Resolução – Treinamento ENEM
S01.L2 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 01 ==

Sistema de Numeração Decimal

O objetivo deste item é avaliar o seu conhecimento a respeito de Sistemas de Numeração, mais especificamente, do Sistema de Numeração Decimal.

A questão pede que nós escolhamos qual das alternativas é mais próxima de 4mm.

E, a forma como vamos realizar essa análise, é a partir da análise das “casas decimais”.

Para ficar didático, vou mostrar a distância (por isso, vou colocar um módulo, para deixar claro que tanto faz se temos diâmetros menores ou maiores) de cada alternativa aos 4mm desejados, e, então, escolheremos a alternativa cujo resultado é o menor valor.

a) |3,099-4| = 0,991
b) |3,970-4| = 0,030
c) |4,025-4| = 0,025
d) |4,080-4| = 0,080
e) |4,100-4| = 0,100

Pronto, achamos nossa resposta!

A letra C é a alternativa cujo valor do diâmetro da pérola é o mais próximo da pérola original.

Resposta: Letra C

Observação: perceba que você não precisaria calcular o valor das alternativas d e e, pois, no momento que você calcula a letra c, já podemos afirmar que ela é a mais próxima de 4, visto que os valores de d e e são maiores que o valor de c.

O mesmo se aplicaria a não calcular a letra a e ir direto para a letra b.

Assim vocês conseguem ganhar tempo na prova para questões mais difíceis.

Item 02 ==

Análise Combinatória

O tema das senhas é bastante recorrente em provas do Enem quando são abordados assuntos introdutórios de Análise Combinatória, como o Princípio Fundamental da Contagem.

Bom, antes de começarmos, vamos entender do que pode ser composta nossa senha.

i) Entendendo a composição da senha

Pelo enunciado, temos que a senha será no seguinte formato: _ _ _ _ .

Além disso, ele especifica que 2 caracteres/dígitos serão algarismos e os outros 2 serão letras.

Podemos começar pelos algarismos, eles são 10. (de 0 a 9). Já as letras, são 26, mas o enunciado diz que podem ser maiúsculas ou minúsculas, e, o resultado será diferente.

Então, temos 52 opções de letras, 26 minúsculas e 26 maiúsculas.

ii) Quantidade de senhas possíveis

Sabemos que os algarismos e letras podem estar em qualquer posição, ou seja:

12ab será uma senha diferente de 1a2b, por exemplo.

Sendo assim, além de termos 4 espaços, 2 em que haverá 52 possibilidades de letras em cada e outros 2 em que haverá 10 possibilidades de algarismos em cada, temos as permutações de ordem.

Ou seja, podemos escrever como:

$$\text{Senha} = \underline{10^2} \cdot \underline{10^2} \cdot \underline{52^2} \cdot \underline{52^2} \cdot P$$

Em que P são as Permutações.

iii) Calculando as permutações simples

iii-a) Permutações das casas

Permutação entre _ _ _ _, ou seja, entre os possíveis espaços de caracteres.

Um exemplo é o fornecido anteriormente, 12ab é diferente de 1a2b, ou de ab12.

$$P = 4!$$

iii-b) Permutação entre cada grupo de caracteres

Bom, olhe o que pode acontecer: 1 1 a a.

Se considerarmos só a Permutação em iii-a, consideraremos a troca entre a primeira e segunda casa, e entre a terceira e quarta, que retornarão como resultado a mesma senha.

Então, temos de dividir o resultado de iii-a pelas permutações internas de cada grupo, que serão:

$$P_{\text{algarismos}} = 2! \text{ e } P_{\text{letras}} = 2!$$

iv) Resultado Final

$$\text{Quantidade} = \underline{10^2} \cdot \underline{10^2} \cdot \underline{52^2} \cdot \underline{52^2} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$$

Resposta: Letra E

Item 03 ==

Análise Combinatória

Há 3 escolhas para a cor da pedra que ficará no vértice A. Além disso, podem ocorrer dois casos em relação às pedras que ficarão nos vértices B e D:

1. As cores das pedras em B e D são iguais;
2. As cores das pedras em B e D são distintas.

Portanto, as configurações possíveis são:

1. 3 opções para a pedra A, 2 opções para a pedra C e 1 opção restante para as pedras B e D, ou seja, 3 • 2 • 1 • 1 = 6 possibilidades.
2. 3 opções para a pedra A, 2 opções para a pedra B, 1 opção para a pedra C e 1 opção para a pedra D, ou seja, 3 • 2 • 1 • 1 = 6 possibilidades.

