

FRENTE: MATEMÁTICA I

PROFESSOR(A): FABRÍCIO MAIA

ASSUNTO: INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

EAD – ITA/IME

AULAS 21 E 22



Resumo Teórico

Inequações trigonométricas

Em Álgebra, costumamos definir as inequações como toda sentença matemática aberta expressa por uma desigualdade. Assim, uma inequação é dita trigonométrica quando em sua composição o valor desconhecido aparece relacionado com seno, cosseno, tangente, cotangente, secante ou cossecante. Resolvê-la, consiste em encontrar os valores que verificam a sentença.

Seno, Cosseno e Tangente (Arcos Notáveis)

α	$\text{sen}\alpha$	$\text{cos}\alpha$	$\text{tg}\alpha$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	\neq



Exercícios

- Determine todos os valores $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ tais que a equação $x^4 - (2\sqrt{3})x^2 + \text{tg}\alpha = 0$, em x , admita apenas raízes mais simples.
- Resolva a equação $\text{sen}^2(4x) + \text{cos}^2x - 2 \cdot \text{sen}(4x) \cdot \text{cos}^4x = 0$.
- Determine os valores reais do parâmetro a para os quais existe um número real x satisfazendo $\sqrt{1-x^2} \geq a-x$.

- No intervalo $\pi < x < 2\pi$, quais são os valores de k que satisfazem a inequação $(\log_e k)^{\text{sen}x} > 1$?
 A) para todo $k > e$
 B) para todo $k > 2$
 C) para todo $k > 1$
 D) para todo $1 < k < e$
 E) para todo $0 < k < e$
- Determine para quais valores de $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ vale a desigualdade:

$$\log_{\text{cos}x}(4 \text{sen}^2x - 1) - \log_{\text{cos}x}(4 - \text{sec}^2x) > 2$$
- Dado o polinômio P definido por $P(x) = \text{sen}\theta - (\text{tg}\theta)x + (\text{sec}^2\theta)x^2$, os valores de θ no intervalo $[0, 2\pi]$ tais que P admita somente raízes reais são:
 A) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
 B) $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ou $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$
 C) $\pi \leq \theta < \frac{3\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2} < \theta \leq 2\pi$
 D) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$
 E) $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{3\pi}{2}$
- Determine os valores de $\theta \in [0, 2\pi]$ tais que $\log_{\text{tg}\theta} e^{\text{sen}\theta} \geq 0$.
- Em \mathbb{R} , o conjunto solução da inequação $x^2 - 2018 \cdot \text{sen}x + 2019 \geq 0$ é:
 A) \emptyset
 B) $[-1, 1]$
 C) $[0, 1]$
 D) \mathbb{R}
 E) $[-1, 0]$
- Resolva a inequação $\text{sen}2x + \text{sen}x > \text{cos}2x + \text{cos}x$, sendo $x \in [0, \pi]$.
- No intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$, a expressão $y = \frac{\text{sen}x + \text{tg}x}{\text{cos}x + \text{cot}g x}$ é tal que:
 A) $y > 0$ somente se $0 < x < \frac{\pi}{2}$
 B) $y < 0$ se $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$
 C) $y > 0$ se $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$
 D) $y < 0$ somente se $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$
 E) NDA

11. Determine os valores de x que satisfazem a sentença a seguir:

$$\pi^{\cos^2 2x + \cos^2 x} - \pi \leq 0$$

12. No intervalo $0 < x < 2\pi$, a inequação $(\text{sen} x + \text{cos} x)^2 < 1$ tem solução, se:

A) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ou $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

B) $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ou $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

C) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

D) $0 < x < \frac{\pi}{2}$

E) $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

13. Determine o conjunto solução da inequação $\frac{\text{sen} x}{\text{sen} x - 1} < 0$.

14. A equação $x^2 + x\sqrt{2} + \cos \theta = 0$, com $0 \leq \theta \leq \pi$, não admite raízes reais se, e somente se,

A) $0 \leq \theta < \frac{\pi}{3}$

B) $\frac{\pi}{3} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$

C) $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$

D) $\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{2\pi}{3}$

E) $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$

15. Considere a inequação trigonométrica $\frac{\text{sen}(2x) - 2}{\cos(2x) + 3\cos(x) - 1} > 0$, para $0 < x < 2\pi$.

Encontre os valores de x , que satisfazem a sentença.

Gabarito

01	02	03	04	05
-	-	-	D	-
06	07	08	09	10
C	-	D	-	C
11	12	13	14	15
-	B	-	A	-

- Demonstração.



Anotações