

Aula 02

Potenciação e Radiciação

CN - 2020

Prof. Ismael Santos

Sumário

1- Introdução	3
2 – Potenciação.....	3
1 - Introdução	3
2 - Conceito	4
3 – Definições Prévias – Casos Especiais	5
4 – Propriedades da Potência.....	13
5 - Potenciação de base 10 com expoente positivo.....	16
6 - Potenciação de base 10 com expoente negativo	17
7 - Caso especial de adição e subtração de potência de expoentes diferentes.....	18
8 - Notação Científica.....	19
3 - RADICIAÇÃO	21
1 - Conceito	21
2 - Propriedades da Radiciação	22
4 - Lista de Questões	26
5 – Questões Comentadas	39



1- Introdução

O primeiro dos assuntos é: **POTENCIAÇÃO**. Tema certo em sua prova e fundamental para o bom aprendizado de produtos notáveis e fatoraçoão. Diante disso, vamos passar por todos os pontos necessários para que faça uma excelente prova!

Preparado, futuro “NAVAL”?! Sigamos em frente!

Vamos à nossa aula!

“O segredo do sucesso é a constância no objetivo”

2 – Potenciação

1 - Introdução

O primeiro dos assuntos é: Potenciação. Tema muito importante para qualquer concurso militar, ainda mais o seu. Desta forma, peço que preste bastante atenção na teoria, além de praticar bastante cada propriedade. Este tópico irá ajudar lá na frente. Não dê mole. Foco total.

Simbora?

Quando pensamos num produto de dois fatores iguais, fica fácil a sua representação, por exemplo:

$$2 \times 2 = 4$$

Quando pensamos num produto de três fatores iguais, também fica fácil a sua representação, veja:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

Agora, quando se faz necessário a escrita (ou representação) de um produto de 100 fatores iguais, ou até mesmo diversas operações entre produtos diferentes uns dos outros, concorda que fica um pouco inviável? Pois bem, por este motivo a Potenciação cresce de importância.



2 - Conceito

Potência nada mais é que uma forma matemática alternativa de exprimir um produto de fatores iguais (bases de potência). Assim, toda vez que tivermos uma multiplicação de um mesmo fator, a representação mais recomendada será por meio de uma potência. Observe o exemplo abaixo, no qual fiz um produto de 100 fatores iguais a dois:

$$2 \times \dots \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{100}$$

Perceba que, no resultado, a base permaneceu igual ao fator 2, no entanto, o expoente dessa base é exatamente igual a quantidade de vezes que se multiplicou o mesmo fator, ou ainda, igual à soma dos 100 expoentes iguais a 1. Deste exemplo, podemos concluir que um produto de “n” fatores iguais a a será:

$$a.a.a.\dots a = a^n$$

"n" vezes

- a – base da potência
- n – expoente (número de vezes que apareceu o fator a)
- a^n - potência

Preciso deixar claro que a definição acima é muito genérica, pois, a base da potência pode ser também negativa ou fracionária e o expoente pode, além de ser positivo, ser negativo, nulo ou fracionário. Desta forma, em sua prova, tome muito cuidado com essas possibilidades!

Segue abaixo um quadro de como fazer uma leitura correta de potências.

QUADRO SINÓPTICO

POTÊNCIA	FORMA CORRETA DE LEITURA	RESULTADO
3^0	Três elevado a zero	1
3^1	Três elevado a um	3
3^2	Três elevado a dois, ou três elevado a segunda potência	9
3^3	Três elevado a três, ou três elevado a terceira potência	27
3^4	Três elevado a quarta potência	81



.	.	.
.	.	.
.	.	.
3^n	Três elevado a “n-ésima” potência	Depende do valor de “n”

Para que fique didaticamente melhor, faremos a análise em separada de cada possibilidade, ok?

3 – Definições Prévias – Casos Especiais

Vamos, a partir de agora, analisar cada possibilidade da potência.

