RAZÕES TRIGONOMETRICAS DE ÂNGULOS ESPECIAIS

	30°	45°	60°
seno	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$
cosseno	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$
tangente	$\sqrt{3}/3$	1	3

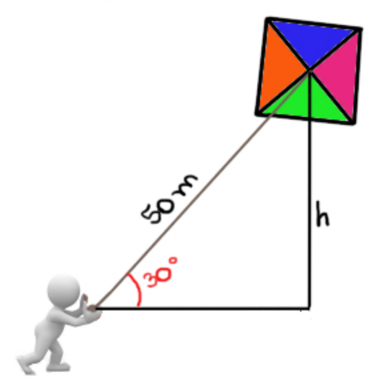
Lembrando do macete:

SOHCAHTOA

seno $= \frac{CO}{Hip}$ cosseno $= \frac{CA}{Hip}$ tangente $= \frac{CO}{CA}$

---

1. Um garoto empina uma pipa com um fio esticado de 50 m. Sabendo que o ângulo entre o fio e o solo é de 30°, calcule a altura que está a pipa.



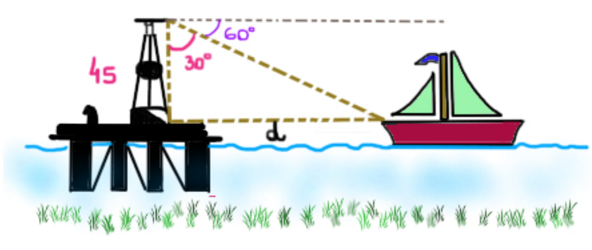
Veja que temos hipotenusa = 50 e queremos h (cateto oposto ao ângulo. Por isso, podemos usar:

$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{Hip} \rightarrow \text{sen}\,30° = \frac{h}{50} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{50}$ ($\text{sen}\,30° = 1/2$)

$50 \cdot \frac{1}{2} = h \longrightarrow \boxed{h = 25m}$

---

2. Do alto da torre de uma plataforma de petróleo marítima, de 45 m de altura, o ângulo de depressão em relação a proa de um barco é de 60°. A que distância o barco está da plataforma?



Podemos ver que o ângulo que complementa 60° é 30°, pois, 30° + 60° = 90°

Como temos CA = 45 e queremos saber a distância (CO), usamos:

$tg\alpha = \frac{CO}{CA} \rightarrow tg\,30° = \frac{d}{45} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 45 = d$

$d = 15\sqrt{3}\,m$ ou $d = 25{,}95\,m$

---

3. Um barco atravessa um rio e segue numa direção que forma com uma das margens um ângulo de 30°. Sabendo que a largura do rio é de 60 m, calcule a distância percorrida pelo barco para atravessar o rio.

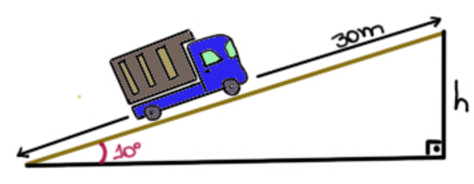
Queremos saber a distância percorrida pelo barco, então podemos usar a relação seno:

$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{Hip}$ → queremos descobrir

$\text{sen}\,30° = \frac{60}{d} \rightsquigarrow \frac{1}{2} = \frac{60}{d} \rightsquigarrow d \cdot \frac{1}{2} = 60 \rightsquigarrow \boxed{d = 120m}$ ($\text{sen}\,30° = 1/2$)

---

4. Um caminhão sobe uma rampa inclinada de 10° em relação ao plano horizontal. Se a rampa tem 30 m de comprimento, a quantos metros o caminhão se eleva, verticalmente, após percorrer toda a rampa?
Dados: $\sin 10° = 0{,}17$; $\cos 10° = 0{,}98$; $\tan 10° = 0{,}18$.