O total será, portanto, 6 + 6 = 12 possibilidades.

Resposta: Letra B

Item 04 ==

Razão e Porcentagem

Preço inicial: 100

Preço final: 93

Portanto, como o preço abaixou, o poder aquisitivo do consumidor aumentou.

Sendo assim, já sabemos que a resposta será letra a, b ou c.

Com os mesmos 100 reais, quantas arrobas o consumidor consegue comprar agora? Lembrando que agora custam apenas 93 reais por arroba.

$$\text{Quantidade arrobas} = \frac{100}{93}$$
$$\text{Quantidade arrobas} = 1{,}075$$

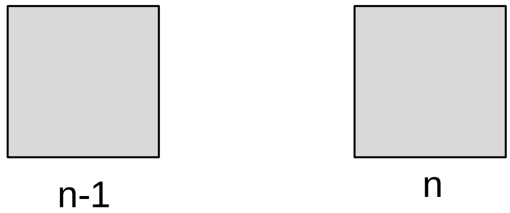
Ou seja, o poder aquisitivo aumentou em 7,5%.

Resposta: Letra C

Item 05 ==

Geometria

i) Representando os quadrados



ii) Calculando suas áreas

ii-a) Área quadrado n – 1

$$A_{n-1} = (n-1)^2$$
$$A_{n-1} = (n^2 - 2n + 1)$$

ii-b) Área quadrado n

$$A_n = n^2$$

iii) Calculando a diferença

$$\text{Diferença} = A_n - A_{n-1}$$
$$\text{Diferença} = n^2 - (n^2 - 2n + 1)$$
$$\text{Diferença} = n^2 - n^2 + 2n - 1$$
$$\text{Diferença} = 2n - 1$$

Resposta: Letra A

Item 06 ==

Primeiro, vamos calcular o número de possibilidades de cada opção, obtendo:

- Opção I:

$$\textit{opção I} = 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \ \textit{possibilidades}$$
$$\textit{opção I} = 2.600.000 \ \textit{possibilidades}$$

- Opção II:

$$\textit{opção II} = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \ \textit{possibilidades}$$
$$\textit{opção II} = 1.000.000 \ \textit{possibilidades}$$

- Opção III:

$$\textit{opção III} = 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \ \textit{possibilidades}$$
$$\textit{opção III} = (25+1)^2 \cdot 10.000 \ \textit{possibilidades}$$
$$\textit{opção III} = (625 + 50 + 1) \cdot 10.000 \ \textit{possibilidades}$$
$$\textit{opção III} = 6.676.000 \ \textit{possibilidades}$$

- Opção IV:

$$\text{opção } IV = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } IV = 100.000 \text{ possibilidades}$$

- Opção V:

$$\text{opção } V = 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V = (25+1)^2 \cdot 26 \cdot 100 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V = (625+50+1) \cdot 26 \cdot 100 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V = 676 \cdot 26 \cdot 100 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V = 17.576 \cdot 100 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V = 1.756.000 \text{ possibilidades}$$

Como o número esperado de clientes igual a 1 milhão, o formato que resulta num número de senhas distintas que é superior a 1 milhão, mas não superior a 2 milhões, é o formato dado na opção V.

Resposta: Letra E.

Resolvendo de outra forma:

Uma outra forma de resolvermos seria calculando o número de possibilidades com algumas aproximações já que temos um bom intervalo para termos segurança além de utilizarmos notação cientifica para não fazermos tantas contas, obtendo assim:

- Opção I:

$$\text{opção } I = 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } I = 2,6 \cdot 10^6 \text{ possibilidades}$$

- Opção II:

$$\text{opção } II = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } II = 10^6 \text{ possibilidades}$$

- Opção III:

$$\text{opção } III = 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } III \cong (25)^2 \cdot 10^4 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } III \cong 625 \cdot 10^4 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } III \cong 6,25 \cdot 10^4 \text{ possibilidades}$$

- Opção IV:

$$\text{opção } IV = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } IV = 10^5 \text{ possibilidades}$$

- Opção V:

$$\text{opção } V = 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V = 26^2 \cdot 26 \cdot 100 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V \cong (25+1)^2 \cdot \frac{100}{4} \cdot 100 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V \cong (625+50+1) \cdot \frac{1}{4} \cdot 10^4 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V \cong \frac{676}{4} \cdot 10^4 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V \cong \frac{338}{2} \cdot 10^4 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V \cong 169 \cdot 10^4 \text{ possibilidades}$$
$$\text{opção } V \cong 1,69 \cdot 10^6 \text{ possibilidades}$$

Portanto, a opção que se adequa às condições da empresa é a opção V.

