PROBABILIDADE

PEGANDO PESADO

Questão 01

(IME_2018)

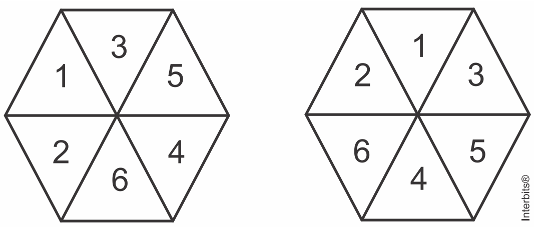
João e Maria nasceram no século XX, em anos distintos. A probabilidade da soma dos anos em que nasceram ser 3875 é:

A. 2/99
B. 19/2475
C. 37/4950
D. 19/825
E. 19/485

Questão 02

(IME_2017)

Um hexágono é dividido em 6 triângulos equiláteros. De quantas formas podemos colocar os números de 1 a 6 em cada triângulo, sem repetição, de maneira que a soma dos números em três triângulos adjacentes seja sempre múltiplo de 3? Soluções obtidas por rotação ou reflexão são **diferentes**, portanto as figuras abaixo mostram duas soluções distintas.



A. 12
B. 24
C. 36
D. 48
E. 96

Questão 03

(FUVEST_2016)

João e Maria jogam dados em uma mesa. São cinco dados em forma de poliedro regulares: um tetraedro, um cubo, um octaedro, um dodecaedro e um icosaedro. As faces são numeradas de 1 a 4 no tetraedro, de 1 a 6 no cubo, etc. Os dados são *honestos*, ou seja, para cada um deles, a probabilidade de qualquer uma das faces ficar em contato com a mesa, após o repouso do dado, é a mesma.
Num primeiro jogo, Maria sorteia, ao acaso, um dos cinco dados, João o lança e verifica o número da face que ficou em contato com a mesa.

a) Qual é a probabilidade de que esse número seja maior do que 12?
b) Qual é a probabilidade de que esse número seja menor do que 5?

Num segundo jogo, João sorteia, ao acaso, dois dos cinco dados. Maria os lança e anota o valor da soma dos números das duas faces que ficaram em contato com a mesa, após o repouso dos dados.

c) Qual é a probabilidade de que esse valor seja maior do que 30?

Poliedros regulares	
Tetraedro	4 faces
Cubo	6 faces
Octaedro	8 faces
Dodecaedro	12 faces
Icosaedro	20 faces

Questão 04

(FUVEST_2016)

Em um experimento probabilístico, Joana retirará aleatoriamente 2 bolas de uma caixa contendo bolas azuis e bolas vermelhas. Ao montar-se o experimento, colocam-se 6 bolas azuis na caixa.

Quantas bolas vermelhas devem ser acrescentadas para que a probabilidade de Joana obter 2 azuis seja 1/3 ?

A. 2
B. 4
C. 6
D. 8
E. 10

Questão 05
(Mackenxie_2016)

um dado honesto é arremessado 4 vezes, a probabilidade de obtermos, pelo menos, 3 resultados iguais é

A. 5/36
B. 12/108
C. 5/54
D. 7/72
E. 15/216

Questão 06
(ITA_2005)

Três pessoas, aqui designadas por A, B e C, realizam o seguinte experimento: A recebe um cartão em branco e nele assinala o sinal + ou o sinal –, passando em seguida a B, que mantém ou troca o sinal marcado por A e repassa o cartão a C. Este, por sua vez, também opta por manter ou trocar o sinal do cartão. Sendo de 1/3 a probabilidade de A escrever o sinal + e de 2/3 as respectivas probabilidades de B e C trocarem o sinal recebido, determine a probabilidade de A haver escrito o sinal + sabendo-se ter sido este o sinal ao término do experimento.

Questão 07
(IME_2016)

O time de futebol "X" irá participar de um campeonato no qual não são permitidos empates. Em 80% dos jogos, "X" é o favorito. A probabilidade de "X" ser o vencedor do jogo quando ele é o favorito é 0,9. Quando "X" não é o favorito, a probabilidade de ele ser o vencedor é 0,02. Em um determinado jogo de "X" contra "Y", o time "X" foi o vencedor. Qual a probabilidade de "X" ter sido o favorito nesse jogo?

