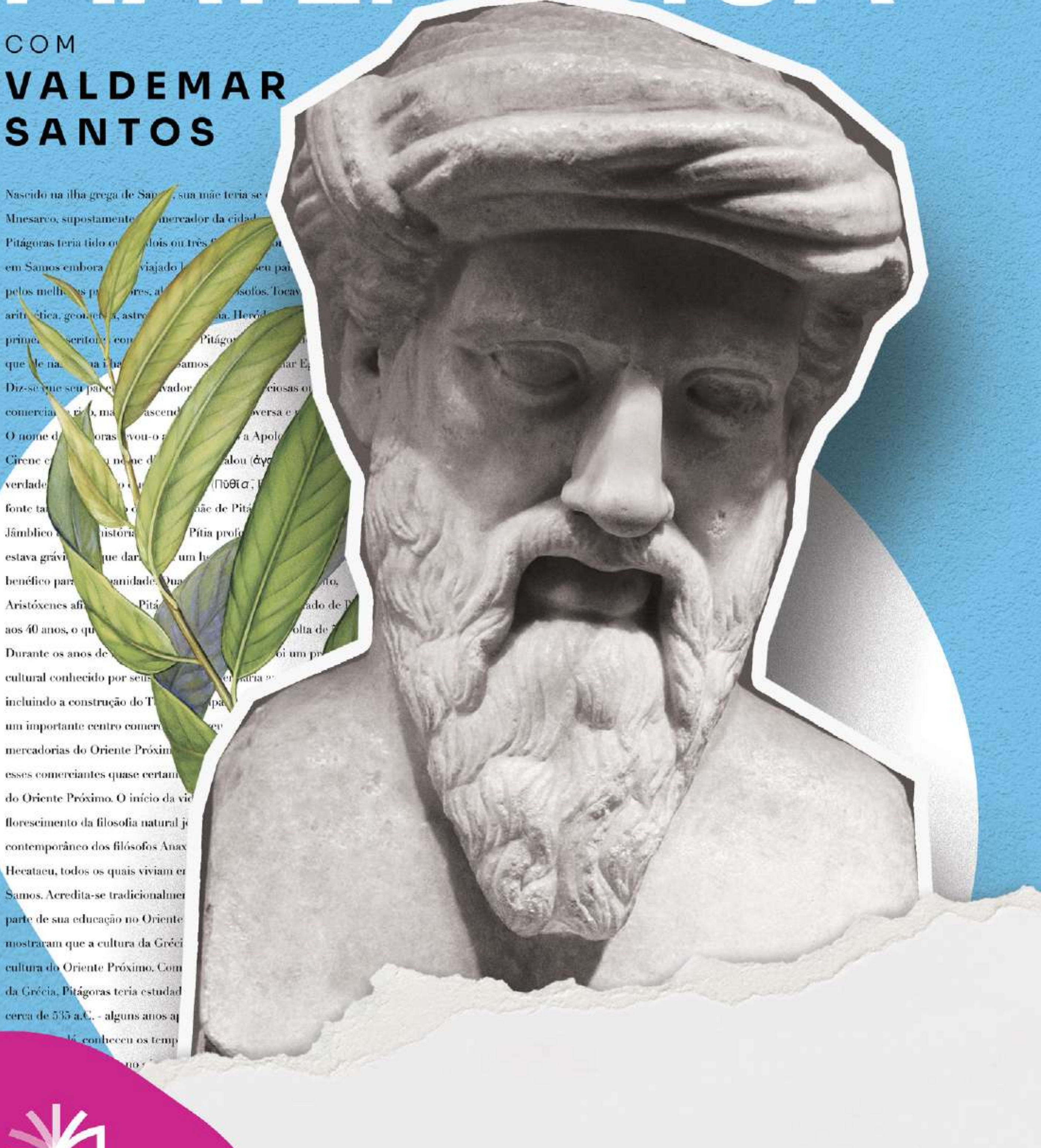
MATEMÁTICA

COM

VALDEMAR SANTOS



PROBABILIDADE

CURSO FERNANDA PESSOA ONLINE

PROBABILIDADE

A palavra probabilidade deriva do Latim probare (provar ou testar). Informalmente, provável é uma das muitas palavras utilizadas para eventos incertos ou desconhecidos, sendo também substituída por algumas palavras como “sorte”, “risco”, “azar”, “chance”, “incerteza”, “duvidoso”, dependendo do contexto.

