1.300.000}\cdot 100\%\cong 700\%.$$

**18|** A

Sendo 64% − (20% + 8% + 15% + 1%) = 20% o percentual correspondente ao desperdício durante o processamento culinário e hábitos alimentares, podemos concluir que o resultado é $150\cdot\frac{2}{3}\cdot 0{,}2=20.$

**19|** A

Tomando a curva p50, sabemos que aos 4 anos e 4 meses a altura da menina chegou a 105 cm. Por conseguinte, a resposta é dada por

$$\frac{105-85}{85}\cdot 100\%\cong 23{,}5\%.$$

**20|** C

Sendo $\frac{40}{4}=\text{R\$ }10{,}00$ o lucro obtido com a venda de cada caixa, segue que o lucro percentual foi de $\frac{10}{16}\cdot 100\%=62{,}5\%.$ Logo, para que o lucro seja 20% maior no segundo dia, a pessoa deverá ter um lucro igual a 1,2 . 62,5% = 75% Em consequência, o preço de venda de cada picolé deve ser igual a $1{,}75\cdot\frac{16}{20}=\text{R\$ }1{,}40.$

**21|** A

Como $\frac{14}{400}=0{,}035; \frac{13}{500}=0{,}025; \frac{9}{360}=0{,}025$ e $\frac{15}{500}=0{,}030,$ segue que ações de controle iniciarão pelo bairro I.

**22|** A

Pelo gráfico pode-se concluir que o salário inicial fixo do vendedor é de R$800 e que se este vender R$ 20.000 em produtos, receberá um aumento de R$ 400 no salário. Logo, pode-se concluir que sua comissão é de 2% sobre o valor das vendas $(400\div 20.000=0{,}02=2\%)$.

**23|** B

Sendo r e h as dimensões do cone e R e H as dimensões do poço, calculando o volume do poço e do cone, tem-se:

$$V_{cone}=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot(3R)^2\cdot 2{,}4\rightarrow V_{cone}=7{,}2\pi R^2$$

$$V_{poço}=\pi\cdot R^2\cdot H$$

Pelo enunciado, sabe-se que o volume do cone é 20% maior do que o volume do poço cilíndrico, logo, pode-se escrever:

$$1{,}2 \cdot V_{poço} = V_{cone}$$
$$1{,}2\pi R^2 \cdot H = 7{,}2\pi R^2$$
$$H = 6\text{ m}$$

**24|** D

Sejam L' e C', respectivamente, a largura e o comprimento reais da pegada. Tem-se que

$$\frac{2{,}2}{L'} = \frac{3{,}4}{C'} = \frac{1{,}4}{16{,}8} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} L' = 26{,}4\text{ cm} \\ C' = 40{,}8\text{ cm} \end{array} \right..$$

**25|** A

Em cada aplicação de 10 unidades são consumidas 12 unidades. Assim, o resultado pedido é dado por $\frac{3}{12 \cdot 0{,}01} = 25.$

**26|** C

Sendo V o valor cobrado na conta de energia elétrica, P a potência do aparelho e t o tempo que este permanece ligado, pode-se escrever, de acordo com o enunciado:

$$V = P \cdot t$$
$$V_{TV} = 100 \cdot 60 = 6000$$
$$V_{chuv} = 3600 \cdot 5 = 18000$$
$$\frac{V_{chuv}}{V_{TV}} = \frac{18000}{6000} = \frac{3}{1} \Rightarrow 3:1$$

**27|** B

Sejam c e a, respectivamente, a dose de criança e a dose de adulto do medicamento Y. Logo, se c' e a' são a dose de criança e a dose de adulto do medicamento X, temos

$$\frac{c'}{a'} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow \frac{c'}{60} = \frac{14}{42}$$
$$\Leftrightarrow c' = 20\text{ mg}.$$

**28| Sem resposta.**

**Gabarito Oficial:** [D]

**Gabarito SuperPro®:** Sem resposta.

Supondo que a chuva caia de maneira uniforme na região, o índice pluviométrico é igual a $\frac{1}{3} \cdot 1200 = 400\text{ mm}.$

**29|** E

Com os dados do enunciado, pode escrever:

$$\text{Fluxo} \Rightarrow F = R^4$$

Onde:

F : o fluxo sanguíneo

R : o raio do vaso.

Se o raio aumento 10% então:

$$F = R^4$$
$$F = (1{,}10 \cdot R)^4 = 1{,}4641 \cdot R^4$$

Logo, pode-se dizer que o fluxo sanguíneo aumentará 46,41%.

**30|** C

A dose que cada coelho deve receber será:

$$\frac{0{,}25\text{ mL}}{\text{kg}} \cdot 4\text{kg} = 1\text{ mL}$$

Se cada coelho deve receber uma dose única de 1mL, 100 coelhos necessitarão de 100 mL.

**31|** C

Para encontrar o preço por litro basta dividir o preço dado pela quantidade de refrigerante de cada embalagem. Assim, pode-se escrever:

| Garrafa | Quantidade de refrigerante (litro) | Preço (R$) | Preço por litro |
|---|---|---|---|
| Tipo I | 0,5 | 0,68 | 1,36 |
| Tipo II | 1,0 | 0,88 | 0,88 |
| Tipo III | 1,5 | 1,08 | 0,72 |
| Tipo IV | 2,0 | 1,68 | 0,84 |
| Tipo V | 3,0 | 2,58 | 0,86 |

Logo, conclui-se que a garrafa cujo preço por litro é mais barato é a III.

**32|** B

A dose diária, em miligramas, que esse felino devera receber é de 250 . 0,208 = 52.

**33|** D

Se o bairro tem cinco mil moradores dos quais mil são vegetarianos, então pode-se deduzir que quatro mil não são vegetarianos. Entre os vegetarianos 40% são esportistas, ou seja, 400 moradores (1000 . 40% = 400). Entre os não vegetarianos 20% são esportistas, ou seja, 800 moradores (4000 . 20% = 800). Logo, conclui-se que o bairro possui 1200 esportistas (400 + 800). Se uma pessoa escolhida ao acaso é esportista, a probabilidade de esta ser vegetariana será:

$$P(veg) = \frac{400}{1200} = \frac{1}{3}$$

**34|** B

Com os dados do enunciado, pode-se escrever:

Total de entrevistados que andam de bicicleta: 75%

Total que anda ao menos 3 vezes por semana: 26 − 12 + 10 + 7 + 15 = 70%

Total de entrevistados que andam de bicicleta ao menos 3 vezes por semana: 0,7 . 0,75 = 0,525 = 52,50%.

