CONJUNTOS NUMÉRICOS 1

Neste capítulo apresentaremos conjuntos cujos elementos são números, por isso denominamos conjuntos numéricos. Em cada um deles, os elementos têm alguma característica em comum.

Portanto, farão parte deste estudo sucinto os conjuntos dos números naturais, dos inteiros, dos racionais, dos irracionais e, por fim, o conjunto dos números reais.

O conjunto dos números naturais: $\mathbb{N}$

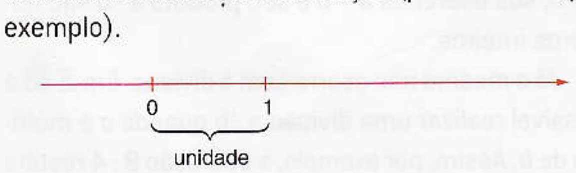
O surgimento do conjunto dos números naturais deveu-se à necessidade de se contarem os objetos.

Temos, então:

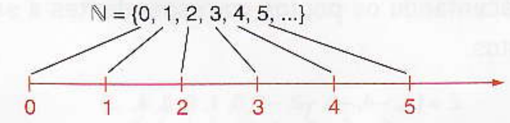
$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ..., n, ...\}$$

em que *n* representa um elemento genérico do conjunto.

Os conjuntos numéricos apresentados neste capítulo podem ser representados geometricamente por meio de pontos dispostos em uma reta, chamada reta numerada. Nela indicamos um ponto de origem (correspondente ao número zero), uma unidade de medida e uma orientação (para a direita, por exemplo).



Para representar os elementos do conjunto $\mathbb{N}$, marcamos sobre essa reta outros pontos, correspondentes aos números 2, 3, 4, etc., respeitando a unidade de medida:



O conjunto dos números naturais possui alguns subconjuntos importantes:

- conjunto dos números naturais não nulos:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, ..., n, ...\} \quad \text{ou} \quad \mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$$

- conjunto dos números naturais pares:

$$\mathbb{N}_p = \{0, 2, 4, 6, 8, ..., 2n, ...\}, \text{ em que } n \in \mathbb{N}$$

- conjunto dos números naturais ímpares:

$$\mathbb{N}_i = \{1, 3, 5, 7, 9, ..., 2n + 1, ...\}, \text{ em que } n \in \mathbb{N}$$

- conjunto dos números naturais primos:

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, ...\}$$

Operações em $\mathbb{N}$

No conjunto dos números naturais são definidas duas operações: a adição e a multiplicação. Quaisquer que sejam os naturais *a* e *b*, sua soma $a + b$ e seu produto $a \cdot b$ são números naturais.

Já o mesmo não ocorre com a subtração. Em $\mathbb{N}$ só é possível realizar a subtração $a - b$ quando $a \geqslant b$. Assim, por exemplo, a operação $7 - 3$ resulta em um número natural, mas não existe número natural *x* tal que $x = 3 - 7$. Para que seja sempre possível realizar subtrações, é necessário ampliar o conjunto $\mathbb{N}$, formando o conjunto dos números inteiros.

O conjunto dos números inteiros: $\mathbb{Z}$

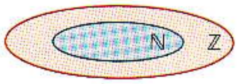
Esse conjunto é formado por todos os elementos de $\mathbb{N}$ e seus opostos (ou simétricos).

Assim, vejamos:

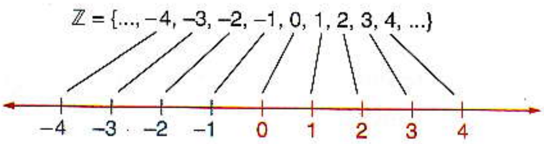
$$\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

Notamos, portanto, que $\mathbb{N}$ é um subconjunto de $\mathbb{Z}$:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$



Para representar geometricamente o conjunto $\mathbb{Z}$ na reta numerada, vamos utilizar os elementos de $\mathbb{N}$, acrescentando os pontos correspondentes a seus opostos.