Chamamos de espaço amostral, e indicamos por Ω, um conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

Consideremos um experimento aleatório, cujo espaço amostral é Ω. O evento será um subconjunto de Ω. Diremos que um evento A ocorre quando se o optem o resultado desejado de um experimento

Cálculo da probabilidade de um evento

$$P = \frac{\textit{número de elementos em evento}}{\textit{número de elemtos em espaço amostral}} = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

Exemplos

1. Em uma das salas de aula do IFAL com 50 estudantes, sendo 28 do sexo masculino e 22 do sexo feminino, foi sorteado, aleatoriamente, um estudante para ser o representante da turma. Qual a probabilidade de o estudante sorteado ser do sexo feminino?

2. Um recipiente contém bolas numeradas de 1 a 50. Supondo que cada bola tenha a mesma probabilidade de ser escolhida, então qual a probabilidade de que uma bola sorteada tenha número múltiplo de 3 e de 4, simultaneamente?

3. Uma empresa sorteia prêmios entre os funcionários como reconhecimento pelo tempo trabalhado. A tabela mostra a distribuição de frequência de empregados dessa empresa que têm de a anos trabalhados. A empresa sorteou, entre esses empregados, uma viagem de uma semana, sendo dois deles escolhidos aleatoriamente.

Tempo de serviço	Número de empregados
25	4
27	1
29	2
30	2

32	3
34	5
35	3

Qual a probabilidade de que ambos os sorteados tenham anos de trabalho?

a) 1/20 b) 1/19 c) 1/16 d) 2/20 e) 5/20

4. O salto ornamental é um esporte em que cada competidor realiza seis saltos. A nota em cada salto é calculada pela soma das notas dos juízes, multiplicada pela nota de partida (o grau de dificuldade de cada salto). Fica em primeiro lugar o atleta que obtiver a maior soma das seis notas recebidas.

O atleta 10 irá realizar o último salto da final. Ele observa no Quadro 1, antes de executar o salto, o recorte do quadro parcial de notas com a sua classificação e a dos três primeiros lugares até aquele momento.

Quadro 1

Classificação	Atleta	6º Salto	Total
1º	3	135,0	829,0
2º	4	140,0	825,2
3º	8	140,4	824,2
6º	10		687,5

Ele precisa decidir com seu treinador qual salto deverá realizar. Os dados dos possíveis tipos de salto estão no

Quadro 2

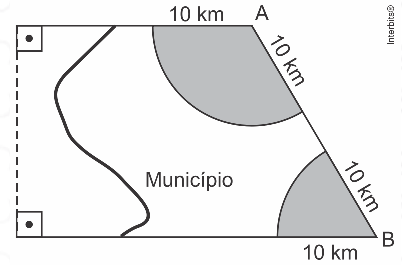
Tipo de salto	Nota de partida	Estimativa da soma das notas dos juízes	Probabilidade de obter a nota
T1	2,2	57	89,76%
T2	2,4	58	93,74%
T3	2,6	55	91,88%
T4	2,8	50	95,38%
T5	3,0	53	87,34%

O atleta optará pelo salto com a maior probabilidade de obter a nota estimada, de maneira que lhe permita alcançar o primeiro lugar.

Considerando essas condições, o salto que o atleta deverá escolher é o de tipo

a) T1 b) T2 c) T3 d) T4 e) T5

5. Um município de é atendido por duas emissoras de rádio cujas antenas A e B alcançam um raio de 10km do município, conforme mostra a figura:



Para orçar um contrato publicitário, uma agência precisa avaliar a probabilidade que um morador tem de, circulando livremente pelo município, encontrar-se na área de alcance de pelo menos uma das emissoras.