**35|** B

Se apenas 75% das pessoas que assistiam àquele jogo no estádio pagaram ingresso, então o público não pagante foi de 25%

Logo, a razão entre o público não pagante e o público pagante naquele jogo foi de $\frac{25}{75}=\frac{1}{3}$.

**36|** B

Fazendo os cálculos: 5g . 40% = 2g = 2000 mg.

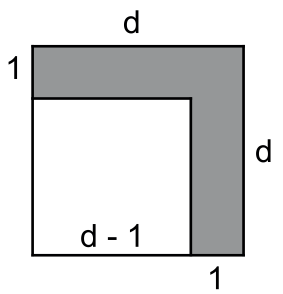
**37|** A

Para transformar o resultado da pesquisa em percentual, pode-se escrever:

$$\frac{8}{10}=\frac{80}{100}=80\%$$

**38|** A

Considere a figura, em que se tem a reprodução do padrão de preenchimento da malha num quadrado de lado d.




O quadrado de lado d − 1 corresponde à área transparente do padrão. Logo, para que a taxa de cobertura seja de 75%, deve-se ter

$$\frac{(d-1)^2}{d^2}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{d-1}{d}=\frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow d=2\text{mm}.$$

**39|** D

Após o pagamento da nona parcela, o saldo devedor ficou reduzido a

18000 − 9 . 500 = R$ 175.500,00.

Portanto, o valor da décima prestação é igual a

500 + 0,01 . 175500 = R$ 2.255,00.

**40|** E

O resultado pedido é dado por

$$\frac{0{,}445\cdot 101{,}8\cdot 10^6\cdot 1202}{101{,}8\cdot 10^5}-\frac{0{,}011\cdot 101{,}8\cdot 10^6\cdot 1202}{101{,}8\cdot 10^5}=\text{R\$ }5.216{,}68.$$

**41|** C

Fazendo os cálculos:

$$\left.\begin{matrix}5400/36\rightarrow 6\text{ h}\\ 21600/96\rightarrow x\end{matrix}\right\rangle\rightarrow\left.\begin{matrix}150\rightarrow 6\text{ h}\\ 225\rightarrow x\end{matrix}\right\rangle x=9\text{ h}$$

**42|** C

Se a escala é 1 : 200,isso quer dizer que cada 1 centímetro na planta corresponde a 200 centímetros na dimensão real. Logo, sendo x e y o comprimento e largura em planta, respectivamente, pode-se escrever:

$$\left.\begin{matrix}1\text{cm}\text{ — }200\text{ cm}\\ x\text{ — }2000\text{ cm}\end{matrix}\right\rangle x=10\text{ cm}\qquad\left.\begin{matrix}1\text{cm}\text{ — }200\text{ cm}\\ y\text{ — }800\text{ cm}\end{matrix}\right\rangle y=4\text{ cm}$$

**43|** E

Se o custo com os ingredientes para a preparação é diretamente proporcional ao quadrado do diâmetro da pizza, e que na pizza de tamanho médio esse custo é R$ 1,80, pode-se escrever:

$$\left.\begin{matrix}\text{R\$}1{,}80\text{ — }30^2\\ x\text{ — }40^2\end{matrix}\right\rangle x=\text{R\$ }3{,}20$$

Assim, o preço que a fábrica deve cobrar pela pizza grande será de:

Custo Variável + Custo Fixo + Lucro = Preço

$$\text{R\$ }3{,}20+\text{R\$ }3{,}00+\text{R\$ }2{,}50=\text{R\$ }8{,}70$$

**44|** E

Fazendo os cálculos:

$$40.000\text{ km}=40.000.000\text{ m}$$
$$80\text{ cm}=0{,}8\text{ m}$$
$$\frac{40.000.000}{0{,}8}=\frac{40\cdot 10^6}{8\cdot 10^{-1}}=5\cdot 10^7=50.000.000$$

**45|** E

Seja V o volume real do armário.

O volume do armário, no projeto, é 3 . 2 . 1 = 6cm$^3$.

Logo, temos $\frac{6}{V}=\left(\frac{1}{100}\right)^3\Leftrightarrow V=6.000.000\text{cm}^3$.

**46|** B

Sendo ℓ a medida da aresta da parte cúbica de cima, tem-se que a aresta da parte cúbica de baixo mede 2ℓ.

Por conseguinte, se a torneira levou 8 minutos para despejar $\frac{(2\ell)^3}{2}=4\ell^3$ unidades de volume, então ela levará $8\cdot\left(\frac{4\ell^3+\ell^3}{4\ell^3}\right)=10$ minutos para encher completamente o restante do depósito.

**47|** D

Se H é a altura da lata atual, então seu volume é igual a $24^2$ . Hcm$^3$. Agora, sabendo que as dimensões da nova lata são 25% maiores que as da lata atual, e sendo h a altura da nova lata, temos $\left(\frac{5}{4}\cdot 24\right)^2 \cdot h = 24^2 \cdot H \Leftrightarrow h = \frac{16}{25}\cdot H \Leftrightarrow h = 64\% \cdot H,$ isto é, a altura da lata atual deve ser reduzida em 100% − 64% = 36%.

**48|** D

Sejam x, y e z, respectivamente, a altura, a espessura e a largura da porta original. Logo, segue que o volume da porta original é igual a x . y . z.

Aumentando-se em $\frac{1}{8}$ a altura da porta e preservando a espessura, deve-se ter, a fim de manter o custo com o material,

$$\frac{9x}{8}\cdot y \cdot z_1 = x \cdot y \cdot z \Leftrightarrow z_1 = \frac{8z}{9},$$

com $z_1$ sendo a largura da nova porta.

Portanto, a razão pedida é $\frac{z_1}{z} = \frac{8}{9}$.

**49|** B

Seja q a quantidade que era comprada antes do aumento. Assim, temos 1,2 . 10 . (q − 2) = 10 . q + 6 ⇔ 2q = 30 ⇔ q= 15 e, portanto, a quantia que essa pessoa levava semanalmente para fazer a compra era 10 . 15 + 6 = R$ 156,00.

