MATEMÁTICA

FRENTE: MATEMÁTICA IV

PROFESSOR(A): MARCELO MENDES

EAD – ITA/IME

AULAS 08 A 11

ASSUNTO: PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

Resumo Teórico

Uma progressão geométrica (P.G.) é outro tipo especial de sequência, em que cada termo é gerado a partir do anterior, multiplicando-o por uma constante chamada razão **q**. Portanto, são necessários um termo inicial e uma razão para determinarmos a P.G.

Podemos escrever $a_{n+1} = a_n \cdot q$.

Consequência da definição

(a, b, c) P.G. $\Rightarrow b^2 = ac$.

Termo geral

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ou $a_n = a_m \cdot q^{n-m}$

Soma dos n primeiros termos

i. $q = 1$: $S = na_1$

ii. $q \neq 1$: $S = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$

Limite da soma dos termos (popularmente conhecida como soma infinita)

Quando a razão **q** satisfaz $-1 < q < 1$, então $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = \dfrac{a_1}{1-q}$

Produto dos n primeiros termos

$P = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$ ou $P^2 = (a_1 a_n)^n$

Exercícios

01. (ITA) Suponha que os números 2, **x**, **y** e 1458 estejam, nessa ordem, em PG. Desse modo, quanto é o valor de x + y?

02. Prove que se **a**, **b**, **c** e **d** estão em P.G., nessa ordem, então $(b - c)^2 = ac + bd - 2ad$.

03. (IME) Os números **m**, 22.680 e **n** fazem parte, nessa ordem, de uma progressão geométrica crescente com razão dada por **q**. Sabe-se que:

- existem, pelo menos, dois elementos entre **m** e 22.680;
- **n** é o sexto termo dessa progressão geométrica;
- $n \leq 180.000$.

Determine os possíveis valores de **m** e **n**, sabendo que **m**, **n** e **q** são números naturais positivos.

04. (IME) Seja $f(x) = |3 - \log x|$, $x \in \mathbb{R}$. Sendo **n** um número inteiro positivo, a desigualdade somente

$$\left|\frac{f(x)}{4}\right| + \left|\frac{2f(x)}{12}\right| + \left|\frac{4f(x)}{36}\right| + \ldots + \left|\frac{2^{n-3}f(x)}{3^{n-1}}\right| + \ldots \leq \frac{9}{4}$$

é possível se:
A) $0 \leq x \leq 10^6$
B) $10^{-6} \leq x \leq 10^8$
C) $10^3 \leq x \leq 10^6$
D) $10^0 \leq x \leq 10^6$
E) $10^{-6} \leq x \leq 10^6$

05. Uma P.G. finita tem **n** termos. Sendo S a soma dos termos, S' a soma de seus inversos e P o produto dos elementos, prove que $P^2 = \left(\dfrac{S}{S'}\right)^n$.

06. Julgue se (a, b, c) formam, nessa ordem, uma P.A. e uma P.G. simultaneamente, então a = b = c.

07. Suponha que **x**, **y**, **z** estejam em P.G. de razão **r** e $x \neq y$. Se **x**, 2y, 3z estão em P.A., então **r** é igual a:
A) 1/4
B) 1/3
C) 1/2
D) 2
E) 4

08. (ITA) Seja $a_1, a_2, \ldots, a_n$, ($a_i > 0$, i = 1, 2, ..., n), uma progressão geométrica de razão **r** e f: $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = \log(qx^p)$, em que **p** e **q** são números reais positivos. Nessas condições, $f(a_1), f(a_2), \ldots, f(a_n)$, é:
A) uma progressão geométrica de razão $\log(qr^p)$.
B) uma progressão geométrica de razão $p \cdot \log r$.
C) uma progressão aritmética de razão $\log q + p \cdot \log a_1$.
D) uma progressão aritmética de razão $\log q + p \cdot \log r$.
E) uma progressão aritmética de razão $p \cdot \log r$.