Essa probabilidade é de, aproximadamente,

a) 20% b) 25% c) 30% d) 35% e) 40%

6. Uma coleta de dados em mais de 5 mil sites da internet apresentou os conteúdos de interesse de cada faixa etária. Na tabela a seguir, estão os dados obtidos para a faixa etária de 0 a 17 anos.

Preferências	Porcentagem
Música	22,5
Blogs	15,0
Serviços Web*	10,2
Games	10,0
Horóscopo	9,0
Game on-line	7,4
Educação **	6,5
Teen	4,0
Compras	3,4
Outras	12,0

* Serviços web: aplicativos on-line, emoticons, mensagens para redes sodas, entre outros.
** Sites sobre vestibular, ENEM, páginas com material de pesquisa escolar.

Considere que esses dados refletem os interesses dos brasileiros desta faixa etária.

Selecionando, ao acaso, uma pessoa desta faixa etária, a probabilidade de que ela não tenha preferência por horóscopo é

a) 0,09 b) 0,10 c) 0,11 d) 0,79 e) 0,91

7. Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida). O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada.

Arthur, Bernardo e Caio escolhem os números 12, 17 e 22 como sendo resultados de suas respectivas somas. Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é

a) Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.

b) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.

c) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.

d) Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.

e) Caio, pois a soma que escolheu é a maior.

8. Em um grupo de quatro deputados do PP1 e quatro do PP2, é conhecido que cada um dos deputados do PP1 possui um único inimigo político dentre os deputados do PP2. Se escolhermos neste grupo, aleatoriamente, um deputado do PP1 e outro do PP2 para compor uma comissão, qual a probabilidade de não obtermos inimigos políticos?

a) 3/4 b) 2/3 c) 1/2 d) 1/3 e) 1/4

9. O controle de qualidade de uma fábrica de lâmpadas testa 3 (escolhidas aleatoriamente) de cada 60 lâmpadas produzidas; se mais de uma lâmpada dentre as 3 selecionadas é defeituosa então as 60 lâmpadas são excluídas da produção. Supondo que 10% de cada 60 lâmpadas produzidas são defeituosas, determine a probabilidade p de mais de uma das lâmpadas testadas ser defeituosa.

10. Supondo igual probabilidade de se nascer em cada um dos meses do ano, é correto afirmar que a probabilidade de, em um grupo de cinco pessoas, escolhidas ao acaso, existirem pelo menos duas nascidas no mesmo mês do ano, é:

a) superior a 45% e inferior a 50%.

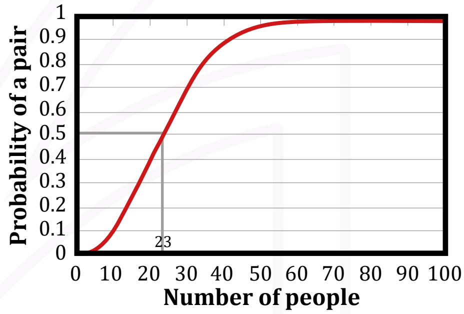
b) igual a

c) superior a 60%

d) igual a

e) igual a

11. Em teoria das probabilidades, o paradoxo do aniversário afirma que dado um grupo de 23 (ou mais) pessoas escolhidas aleatoriamente, a chance de que duas pessoas terão a mesma data de aniversário é de mais de 50%. Para 57 ou mais pessoas, a probabilidade é maior do que 99%, entretanto, ela não pode ser exatamente 100%, exceto que se tenha pelo menos 367 pessoas. Calcular essa probabilidade (e as relacionadas a ela) é o problema do aniversário. A matemática por trás disso tem sido utilizada para estimar a coincidência dos aniversários. O problema foi apresentado pela primeira vez pelo matemático polonês Richard von Mises.



Determine a expressão que representa a probabilidade de, em um conjunto de n pessoas, ocorrer, em ao menos duas delas, a coincidência de aniversário

12. Uma seguradora vende um tipo de seguro empresarial contra certo evento raro.

A probabilidade de ocorrência do referido evento em cada empresa é independente da existência do mesmo evento em outra. Há 10 empresas seguradas, pagando cada uma R$ 90.000,00, pelo seguro anual. Caso ocorra o evento raro em uma empresa em um ano, a seguradora deve pagar a mesma R$ 1.000.000,00.