**50|** A

Aplicando o Teorema de Pitágoras, concluímos facilmente que a diagonal de uma célula solar mede 10cm. Em consequência, as 100 células produzem 100 . 10 . 24 = 24.000 Wh. Assim, estão sendo produzidos, diariamente, 24000 − 20160 − 3.840 Wh além do consumo. Portanto, o proprietário deverá retirar $\frac{3840}{240} = 16$ células.

**51|** C

Serão distribuídos 16 4 = 64 litros de álcool. Daí, como serão instalados 10 . 20 = 200 recipientes, segue-se que a capacidade de cada recipiente deve ser igual a $\frac{64}{200} = 0{,}32$ litro. Por conseguinte, o secretário deverá comprar o recipiente III.

**52|** B

Em 1h = 3600 s passam $\frac{3600}{2} = 1800$ pessoas por cada catraca. Além disso, em 1 hora passam 5 . 4 . 1800 = 36000 pessoas pelas 20 catracas. Portanto, o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas é igual a $\frac{45000}{36000} = \frac{36000}{36000} + \frac{9000}{36000} = 1\,\text{h}\,15\,\text{min}.$

**53|** A

Sabendo que a vazão é diretamente proporcional ao quadrado do raio da tubulação, e que o tempo para encher o reservatório é inversamente proporcional à vazão de água, segue-se que a resposta é 1 hora.

**54|** B

Tem-se que $h = \frac{m}{\rho \cdot \pi \cdot R^2}$. Logo, sendo a altura diretamente proporcional à massa e inversamente proporcional ao quadrado do raio, segue que a altura da barra no novo aterramento é igual à metade da utilizada no aterramento do chuveiro.

**55|** D

No cardápio 1, temos 2 . 1,3 + 6,5 + 3,1 = 12,2mg de ferro; no cardápio 2, a quantidade de ferro é igual a 2,3 + 3,5 + 2 . 1,3 = 8,4mg, e no cardápio 3, temos 2 . 1,5 + 3 . 0,3 + 2 . 1,5 = 6,9mg de ferro. Portanto, apenas os cardápios 1 e 2 satisfazem a quantidade mínima de ferro recomendada.

**56|** D

Seja m a massa de açúcar, em gramas, que cabe em uma xícara. Logo, temos

3m = 4 . 120 ⇔ m = 160 g.

**57|** C

Como $1\text{min}\,24\text{ s} = 84\text{ s} = \frac{84}{3600}\text{h} = \frac{7}{300}\text{h},$ segue-se que a velocidade média máxima permitida é $\frac{2{,}1}{\frac{7}{300}} = 90\,\text{km/h}.$

**58|** D

O desempenho da cada jogador corresponde à razão entre o número de vezes que todos os pinos foram derrubados e o número de jogadas. Assim, temos $\frac{50}{85} \cong 0{,}59;$ $\frac{40}{65} \cong 0{,}62;$ $\frac{20}{65} \cong 0{,}31;$ $\frac{30}{40} \cong 0{,}75$ e $\frac{48}{90} \cong 0{,}53.$

Portanto, o jogador [IV] foi o que apresentou o melhor desempenho.

**59|** D

A região disponível para reproduzir a gravura corresponde a um retângulo de dimensões 42 − 2 . 3 = 36cm e 30 − 2 . 3 = 24cm. Daí, como $\frac{24}{600} = \frac{1}{25}$ e $\frac{36}{800} > \frac{32}{800} = \frac{1}{25}$, segue-se que a escala pedida é 1 : 25.

**60|** C

O valor total da conta de energia elétrica para o consumo de 150 kWh é igual a 0,5 . 150 + 4,5 = R$ 79,50. Assim, reduzindo em 10% o valor da conta, ele pagará 0,9 . 79,5 = R$ 71,55.

Seja x o número máximo de kWh que deverão ser consumidos para que o objetivo do morador seja alcançado. Observando que $100 < x < 140,$ temos $0,5 \cdot x + 3 = 71,55 \Leftrightarrow x = 137,1\text{kWh}.$

**61|** B

Sejam c e q, respectivamente o valor do cento de coxinhas e o valor do cento de quibes, sem desconto. Tem-se que

$$\begin{cases} 10q + 15c = 680 \\ 20 \cdot 0,9q + 30 \cdot 0,85c = 1182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2q + 3c = 136 \\ 6q + 8,5c = 394 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6q - 9c = -408 \\ 6q + 8,5c = 394 \end{cases}.$$

Somando as equações, encontramos

-0,5c = −14 ⇔ c = R$ 28,00.

Portanto, como o cliente conseguiu um desconto de 15% no preço do cento de coxinhas, segue que a resposta é 0,85 . 28 = R$ 23,80.

**62|** B

Seja V o volume de esgoto gerado, em bilhões de litros. Como 100% − 36% = 64% de V são lançados todos os dias nas águas, sem tratamento, temos 0,64 . V = 8 ⇔ V = 12,5.

Portanto, a taxa percentual pedida é dada por $\frac{12,5 - 4}{12,5} \cdot 100\% = 68\%.$

**63|** C

Sabendo que são gastos, em média, 200 litros por dia, e que para as atividades que não estão relacionadas na tabela o gasto é de 0,15 . 200 = 30 litros, segue-se que o resultado pedido é dado por

$$\begin{aligned} 170 - (24 + 18 + 3,2 + 2,4 + 22) &= 170 - 69,6 \\ &= 100,4. \end{aligned}$$

**64|** D

O percentual pedido é igual a $\frac{80}{853} \cdot 100\% \cong 9,4\%.$

**65|** C

O ponto de sustentação central receberá 06 . 12 = 7,2t, enquanto que cada um dos outros dois pontos de sustentação receberá 0,2 . 12 = 2,4t.

**66|** A

Seja v o valor cobrado pelo consumo. Desde que x = 1,3 . v e y = 0,3 . v, temos $y = \frac{0,3x}{1,3}.$

**67|** A

Tem-se que 0,5 . 70% = 35% e 0,7 . 90% = 63%. Por conseguinte, concluímos que $P \in [35, 63].$

**68|** C

Sem alterar a parcela do preço da gasolina vendida nas refinarias brasileiras, a parcela referente aos valores em tributos, distribuição e revenda no Brasil deveria corresponder a 2 − 1,37 = R$ 0,63, de modo que o preço final de venda nos postos brasileiros se igualasse ao cobrado nos postos norte-americanos.