A. 0,80
B. 0,98
C. 180/181
D. 179/181
E. 170/181

Questão 08
(FUVEST_2015)

De um baralho de 28 cartas, sete de cada naipe, Luís recebe cinco cartas: duas de ouros, uma de espadas, uma de copas e uma de paus. Ele mantém consigo as duas cartas de ouros e troca as demais por três cartas escolhidas ao acaso dentre as 23 cartas que tinham ficado no baralho. A probabilidade de, ao final, Luís conseguir cinco cartas de ouros é:

A. 1/130
B. 1/420
C. 10/1771
D. 25/7117
E. 52/8117

Questão 09
(Mackenzie_2014)

Em uma secretaria, dois digitadores atendem 3 departamentos. Se em cada dia útil um serviço de digitação é solicitado por departamento a um digitador escolhido ao acaso, a probabilidade de que, em um dia útil, nenhum digitador fique ocioso, é

A. 1/2
B. 3/4
C. 7/8
D. 2/3
E. 5/8

Questão 10
(Fuvest 2014)

O gamão é um jogo de tabuleiro muito antigo, para dois oponentes, que combina a sorte, em lances de dados, com estratégia, no movimento das peças. Pelas regras adotadas, atualmente, no Brasil, o número total de casas que as peças de um jogador podem avançar, numa dada jogada, é determinado pelo resultado do lançamento de dois dados. Esse número é igual à soma dos valores obtidos nos dois dados, se esses valores forem diferentes entre si; e é igual ao dobro da soma, se os valores obtidos nos dois dados forem iguais. Supondo que os dados não sejam viciados, a probabilidade de um jogador poder fazer suas peças andarem pelo menos oito casas em uma jogada é

1/3
5/12
17/36
1/2
19/36

Gabarito:

Resposta da questão 1: [C]

O espaço amostral Ω é dado pelo total de pares ordenados $(a, b), a \neq b,$ em que a e $b,$ são, respectivamente, o ano do século XX em que João nasceu e o ano do século XX em que Maria nasceu.
Assim,

$$n(\Omega) = 100 \cdot 99$$
$$n(\Omega) = 9\,900$$

O evento A (a soma dos anos em que nasceram é $3\,875$) é formado por todas as soluções inteiras não negativas da equação $a + b = 3\,875,$ com $a = 1901 + \alpha$ e $b = 1901 + \beta.$
Então,

$$1901 + \alpha + 1901 + \beta = 3\,875$$
$$\alpha + \beta = 73$$
$$n(A) = P_{74}^{73}$$
$$n(A) = \frac{74!}{73!}$$
$$n(A) = 74$$

Dessa forma,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$
$$P(A) = \frac{74}{9\,900}$$
$$P(A) = \frac{37}{4\,950}$$

Resposta da questão 2: [D]

Fazendo congruência em $\bmod 3$ pode-se concluir:
- 3 e 6 são côngruos a 0
- 1 e 4 são côngruos a 1
- 2 e 5 são côngruos a 2

Assim, escolhendo a posição do número $6,$ há seis maneiras de $6 \cdot 2$ maneiras posicionar o resto (pois a ordem de colocação é fator de diferenciação) e cada no côngruo pode ser escolhido de 2 formas: $2 \cdot 2 = 4$ maneiras. Logo tem-se $6 \cdot 2 \cdot 4 = 48$ maneiras.

Resposta da questão 3:
a) Como Maria jogou apenas um dado e pretende-se verificar a probabilidade do número lançado ser maior que 12, Maria só tem uma possibilidade de sorteio: o icosaedro. Este possui 8 faces numeradas com valores maiores que 12 (faces 13 até 20).
Assim, a probabilidade do número lançado ser maior que 12 é:

$$P(x > 12) = \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{20} = \frac{8}{100} = 8\%$$

b) Como pretende-se verificar a probabilidade do número lançado ser menor que 5, Maria poderia sortear qualquer um dos 5 dados, pois todos possuem faces com valores menores que 5. Assim, a probabilidade do número lançado ser menor que 5 é:

c) Como João jogou dois dados e pretende-se verificar a probabilidade de os números lançados apresentarem soma maior que 30, João só tem duas possibilidades de sorteio: o dodecaedro e icosaedro. Isso porquê qualquer outra combinação não resulta em dados cujas faces somem números maiores que 30 (mesmo o icosaedro e o octaedro somariam no máximo 28). As possíveis somas do dodecaedro e icosaedro maior que 30 seriam: $11 + 20 = 31;$ $12 + 19 = 31$ e $12 + 20 = 32.$ Logo, 3 casos.