Resposta: Letra E.

Item 07 ==

Em virtude do processo de torrefação que são perdidos 10 kg de café por saca teremos apenas 50 kg de café para ser vendido em embalagens de 1 kg. Assim, serão vendidas 50 unidades.

Primeiro para que o lucro seja de 200%, ou seja, o valor total das vendas é 300% maior que o valor da compra da saca de café especial. Vamos calcular qual deve ser o valor total obtido com as vendas das embalagens de 1kg, obtendo:

$$\frac{\text{valor total}}{300\%} = \frac{400}{100\%}$$
$$\text{valor total} = 400 \cdot \frac{300\%}{100\%}$$
$$\text{valor total} = 400 \cdot 3$$
$$\text{valor total} = 1.200 \text{ reais}$$

Por fim, sabendo que o valor total arrecadado com as vendas deve ser de R$ 1.200,00 e que serão vendidas 50 unidades, temos que o valor por unidade é:

$$\text{Valor por unidade} = \frac{\text{total arrecadado}}{\text{total de unidades}}$$
$$\text{Valor por unidade} = \frac{1.200}{50}$$
$$\text{Valor por unidade} = \frac{120}{5} \cdot \frac{2}{2}$$
$$\text{Valor por unidade} = \frac{240}{10}$$
$$\text{Valor por unidade} = 24 \text{ reais}$$

Resposta: Letra B.

Item 08 ==

Para resolvermos essa questão devemos primeiramente sabermos como calcular a quantidade de divisores de um número como por exemplo para o número 18 que é:

$$18 = 2^1 \cdot 3^2$$
$$n^o\ de\ divisores = (1+1)\cdot(2+1)$$
$$n^o\ de\ divisores = 2\cdot 3$$
$$n^o\ de\ divisores = 6$$

Dessa forma, o número N que pode ser escrito na forma $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$ tem como seus divisores:

$$N = 2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$$
$$n^o\ de\ divisores\ de\ N = (x+1)\cdot(y+1)\cdot(z+1)$$

No entanto, não temos essa resposta, isso ocorre pois no enunciado ele pergunta o número de divisores diferente de N, por isso uma devemos subtrair 1 do resultado obtido acima. Assim, o número de divisores de N, diferentes de N, é:

$$n^o\ de\ divisores\ de\ N \neq de\ N = (x+1)\cdot(y+1)\cdot(z+1)-1$$

Resposta: Letra E.

Observação 1: Talvez você tenha ficado um pouco confuso de porque o termo $(z+1)$ continua aparecendo na resposta uma vez que o texto fala que N não é múltiplo de 7. Isso ocorre pois como z vale 0 esse termo aparecer ou não pouco importa, pois $(z+1)$ vale 1 sempre e, portanto, não altera a resposta.

Observação 2: Para evitarmos de marcar as questões de forma errada, como deve ter acontecido com várias pessoas porque não notaram que era para excluir o número N, sugiro que comecem a leitura pelo enunciado e não pelo texto da questão.

Item 09 ==

Nessa questão devemos está bem atentos ao enunciado, prestando bastante atenção que ele pergunta quais seriam os assuntos mais comentados em **ORDEM CRESCENTE.** Ao observar a imagem percebemos:

Na imagem acima, destacamos os 3 assuntos mais comentados sendo o terceiro mais comentado a palavra MÚSICA, depois o segundo mais comentado a palavra BALADAS e o primeiro mais comentado a palavra AMOR.

Resposta: Letra C.