- **Potência com Expoente Natural:** é toda potência que possui em seu expoente um número inteiro e positivo ($n \in \mathbb{N}^*$). Este expoente indica exatamente a quantidade de vezes que uma expressão (base) se repete como fator.

Assim:

$$a^n = a.a.a.a\dots a$$

Como exemplos da regra geral, podemos citar:

- ✓ $2^3 = 2.2.2 = 8$;
- ✓ $-2^3 = -(2).(2).(2) = -8$;
- ✓ $(-2)^2 = (-2).(-2) = 4$;
- ✓ $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{9}\right)$;
- ✓ $\left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \left(\frac{-2}{3}\right).\left(\frac{-2}{3}\right).\left(\frac{-2}{3}\right) = -\left(\frac{8}{27}\right)$;
- ✓ $(2ab)^3 = (2ab).(2ab).(2ab) = 8a^3b^3$;



TOME NOTA!



Preste bastante atenção quando a base da potência não estiver entre parênteses, pois isso poderá implicar numa diferença de resultado, qual seja:

- *Base da potência entre parênteses:* neste caso temos duas observações, a primeira é que se o expoente for par, o resultado será sempre não negativo, ou seja, maior que ou igual a zero. Porém, se o expoente for ímpar, o resultado terá o mesmo sinal da base. Veja exemplos do que acabamos de aprender.

$$(-2)^2 = (-2).(-2) = 4$$

$$(-3)^3 = (-3).(-3).(-3) = -27$$

- *Base da potência sem parênteses:* já neste caso, o sinal do resultado será sempre o mesmo que estiver em frente à base, ou seja, independe do expoente ser par ou ímpar.

$$-2^2 = -(2).(2) = -4$$

$$+3^3 = +(3).(3).(3) = +27$$

Para recordarmos, segue abaixo um quadro de sinais das operações Multiplicação e Divisão.

REGRA DOS SINAIS

MULTIPLICAÇÃO / DIVISÃO		RESULTADO
+	+	Positivo
+	-	Negativo



-	+	Negativo
-	-	Positivo

Perceba nos casos da regra de sinais que, sempre que os sinais forem iguais, a multiplicação e a divisão terá como resultado um valor positivo. Porém, quando os sinais forem diferentes, o resultado será negativo.

- **Potência com Expoente Nulo (zero):** todo número **diferente de zero**, elevado ao expoente zero, será igual a um. Assim:

$$a^0 = 1 \quad ; \quad a \neq 0$$

Como exemplos da regra, podemos citar:

- ✓ $1^0 = 1$
- ✓ $(2018)^0 = 1$
- ✓ $(3,14)^0 = 1$
- ✓ $\left[\left(\frac{2018}{2019} \right)^{2018} \right]^0 = 1$
- ✓ $\left[\left(\frac{3x+7y}{2} \right)^2 + \left(\frac{2x-y}{7} \right)^3 \cdot \frac{2}{5} \right]^0 = 1$

TOME NOTA!



Guarde sempre em mente que existe um número que nunca pode ser a base de um expoente nulo, qual seja, o ZERO!!!

Assim:

0^0 - Indeterminado



- **Potência com Expoente Negativo:** indica-nos uma **inversão da base**, que, necessariamente, **deve ser diferente de zero**. Pois, se assim não for, teremos uma possível formação de fração cujo denominador seja igual a zero, o que já sabemos não ser possível. Assim:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad ; \quad a \neq 0$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n \quad ; \quad a \neq 0$$

Como exemplos da regra, podemos citar:

✓ $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

✓ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = 2^3 = 8$

✓ $0^{-2} = \frac{1}{0^2} = \frac{1}{0} \Rightarrow$ Perceba que esta operação é impossível.

Muitos alunos devem ficar se perguntando o motivo pelo qual o expoente negativo retorna uma inversão da base. Na curiosidade abaixo, eu passo uma das explicações por meio de exemplos, ok?