Portanto, o percentual de redução pedido é igual a

$$\left| \frac{0,63 - 1,43}{1,43} \right| \cdot 100\% \cong 56\%.$$

**69|** C

A produtividade na safra de 2010/2011 foi de $\frac{624}{8,1} \cong 77$ toneladas por hectare. Portanto, a taxa pedida é igual a $\frac{77 - 47}{47} \cdot 100\% \cong 64\%.$

**70|** C

O percentual pedido é igual a $\frac{20}{64} \cdot 100\% = 31,25\%.$

**71|** B

O resultado é dado por

(1,2 . 0,5 + 1,3 . 0,3 + 1,1 . 0,2) . 150000 = R$ 181.500,00.

**72|** E

A alternativa correta é a [E], pois 10,5 : 6,5 é aproximadamente 1,618.

Analisando todas as opções, temos:

Considerando que a proporção seja $\frac{M_1}{M_3} = \frac{M_3}{M_2} \Leftrightarrow (M_3)^2 = M_1 \cdot M_2,$ temos a seguinte tabela:

| Candidatas | $M_1 \cdot M_2$ | $(M_3)^2$ |
|---|---|---|
| I | 60,5 | 49 |
| II | 47,25 | 42,25 |
| III | 40,25 | 42,25 |
| IV | 40 | 42,25 |
| V | 42 | 42,25 |

Portanto, a candidata cujas medidas estão mais próximas da proporção áurea é a de número V.

**73|** B

Lembrando que 1 m³ = 1000 L, tem-se que o resultado pedido é dado por

$$\begin{aligned} 2 \cdot 30 \cdot \left( 90 \cdot \frac{6,25}{1000} - 16 \cdot \frac{6,25}{1000} - 0,9 \cdot 0,45 \right) &= 60 \cdot (0,5625 - 0,5050) \\ &= \text{R\$ } 3,45. \end{aligned}$$

**74|** A

A razão pedida é dada por $\frac{17}{7\cdot 10}=\frac{17}{70}$.

**75|** E

Tamanho das maquetes:

Vulcão do Chile: $\frac{2440\cdot 100cm}{40000}=6{,}1cm$

Vulcão do Havaí: $\frac{12000\cdot 100cm}{40000}=30cm$

Diferença: 30 – 6,1 = 23,9cm.

**76|** D

Sejam L e L', tais que $L=\frac{1}{25000000}$ e $L'=\frac{1}{4000000}$. Desse modo,

$$\frac{L'}{L}=\frac{\frac{1}{4000000}}{\frac{1}{25000000}}\Leftrightarrow \frac{L'}{L}=\frac{25}{4},$$

e, portanto,

$$\left(\frac{L'}{L}\right)^2=\left(\frac{25}{4}\right)^2\Rightarrow L'^2\cong 39{,}06L^2,$$

ou seja, a área destacada no mapa foi ampliada aproximadamente 39,06 vezes.

**77|** B

O resultado pedido é

$$\frac{100}{150}=\frac{120}{N}\Leftrightarrow N=180.$$

**78|** B

15 : 0,5 = 30.

**79|** D

Sendo S a área da superfície do mamífero e M a sua massa, temos:

$$S^3=k\cdot M^2\Leftrightarrow S=(k\cdot M^2)^{\frac{1}{3}}$$
$$\Leftrightarrow S=k^{\frac{1}{3}}\cdot M^{\frac{2}{3}}.$$

**80|** B

Quantidade de tinta B que será usada no cabelo da mãe de Luíza: $\frac{3\cdot 60}{4}=45g$

Quantidade de tinta B que será usada no cabelo de Luíza: $\frac{120}{4}=30g$

Quantidade total de tinta B: 45 + 30 = 75g.

**81|** C

Sejam n, V e t, respectivamente, o número de ralos, o volume a ser escoado e o tempo de escoamento. Logo,

$$n=k\cdot\frac{V}{t},$$

com k sendo a constante de proporcionalidade.

Para n = 6, V = 900 $m^3$ e t = 6h, temos

$$6=k\cdot\frac{900}{6}\Leftrightarrow k=\frac{1}{25}.$$

Portanto, se V' = 500$m^3$ e t' = 4h, vem

$n'=\frac{1}{25}\cdot\frac{500}{4}=5,$ que é o resultado procurado.

**82|** B

O aumento na área do desenho da planta foi de

$$\begin{aligned}480000\cdot\left(\left(\frac{1}{40}\right)^2-\left(\frac{1}{50}\right)^2\right)&=4800\cdot\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{25}\right)\\&=4800\cdot\frac{25-16}{400}\\&=108\,cm^2.\end{aligned}$$

**83|** C

A área do logotipo todo é 8 vezes a área da parte cinza. Portanto, o custo com o logotipo todo será 8 vezes R$ 320,00, ou seja R$2560,00. Como a área da parte branca é metade da área toda, o custo para pintar a área branca será R$2560 : 2 = R$1280,00 e para pintar a área preta o custo deverá ser calculado através da expressão 2560 – 320 – 1280 = R$960,00.

**84|** B

Sejam a, b e c, respectivamente, os volumes de areia, brita e cimento tais que

$a+b+c=14$ e $\frac{a}{4}=\frac{b}{2}=c=k,$

com k sendo a constante de proporcionalidade.

Desse modo, tem-se que

$4k+2k+k=14\Leftrightarrow k=2$

e, portanto, c = 2,00 $m^3$.

**85|** E

Tem-se que

$f_2=0{,}99f_1=0{,}99\ .\ 1{,}1f\cong 1{,}1f>f$

e

$$f_1=0{,}9f_3\Rightarrow f_3=\frac{1{,}1f}{0{,}9}\cong 1{,}2f>f.$$

Portanto, a fonte sonora se afastou do observador apenas no experimento 4.

**86|** C

Cotação da libra em reais: 1,1 . 2,4 = 2,64 reais.

Cotação da libra em dólares: $\frac{2{,}64 \text{ reais}}{1{,}6 \text{ reais}} = 1{,}65$ dólares.