O conjunto dos números inteiros também possui alguns subconjuntos notáveis:

- conjunto dos números inteiros não nulos:

  $\mathbb{Z}^* = \{..., -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, ...\}$ ou
  $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$

- conjunto dos números inteiros não negativos:

  $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$
  $\mathbb{Z}_+$ é o próprio conjunto dos números naturais:
  $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$

- conjunto dos números inteiros positivos:

  $$\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, ...\}$$

- conjunto dos números inteiros não positivos:

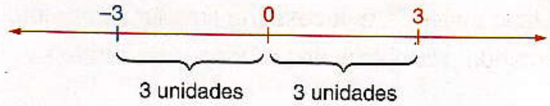
  $$\mathbb{Z}_- = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

- conjunto dos números inteiros negativos:

  $$\mathbb{Z}_-^* = \{..., -5, -4, -3, -2, -1\}$$

Módulo de um número inteiro

Vamos tomar como exemplo o número 3 e seu oposto –3.



Observamos que a distância entre 3 e 0 é 3 unidades.

Por outro lado, a distância entre –3 e 0 é também 3 unidades.

Dizemos, portanto, que o módulo (ou valor absoluto) de 3 é 3 (distância entre 3 e 0) e indicamos $|3| = 3$.

Pela mesma reflexão, temos que o módulo (ou valor absoluto) de –3 é 3 (distância entre –3 e 0) e indicamos $|-3| = 3$.

De um modo geral, chamamos módulo, ou valor absoluto, de um número inteiro *x* à distância entre a origem e o ponto que representa o número *x*.

exercícios

1. Determine $A \cap B$ e $A \cup B$, sendo $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 8\}$.

2. Descreva por meio de uma propriedade característica os conjuntos $C \cap D$ e $C \cup D$, sendo $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 11\}$ e $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 9\}$.

3. Calcule:

a) $7 + (-5 + 1) - 2 - (6 - 3)$
b) $(-3)(-4) - (-2)(-1)^2$
c) $7 + |-3 - 2| - |5 - 4|$
d) $|6 - |5 + 9|| - |2 - 7|$

Operações em $\mathbb{Z}$

No conjunto dos números inteiros são definidas três operações: a adição, a subtração e a multiplicação. Quaisquer que sejam os inteiros *a* e *b*, sua soma a + b, sua diferença a – b e seu produto a · b são números inteiros.

Já o mesmo não ocorre com a divisão. Em $\mathbb{Z}$ só é possível realizar uma divisão a : b quando *a* é múltiplo de *b*. Assim, por exemplo, a operação 8 : 4 resulta em um número inteiro, mas não existe número inteiro *x* tal que x = 4 : 8. Para que seja sempre possível realizar divisões, é necessário ampliar o conjunto $\mathbb{Z}$, formando o conjunto dos números racionais.

O conjunto dos números racionais: $\mathbb{Q}$

Definimos $\mathbb{Q}$ como o conjunto das frações $\frac{p}{q}$. Desse modo, um número é racional quando pode ser escrito como uma fração $\frac{p}{q}$, com p e q inteiros e $q \neq 0$.

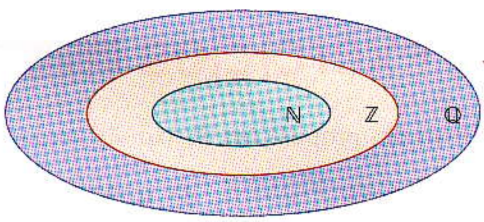
Então:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z} \text{ e } q \neq 0\right\}$$

ou seja,

$$\mathbb{Q} = \left\{0, \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \ldots, \pm 2, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{2}{5}, \ldots, \pm 3, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{3}{4}, \ldots\right\}$$

Quando $q = 1$, temos $\frac{p}{q} = \frac{p}{1} = p \in \mathbb{Z}$. Isso mostra que todo número inteiro é também número racional, ou seja, $\mathbb{Z}$ é subconjunto de $\mathbb{Q}$. Então, podemos construir o diagrama:



Também o conjunto $\mathbb{Q}$ apresenta alguns subconjuntos notáveis: $\mathbb{Q}^*$, $\mathbb{Q}_+$, $\mathbb{Q}^*_+$, $\mathbb{Q}_-$ e $\mathbb{Q}^*_-$.