09. (ITA) Se os três lados de um triângulo estão em progressão geométrica, então a razão dessa progressão está compreendida, necessariamente, entre os valores:

A) $\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1)$

B) $\frac{1}{2}(\sqrt{4}-1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{4}+1)$

C) $\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)$

D) $\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1)$ e $\frac{1}{2}(\sqrt{2}+1)$

E) 0 e 1

10. (IME) O segundo, o sétimo e o vigésimo sétimo termos de uma progressão aritmética (P.A.) de números inteiros, de razão **r**, formam, nessa ordem, uma progressão geométrica (P.G.), de razão **q**, com **q** e **r** $\in$ N (natural diferente de zero).

Determine:
A) o menor valor possível para a razão **r**;
B) o valor do décimo oitavo termo da P.A., para a condição do item A.

11. (ITA) Se designarmos por S_n a soma dos **n** primeiros termos de uma progressão geométrica de infinitos termos, de razão $q > 1$ e primeiro termo $a_1 > 0$, podemos afirmar que:

A) $\frac{Sn}{S_{2n}-Sn}=\frac{S_{2n}-S_n}{S_{2n}-S_{2n}}$

B) $\frac{Sn}{S_{2n}-Sn}=\frac{S_{2n}}{S_{2n}-S_{2n}}$

C) $\frac{Sn}{S_{2n}-Sn}=S_{3n}-S_n$

D) $S_{3n}-S_{2n}+S_n$

E) NDA

12. (IME) Seja $S_n=\sum_{i=1}^{n}a_i$, em que os a_n são complexos. Os módulos dos a_n estão em progressão geométrica. Os argumentos dos a_n estão em progressão aritmética. São dados $a_1=13,5(\sqrt{3}+i)$ e $a_4=\frac{i\sqrt{3}-1}{2}$. Calcule $\lim_{n\to\infty}S_n$.

13. (IME) Determine a expressão da soma a seguir, onde **n** é um inteiro múltiplo de 4 : $1 + 2i + 3i^2 + ... + (n + 1)i^n$.

14. (ITA) Numa progressão geométrica de razão **q**, sabe-se que:

(1) o produto do logaritmo natural do primeiro termo a_1 pelo logaritmo natural da razão é 24.

(2) a soma do logaritmo natural do segundo termo com o logaritmo natural do terceiro termo é 26.

Se $\ell n\ q$ é um número inteiro, então o termo geral a_n vale:

A) e^{6n-2} B) e^{4+6n}
C) e^{24n} D) e^{4+6^n}
E) n.d.a.

15. (ITA) Seja $(a_1, a_2, a_3, ...)$ uma progressão geométrica infinita de razão a_1, $0 < a_1 < 1$, e soma igual a $3a_1$. A soma dos três primeiros termos desta progressão geométrica é:

A) 8/27 B) 20/27
C) 26/27 D) 30/27
E) 38/27

Gabarito

Exercícios de Fixação				
01	**02**	**03**	**04**	**05**
*	*	*	D	*
06	**07**	**08**	**09**	**10**
*	B	E	A	*
11	**12**	**13**	**14**	**15**
A	*	*	A	E

Resoluções

01. 2, x, y, 1458 formam uma P.G.

$2 \cdot 1458 = x \cdot y$ (1)

$2 \cdot y = x^2 \Rightarrow y = \frac{x^2}{2}$ (2)

(2) em (1): $2\cdot 1458 = x\cdot\frac{x^2}{2} \Rightarrow x^3 = 5832 \Rightarrow \boxed{x=18}$

$y=\frac{x^2}{2}\Rightarrow y=\frac{18^2}{2}=162\Rightarrow\boxed{y=162}$

$x + y = 18 + 162 = 180$

02. a, b, c, d formam uma P.G. Seja **q** a razão da P.G. Então

$b = q \cdot a$; $c = q^2 \cdot a$; $d = q^3 \cdot a$

$(b - c)^2 = (q \cdot a - q^2 \cdot a)^2 = a^2 \cdot q^2(1 - q)^2 = a^2 \cdot q^2(3 - 2q + q^2)$

