RESOLUÇÃO – MATEMÁTICA – AULAS 19 E 20

EXERCÍCIOS DE SALA

Resposta da questão 1:
[B]

Para que seja consumido pelo menos 9 mg da vitamina C, temos a condição:
$2x + 7y \geq 9$

Para que seja consumido pelo menos $50\ \mu\text{g}$ da vitamina B, temos a condição:
$4x + 10y \geq 50$

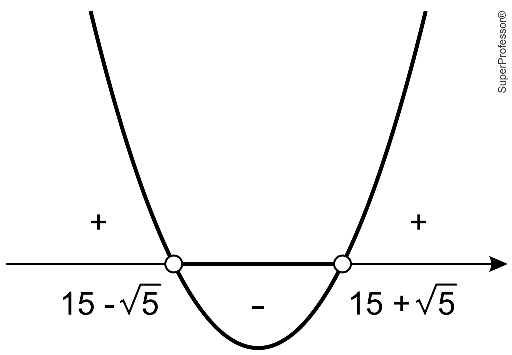
Logo, chegamos às condições:
$$\begin{cases} 2x + 7y \geq 9 \\ 4x + 10y \geq 50 \end{cases}$$

Resposta da questão 2:
[E]

Raízes da equação $x^2 - 30x + 220 = 0$:
$$x = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 880}}{2} = 15 \pm \sqrt{5}$$

Como:
$15 - \sqrt{5} \cong 12{,}76$
$15 + \sqrt{5} \cong 17{,}24$

As soluções inteiras são:



S = {13, 14, 15, 16, 17}

Ou seja, a inequação dada possui 5 soluções inteiras.

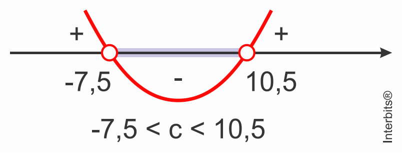
Resposta da questão 3:
[E]

$c - \ell = 3 \Rightarrow \ell = c - 3$

Como a área é menor que $78{,}75,$ temos:
$\ell \cdot c < 78{,}75 \Rightarrow (c - 3) \cdot c < 78{,}75 \Rightarrow c^2 - 3c - 78{,}75 < 0$

Resolvendo a inequação as raízes de $c^2 - 3c - 78{,}75 = 0$ são $-7{,}5$ e $10{,}5.$

Observando o gráfico, temos:



Já que $c - 3 > 0,$ temos: $c > 3.$

Portanto, os valores inteiros de c são $7:$ $4, 5, 6, 7, 8, 9$ e $10.$

Resposta da questão 4:
[C]

Tem-se que

$$\frac{(3x-9)}{2} \cdot \frac{(x+6)}{3} < 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+6) < 0$$
$$\Leftrightarrow -6 < x < 3.$$

Portanto, como as soluções inteiras da inequação são $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$ e $2,$ segue que a resposta é $8.$

Resposta da questão 5:
[B]

Calculando:
nº de formandos $= x$
total de convites $= x \cdot (x+3)$

$$5x \cdot (x+3) < 22770$$
$$x^2 + 3x - 4554 < 0$$
$$\Delta = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-4554) = 18225 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 135$$
$$x = \frac{-3 \pm 135}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -69 \Rightarrow \text{não convém} \\ x = 66 \Rightarrow 0 \le x < 66 \Rightarrow x_{\text{máx}} = 65 \end{cases}$$

Como 65 é múltiplo de 13 a alternativa correta é a [B].

ESTUDO INDIVIDUALIZADO

Resposta da questão 1:

a) $2x + 1 \le -1$

$2x \le -2$

$x \le -\frac{2}{2}$

$x \le -1$

$S = \{x \in \mathbb{R} | x \le -1\}$

b) $-3x \le x + 2$

$-4x \le 2$

$x \ge -\frac{2}{4}$

$x \geq -\frac{1}{2}$

$S = \{x \in \mathbb{R} | x \geq -\frac{1}{2}\}$

c) $x > 5x - 16$

$-4x > -16$

$x < \frac{-16}{-4}$

$x < 4$

$S = \{x \in \mathbb{R} | x < 4\}$

d) $2(x + 1) + 3x > 5 - 7x$

$2x + 2 + 3x > 5 - 7x$

$12x > 3$

$x > \frac{3}{12}$

$x > \frac{1}{4}$

$S = \{x \in \mathbb{R} | x > \frac{1}{4}\}$

e) $\frac{2x}{5} - \frac{1}{2} \geq \frac{4x}{5} - 1$

$\frac{4x - 5}{10} \geq \frac{4x - 5}{5}$

$20x - 25 \geq 40x - 50$

$-20x \geq -25$

$x \leq \frac{-25}{-20}$

$x \leq 1{,}25$

$S = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 1{,}25\}$

f) $\frac{7x}{3} - 7 \leq x + \frac{2}{3}$

$\frac{7x - 21}{3} \leq \frac{3x + 2}{3}$

$7x - 21 \leq 3x + 2$

$4x \leq 23$

$x \leq \frac{23}{4}$

$S = \{x \in \mathbb{R} | x \leq \frac{23}{4}\}$

g) $\frac{3x}{4} - 9 \leq \frac{2x}{7} + 4$

$$\frac{3x - 36}{4} \leq \frac{2x + 28}{7}$$

$21x - 252 \leq 8x + 112$

$13x \leq 364$

$$x \leq \frac{364}{13}$$

$x \leq 28$

$S = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 28\}$

Resposta da questão 2:

a) $x^2 - 3x \geq 0$

Raízes de $x^2 - 3x = 0$: 0 e 3

Gráfico: concavidade para cima

$x^2 - 3x \geq 0 \rightarrow S = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 0 \ ou \ x \geq 3\}$

b) $-2x^2 - 10x \leq 10$

Raízes de $-2x^2 - 10x - 10 = 0$: $\frac{-5-\sqrt{5}}{2}$ e $\frac{-5+\sqrt{5}}{2}$

Gráfico: concavidade para baixo

$$-2x^2 - 10x \leq 10 \rightarrow -2x^2 - 10x - 10 \leq 0 \rightarrow S = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| x \leq \frac{-5 - \sqrt{5}}{2} \ ou \ x \geq \frac{-5 + \sqrt{5}}{2}\right\}$$

c) $x^2 - 5x + 6 < 0$

Raízes de $x^2 - 5x + 6 = 0$: 2 e 3

Gráfico: concavidade para cima

$x^2 - 5x + 6 < 0 \rightarrow S = \{x \in \mathbb{R} | 2 < x < 3\}$

Resposta da questão 3:

$$\frac{(3x - 9)}{2} - \frac{(x + 6)}{3} < 0$$

$$\frac{3(3x - 9) - 2(x + 6)}{6} < 0$$

$$\frac{9x - 27 - 2x - 12}{6} < 0$$

$\frac{7x-39}{6}<0$

$7x-39<0$

$7x<39$

$x<\frac{39}{7}$

$S=\{x \in \mathbb{R} | x<\frac{39}{7}\}$

Resposta da questão 4:

$x^2-2x-15 \leq 0$

Raízes de $x^2-2x-15=0$: -3 e 5

Gráfico: concavidade para cima

$x^2-2x-15 \leq 0 \rightarrow S=\{x \in \mathbb{R} | -3 \leq x \leq 5\}$

Portanto, são soluções inteiras negativas da inequação -3, -2, -1, cujo produto é igual a -6.

Resposta da questão 5:

$x^2-10x+21 \leq 0$

Raízes de $x^2-10x+21=0$: 3 e 7

Gráfico: concavidade para cima

$x^2-10x+21 \leq 0 \rightarrow S=\{x \in \mathbb{R} | 3 \leq x \leq 7\}$

Portanto, a inequação possui 5 soluções inteiras: 3, 4, 5, 6 e 7.

Resposta da questão 6:

$4x-10>2$

$4x>12$

$x>3$

A menor solução inteira da inequação é 4.

Resposta da questão 7:

$-2 \leq 2x+5 \leq 10$

$-2-5 \leq 2x \leq 10-5$

$-7 \leq 2x \leq 5$

$-\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

$-3,5 \leq x \leq 2,5$

Portanto, a inequação possui 6 soluções inteiras: -3, -2, -1, 0, 1, 2.

Resposta da questão 8:

[A]

Primeiramente, montamos a inequação que representa a situação, lembrando que o custo de produção varia de acordo com a quantidade de cadernos produzidos e que o gasto fixo deve ser apenas somado a essa variação:

$$3x + 400$$

Temos que calcular quantos cadernos devem ser produzidos para que os custos fiquem menores que a arrecadação nas vendas. Logo, teremos:

$11x > 3x + 400$

$11x - 3x = 400$

$8x = 400$

$x = \frac{400}{8}$

$x = 50$

Portanto, serão necessários 50 cadernos para que a arrecadação supere as vendas.

Resposta da questão 9:

Seja x a distância máxima, em quilômetros.

$3{,}44 + 0{,}90x \leq 20{,}00$

$0{,}90x \leq 20{,}00 - 3{,}44$

$0{,}90x \leq 16{,}56$

$x \leq \frac{16{,}56}{0{,}90}$

$x \leq 18{,}4\ km$

Portanto, a distância máxima que poderá percorrer de táxi é de 18,4 km.

Resposta da questão 10:

[C]

Montando uma expressão para o valor total de cada opção, considerando uma quantidade x de talheres avulsos, temos:

A: $2{,}9x + 94{,}8$

B: $2{,}75x + 113{,}4$

A loja A será menos vantajosa quando:

$2{,}9x + 94{,}8 > 2{,}75x + 113{,}4$

$0{,}15x > 18{,}6$

$x > 124$

Portanto, a partir de 124 talheres, a opção A passa a ser menos vantajosa.