Operações em $\mathbb{Q}$

No conjunto $\mathbb{Q}$ são definidas três operações:

- a adição: $\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{ps + rq}{qs}$
- a subtração: $\frac{p}{q} - \frac{r}{s} = \frac{ps - rq}{qs}$
- a multiplicação: $\frac{p}{q} \cdot \frac{r}{s} = \frac{pr}{qs}$

No conjunto $\mathbb{Q}^*$ é definida a operação de divisão:

$$\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \cdot \frac{s}{r} = \frac{ps}{qr}$$

para quaisquer $\frac{p}{q}, \frac{r}{s} \in \mathbb{Q}$ com $\frac{r}{s} \neq 0$.

Números racionais na forma decimal

Os elementos de $\mathbb{Q}$ apresentam-se normalmente como frações $\left(\frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{15}{9}, \text{etc.}\right)$; mas há outra forma de representar os números racionais, chamada forma decimal.

Vejamos as frações $\frac{3}{4}$, $\frac{27}{8}$ e $\frac{11}{40}$, representadas na forma decimal:

$$\frac{3}{4} = 0{,}75$$

$$\frac{27}{8} = 3{,}375$$

$$\frac{11}{40} = 0{,}275$$

Números como esses, que contêm na representação decimal mais simples um número finito de algarismos, são chamados decimais exatos.

Para passar, por exemplo, a fração $\frac{3}{4}$ para a forma decimal, basta dividir o numerador 3 pelo denominador 4:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 0{,}75 \\ 0 & \end{array}$$

resto zero — decimal exato

Podemos converter o decimal exato 0,75 em fração procedendo assim:

$$\underbrace{0{,}75}_{\substack{2 \\ \text{casas}}} = \frac{75}{\underbrace{100}_{\substack{2 \\ \text{zeros}}}} = \frac{3}{4}$$

Algumas vezes, no entanto, ao dividirmos o numerador pelo denominador de uma fração, não obtemos resto zero em nenhuma etapa da divisão. Nesses casos, o quociente da divisão apresenta uma repetição infinita de algarismos após a vírgula. Esse tipo de quociente é chamado dízima periódica.

A forma decimal da fração $\frac{11}{6}$, por exemplo, é uma dízima periódica. Vejamos:

$$\begin{array}{l|l} 11 & 6 \\ \cline{2-2} 50 & 1{,}8333\ldots \text{ — dízima periódica} \\ \;\;20 & \\ \;\;\;\;20 & \\ \;\;\;\;\;\;20 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;2 \text{ — resto não nulo (repetitivo)} & \end{array}$$

Notamos que o algarismo 3 se repete indefinidamente. Portanto, $\frac{11}{6} = 1{,}8333\ldots = 1{,}8\overline{3}$, que é uma dízima periódica, na qual o algarismo 3 é chamado período, que é representado por $\overline{3}$.

Vejamos este outro exemplo de dízima periódica:

$\frac{82}{15}$

$$\begin{array}{l|l} 82 & 15 \\ \cline{2-2} 70 & 5{,}4666\ldots \\ 100 & \\ \;\;100 & \\ \;\;\;\;100 & \\ \;\;\;\;\;\;10 & \end{array}$$

notação: $\frac{82}{15} = 5{,}4666\ldots = 5{,}4\overline{6}$

período: 6

Em cada caso, a fração que dá origem à dízima é chamada fração geratriz.

