FRENTE: FÍSICA I

PROFESSOR(A): TADEU CARVALHO

EAD – ITA/IME

AULAS 33 A 36

ASSUNTO: LEIS DE NEWTON (TRAJETÓRIAS CIRCULARES)

Resumo Teórico

Introdução

Na verdade, iremos estudar um caso particular dessa situação, que envolve trajetórias planas e circulares, pois o estudo do movimento curvo geral está fora do objetivo deste curso.

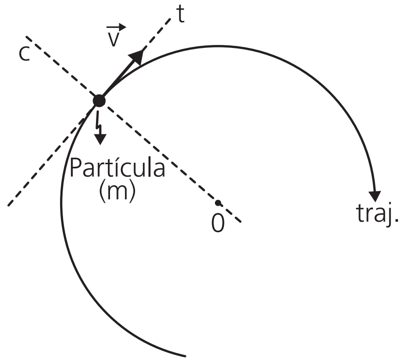
Vamos retomar a 2ª Lei de Newton para partículas de massa constante:

$$\boxed{\sum_{(\text{todas})} \vec{F} = m \cdot \vec{a}}$$

Em trajetórias retas, era imediata a decomposição dessa equação nos eixos coordenados:

$$\begin{matrix} \sum \cdot Fx = m \cdot a_x \\ \sum \cdot Fy = m \cdot a_y \end{matrix} \qquad (\text{caso 2D})$$

Agora imagine esse mesmo estudo ao longo da trajetória circular:



A cada instante do movimento, é possível definir 2 eixos: central (c) e tangencial (t), onde o eixo central obviamente sempre passa pelo centro e o eixo tangencial é sempre tangente à trajetória. Isso posto, fica imediato que a velocidade da partícula sempre estará na direção do eixo tangente.

É possível decompor as forças que atuam nessa partícula de massa **m** nos eixos (t) e (c), tornando a 2ª Lei em:

$$\sum_{(\text{Todas})} \vec{F} = m \cdot \vec{a} \left\langle \begin{matrix} \sum\limits_{(\text{tang.})} \vec{F} = m \cdot \vec{a}_t \\ \sum\limits_{(\text{centro})} \vec{F} = m \cdot \vec{a}_C \end{matrix} \right.$$

onde $\vec{a}_t$ e $\vec{a}_C$ são as componentes tangente e central (ou centrípeta) da aceleração. Assim, podemos escrever:

$$a_t = \alpha \cdot R, \text{ onde } \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

e

$$a_C = a_{cp} = \begin{cases} v^2/R & \text{ou} \\ \omega^2 \cdot R \end{cases}$$

Da mesma força que a aceleração foi decomposta nos eixos (t) e (c), isso também pode ser feito com a força resultante $\vec{R}$, originando $\vec{R}$ (força resultante tangencial) e $\vec{R}$ força resultante central ou centrípeta), assim, podemos escrever:

$$\vec{R}_t = \sum_{(\text{tang})} \vec{F} = m \cdot \vec{a}_t$$

$$\vec{R}_C = \sum_{(\text{centro})} \vec{F} = m \cdot \vec{a}_C$$

Obs$_1$: É muito comum se referir à força resultante central ou centrípeta apenas por força centrípeta (F_{CP}).

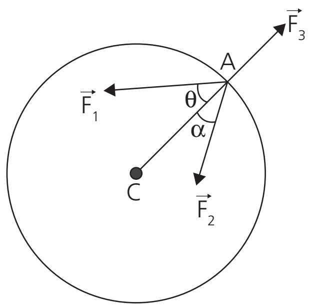
Obs$_2$: Não confundir força centrípeta com força centrífuga, são conceitos bem diferentes.

A força centrípeta (F_{cp}) é uma componente da força resultante, já a força centrífuga (F_{cp}) é uma força inercial, observada apenas por referenciais acelerados (nesse caso, referenciais sob rotação).

Exercícios

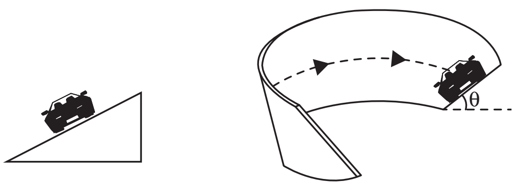
01. No esquema, representamos uma partícula de massa 1,0 kg em trajetória circular de centro C e raio R = 2 m. Em um instante t_0 a partícula passa pelo ponto A e está submetida à ação exclusiva das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$.