A probabilidade de a seguradora ter prejuízo nessa modalidade de seguro em um ano é:

a) p^{10}

b) $(1 - p)^{10}$

c) $1 - (1 - p)^{10}$

d) $1 - p^{10}$

e) $P^5(1 - p)^5$

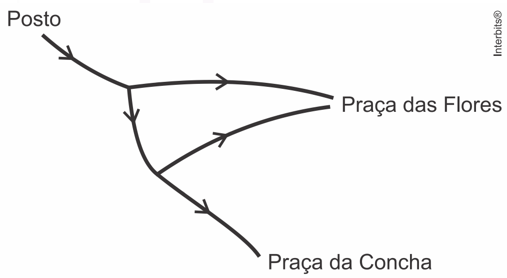
13. Um atleta de tiro ao prato tem probabilidade de 0,9 de acertar o prato a cada novo lançamento. Analisando esse jogador antes do início da competição, após quantos lançamentos de pratos a probabilidade de ele não ter acertado todos os tiros se tornará maior que a probabilidade de acertar todos?

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6
e) 5

14. O dono de um restaurante situado às margens de uma rodovia percebeu que, ao colocar uma placa de propaganda do seu restaurante ao longo da rodovia, as vendas aumentaram. Pesquisou junto aos seus clientes e concluiu que a probabilidade de um motorista perceber uma placa de anúncio é 1/2. Com isso, após autorização do órgão competente, decidiu instalar novas placas com anúncios de seu restaurante ao longo dessa rodovia, de maneira que a probabilidade de um motorista perceber pelo menos uma das placas instaladas fosse superior a 99/100. A quantidade mínima de novas placas de propaganda a serem instaladas é:

a) 99
b) 51
c) 50
d) 6
e) 1

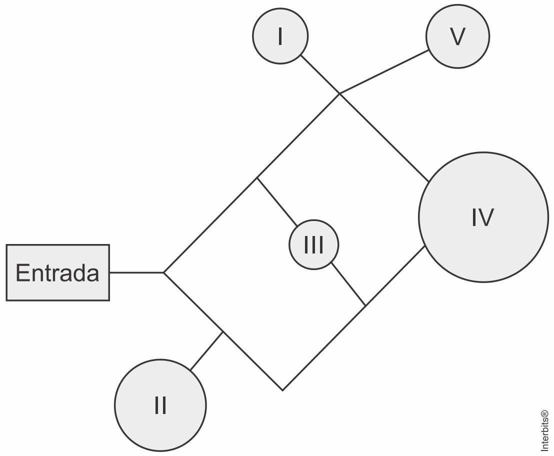
15. Dois ciclistas partem do posto onde estão, em direção à Praça das Flores e à Praça da Concha, localizadas na cidade, seguindo a ciclovia indicada no esquema:



Em cada bifurcação encontrada na ciclovia, eles escolhem, com igual probabilidade, qualquer um dos caminhos e seguem adiante. Nessas condições, a probabilidade de eles chegarem à Praça das Flores é:

a) 1/2
b) 2/3
c) 3/4
d) 4/5
e) 3/8

16. Um adolescente vai a um parque de diversões tendo, prioritariamente, o desejo de ir a um brinquedo que se encontra na área IV, dentre as áreas I, II, III, IV e V existentes. O esquema ilustra o mapa do parque, com a localização da entrada, das cinco áreas com os brinquedos disponíveis e dos possíveis caminhos para se chegar a cada área. O adolescente não tem conhecimento do mapa do parque e decide ir caminhando da entrada até chegar à área IV.



Suponha que relativamente a cada ramificação, as opções existentes de percurso pelos caminhos apresentem iguais probabilidades de escolha, que a caminhada foi feita escolhendo ao acaso os caminhos existentes e que, ao tomar um caminho que chegue a uma área distinta da IV, o adolescente necessariamente passa por ela ou retorna.