**87|** E

A distância total percorrida pelo aluno no mapa foi de 5 . 2 . (7 + 9) = 160 cm. Sendo d a distância real percorrida e 1 : 25000 a escala, temos

$$\frac{160}{d} = \frac{1}{25000} \Leftrightarrow d = 4 \cdot 10^6 \text{ cm}$$
$$\Leftrightarrow d = \frac{4 \cdot 10^6}{10^5} \text{km}$$
$$\Leftrightarrow d = 40 \text{km}.$$

**88|** A

Sejam $\ell_c$ e $\ell_f$, respectivamente o comprimento da marca no chão e o comprimento da marca na foto. Desse modo, temos

$$\frac{\ell_c}{\ell_f} = \frac{15}{3} \Leftrightarrow \ell_c = 5\ell_f,$$

ou seja, a marca no chão é 5 vezes maior do que a marca na imagem revelada.

**89|** D

O resultado pedido é dado por

1000 . 0,8 . 1,1 . 1,1 = R$ 774,40.

**90|** B

O resultado pedido é dado por

0,15 . (34 – 26) . 1000 = R$ 1.200,00.

**91|** D

Considere a tabela abaixo, em que a coluna Tipo B apresenta o custo efetivo de 1 kg dos produtos listados.

| Produto | Tipo A | Tipo B |
|---|---|---|
| Arroz | 2,00 | $\frac{1{,}7}{0{,}9} \cong 1{,}89$ |
| Feijão | 4,50 | $\frac{4{,}1}{0{,}9} \cong 4{,}56$ |
| Soja | 3,80 | $\frac{3{,}5}{0{,}9} \cong 3{,}89$ |
| Milho | 6,00 | $\frac{5{,}3}{0{,}9} \cong 5{,}89$ |

Portanto, a escolha que o comerciante deve fazer é B, A, A, B.

**92|** D

1,8 . 0,6 = 1,08.

**93|** B

O aumento percentual deveria ser de

$$\frac{50 - 30}{30} \cdot 100 \cong 67\%.$$

**94|** E

Como o cliente não possui o cartão fidelidade, o valor pago é igual a 0,8 . 50 = R$ 40,00. Por outro lado, se o cliente possuísse o cartão fidelidade, a economia adicional seria de 0,1 . 40 = R$ 4,00.

**95|** B

0,18 . ( 0,45 + 0,16) . 61 = 0,126 . 16 = 7,686 ≅ 7,6.

**96|** A

Taxa de aumento: $\frac{77{,}8 - 73{,}7}{73{,}7} = 0{,}055.$

Pessoas que acessarão em 2012 (em milhões): 73,5 . 1,055 = 82,1.

**97|** C

Preço por kg da noz em cada supermercado:

- No supermercado A: R$ 24,00.
- No supermercado B: R$3,00 . 4 = R$ 12,00.
- No supermercado C: R$1,50 . 10 = R$15,00.

A sequência dos supermercados, de acordo com a ordem crescente do valor da noz, é B, C e A.

**98|** B

Observando que não é possível utilizar toda a tinta branca, de modo que a proporção dada seja satisfeita, segue-se que serão utilizados $\frac{35}{5} \cdot 3 = 21$ litros de tinta branca. Portanto, sobrarão 30 – 21 = 9 litros de tinta branca.

**99|** C

Clientes antes das 15h: $\frac{3}{4}$ de 1000 = 750.

Clientes após as 15h: $\frac{1}{4}$ de 1000 = 250.

Lucro = 750 . 12 + 250 . 9 – 1000 . 7 = 4250.

**100|** B

Dividindo 60 L por 15 L, obtemos que o número de descargas por dia é 4.

Com a bacia ecológica, serão gastos 4.6 = 24 L de água por dia, portanto uma economia de 60 – 24 = 36 L por dia.

## RAZÃO E PROPORÇÃO 2

**01|** D
Tamanho do carrinho:

Comprimento: 387/43 = 9 cm

Largura: 172/43 = 4 cm

Tamanho da caixa do carrinho:

Comprimento: 9 + 0,5 +0,5 = 10 cm

Largura: 4 + 0,5 + 0,5 = 5 cm

95 cm : 10 = 9,5, portanto, cabem no máximo 9 carrinhos em cada prateleira.

**02|** D

$$x = \frac{9200}{20} \cdot 3 = 1380{,}00$$

**03|** C

Calculando a relação custo benefício, temos:

LED: 130 : 40 = 3,25.

Halógena: 10 : 4 = 2,5.

Fluorescente: 6 : 8 = 0,75.

Incandescente: 3 : 1 = 3.

Fluorescente compacta: 13 : 6 = 2,17.

Portanto, a lâmpada com o menor custo benefício é a fluorescente.

**04|** D

$$\frac{60}{10.42.10^3.10^2} = \frac{1}{7.10^5} = \frac{1}{700\ 000}.$$

**05|** D

O IMC do indivíduo antes da dieta era $\frac{144}{2^2} = 36.$ Ao concluir a dieta, seu IMC passou a ser $\frac{144-64}{2^2} = 20.$ Portanto, ele migrou da classe obesidade do tipo 1 para a classe peso normal.

**06|** B

Seja x o total de laranjas:

Na primeira viagem, temos $\frac{6x}{15}, \frac{5x}{15}$ e $\frac{4x}{15}$ (José, Carlos e Paulo).

Na segunda viagem, temos $\frac{4x}{10} = \frac{6x}{15}, \frac{4x}{10} = \frac{6x}{15}$ e $\frac{2x}{10} = \frac{3x}{15}$ (José, Carlos e Paulo).

Carlos foi o único que transportou mais laranjas.

$$\frac{6x}{15} - \frac{5x}{15} = 50 \Rightarrow x = 750$$

Portanto, na segunda viagem, José transportou 300 laranjas, Carlos transportou 300 laranjas e Paulo transportou 150 laranjas.

**07|** D

Sejam $h_i$ e $r_i$, respectivamente, a altura no desenho e a altura real da árvore i.

Logo, como $\frac{h_i}{r_i} = E,$ em que E é a escala adotada, vem

$$\frac{9}{r_I} = \frac{1}{100} \Leftrightarrow r_I = 900 \text{ u.c.},$$

$$\frac{9}{r_{II}} = \frac{2}{100} \Leftrightarrow r_{II} = 450 \text{ u.c.},$$

$$\frac{6}{r_{III}} = \frac{2}{300} \Leftrightarrow r_{III} = 900 \text{ u.c.},$$

$$\frac{4{,}5}{r_{IV}} = \frac{1}{300} \Leftrightarrow r_{IV} = 1350 \text{ u.c.}$$

e

$$\frac{4{,}5}{r_{IV}} = \frac{2}{300} \Leftrightarrow r_{IV} = 675 \text{ u.c.}$$

Portanto, a árvore IV tem a maior altura real.