Inversamente, a partir de uma dízima periódica, é possível calcular a sua geratriz. Vamos verificar os exemplos a seguir.

exemplo 1

Seja a dízima periódica $0{,}777\ldots = 0{,}\overline{7}$.

Podemos fazer:

$$x = 0{,}777\ldots \quad ①$$

Então:

$$10x = 7{,}777\ldots \quad ②$$

Ao efetuarmos ② − ①, teremos:

$$10x - x = 7{,}777\ldots - 0{,}777\ldots$$

$$9x = 7$$

$$x = \frac{7}{9}$$

Portanto, $\frac{7}{9}$ é a fração geratriz da dízima $0{,}\overline{7}$.

exemplo 2

Seja a dízima periódica $3{,}2757575\ldots = 3{,}2\overline{75}$.

Podemos fazer:

$x = 3{,}2\overline{75}$ ①, $10x = 32{,}\overline{75}$ ② e

$1\,000x = 3\,275{,}\overline{75}$ ③

Ao efetuarmos ③ − ②, teremos:

$$1\,000x - 10x = 3\,275{,}\overline{75} - 32{,}\overline{75}$$

$$990x = 3\,243$$

$$x = \frac{3\,243}{990} \Rightarrow x = \frac{1\,081}{330}$$

Assim, $\frac{1\,081}{330}$ é a fração geratriz da dízima $3{,}2\overline{75}$.

exercícios

4. Quais das proposições abaixo são verdadeiras?

a) $\frac{4}{5} \in \mathbb{Q}$

b) $\frac{2}{3} - 1 \notin \mathbb{Q}$

c) $-\frac{1}{3} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$

d) $0{,}333\ldots \in \mathbb{Q}$

e) $1{,}\overline{9} \in \mathbb{Z}$

f) $-\frac{15}{11} \notin \mathbb{Q}$

5. Escreva na forma decimal cada uma das frações:

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{7}{50}$

d) $\frac{7}{30}$

e) $\frac{375}{200}$

f) $\frac{30}{11}$

6. Encontre a fração geratriz de cada dízima periódica:

a) $0,\overline{5}$ c) $1,\overline{81}$ e) $1,3\overline{24}$

b) $2,666...$ d) $7,\overline{2}$ f) $5,12\overline{45}$

7. Se $\dfrac{p}{q} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}}$, sendo p e q números inteiros positivos primos entre si, calcule $p + q$.

8. Apresente na forma decimal o resultado de $4 \cdot \left(3,2 + 0,\overline{2} - \dfrac{4}{3}\right)$.

9. Determine na forma de fração o resultado de $1,\overline{3} : 2,\overline{5}$.

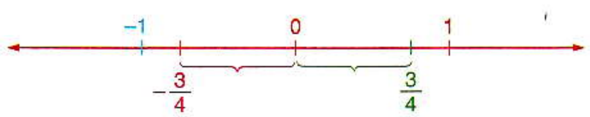
Oposto, módulo e inverso de um número racional

Dado o número racional $\dfrac{p}{q}$, chama-se oposto dele o número $-\dfrac{p}{q}$.

Vejamos os exemplos a seguir:

- O oposto de $\dfrac{7}{11}$ é $-\dfrac{7}{11}$.
- O oposto de $-\dfrac{3}{4}$ é $\dfrac{3}{4}$.

Um número racional e seu oposto podem ser representados por pontos da reta que estão à mesma distância do 0, como mostra o exemplo abaixo.



Dado o número racional $\dfrac{p}{q}$, seu módulo é a distância do ponto que o representa até o ponto 0. Indica-se: $\left|\dfrac{p}{q}\right|$.