Nessas condições, a probabilidade de ele chegar à área IV sem passar por outras áreas e sem retornar é igual a

a) 1/96
b) 1/64
c) 5/24
d) 1/4
e) 5/12

Eventos independentes

Dizemos que E_1 e E_2, ..., E_{n-1}, E_n são eventos independentes quando a probabilidade de ocorrer um deles não depende do fato de os outros terem ou não terem ocorrido.

Exemplos

1. Admita que, se chove hoje, a probabilidade de chover amanhã é de 0,4 e, se não chover hoje, então a probabilidade de chover amanhã é de 0,3. Se a probabilidade de chover hoje é de 0,6 qual a probabilidade de não chover amanhã? (Suponha que os eventos "chover hoje" e "chover amanhã" são independentes).

2. O vírus X aparece nas variantes X_1 e X_2. Se um indivíduo tem esse vírus, a probabilidade de ser a variante X_1 é de 3/5. Se o indivíduo tem o vírus X_1 a probabilidade desse individuo sobreviver é de 2/3; mas, se o indivíduo tem o vírus X_2, a probabilidade de ele sobreviver é de 5/6. Nessas condições, qual a probabilidade de um indivíduo portador do vírus X sobreviver?

3. Uma companhia preocupada com sua produtividade costuma oferecer cursos de treinamento a seus operários. A partir da experiência, verificou-se que um operário, recentemente admitido, que tenha frequentado o curso de treinamento, tem 82% de probabilidade de cumprir sua quota de produção. Por outro lado, um operário também recentemente admitido, e que não tenha frequentado o mesmo curso de treinamento, tem Apenas 35% de probabilidade de cumprir com sua quota de produção. Dos operários recentemente admitidos, 80% frequentaram o curso de treinamento. Selecionando-se, aleatoriamente, um operário recentemente admitido na companhia, a probabilidade de que ele não cumpra a sua quota de produção é:

a) 11,70%
b) 27,40%
c) 35%
d) 83%
e) 85%

Probabilidade condicional

De acordo com a probabilidade condicional, temos que:

$P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$, portanto $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$.

Exemplos

1. Pesquisas médicas asseguram que: a probabilidade de se desenvolver câncer de pulmão se a pessoa fuma é de 40% e a probabilidade de um não fumante desenvolver câncer de pulmão é de 3%. Suponha que 30% da população é formada por fumantes. Se uma pessoa escolhida ao acaso tem câncer de pulmão, qual a probabilidade percentual de ela ter sido fumante? Indique o valor mais próximo.

a) 83%
b) 84%
c) 85%
d) 86%
e) 87%

2. Um teste para detectar certa doença produz resultado falso positivo (quando o resultado é positivo e o paciente não tem a doença), em 2% dos casos e o resultado é falso negativo (quando o paciente tem a doença e o resultado é negativo), em 1% dos casos. Nos demais casos, o resultado é correto. É sabido que 10% da população de certa comunidade são portadores da doença. Se uma pessoa, escolhida aleatoriamente na comunidade, se submete ao teste e o resultado é negativo, qual a probabilidade percentual de a pessoa ter a doença? Indique a alternativa com o valor mais próximo do obtido.

a) 0,19%
b) 0,17%
c) 0,15%
d) 0,13%
e) 0,11%

3. Em um determinado ano, os computadores da receita federal de um país identificar, como inconsistentes 20% das declarações de imposto de renda que lhe foram encaminhadas. Uma declaração é classificada como inconsistente quando apresenta algum tipo de erro ou conflito nas informações prestadas. Essas declarações consideradas inconsistentes foram analisadas pelos auditores que constataram que 15% delas eram fraudulentas. Constatou-se ainda que, dentre as declarações que não apresentam inconsistências, 6,25% eram fraudulentas. Qual é a probabilidade de nesse ano, a declaração de um contribuinte ser considerada inconsistente, dado que ela era fraudulenta?

a) 0,500
b) 0,1000
c) 0,1125
d) 0,3125
e) 0,5000

Anotações