$\Rightarrow (b - c)^2 = a^2 \cdot q^2 - 2 \cdot a^2 \cdot q^3 + a^2q^4$

$\Rightarrow (b-c)^2 = a\cdot\underbrace{(aq^2)}_{c}+\underbrace{(a\cdot q)}_{b}\cdot\underbrace{(a\cdot q^3)}_{d}-2\cdot a\cdot\underbrace{(a\cdot q^3)}_{d}$

$(b - c)^2 = a \cdot c + b \cdot d - 2 \cdot a \cdot d$

03. Veja que $22680 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1$.

Sejam **x**, **y**, **z** os outros três termos da P.G. formada por **m**, 22680, **n**, **x**, **y**, **z**. Como **n** é o 6º termo e há, pelo menos dois elementos entre **m** e 22680, temos três possibilidades para a ordem dos números, considerando $x < y < z$.

i) m, x, y, 22680, z, n

Nesse caso, $m=\frac{22680}{q^3}$, $x=\frac{22680}{q^2}$ e $y=\frac{22680}{q}$

Como $22680 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1$, **q** pode ser 2, 3 ou 6.

q = 2:	m	x	y	22680	z	n	
	2835	5670	11340	22680	45360	90720	ok! ($n \le 180.000$)

q = 3:

m	x	y	22680	z	n
840	2520	7560	22680	68040	204120

n > 180.000 (não serve)

q = 6: Não serve, pois $22680 \cdot 6^2 > 180.000$

ii) m, x, y, z, 22680, n

Nesse caso, $m = \frac{22680}{q^4}$, $x = \frac{22680}{q^3}$, $y = \frac{22680}{7^2}$ e $z = \frac{22680}{q}$,

o que faz **q** poder assumir apenas o número 3, pois $22680 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1$

m	x	y	z	22680	n
280	840	2520	7560	22680	68040

iii) x, m, y, z, 22680, n

Nesse caso, temos:

$$x = \frac{22680}{q^4}, m = \frac{22680}{q^3}, y = \frac{22680}{q^2}, z = \frac{22680}{q}$$

Veja que **x** não precisa ser natural, mas **m** precisa. Assim, **q** pode assumir os valores 2, 3 ou 6, pois $22680 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1$

q = 2:

x	m	y	z	22680	n
$\frac{2835}{2}$	2835	5670	11340	22680	45360

q = 3:

x	m	y	z	22680	n
280	840	2520	7560	22680	68040

q = 6:

x	m	y	z	22680	n
$\frac{105}{6}$	105	630	3780	22680	136080

Assim, temos:
(m, n) = (2835, 90720); (280, 68040); (2835, 45360); (840, 68040); (105, 136080)

04.

$$\left|\frac{f(x)}{4}\right| + \left|\frac{2 \cdot f(x)}{12}\right| + \left|\frac{4f(x)}{36}\right| + \cdots + \left|\frac{2^{n-3} \cdot f(x)}{3^{n-1}}\right| + \cdots =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot |f(x)| + \frac{2}{12} \cdot |f(x)| + \frac{4}{36} \cdot |f(x)| + \cdots + \frac{2^{n-3}}{3^{n-1}} \cdot |f(x)| + \cdots +$$

$$= \left[\frac{1}{4} + \frac{2}{12} + \frac{4}{36} + \cdots + \frac{2^{n-3}}{3^{n-1}} + \cdots\right] \cdot |f(x)| =$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{2}{3}} \cdot |f(x)| = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} \cdot |f(x)| = \frac{3}{4} \cdot |f(x)|$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \cdot |f(x)| \le \frac{9}{4} \Rightarrow |f(x)| \le 3$$

$$\Rightarrow \big||3 - \log x|\big| \le 3 \Rightarrow -3 \underset{\text{Trivial}}{\le} |3 - \log x| \le 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |3 - \log x| \le 3 \Rightarrow -3 \le 3 - \log x \le 3 \Rightarrow -6 \le \log x \le 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \le \log x \le 6 \Rightarrow 10^0 \le x \le 10^6$$