Exemplificando, temos:

- $\left|\dfrac{7}{11}\right| = \dfrac{7}{11}$ e $\left|-\dfrac{7}{11}\right| = \dfrac{7}{11}$
- $\left|-\dfrac{3}{4}\right| = \dfrac{3}{4}$ e $\left|\dfrac{3}{4}\right| = \dfrac{3}{4}$

Pelo exposto notamos que o módulo de um número qualquer é sempre positivo ou nulo.

Dado um número racional $\dfrac{p}{q}$, com $\dfrac{p}{q} \neq 0$, chama-se inverso dele o número $\dfrac{q}{p}$, como observamos pelos exemplos.

- O inverso de $\dfrac{7}{11}$ é $\dfrac{11}{7}$.
- O inverso de $-\dfrac{3}{4}$ é $-\dfrac{4}{3}$.
- O inverso de 5 é $\dfrac{1}{5}$.

É possível verificar que o produto de um número pelo seu inverso é sempre igual a 1. Vejamos:

$$\frac{7}{11} \cdot \frac{11}{7} = 1 \qquad \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = 1 \qquad 5 \cdot \frac{1}{5} = 1$$

O conjunto dos números irracionais: $\mathbb{I}$

Vimos que existem infinitos números racionais, que podem ser escritos na forma de frações com numerador e denominador inteiros. Ao ser representado na forma decimal, um número racional pode ser um decimal exato ou uma dízima periódica.

Existem, entretanto, números cuja representação decimal é infinita, mas não periódica.

Vejamos alguns exemplos:

- O número 0,123456... (em que as casas decimais são os números naturais justapostos) não é dízima periódica, pois os infinitos algarismos à direita da vírgula não se repetem periodicamente.
- Os números $\sqrt{2} = 1,4142135...$, $\sqrt{3} = 1,7320508...$, $e = 2,7182818...$ e $\pi = 3,141592...$ não são dízimas periódicas.

Dessa forma, um número cuja representação decimal infinita não é periódica é chamado número irracional. Indicamos o conjunto dos números irracionais por $\mathbb{I}$.

O conjunto dos números reais: $\mathbb{R}$

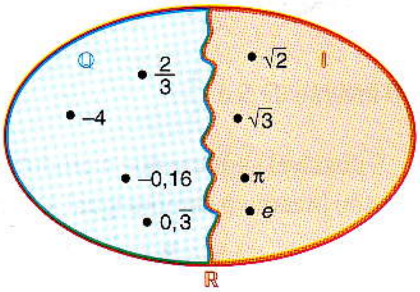
Esse conjunto é formado pelos números racionais e pelos números irracionais e é representado por $\mathbb{R}$.

Assim, temos:

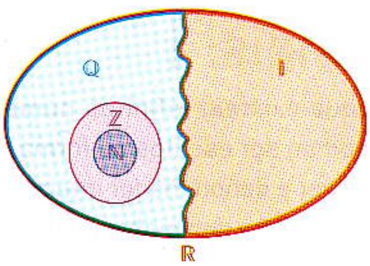
$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Por outro lado, se um número real é racional, ele não é irracional; e se um número real é irracional, ele não é racional. Assim:

$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \varnothing$



Já vimos que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$. Em conseqüência, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$ são subconjuntos de $\mathbb{R}$.



Existem outros subconjuntos de $\mathbb{R}$ importantes:

- conjunto dos números reais não nulos:

$$\mathbb{R}^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$$

- conjunto dos números reais não negativos:

$$\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 0\}$$

- conjunto dos números reais positivos:

$$\mathbb{R}_+^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

- conjunto dos números reais não positivos:

$$\mathbb{R}_- = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 0\}$$

- conjunto dos números reais negativos:

$$\mathbb{R}_-^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$$

observação

Também para os números reais, utilizamos os conceitos de números opostos e módulo, apresentados quando estudamos o conjunto dos números inteiros.

exercícios

10. Coloque em ordem crescente os números reais: $\frac{19}{20}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 1, $\sqrt{5}$ e $1,\overline{2}$.

