FUNÇÃO LOGARÍTMICA

A função logarítmica é a função cuja variável aparece no logaritmando. Sua definição matemática é a seguinte:

Damos o nome de função logarítmica a toda função $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ da forma $f(x)=log_b x$, com $b>0$ e $b \neq 1$.

Perceba pela definição acima que a condição de existência da função logarítmica recai sobre os valores da base b.

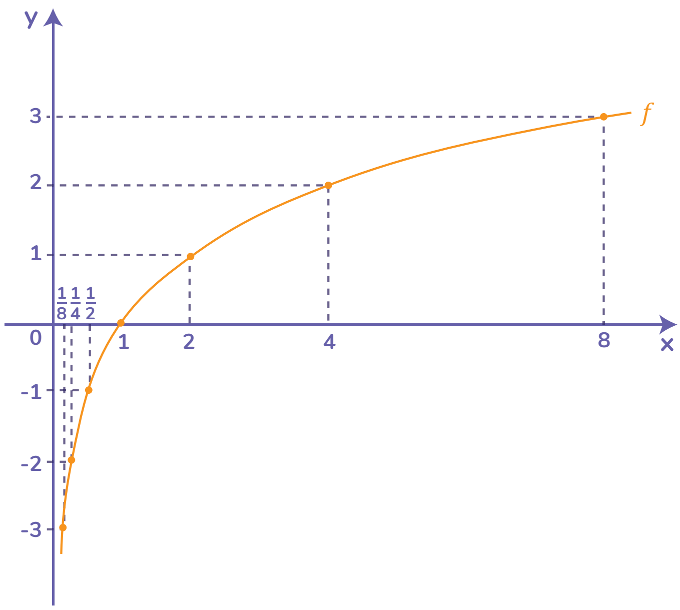
De acordo com os valores que b assume, a função logarítmica é classificada como crescente ou decrescente:

- Se $0 < b < 1$ a função logarítmica é decrescente;
- Se $b > 1$ a função logarítmica é crescente.

Vejamos agora alguns exemplos de funções logarítmicas e seus gráficos:

1. $f(x)=log_2 x$

x	$log_2 x$
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3

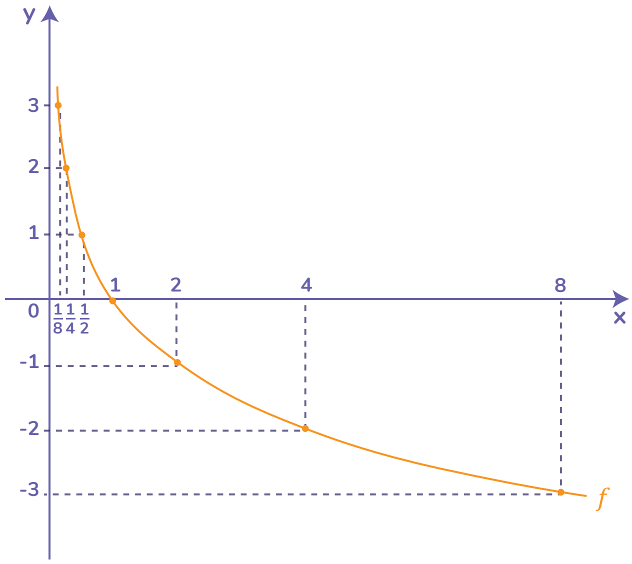


Note que $Dm(f)=\mathbb{R}_+^*$, $CD(f)=\mathbb{R}$ e $Im(f)=\mathbb{R}$.

Perceba também que como a base é 2 e 2 > 1, a função é crescente.

2. $f(x) = log_{\frac{1}{2}} x$

x	$log_{\frac{1}{2}} x$
$\frac{1}{8}$	3
$\frac{1}{4}$	2
$\frac{1}{2}$	1
1	0
2	-1
4	-2
8	-3



Note que $Dm(f)=\mathbb{R}_+^*$, $CD(f)=\mathbb{R}$ e $Im(f)=\mathbb{R}$.

Perceba também que como a base é $\frac{1}{2}$ e $0 < \frac{1}{2} < 1$, a função é decrescente.