Resposta: D

05. P.G, finita de **n** termos:

$a \cdot q^0, a \cdot q^1, a \cdot q^2, \ldots, a \cdot q^{n-1}$

Soma S: $S = a \cdot q^0 + a \cdot q^1 + \ldots + a \cdot q^{n-1} = a(q^0 + q^1 + \ldots + q^{n-1})$

$$\Rightarrow S = a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$$

Soma dos inversos:

$$S' = \frac{1}{a \cdot q^0} + \frac{1}{a \cdot q^1} + \frac{1}{a \cdot q^2} + \cdots + \frac{1}{a \cdot q^{n-1}}$$

$$S' = \frac{1}{a}\left(\frac{1}{q^0} + \frac{1}{q^1} + \frac{1}{q^2} + \cdots + \frac{1}{q^{n-1}}\right)$$

$$S' = a^{-1} \cdot (q^0 + q^{-1} + q^{-2} + \ldots + q^{1-n})$$

$$S' = a^{-1}\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right) \cdot \frac{1}{q^{n-1}}$$

Produto dos elementos: $P = a \cdot q^0 \cdot a \cdot q^1 \cdot a \cdot q^2 \cdot \ldots \cdot a \cdot q^{n-1}$

$$\Rightarrow P = a^n \cdot q^{0+1+2+\ldots+(n-1)}$$

$$\Rightarrow P = a^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}} \Rightarrow \boxed{P^2 = a^{2n} \cdot q^{n(n-1)}}$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)}{a^{-1}\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right) \cdot \frac{1}{q^{n-1}}} = a^2 \cdot q^{n-1}$$

$$\left(\frac{S}{S'}\right)^n = \left(a^2 \cdot q^{n-1}\right)^n = a^{2n} \cdot q^{n(n-1)} = P^2 \qquad \text{c.q.}$$

06. $(a, b, c) \to$ P.A. $\therefore b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow 2b = a + c \Rightarrow 4b^2 = a^2 + 2ac + c^2$ (1)

$(a, b, c) \to$ P.A. $\therefore b^2 = a \cdot c \Rightarrow 4b^2 = 4 \cdot a \cdot c$ (2)
(1) e (2): $a^2 + 2 \cdot a \cdot c + c^2 = 4 \cdot a \cdot c$
$\Rightarrow a^2 - 2ac + c^2 = 0$
$\Rightarrow (a - c)^2 = 0$
$\Rightarrow \boxed{a = c}$

$$b = \frac{a+c}{2} = \frac{a+a}{2} = a$$

Logo: a = b = c

07. (x, y, z) P.G. razão **r** $\Rightarrow y = x \cdot r; z = x \cdot r^2$

(x, 2y, 3z) P.A. $\Rightarrow 2y = \frac{x+33}{2} \Rightarrow 2 \cdot x \cdot r = \frac{x + 3 \cdot x \cdot r^2}{2}$

$\Rightarrow 4r = 1 + 3r^2 \Rightarrow 3r^2 - 4r + 1 = 0$
$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4$

$$r = \frac{4 \pm 2}{2 \cdot 3} \begin{cases} r' = 1 \times (x \ne y) \\ r'' = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Logo, a razão vale $\frac{1}{3}$

Resposta: B

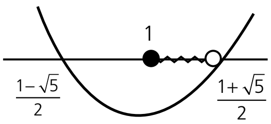
08. $a_{i+1} = a_i \cdot r$
$f(a_{i+1}) - f(a_i) = \log [q \cdot (a_i \cdot r)^P] - \log [q \cdot a_i^P]$
$= \log q + P \cdot \log (a_i \cdot r) - \log q - P \cdot \log a_i$
$= P [\log (a_i \cdot r) - \log (a_i)]$
$= P \log\left(\frac{a_i \cdot r}{a_i}\right) = P \cdot \log r$