11. Disponha em ordem decrescente os números reais: $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 1, $\frac{21}{20}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}$ e $0,\overline{8}$.

12. Responda:

a) Qual é o oposto de $-\frac{4}{11}$?

b) Qual é o inverso de $\sqrt{2}$?

c) Qual é o dobro de $\frac{\sqrt{3}}{4}$?

d) Qual é o triplo de $\frac{\sqrt{5}}{2}$?

13. Classifique cada uma das proposições abaixo como verdadeira (V) ou falsa (F):

a) A soma de dois números irracionais é necessariamente um número irracional.

b) O produto de dois números irracionais é obrigatoriamente um número irracional.

c) Se x e y são números racionais, então xy é racional.

d) O quociente de dois números irracionais é sempre um número irracional.

14. Calcule:

a) $6 : 0,\overline{6}$

b) $\frac{5}{11} \cdot 6,25$

c) $1,\overline{4} + 2,\overline{7}$

d) $\frac{3}{5} - 3,\overline{5}$

15. Sendo $x = 1 : 0,05$ e $y = 2 : 0,2$, calcule $A = \sqrt{\frac{x}{y}}$, $B = \sqrt{x - \frac{x}{y}}$ e $A \cdot B$.

16. Qual é o inverso de $0,5\overline{4}$? E de $-1,\overline{2}$?

Intervalos reais

O conjunto dos números reais possui também subconjuntos, que se denominam intervalos e são determinados por meio de desigualdades. Sejam os números reais a e b, com $a < b$, temos:

- intervalo aberto de extremos a e b é o conjunto $]a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$.
  Vejamos:

  $$]3, 5[= \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 5\}$$

  Note as "bolinhas vazias".

- intervalo fechado de extremos a e b é o conjunto $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leqslant x \leqslant b\}$.
  Vejamos:

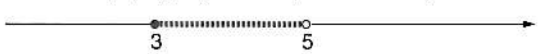
  $$[3, 5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leqslant x \leqslant 5\}$$

  Note as "bolinhas cheias".

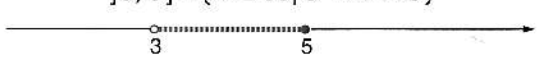
- intervalo aberto à direita (ou fechado à esquerda) de extremos a e b é o conjunto $[a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leqslant x < b\}$.
  Vejamos:

  $$[3, 5[= \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leqslant x < 5\}$$

- intervalo aberto à esquerda (ou fechado à direita) de extremos a e b é o conjunto $]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leqslant b\}$.
  Vejamos:

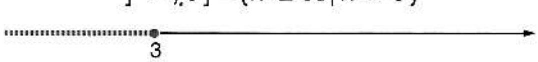
  $$]3, 5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leqslant 5\}$$

Existem ainda os intervalos infinitos:

- $]-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant a\}$
  Vejamos:

  $$]-\infty, 3] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 3\}$$

- $]-\infty, a[= \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$
  Vejamos:

  $$]-\infty, 3[= \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$$

- $[a, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant a\}$
  Vejamos:

  $$[3, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 3\}$$

- $]a, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$
  Vejamos:

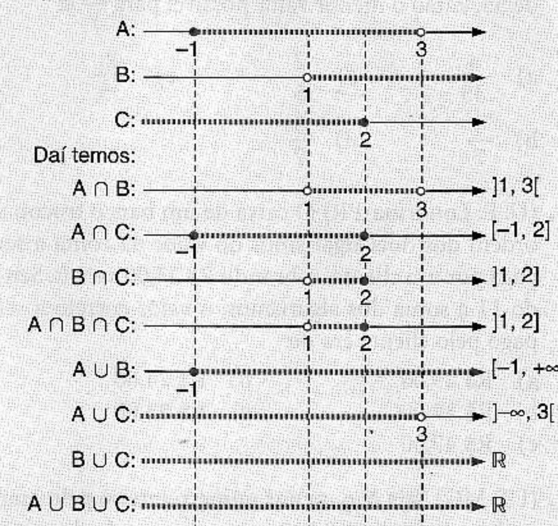
  $$]3, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$$