São dados: $F_1 = 20$ N; $F_2 = 15$ N; $F_3 = 17$ N; $\cos\theta = \text{sen}\,\alpha = \frac{4}{3}$.



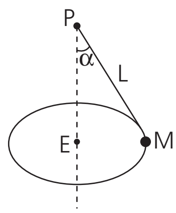
A velocidade da partícula, no ponto, vale:
A) 8 m/s
B) 4 m/s
C) 16 m/s
D) zero

02. Em uma pista inclinada de θ em relação à horizontal, um carro de massa 900 kg descreve uma curva horizontal de raio $40\sqrt{3}$ (mostrada em corte na figura), com velocidade constante de 72 km/h. Sabendo-se que o veículo não tem nenhuma tendência de derrapar, responda às questões.



Dado: g = 10 m/s².
A) Qual o valor de θ?
B) O que acontece com o carro se suas rodas passarem sobre uma mancha de óleo na pista?

03. A esfera de massa **M** da figura, presa ao ponto **P** por um fio de massa desprezível e comprimento **L**, executa movimento circular uniforme em torno do eixo **E**.
O período da revolução da esfera será (onde **g** é a aceleração da gravidade):



A) $T = 2\pi L \cdot \dfrac{\text{sen}\alpha}{Mg}$

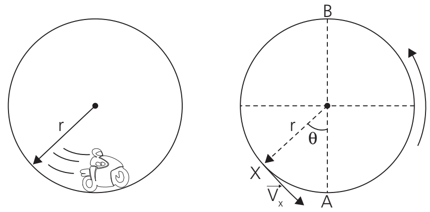
B) $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{\text{tg}\alpha}{Mg}}$

C) $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{L \cdot \cos\alpha}{g}}$

D) $T = 2\pi \cdot L \cdot \dfrac{\cos\alpha}{MG}$

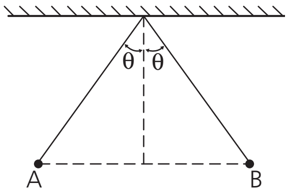
E) $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{L}{g}}$

04. Um dos números mais famosos apresentados nos grandes circos é o do globo da morte: um motociclista realiza arriscadas evoluções no interior de um enorme globo de ferro.



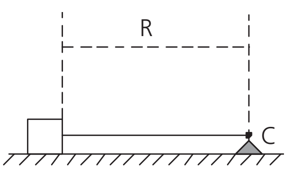
Conhecendo-se a massa do conjunto motocicleta-piloto (m = 200 kg) e raio do globo (r = 10 m), determinar.
Dado: g = 10 m/s².
A) Qual o valor da normal no ponto A, aplicada pela pista à motocicleta, quando sua velocidade é de 20 m/s.
B) Qual o valor da normal no ponto B, aplicada à pista pela motocicleta, quando sua velocidade é de 20 m/s?
C) Qual o valor da normal no ponto B, quando a velocidade da motocicleta cai para 15 m/s?
D) Qual o valor da velocidade da motocicleta quando a normal em B é nula?
E) Qual o valor da normal no ponto **x**?

05. Um pêndulo está oscilando com abertura 2θ entre os pontos A e B.



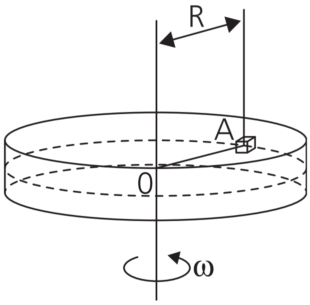
A esfera pendular tem massa 1kg.
Sendo cosθ = 0,8, sen θ = 0,6, g = 10m/s².
Determine:
A) A aceleração centrípeta nos pontos A e B.
B) A aceleração escalar tangencial nos pontos A e B.
C) A tensão no fio nos pontos A e B.

06. Um garoto dispõe de um elástico em cuja extremidade ele prende uma pedra de massa 10 g.
O comprimento natural do elástico (não deformado) é R_0 = 1,00 m. O garoto faz a pedra girar em um plano horizontal sem atrito, com velocidade angular ω = 2,0 rad/s, de modo que o raio da circunferência passa a ser R (constante).