Observação: Novamente recomendo começarem a leitura pelo enunciado da questão é uma forma de minimizar o erro de não colocar em **ordem crescente.**

Item 10 ==

Nessa questão como o caminhão tem capacidade para carregar 60 sacos de cimento, ou 90 sacos de cal, ou 120 latas de areia. Vamos calcular quanto da capacidade do caminhão foi utilizada após o pedido de entrega de 15 sacos de cimento e 30 sacos de cal, obtendo:

- Capacidade do caminhão utilizada (x) com 15 sacos de cimento:

$$\frac{60\ sacos\ de\ cimento}{100\%} = \frac{15\ sacos\ de\ cimento}{x}$$
$$x = \frac{15}{60}\cdot 100\% \rightarrow x = \frac{100}{4}\%$$
$$x = 25\%$$

- Capacidade do caminhão utilizada (y) com 30 sacos de cal:

$$\frac{90\ sacos\ de\ cal}{100\%} = \frac{30\ sacos\ de\ cal}{y}$$
$$y = \frac{30}{90}\cdot 100\% \rightarrow y = \frac{100}{3}\%$$
$$y = 33,33\%$$

Como queremos a quantidade máxima de latas de tinta que podem ser enviadas, devemos atingir a capacidade máxima de 100%. Dessa forma, devemos calcular quanto falta para encher o caminhão que é de:

$$capacidade\ rest. = capacidade\ total - capacidade\ utilizada$$
$$capacidade\ rest. = 100\% - x - y$$
$$capacidade\ rest. = 100\% - 25\% - 33,33\%$$
$$capacidade\ rest. = 100\% - 58,33\% = 41,66\%$$

Assim, como ainda faltam 41,66% do caminhão para que esse tenha sua capacidade máxima atingida, temos essa capacidade representa a quantidade de latas de tinta (z) que é:

$$\frac{120\ latas\ de\ tinta}{100\%} = \frac{z\ latas\ de\ tinta}{41,66\%}$$
$$z = \frac{41,66\%}{100\%}\cdot 120$$
$$z = 4,166\cdot 12 = 50\ latas\ de\ tinta$$

Resolução – Treinamento ENEM
S01.L2 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Resposta: Letra C.

Resolvendo de outra forma:

Uma outra forma de resolvermos que facilitaria os cálculos seria utilizarmos frações e não porcentagem. Dessa forma, calculando a capacidade utilizada do total com os 15 sacos de cimento e com os 30 sacos de cal temos:

- 15 sacos de cimento:

$$\frac{60\ sacos\ de\ cimento}{1 caminhão\, cheio} = \frac{15\ sacos\ de\ cimento}{x}$$

$$x = \frac{15}{60} \rightarrow x = \frac{1}{4} do\, caminhão\, cheio$$

- 30 sacos de cal:

$$\frac{90\ sacos\ de\ cal}{1\ caminhão\, cheio} = \frac{30\ sacos\ de\ cal}{y}$$

$$y = \frac{30}{90} \rightarrow y = \frac{1}{3} do\, caminhão\, cheio$$

Assim, como queremos a capacidade máxima de latas devemos usar a capacidade total restante do caminhão que é:

$$capacidade\ rest. = capacidade\ total - capacidade\ utilizada$$

$$capacidade\ rest. = 1 - x - y \rightarrow capacidade\ rest. = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$$

$$capacidade\ rest. = \frac{12}{12} - \frac{3}{12} - \frac{4}{12} \rightarrow capacidade\ rest. = \frac{12}{12} - \frac{7}{12}$$

$$capacidade\ rest. = \frac{5}{12}$$

Por fim, como queremos a quantidade de latas de tinta, temos que essa é de:

$$\frac{120\, latas\, de\, tinta}{1} = \frac{z\, latas\, de\, tinta}{\frac{5}{12}}$$

$$z = \frac{5}{12} \cdot 120 \rightarrow z = 50\, latas\, de\, tinta$$

Resposta: Letra C.

Item 11 =======================================

A gente sabe que João vai realizar reparos em todos os andares cujo número é ímpar. Com isso, se Pedro estiver fazendo um reparo em andar ímpar, necessariamente esse foi um andar que os dois trabalharam. Por exemplo, Pedro realizou os reparos no 4º andar sozinho, já que 4 é um número par, mas tanto João quanto Pedro trabalharam no 7º andar.

A questão nos diz o número de andares em que os dois trabalharam juntos: 20, e a gente pode ver esse número como todos os andares de número ímpar que Pedro fez reparos (1, 7, 13, ...), já que, com certeza, em todos os andares ímpares que Pedro fez reparo, João também fez.

Com isso, os andares ímpares que Pedro limpou foram: 1º, 7º, 13º, 19º... Reparou que a gente vai sempre somar 6 a cada andar?