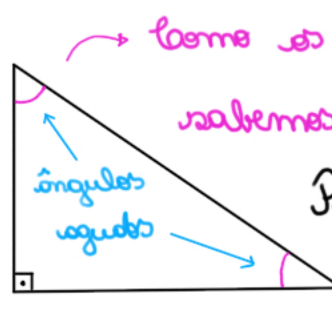
Neste exercício queremos descobrir a altura (elevação) da rampa:

$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{Hip}$ (CO → h) $\rightarrow \text{sen}\,10° = \frac{h}{30}$ $\text{sen}\,10° = 0{,}17$

$0{,}17 = \frac{h}{30} \rightarrow 30 \cdot 0{,}17 = h \rightarrow \boxed{h = 5{,}10\,m}$

---

5. Sendo α um ângulo agudo de um triângulo retângulo e $\cos\alpha = 5/13$. Calcule $\sin\alpha$ e $\tan\alpha$.



Como os dois ângulos são agudos, ainda não sabemos qual é ângulo α.

Pela relação do $\cos\alpha = \frac{CA}{Hip} = \frac{5}{13}$ descobrimos duas medidas → CA = 5 ; Hip = 13

Pelo teorema de pitágoras conseguimos descobrir CO:

$H^2 = CA^2 + CO^2 \rightsquigarrow 13^2 = 5^2 + CO^2 \rightsquigarrow CO^2 = 169 - 25$

$CO = \sqrt{144} \longrightarrow CO = 12$

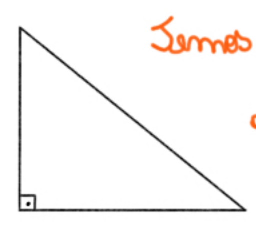
Agora podemos calcular sen α e tan α:

$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{Hip}$ $\tan\alpha = \frac{CA}{Hip}$

$\boxed{\text{sen}\,\alpha = \frac{12}{13}}$ $\boxed{\tan\alpha = \frac{12}{5}}$

---

6. Sendo α um ângulo agudo de um triângulo retângulo e $\tan\alpha = 2/3$. Calcule $\sin\alpha$ e $\cos\alpha$.



Temos um exercício semelhante ao anterior, mas agora temos a relação $\tan = \frac{CO}{CA} = \frac{2}{3}$

Então, CO = 2 ; CA = 3

Pelo teorema de pitágoras:

$H^2 = CO^2 + CA^2$ $H^2 = 2^2 + 3^2$ $H^2 = 4 + 9$

$H = \sqrt{13}$ ⟶ agora podemos calcular sen α e cos α:

$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{Hip}$ $\cos = \frac{CA}{Hip}$

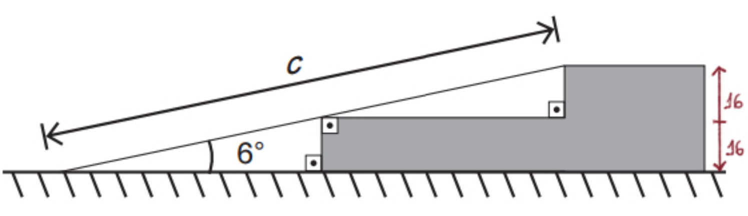
$\text{sen}\,\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$ → racionalizar $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$ → racionalizar

$\text{sen}\,\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}}$ $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}}$

$\boxed{\text{sen}\,\alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}}$ $\boxed{\cos\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}}$

---

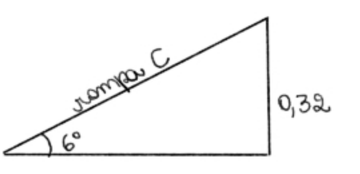
7. O acesso a um edifício é feito por uma escada de dois degraus, sendo que cada um tem 16 cm de altura. Para atender portadores de necessidades especiais, foi construída uma rampa. Respeitando a legislação em vigor, a rampa deve formar, com o solo, um ângulo de 6°, conforme a figura: Dados: $\sin 6° = 0{,}10$; $\cos 6° = 0{,}99$



$16 + 16 = 32cm$

$32cm \cdot \frac{1m}{100cm} = 0{,}32m$

Determine, em metros, a medida c do comprimento da rampa.



Podemos descobrir a rampa C (hipotenusa) a partir da relação seno.

$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{Hip} \rightsquigarrow \text{sen}\,6° = \frac{0{,}32}{C} \rightsquigarrow 0{,}10 \cdot C = 0{,}32$ ($\text{sen}\,6° = 0{,}10$)

$C = \frac{0{,}32}{0{,}10} = C = \frac{32}{10} \rightsquigarrow \boxed{C = 3{,}2\,m}$