**08|** A
De acordo com as informações, segue que

$$S = k \cdot \frac{b \cdot d^2}{x^2}.$$

**09|** B

Se a encomenda de milho no centro consumidor é de 1800kg, e a carga máxima a ser transportada pelo caminhão é de 3400kg, então a quantidade de soja a ser transportada é igual a 3400 − 1800 = 1600kg.

Desse modo, o registro do silo 1 deve ser fechado $\frac{1800}{120} = 15$ minutos após ter sido aberto, ou seja, às 12h15min, e o registro do silo 2 deve ser fechado $\frac{1600}{80} = 20$ minutos após ter sido aberto, isto é, às 12h25min.

**10|** C

| Bebida | Volume (mL) | Quantidade média de cafeína (mg) | Razão entre cafeína(mg) e volume(mL) |
|---|---|---|---|
| Café expresso | 80,0 | 120 | 120/80 = 1,5 |
| Café filtrado | 50,0 | 35 | 35/50 = 0,7 |
| Chá preto | 180,0 | 45 | 45/180 = 0,25 |
| Refrigerante de cola | 250,0 | 80 | 80/250 = 0,32 |
| Chocolate quente | 60,0 | 25 | 25/60 = 0,42 |

Conclui-se que o menor teor de cafeína por unidade de volume está presente no chá Preto.

**11|** A

x é massa corporal do menino (filho)

$$x = 30 \cdot \frac{2}{5} = 12 \text{ kg}$$

**12|** C

Preço por kg da noz em cada supermercado:

- No supermercado A: R$24,00.

- No supermercado B: R$3,00 . 4 = R$12,00.

- No supermercado C: R$1,50 . 10 = R$15,00.

A sequência dos supermercados, de acordo com a ordem crescente do valor da noz, é B, C e A.

**13|** B

Observando que não é possível utilizar toda a tinta branca, de modo que a proporção dada seja satisfeita, segue-se que serão utilizados $\frac{35}{5} \cdot 3 = 21$ litros de tinta branca. Portanto, sobrarão 30 − 21 = 9 litros de tinta branca.

**14|** D

Considerando a data da compra como data focal, segue que o valor atual dos pagamentos é de:

- $30000 + \frac{26000}{1,1} \cong \text{R\$ } 53.636,36$ na opção 2;
- $20000 + \frac{20000}{1,1} + \frac{18000}{1,1^2} \cong \text{R\$ } 53.057,85$ na opção 3;
- $15000 + \frac{39000}{1,1^2} \cong \text{R\$ } 47.231,40$ na opção 4;
- $\frac{60000}{1,1^2} \cong \text{R\$ } 49.586,78$ na opção 5.

Portanto, a opção 4 é a que implica em menor custo para Arthur.

**15|** C

Volume de um cubo de aresta a : $V_1 = a^3$

Medida da aresta do cubo depois da contração: a.(1 – 0,20)a = 0,8.a

Volume do cubo depois da contração: $V_2 = (0{,}8a)^3 = 0{,}512.a^3$

Diferença entre os volumes: $a^3 - 0{,}512.a^3 = 0{,}488.a^3 = 48{,}8\%$ de $a^3$

**16|** C

O resultado pedido é dado por

100 . 0,9 . 0,9 . 1,1 . 1,1 = R$ 98,01.

**17|** D

$$22{,}9 = \frac{10{,}9}{100} \cdot x \Leftrightarrow 10{,}9x = 2290 \Leftrightarrow x = 210{,}09.$$

**18|** D

**Gabarito Oficial:** [E]

**Gabarito SuperPro®:** [D]

Sabendo que a pesquisa ouviu 1165 pessoas, segue que o resultado pedido é

0,59 . 1165 ≅ 687.

**Observação:** *o enunciado pede o número de pessoas que respondeu "diminuindo", então a resposta correta é 687.*

*Para que a alternativa correta fosse a letra [E], o enunciado deveria pedir "o número de pessoas que respondeu igual ou diminuindo".*

**19|** A

P = 0,15 . 0,37 = aproximadamente 6%.

**20|** D

Taxa de glicose após a primeira etapa: 300(1 − 0,3) = 210 mg/dL.

Taxa de glicose após a segunda etapa: 210(1 − 0,1) = 189 mg/dL.

Portanto, o paciente verificou que estava na categoria de diabetes melito.

**21|** D

Para atingir o objetivo desejado, a pessoa terá que pedalar o suficiente para que sejam bombeados mais 50 litros para o reservatório. Como $\frac{50}{500} = 10\%$, ela terá que aumentar em 10% o seu tempo diário de exercício na bicicleta, ou seja, aumentar em 0,1 . 60min = 6min.

**22|** E

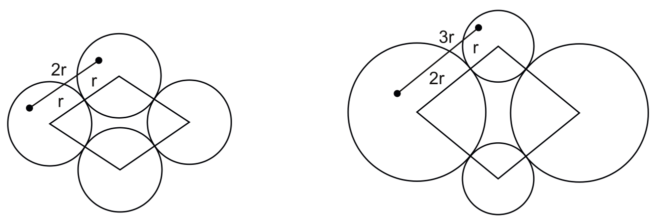



Figura 1 Figura 2

Perímetro do losango 1: $P_1$ = 4 . (2r) = 8 . r.

Perímetro do losango 2: $P_2$ = 4 . (3r) = 12r.

Aumento do perímetro em porcentagem: $\frac{12r - 8r}{8r} = 0{,}5 = 50\%$.

**23|** C

$$\frac{S}{b.d^2} = k \Leftrightarrow S = k.b.d^2$$

**24|** B

$$\frac{20.10^6}{800.10^3} = \frac{200.10^5}{8.10^5} = 25$$

**25|** D

$$\frac{8}{32} = \frac{x}{28} \Leftrightarrow x = 7$$

Número de homens internados será 28000 + 7000 = 35000.

**26|** C

28 : 250 = 0,112 m = 11,2 cm

12 : 250 = 9,048 m = 4,8 cm.