Portanto, a probabilidade será:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Escolha de dados} \Rightarrow P(x) = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} \\ \text{Soma de faces} \Rightarrow P(x) = 3 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{240} = \frac{1}{80} \end{array}\right\rangle \Rightarrow P(x > 30) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{80} = \frac{1}{800} = 0{,}125\%$$

Resposta da questão 4: [B]

Seja n o número de bolas vermelhas que deverão ser colocadas na caixa. Desse modo, como o número de casos favoráveis é $\binom{6}{2}$ e o número de casos possíveis é $\binom{n+6}{2},$ temos

$$\frac{1}{3} = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{n+6}{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{\frac{6!}{2! \cdot 4!}}{\frac{(n+6)!}{2! \cdot (n+4)!}}$$
$$\Leftrightarrow n^2 + 11n - 60 = 0$$
$$\Rightarrow n = 4.$$

Resposta da questão 5: [D]

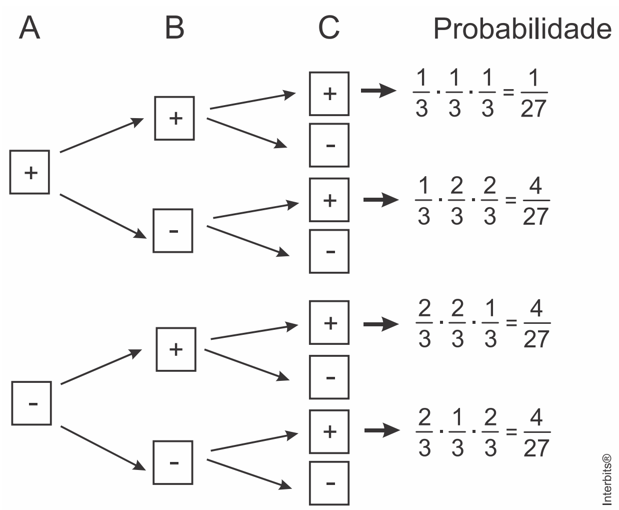
Probabilidade dos quatro resultados serem iguais: $\frac{6}{6\cdot6\cdot6\cdot6}=\frac{1}{216}$

Probabilidade de apenas três resultados serem iguais: $\frac{6\cdot5\cdot P_4^3}{6\cdot6\cdot6\cdot6}=\frac{20}{216}$

Portanto, a probabilidade pedida será dada por:
$$P=\frac{1}{216}+\frac{20}{216}=\frac{21}{216}=\frac{7}{72}$$

Resposta da questão 6:

De acordo com o enunciado do problema podemos elaborar o segmente diagrama de árvore:

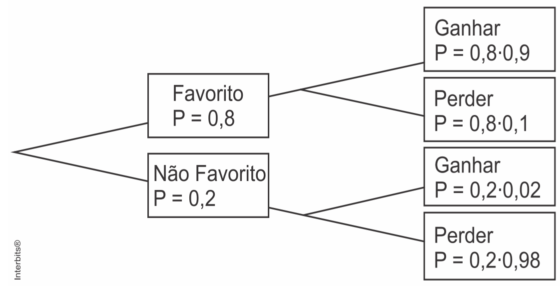


Portanto, a probabilidade pedida será dada por:

$$P=\frac{\frac{1}{27}+\frac{4}{27}}{\frac{1}{27}+\frac{4}{27}+\frac{4}{27}+\frac{4}{27}}=\frac{5}{13}$$

Resposta da questão 7: [C]

Fazendo a árvore de probabilidades de acordo com os dados do enunciado, tem-se:



Assim, a probabilidade do time X ter sido o favorito dado que ele venceu a partida é dada por:

$$P(x)=\frac{P(\text{ganhar e ser favorito})}{P(\text{ganhar})}=\frac{0,8\cdot0,9}{0,8\cdot0,9+0,2\cdot0,02}=\frac{0,72}{0,724}$$

$$P(x)=\frac{0,72}{0,724}\cdot1000=\frac{720}{724}\rightarrow P(x)=\frac{180}{181}$$

Resposta da questão 8: [C]

Luís pode receber 3 cartas de ouros de $\binom{5}{3}=\frac{5!}{3!\cdot2!}=10$ maneiras e 5 cartas quaisquer de $\binom{23}{3}=\frac{23!}{3!\cdot20!}=1771$ modos. Portanto, segue que a probabilidade pedida é igual a $\frac{10}{1771}$.

Resposta da questão 9: [B]

Cada departamento pode solicitar um digitador de 2 maneiras distintas. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, os três departamentos podem solicitar um digitador de $2\cdot2\cdot2=8$ modos em um dia útil. Por outro lado, um dos digitadores ficará ocioso, em um dia útil, desde que o outro digitador seja solicitado por todos os departamentos, e isso pode ocorrer de 2 maneiras. Em consequência, a probabilidade pedida é dada por $1-\frac{2}{8}=\frac{3}{4}$.

Resposta da questão 10: [C]

Existem $6\cdot6=36$ resultados possíveis, e os casos favoráveis são

(2, 2), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (3, 6), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) e (6, 6).

Portanto, a probabilidade pedida é $17/36$.