Na resolução de inequações e de outros problemas em que são necessárias operações como união, interseção, etc. entre intervalos, sugerimos utilizar a representação gráfica.

exemplo 3

Dados os intervalos $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqslant x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$ e $C =]-\infty, 2]$, podemos representá-los assim:



exercícios

17. Faça a representação gráfica de cada um dos intervalos:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 1\}$

b) $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \dfrac{3}{2}\right\}$

c) $C = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leqslant x < \dfrac{9}{2}\right\}$

d) $D =]-1, 3[$

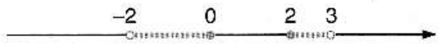
e) $E = [0, 4]$

f) $F = [-2, 2[$

18. Apresente cada um dos conjuntos abaixo por meio de uma propriedade que caracterize seus elementos:

a) A: 

b) B: 

c) C: 

19. Identifique cada um dos conjuntos abaixo por meio de uma propriedade que caracterize seus elementos:

a) $A =]-2, 5]$

b) $B =]-\infty, 1[$

c) $C = \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$

20. Sendo $A = [-1, 3]$ e $B = [0, 4]$, determine os conjuntos $A \cup B$ e $A \cap B$.

21. Indique os conjuntos:

a) $C \cup D$ e $C \cap D$ para $C = \left]\frac{1}{2}, 3\right[$ e $D = \left[0, \frac{5}{2}\right]$

b) $G \cup H$ e $G \cap H$, sendo $G =]-\infty, 5]$ e $H =]-1, +\infty[$

22. Sendo $I = \left[-\frac{1}{3}, 2\right]$, $J = \left]-\infty, \frac{3}{2}\right[$ e $K = \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$, determine $I \cap J \cap K$.

testes de vestibulares

1. (UF-PI) Se x e y são números inteiros maiores do que 1, tais que x é um divisor de 20 e y é um divisor de 35, então o menor valor possível para $\frac{x}{y}$ é:

a) $\frac{4}{35}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{5}{7}$ e) $\frac{2}{35}$

2. (U. E. Londrina-PR) O caixa de um banco trocou a ordem dos dois algarismos do valor da conta a ser paga por um cliente, cobrando R$ 27,00 a mais. Sendo 11 a soma dos algarismos, o valor correto a ser pago pelo cliente era de:

a) R$ 29,00
b) R$ 38,00
c) R$ 47,00
d) R$ 74,00
e) R$ 83,00

3. (UF-MG) Seja N o menor número inteiro pelo qual se deve multiplicar 2 520 para que o resultado seja o quadrado de um número natural. Então, a soma dos algarismos de N é:

a) 9 b) 7 c) 8 d) 10

4. (U. E. Londrina-PR) De todas as soluções inteiras não negativas da equação $x + y = 7$, quantas são formadas por números primos?

a) 1 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

5. (FGV-SP) Se $x = 3\,200\,000$ e $y = 0{,}00002$, então xy vale:

a) 0,64 b) 6,4 c) 64 d) 640 e) 6 400

6. (PUC-MG) Em metrologia, pé é uma unidade de medida linear equivalente a cerca de 30,48 cm. Um avião que trafega a 30 000 pés do solo está voando a uma altura mais próxima de:

a) 6 km b) 7 km c) 8 km d) 9 km

7. (FGV-SP) Simplificando a fração $\dfrac{3}{4 + \dfrac{1}{3 + \dfrac{2}{5}}}$ obteremos:

a) $\frac{51}{73}$ b) $\frac{47}{69}$ c) $\frac{49}{71}$ d) $\frac{45}{67}$ e) $\frac{53}{75}$