**27|** E

Carne –------- 30 . 250 g = 7500 g = 7,5 kg;

Arroz----------30: 4 = 7,5 copos ;

Farofa –-------- 4 . 30 = 120 colheres de sopa;

Vinho –--------- 30: 6 = 5 garrafas;

Cerveja-------- 30: 2 = 15 garrafas;

Espumante-----30: 3 = 10 garrafas.

Portanto, a resposta [E] é a correta.

**28|** D

$$\frac{4{,}8\ \text{kW}}{\text{h}} = \frac{4{,}8\ \text{kW}}{60\ \text{min}} = \frac{0{,}08\ \text{kw}}{\text{min}}$$

Em um dia: 0,8 kW . 2 = 1,6 kW.

Em 7 dias: 7 . 1,6 = 11,2 kW.

**29|** B

Para gastar 200 calorias:

Enquanto fala no telefone precisará de mais 20 minutos;

No supermercado precisará de mais 30 minutos;

Para tirar o pó, precisará de mais 10 minutos;

Portanto, a pessoa precisará de mais 60 minutos.

**30|** B

IMC do Duílio $= \dfrac{96{,}4}{(1{,}88)^2} \simeq 27{,}3$

IMC de Sandra $= \dfrac{84}{(1{,}7)^2} = \dfrac{84}{2{,}89} = 29{,}1$

E ambos estão com sobrepeso.

**31|** E

$$\frac{8\text{cm}}{2000\text{km}} = \frac{8\text{cm}}{200\ 0000\ 000\ \text{cm}} = \frac{1}{25\ 000\ 000}$$

**32|** D

Ganho na poupança: $\dfrac{0{,}560}{100} \cdot 500 = 2{,}80$

Ganho no CDB: $\dfrac{0{,}876}{100} \cdot 500 - \dfrac{4}{100} \cdot \dfrac{0{,}876}{100} \cdot 500 \simeq 4{,}21$

Portanto, resposta [D].

**33|** C

V = valor aplicado.

Rentabilidade anual de valor V aplicado no investimento:

A: $V(1{,}03)^{12} = 1{,}426V$

B: V.(1,36) = 1,36.V

C: $V.(1{,}18)^2 = 1{,}392V$

A rentabilidade de A é maior.

**34|** C

Montante: x

Após o primeiro mês: x – 0,3x = 0,7x

Após o 2º mês: 0,7x + 0,2 . 0,3x = 076x

$0{,}76x = 3800$

$x = 5000$

**35|** C

De acordo com o texto, a área alagada pelas enchentes pode chegar a um valor aproximado de $\dfrac{2}{3} \cdot 210000 = 140.000\,\text{km}^2$.

**36|** E

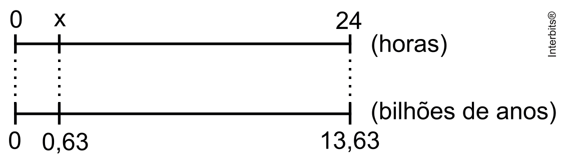
10L(óleo) –---------$10^7$L (litros de água)

$10^3$ L –--------------x L (litros de água)

$10x = 10^{10}$ Û $x = 10^9$ L

**37|** A

Considere a figura abaixo, em que x denota o horário em que ocorreu a explosão da estrela GRB 090423.




Como os segmentos são proporcionais, temos que $\dfrac{x}{24} = \dfrac{0{,}63}{13{,}63} \Rightarrow x \cong 1{,}11\text{h}.$

**38|** C

Sejam c e $\ell$, respectivamente, o comprimento e a largura da piscina na escala dada.

Como 50m = 5000cm e 25m = 2500 cm, temos que $\frac{1}{100}=\frac{c}{5000} \Leftrightarrow c=50\text{cm}$ $\frac{1}{100}=\frac{\ell}{2500} \Leftrightarrow \ell=25\text{cm}.$

**39|** E

$$\frac{42\text{ m}}{21\text{ cm}}=\frac{4200\text{ cm}}{2{,}1\text{ cm}}=2000$$

**40|** A

Se a massa m de banha é diretamente proporcional ao o volume v de biodiesel, então m = k . v, em que k é a constante de proporcionalidade. Assim, $14\cdot10^6=k\cdot112\cdot10^6 \Leftrightarrow k=\frac{14}{112} \Leftrightarrow k=\frac{1}{8}.$

Portanto, para produzir 48 milhões de litros de biodiesel serão necessários $m'=\frac{1}{8}\cdot48\cdot10^6=6$ milhões de quilogramas de banha.

**41|** C

A constante e dobrando $\ell$ temos r dobrado ($\ell$ e R (diretamente proporcionais).

$\ell$ constante e dobrando A temos R dividido por 2 ( inversamente proporcionais).

R constante e dobrando $\ell$ temos A dobrado ( diretamente proporcionais).

**42|** E

Após a troca das lâmpadas o consumo passará a ser de (100 − 20)% . 63 = 0,8 . 63 ≅ 50 kWh.

**43|** D

$$26.x=\frac{4}{100}.260.400$$
$$26x=4160$$
$$x=160$$

$$26.x=\frac{4}{100}.260.400$$
$$26x=4160$$

**44|** B

40%foram curados e 60% se submeteram a tratamentos inovadores.

Pacientes curados em tratamentos inovadores: $\frac{35}{100}.\frac{30}{100}+\frac{45}{100}.\frac{30}{100}=24\%$

**45|** C

$\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$ (duas partes num total de cinco)

Portanto, a representação **C** é conveniente.

**46|** C

Se x era o valor da bolsa em 2009, então1,2 . x = 360 ⇔ x = R$ 300,00.

Com o aumento de 48% no número de bolsas ofertadas, o número de bolsas em 2010 passou a ser de 1,48 . 29000 = 42920. Tal aumento elevou o montante investido para 360 . 42920 = R$ 15.451.200,00.

Com esses recursos, seria possível oferecer $\frac{15451200}{300}=51504$ bolsas de R$ 300,00.

Portanto, mantendo o valor da bolsa em R$ 300,00, seria possível oferecer em 2010 51504 − 29000 = 22.504 bolsas a mais do quem em 2009.