Agora vem a parte mais cuidadosa. A gente pode escrever os andares que eles se encontraram como se fossem múltiplos de 6 somados de uma unidade:

$$1 = 6 \times 0 + 1$$
$$7 = 6 \times 1 + 1$$
$$13 = 6 \times 2 + 1$$
$$19 = 6 \times 3 + 1$$
$$...$$

E vão ser 20 andares, e como a gente começou do 0, esse número que multiplica 6 varia de 0 até 19 (se ficou na dúvida, vai contando na mão quantos números tem desde o 0 até o 19, e você vai perceber que são exatamente 20). Ou seja, o último andar que eles vão se encontrar é da forma:

$$x = 6 \times 19 + 1$$
$$x = 114 + 1$$
$$x = 115$$

E ficamos com a **LETRA D**

Outro jeito de perceber que os trabalhadores se encontram de 6 em 6 andares é notar que João faz reparos de 2 em 2 andares, e Pedro faz de 3 em 3. Portanto, os encontros deles vão ser de acordo com o MMC de 2 e 3, que é 6.

Item 12 =======================================

São 4 dias de evento, e o que ocorre entre cada um deles é multiplicar o número de visitantes por 3. Com isso, o melhor jeito de resolver é montar uma tabelinha com os visitantes em cada dia:

Dia	Nº de visitantes
1º	345
2º	3x345
3º	3x3x345
4º	3x3x3x345

Com isso, nós vamos ter 3x3x3x345 visitantes, e a gente vai só juntar esses 3 em uma potência só, para encontrarmos $3^3 \times 345$. Ficamos com a **LETRA C**.

Item 13 =======================================

A luz que vai passar pela janela vai ter que atravessar duas camadas: o vidro e a película. Em cada uma delas, o vidro vai perder a porcentagem correspondente a cada um, até sobrar só a porcentagem P.

A questão pede para a gente considerar as porcentagens máximas e mínimas de cada um, que vão ocorrer, respectivamente, quando a gente considerar os valores máximos e mínimos de transparência tanto do vidro quanto da película.

Para o valor máximo de P, vamos considerar os valores máximos de transparência: 90% para o vidro e 70% para a película. Com isso, a transparência resultante vai ser o produto das duas porcentagens, já que a luz atravessa sequencialmente as duas camadas:

$$P_{MÁX} = 90\% \times 70\%$$
$$P_{MÁX} = 63\%$$

Com isso, ficamos na dúvida entre as opções A e B. Falta ainda a gente descobrir os valores mínimos. Nesse caso, vamos considerar 70% para o vidro e 50% para a película:

$$P_{MÍN} = 70\% \times 50\%$$
$$P_{MÍN} = 35\%$$

E ficamos com a **LETRA A**.

Item 14 =======================================

A primeira etapa para a gente calcular é calcular quantas pessoas passarão por cada catraca. A gente sabe quantas pessoas são, mas não quantas catracas.

Haverá 5 portões, e 4 catracas por portão, logo o total de catracas será:

$$5 \times 4 = 20 \text{ catracas}$$

Agora dá para descobrir quantas pessoas passarão em cada catraca:

$$\frac{45.000 \text{ pessoas}}{20 \text{ catracas}} = \frac{4.500}{2} = 2.250$$

Por fim, sabendo que cada pessoa demora 2 segundos pra passar pela catraca, o tempo total será:

$$2.250 \times 2 = 4.500\text{s}$$

Ai a gente olha para as alternativas e... opa! Não tem nenhuma alternativa em segundos, a gente precisa converter isso pra horas, lembrando que uma hora são 60 minutos, e um minuto são 60 segundos:

$$4.500\text{s} = \frac{4.500}{60}\text{m} = 75\text{m}$$
$$75\text{m} = \frac{75}{60}\text{h} = 1{,}25\text{h}$$

Ou seja, 4.500s são um pouco mais de uma hora, e nem precisamos calcular exatamente quanto isso dá, já que a única alternativa possível é a **LETRA B**.

Item 15 =======================================

O preço que uma pessoa gastaria caso optasse por não deixar o carro no aeroporto é de 80 reais. Ou seja, para que seja atrativo deixar o carro no estacionamento, o dinheiro que a pessoa vai gastar no processo tem que ser no máximo 80 reais. O usuário já vai gastar 10 reais no percurso até o aeroporto, então o gasto com estacionamento não pode superar os 70 reais.

Agora o principal cada usuário deixa o carro, em média, por 2 dias no estacionamento, logo o preço dessas duas diárias não pode ultrapassar 70 reais. Por regra de 3 fica bem direto: 70 reais em dois dias é a mesma coisa que 35 reais por dia, e essa é nossa resposta: **LETRA A**