Logo, $f(a_{i+1}) - f(a_i) = P \cdot \log r$
Assim, $f(a_1), f(a_2), \ldots, f(a_n)$ forma uma P.A de razão $P \cdot \log r$

Resposta: E

09. Sejam a, b, c os lados do triângulo:
$a,\ a \cdot q,\ a \cdot q^2$
i) $q \geq 1$
$a + a \cdot q > a \cdot q^2$ (des. trinagular)

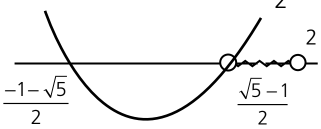
$q^2 - q - 1 < 0 \quad \Delta = 5,\ q = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$



$\Rightarrow 1 \leq q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

ii) $q < 1$
$aq^2 + aq > a \Rightarrow q^2 + q - 1 > 0 \qquad \Delta = 5,\ q = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\frac{\sqrt{5}-1}{2} < q < 1$



Logo $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < q < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

Resposta: A

10. PG: $a_1 + r,\ a_1 + 6r,\ a_1 + 26r$
$(a_1 + r)(a_1 + 26r) = a_1 + 6r)^2$
$\Rightarrow a_1^2 + 27ra_2 + 26r^2 = a1^2 + 12ra_1 + 36r^2$
$\Rightarrow 15ra_1 = 10r^2 \Rightarrow 3a_1 = 2r$
Veja que, como a P.A. é formada por números inteiros, então $a_1 \in \mathbb{Z}$. Além disso, como **r** é natural, os menores valores para a_1 e **r** são, respectivamente, 2 e 3.

a) Logo, o menor valor possível para **r** é 3.
b) O valor do décimo oitavo termo da P.A., para a condição do item (a), é:
$a_{18} = a_1 + 17 \cdot r.$
$a_{18} = 2 + 17 \cdot 3$
$a_{18} = 53$

11. P.G.: $a_1,\ a_1 \cdot q,\ a_1 \cdot q^2, \ldots, a_1q^{n-1}, \ldots$

$$\left.\begin{array}{l} S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \\ S_{2n} = \frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{2n} - S_n = \frac{a_1(q^n - q^{2n})}{1-q}$$

$$\left.\begin{array}{l} S_{2n} = \frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q} \\ S_{3n} = \frac{a_1(1-q^{3n})}{1-q} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{3n} - S_{2n} = \frac{a_1(q^{2n} - q^{3n})}{1-q}$$

$$\Rightarrow \frac{S_n}{S_{2n} - S_n} = \frac{1-q^n}{q^n(1-q^n)} = \frac{1}{q^n}$$

$$\frac{S_{2n} - S_n}{S_{3n} - S_{2n}} = \frac{q^n - q^{2n}}{q^{2n} - q^{3n}} = \frac{q^n - q^{2n}}{q^n(q^n - q^{2n})} = \frac{1}{q^n}$$

Logo, $\frac{S_n}{S_{2n} - S_n} = \frac{S_{2n} - S_n}{S_{3n} - S_{2n}}$

Resposta: A

12. $\text{cis}\ \theta = e^{i\theta}$

$S_n = \sum_{j=1}^{n} a_j$

$a_1 = 13{,}5(\sqrt{3} + i) = \frac{27}{2} \cdot 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right) = 27 \cdot \text{cis}\frac{\pi}{6} = e^{\frac{i\pi}{6}}$

$a_4 = \frac{i\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 1 \cdot \text{cis}\frac{4\pi}{6} = 1 \cdot e^{\frac{i\pi}{6}}$

Módulos em P.G. $\Rightarrow 1 = 27 \cdot q^3 \Rightarrow \boxed{q = \frac{1}{3}}$