**47|** D

$$\frac{56}{100}.14900=8344$$

**48|** A

$$\frac{9{,}8}{100}.250000=24500$$

**49|** C

Variação do lucro = $\frac{145-132}{132}=\frac{13}{132}\approx 9{,}85\%$

**50|** C

Sejam c, b e a, respectivamente, a concentração de $CO_2$, a quantidade de biomassa produzida e a área cultivada. Supondo que c e b são proporcionais e que a é inversamente proporcional a c, vem que $c=k\cdot\frac{b}{a} \Leftrightarrow k=\frac{ac}{b}.$

Dobrando a quantidade de $CO_2$ teríamos, de acordo com o enunciado, $2c=k\cdot\frac{1{,}4b}{a'} \Leftrightarrow 2c=\frac{ac}{b}\cdot\frac{1{,}4b}{a'} \Leftrightarrow a=\frac{10}{7}\cdot a'.$

Para dobrar a produção da biomassa da cana-de-açúcar, a porcentagem da área cultivada hoje deveria ser tal que

$$2c=k\cdot\frac{2b}{a''} \Leftrightarrow 2c=\frac{ac}{b}\cdot\frac{2b}{a''} \Rightarrow a''=\frac{10}{7}\cdot a' \cong 142{,}86\%\cdot a'.$$

**51|** C

Em 2006, produção do Brasil = 43% de 40 = 17,2 bilhões de litros.

Produção dos EUA = 45% de 40 = 18 bilhões de litros

Em 2009, os EUA produzirá 9 bilhões de litros (metade da produção de 2006).O Brasil terá que produzir 9 bilhões de Litros a mais.

Em porcentagem, temos $\frac{9}{17{,}2} = 52{,}3\%$

**52|** A

$$x.\frac{500}{250} + y.\frac{560}{200} = 462 \Leftrightarrow 2x + 2{,}8y = 462$$

**53|** B

Volume de combustível para 16 voltas

75L —----------100km

V —-------------16.7        V = 84 L

0,75.84 = 63kg( massa do combustível)

Massa(peso) do carro = 605 + 63 = 668 kg

**54|** D

O caminho do ônibus está destacado ao lado:

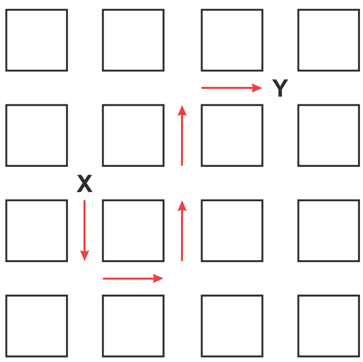
5.200 = 1 km

1 h ——— 40 km

x ——— 1 km

Logo,

x = 0,025 horas = 1,5 minutos




**55|** B

V = 2.15.1,1 = 33m$^3$ = 33000 L logo 33000 dividido por 110 = 300m$^2$

**56|** E

Se existisse uma proporcionalidade direta o gráfico seria uma única reta e se existisse, embora absurda, uma proporcionalidade inversa o gráfico seria uma hipérbole.

**57|** D

8 compassos cuja fórmula é 3/4 = $8.\frac{3}{4} = 6$

24 colcheias e 12 semínimas = $24 \cdot \frac{1}{8} + 12 \cdot \frac{1}{4} = 6$

**58|** A

| Alunos | dias | horas | Alimento(kg) |
|---|---|---|---|
| 20 | 10 | 3 | 120g |
| 50 | 20 | 4 | x |

$$\frac{120}{20.10.3} = \frac{x}{50.20.4} \Leftrightarrow x = 800kg$$

Total arrecadado = 800 + 120 = 920kg

**59|** A

Em abril de 2001 . 321,9 milhões de passageiros e x é o número de veículos. $\frac{321{,}9}{x} = 400 \Leftrightarrow x \approx 0{,}8$

Em outubro de 2008. P = número de passageiros. $\frac{P}{08} = 441 \Leftrightarrow P \approx 353$

Valor mais próximo do resultado obtido se encontra no item A

**60|** C

Taxa de variação: $\frac{200-120}{1200-600} = \frac{80}{600} = \frac{2}{15}$.

Para cada um real de aumento nas vendas o salário semanal deverá aumentar 2/15.

Como o aumento nas vendas foi de 990 – 600 = 390.

O salário semanal deverá ser $120 + \frac{2}{15} \cdot 390 = 172$ reais.

**61|** D

4% —-----------925 bilhões

3%--------------x

Logo x = $\frac{3.925\,bilhões}{4}$ $\Leftrightarrow$ x = 693,75 bilhões.

**62|** A

5 ciclos de Vênus________________8 anos terrestres

x ciclos de Vênus________________48 anos terrestres

logo 8x = 48.5 ⇔ x = 30

**63|** B

200 pneus( 1 tonelada) —---------------530kg

20.000.000 pneus-------------------------x

x = 53.000.000 kg

x = 53.000 toneladas

**64|** D

No desenho:

x = comprimento do avião.

y = largura do avião.

$$\frac{x}{36} = \frac{y}{28{,}5} = \frac{1}{150} \Leftrightarrow x = 0{,}24m = 24cm \text{ e } y = 0{,}19\text{m} = 19\text{cm}$$

19 + 1 + 1 = 21 e 24 + 1 + 1 = 26

**65|** A

$C(x) = 2x + 7$

$V(x) -2x^2 + 229,76x - 441,84.$

$L(x) = -2x^2 + 229,76x - 441,84. - 0,88(2x + 7)$

$L(x) = -2x^2 + 228x - 448,00$

**66|** E]

Considerando o gráfico, temos:

Total de alunos = 4 + 10 + 18 + 16 + 2 = 50

Alunos aprovados = 18 + 16 + 2 = 36

Logo a porcentagem de aprovados será $\frac{26}{50} = \frac{72}{100} = 72\%$

**67|** D

Em julho de 2007: 4974 $km^2$

Em julho de 2010: 1,64 . 4974 = 8157 $km^2$

Mato grosso: 56% de 8157 $\approx 4568km^2$

Superior a 3000 e inferior a 4700 $km^2$

**68|** E

Dívida total 12x 150 + 400 = 2200

Dívida com desconto 1500 + 300 = 1800

A melhor opção é pegar o dinheiro com José para a quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial

300x 1,25 + 1800 = 2.175,00

**69|** B

4754.1,09 =5.181 $km^2$

**70|** D

$23\,020\,000.\left(1+\frac{4}{100}\right)=23\,940\,800$