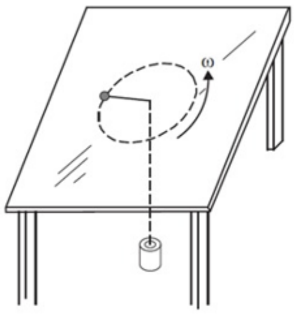
Sendo a constante elástica do elástico $k = 2{,}0 \cdot 10^{-1}$ N/m, a diferença entre R e R_0 é:
A) 2,5 cm
B) 2,0 cm
C) 2,0 m
D) 0,20 m
E) 0,25 m

07 O cilindro de raio R = 0,2 m, da figura, gira em torno do eixo vertical, com velocidade angular constante ω = 6,0 rad/s. Nestas condições, um pequeno bloco, de massa m = 0,050 kg e peso P = 0,49 N, permanece em contato com o ponto A da parede interna do cilindro. Calcule as componentes horizontal e vertical da força exercida pelo cilindro sobre o bloco.
Dado: g = 10 m/s^2.

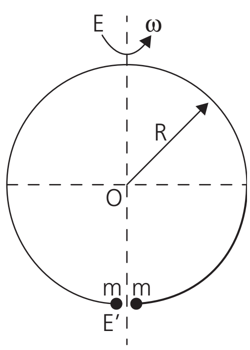


	Comp. Horizontal (N)	Comp. Vertical (N)
A)	$3,6 \cdot 10^{-1}$	$3,6 \cdot 10^{-1}$
B)	$3,6 \cdot 10^{-1}$	$5,0 \cdot 10^{-1}$
C)	$5,0 \cdot 10^{-1}$	$3,6 \cdot 10^{-1}$
D)	0	$5,0 \cdot 10^{-1}$
E)	$3,6 \cdot 10^{-1}$	0

08. Numa mesa de vidro, é colocado um corpo de massa **m**. Na outra extremidade da corda, está preso um bloco de massa M, que se mantém em repouso quando o corpo gira com velocidade angular ω. Determine ω em função de m, L, M e g. Desprezam-se os atritos.

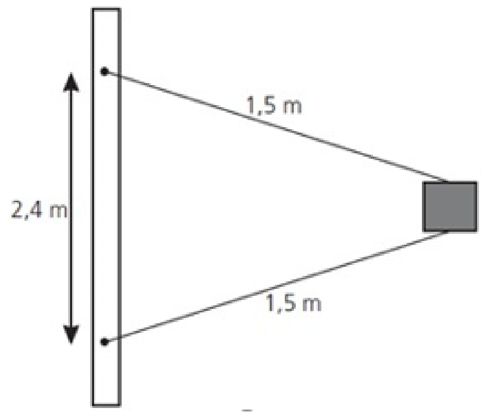


09. Um aro metálico circular e duas esferas são acopladas conforme ilustra a figura a seguir. As esferas dispõem de um furo diametral que permite circular pelo aro. O aro começa a girar, a partir do repouso, em torno do diâmetro vertical EE', que passa entre as esferas, até atingir uma velocidade angular constante ω. Sendo R o raio do aro, **m** a massa de cada esfera desprezando-se os atritos, pode-se afirmar que:



A) as esferas permanecem na parte inferior do aro porque estão à posição de mínima energia potencial.
B) as esferas permanecem à distância **r** de EE' tais que, se 2θ for ângulo central cujo vértice é o centro O do aro e cujos lados passam pelos centros das esferas, na posição de equilíbrio estável, então $\tan\theta = \dfrac{\omega^2 r}{g}$, estando as esferas abaixo do diâmetro horizontal do aro.
C) as esferas permanecem à distância de **r** de EE' tais que, se 2θ for o ângulo central cujo vértice é o centro O do aro e cujos lados passam pelos centros das esferas, na posição de equilíbrio estável, então $\tan\theta = \dfrac{\omega^2 r}{g}$, estando as esferas acima do diâmetro horizontal.
D) as alternativas (B) e (C) anteriores estão corretas.
E) a posição de maior estabilidade ocorre quando as esferas estão nos extremos de um mesmo diâmetro.

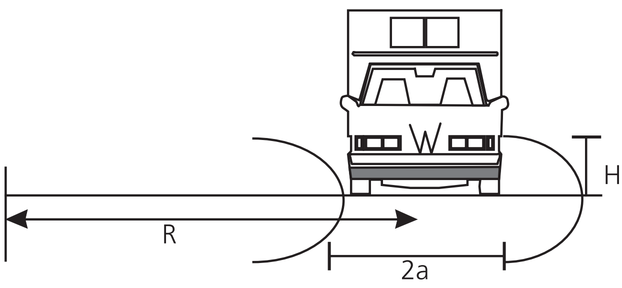
10. Um bloco de 40 N é preso a uma barra vertical por meio de duas cordas. Quando o sistema gira em torno da barra, as cordas se distendem, conforme a figura.