8. (PUC-RJ) A soma 1,3333... + 0,16666... é igual a:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{5}{3}$ e) $\frac{3}{2}$

9. (FGV-SP) O valor da expressão $y = \dfrac{x^2 - 0{,}27}{0{,}1 + x}$ para $x = -1{,}4$ é:

a) 2,6 b) –13 c) –1,3 d) –0,3 e) 1,3

10. (UF-MG) Considere x, y e z números naturais. Na divisão de x por y, obtém-se quociente z e resto 8. Sabe-se que a representação decimal de $\frac{x}{y}$ é a dízima periódica 7,363636... Então, o valor de $x + y + z$ é:

a) 190 b) 193 c) 191 d) 192

11. (UF-MG) Considere o conjunto de números racionais $M = \left\{\frac{5}{9}, \frac{3}{7}, \frac{5}{11}, \frac{4}{7}\right\}$. Sejam *x* o menor elemento de *M* e *y* o maior elemento de *M*. Então, é *correto* afirmar que:

a) $x = \frac{5}{11}$ e $y = \frac{4}{7}$

b) $x = \frac{3}{7}$ e $y = \frac{5}{9}$

c) $x = \frac{3}{7}$ e $y = \frac{4}{7}$

d) $x = \frac{5}{11}$ e $y = \frac{5}{9}$

12. (PUC-RJ) Para a = 2,01, $b = \sqrt{4,2}$ e $c = \frac{7}{3}$, temos:

a) $a < b < c$
b) $b < c < a$
c) $c < b < a$
d) $c < a < b$
e) $b < a < c$

13. (U. E. Londrina-PR) Observe os seguintes números:

I. 2,212121...
II. 3,212223...
III. $\frac{\pi}{5}$
IV. 3,1416
V. $\sqrt{-4}$

Assinale a alternativa que identifica os números irracionais:

a) I e II
b) I e IV
c) II e III
d) II e V
e) III e V

14. (PUC-MG) O valor da expressão $\frac{b}{\sqrt[3]{c - a^2}}$ quando a = 3, b = 10 e c = 1 é:

a) um número inteiro cujo módulo é maior do que 4.
b) um número que não pertence ao conjunto dos reais.
c) um número natural cujo módulo é maior do que 3.
d) um número ímpar cujo valor é maior do que 7.

15. (Fatec-SP) Se x = 0,1212..., o valor numérico da expressão $\dfrac{x + \frac{1}{x} - 1}{x^2 + \frac{1}{x}}$ é:

a) $\frac{1}{37}$
b) $\frac{21}{37}$
c) $\frac{33}{37}$
d) $\frac{43}{37}$
e) $\frac{51}{37}$

16. (Mackenzie-SP) Se *x* e *y* são números inteiros e positivos, tais que $x^2 - y^2 = 17$, então:

a) *x* e *y* são primos entre si.
b) $x = 2y$
c) $x \cdot y = 30$
d) $x = 3y$
e) $|x - y| = 2$

17. (UFF-RJ) Sophie Germain introduziu em seus cálculos matemáticos um tipo especial de número primo descrito a seguir. Se *p* é um número primo e se 2p + 1 também é um número primo, então o número primo *p* é denominado primo de Germain. Pode-se afirmar que é primo de Germain o número:

a) 7
b) 17
c) 18
d) 19
e) 41

18. (Mackenzie-SP) Num encontro de dirigentes esportivos, foi aprovada a realização de um torneio *A* de futebol, que aconteceu, pela primeira vez, 2 anos depois, e, posteriormente, a cada 9 anos. No mesmo encontro, foi aprovada a realização de um torneio *B*, que ocorreu pela primeira vez somente 9 anos depois, acontecendo a cada 7 anos. Dessa forma, a partir da aprovação, os dois torneios ocorreram, pela primeira vez no mesmo ano, após:

a) 50 anos.
b) 55 anos.
c) 58 anos.
d) 60 anos.
e) 65 anos.