Argumentos em P.A. $\Rightarrow \frac{4\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 3 \cdot r \Rightarrow 3r = \frac{3\pi}{6} \Rightarrow \boxed{r = \frac{\pi}{6}}$

Logo queremos:

$$S_\infty = 27 \cdot e^{\frac{i\pi}{6}} + \frac{27}{3} \cdot e^{i\cdot\frac{2\pi}{6}} + \frac{27}{3^2} \cdot e^{i\cdot\frac{3\pi}{6}} + \frac{27}{3^3} \cdot e^{i\cdot\frac{4\pi}{6}} + \cdots$$

$$\times \frac{1}{3} \cdot e^{\frac{i\pi}{6}}$$

$$\frac{1}{3} \cdot e^{\frac{i\pi}{6}} \cdot S_\infty = \frac{27}{3} \cdot e^{i\cdot\frac{2\pi}{6}} + \frac{27}{3^2} \cdot e^{i\cdot\frac{3\pi}{6}} + \frac{27}{3^3} \cdot e^{i\cdot\frac{4\pi}{6}} + \cdots \quad \ominus$$

$$S_\infty\left(1 - \frac{1}{3}e^{\frac{i\pi}{6}}\right) = 27 \cdot e^{\frac{i\pi}{6}}$$

$$\Rightarrow S_\infty = \lim Sn = \frac{27 \cdot e^{\frac{i\pi}{6}}}{\left(1 - \frac{1}{3}e^{\frac{i\pi}{6}}\right)} = \frac{27\ \text{cis}\ 30^\circ}{1 - \frac{1}{3}\ \text{cis}\ 30^\circ} = \frac{27\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)}{1 - \frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)}$$

$$= \frac{27(\sqrt{3} + i)}{\frac{6 - \sqrt{3} - i}{3}} \cdot \frac{(6 - \sqrt{3} + i)}{(6 - \sqrt{3} + i)} = \frac{243\sqrt{3} - 162 + 243i}{20 - 6\sqrt{3}}$$

13. $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}$
$1 + 2i + 3i^2 + \ldots + (n + 1)\, i^n$
Veja que $1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 = 1 + 2i + (-3) - 4i = -2 - 2i$
Veja também que:

$$\underbrace{1 + 2i + 3i^2 + 4i^3}_{-2-2i} + \underbrace{5i^4 + \ldots + 8i^7}_{-2-2i} + \cdots = \underbrace{(n-3)i^{n-4} + \ldots + n \cdot i^{n-1}}_{-2-2i} + (n+1)i^n =$$

$$= \frac{n}{4}(-2 - 2i) + (n+1) \cdot 1^{\to in}$$

$$= -\frac{n}{2} - \frac{ni}{2} + n + 1 = \frac{n + 2 - ni}{2}$$

14. $\ell_n a_1 \cdot \ell_n q = 24$

$\ell_n(a_1 \cdot q) + \ell_n(a_1 \cdot q^2) = 26 \Rightarrow \ell_n(a_1^{\,2} \cdot q^3) = 26 \Rightarrow \ell_n a_1^{\,2} + \ell_n q^3 = 26$

$\Rightarrow 2\ell_n a_1 + 3\ell_n q = 26$

$$\begin{cases} \ell n a_1 \cdot \ell n q = 24 \\ 2\ell n a_1 + 3\ell n q = 26 \end{cases}$$

Como $\ell_n q$ é inteiro, a única solução é: $\ell_n q = 6 \Rightarrow q = e^6$

$\ell_n a_1 = 4 \Rightarrow a_1 = e^4$

Assim temos:

$an = a_1 \cdot q^{n-1} = e^4 \cdot e^{6(n-1)} = e^{6n-2}$

15.

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-a_1} = 3a_1 \Rightarrow 1 - a_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} = \frac{18+12+8}{27} = \frac{38}{27}$$

Anotações

SUPERVISOR/DIRETOR: MARCELO PENA – AUTOR: MARCELO MENDES
DIG.: CLAUDIA – REV.: KELLY MOURA