INVERSA DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA

A função logarítmica é uma função bijetora e, portanto, admite função inversa. A função inversa da função logarítmica nada mais é do que uma **função exponencial.** Veja a definição abaixo:

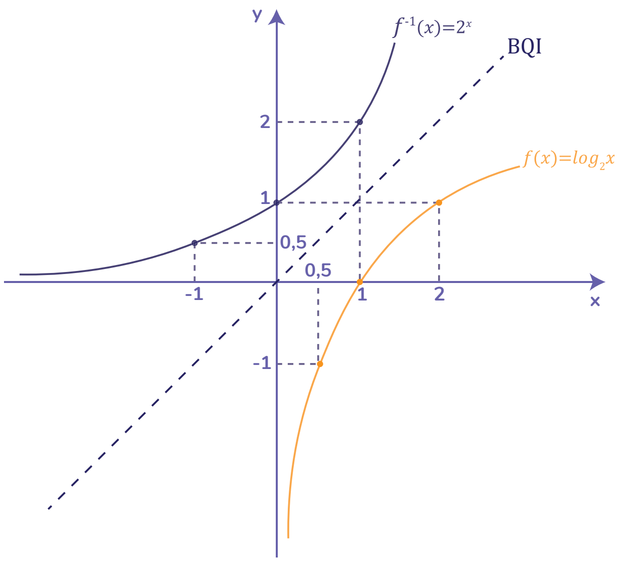
Dada a função logarítmica $f(x)=log_b x$, sua função inversa é a função $f^{-1}(x) = b^x$.

Perceba pela definição acima que a função exponencial inversa da função logarítmica possui a mesma base que a função logarítmica.

Exemplos:

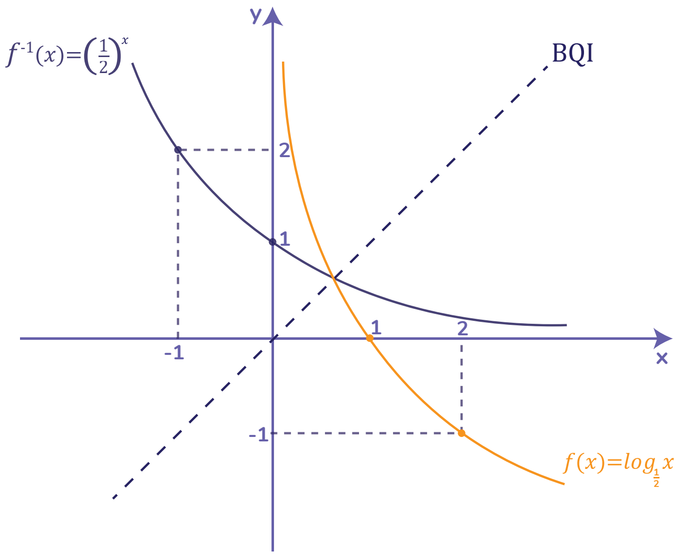
1. Se $f(x)= log_2 x$ então $f^{-1}(x) = 2^x$.

Traçando o gráfico de $f(x)$ e $f^{-1}(x)$ no mesmo sistema de eixos coordenados temos:



2. Se $f(x) = log_{\frac{1}{2}}x$ então $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}^x$.

Traçando o gráfico de $f(x)$ e $f^{-1}(x)$ no mesmo sistema de eixos coordenados temos:



Pelos gráficos acima é possível perceber a simetria de $f(x)$ e $f^{-1}(x)$ em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares.

O processo para encontrar a função inversa de uma função logarítmica é o mesmo de encontrar uma função inversa: trocar x por y e y por x e isolar y. Veja os exemplos abaixo:

Exemplos: Encontre a função inversa de:

1. $f(x) = log_2(x+1)$

Trocando x por y e y por x temos:

$$y = log_2(x+1) \Rightarrow x = log_2(y+1) \Rightarrow 2^x = 2^{log_2(y+1)} \Rightarrow 2^x = y+1 \Rightarrow y = 2^x-1$$

Assim, $f^{-1}(x) = 2^x - 1$

2. $f(x) = 3 + 4^{(x+2)}$

Trocando x por y e y por x temos:

$$y = 3+4^{(x+2)} \Rightarrow x = 3+4^{(y+2)} \Rightarrow x-3 = 4^{(y+2)} \Rightarrow log_4(x-3) = log_4 4^{(y+2)}$$

$$\Rightarrow log_4(x-3) = y+2 \Rightarrow y = log_4(x-3)-2$$

Assim, $f^{-1}(x) = log_4(x-3) - 2$

Perceba então que:

As funções exponenciais e logarítmicas de mesma base são inversas. Ou seja, a função inversa de uma função logarítmica é a função exponencial de mesma base e a função inversa da função exponencial é a função logarítmica de mesma base.