A) Quantas rotações por minuto deve o sistema realizar para que a tensão na corda superior seja 75 N?
B) Neste caso, qual a tração na corda inferior?

11. A curva de uma pista de corrida é compensada (ângulo α = 45° com a horizontal) de modo que a derrapagem lateral seja impossível para um certa velocidade V_0. Um carro entre na curva com velocidade $V = 2V_0$. Qual é coeficiente de atrito mínimo que evitará a derrapagem?

12. Um furgão tem largura 2a e seu centro de gravidade dista **h** do solo. A velocidade máxima com que pode fazer uma curva de raio R situada num plano horizontal, sem perigo de tombar, é:

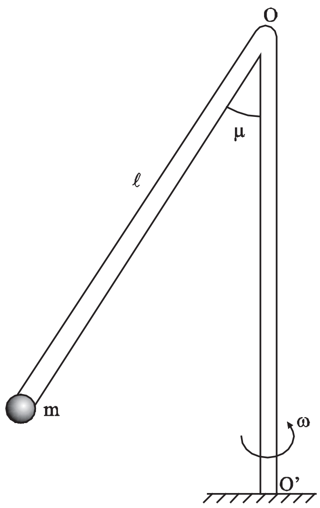


A) $V = \sqrt{Rg \cdot \frac{a}{h}}$ B) $V = \sqrt{Rg \cdot \frac{h}{a}}$

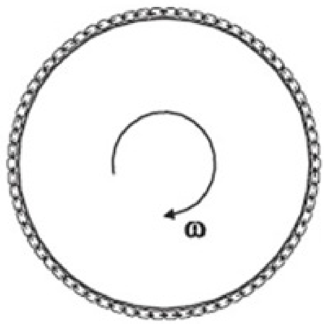
C) $V = \sqrt{Rgh}$ D) $V = \sqrt{Rag}$

E) $V = \sqrt{Rah}$

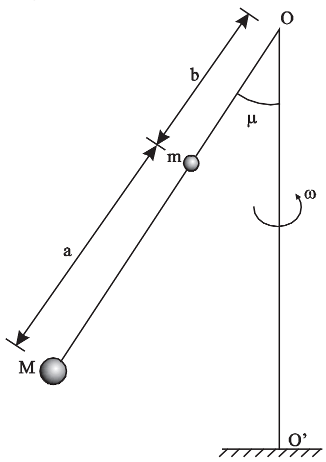
13. Uma barra de peso desprezível, dobrada como mostra a figura, gira com velocidade angular ω relativamente ao eixo OO'. No extremo da barra, fixou-se um peso de massa **m**. Determine a força com que a barra atua sobre a massa **m**.



14. Uma corrente metálica de comprimento L, cujos extremos estão unidos, foi colocada em um disco de madeira. O disco gira com uma velocidade angular ω. Determine a tensão da corrente, sendo sua massa **m**.



15. Em uma barra leve, fixaram-se dois pesos de massas **m** e M. A barra, através de uma articulação, está ligada ao eixo vertical OO'. O eixo OO' gira com velocidade angular ω. Determine o ângulo formado pela barra e a vertical.



Resoluções

01	02	03	04	05
B	*	C	*	*
06	**07**	**08**	**09**	**10**
E	B	*	B	*
11	**12**	**13**	**14**	**15**
*	A	*	*	*

02. A) $\theta = 30°$ B) Ele começa a derrapar na direção da velocidade.

04. A) $N_A = 10000$ N B) $N_B = 6000$ N C) $N_B = 2500$ N D) v = 10 m/s

E) $N_x = \frac{mV_x^2}{R} + mg\cos\theta$

05. A) $a_{cp} = 0$ B) Eixo horizontal C) T = 8 N

08. $\omega = \sqrt{\frac{Mg}{mL}}$

10. A) 19 rpm B) 25 N

11. $\mu = \frac{3}{5}$

13. $|\vec{F}| = m\sqrt{(\omega^2 \ell \operatorname{sen}\mu)^2 + g^2}$

14. $T = \frac{m\omega^2 L}{4\pi^2}$

15. $\mu = \text{arc cos}\left[\frac{g}{\omega^2}\left(\frac{M(a+b)+mb}{M(a+b)^2+mb^2}\right)\right]$