TOME NOTA!



Apenas a título de conhecimento, vamos tentar entender o motivo pelo qual todo expoente negativo gera o inverso multiplicativo da base! Veja pelos exemplos a seguir:

$2^3 = 2.2.2 = 8$; vamos partir deste exemplo, ok?

$2^2 = 2.2 = 4$; ao diminuir uma unidade do expoente, o resultado é dividido por 2.

$2^1 = 2$; diminui-se mais uma unidade, logo, o resultado será a metade de 4.



$2^0 = 1$; diminui-se mais uma unidade, logo, o resultado será a metade de 2.

$2^{-1} = \left(\frac{1}{2^1}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)$; diminui-se mais uma unidade, logo, o resultado será a metade de 1.

$2^{-2} = \left(\frac{1}{2^2}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)$; diminui-se mais uma unidade, logo, o resultado será a metade de 1/2.

•
•
•

Assim, podemos entender o motivo pelo qual os expoentes negativos trazem como resultado a inversão da base. Ressalto que essa inversão tem um nome específico, qual seja: **INVERSO MULTIPLICATIVO**.

- **Potência com Expoente Fracionário:** é exatamente o expoente fracionário que origina os radicais, ou seja, as raízes. Saiba ainda que o numerador do expoente fracionário será o expoente do radicando e o denominador, por sua vez, será o índice do radical gerado.

Assim:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Como exemplos da regra, podemos citar:

✓ $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2} = \sqrt{2}$

✓ $3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$

✓ $x^{\frac{2k}{7}} = \sqrt[7]{x^{2k}}$

Perceba, nos exemplos acima que, os numeradores viram de fato os expoentes dos radicandos, enquanto o denominador do expoente fracionário torna o índice do radical criado. Costumo dizer aos meus alunos que essa propriedade pode ser ensinada imaginando um “SOL”, logo em cima do expoente fracionário. Com isso, tenha em mente sempre que: o numerador (que está no sol) precisará ir para a sombra, enquanto o denominador do expoente fracionário (que está na sombra) deverá ir para o sol. Pois é....rsrsrs. Uma técnica infalível para tentar decorar esta propriedade.



Vejamos agora algumas questões de fixação, para simples aplicação do conhecimento adquirido:



Encontrar o valor de:

a) $3^5 =$

b) $\left(\frac{-1}{2}\right)^4 =$

c) $(2018)^1 =$

d) $(-13)^1 =$

e) $\left(\frac{2018}{2019}\right)^0 =$

f) $\left(\frac{-1}{7}\right)^0 =$

g) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} =$

$$h) \left(\frac{a^2 + 7b^2}{9k} \right)^0 =$$

$$i) 6^{-2} =$$

$$j) 2^{\frac{2}{3}} =$$

$$k) -2^4 =$$

$$l) -3^3 =$$

$$m) (-5)^2 =$$

$$n) (-7)^3 =$$

Comentários:

Vamos seguir com as resoluções dos exercícios de fixação para que você possa comparar as respostas, bem como perceber algum erro ou dica extra. OK?

a) $3^5 = 3.3.3.3.3 = 243 \Rightarrow$ Basta multiplicar a base 3 cinco vezes.

b) $\left(\frac{-1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2^4}\right) = \left(\frac{1}{16}\right) \Rightarrow$ Como a base está entre parênteses e o seu expoente é par, o resultado será sempre positivo.

c) $(2018)^1 = 2018 \Rightarrow$ Toda base elevada ao expoente 1 será igual a ela mesma.

d) $(-13)^1 = -13 \Rightarrow$ Toda base elevada ao expoente 1 será igual a ela mesma.



e) $\left(\frac{2018}{2019}\right)^0 = 1 \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada ao expoente nulo, será igual a 1.

f) $\left(\frac{-1}{7}\right)^0 = 1 \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada ao expoente nulo, será igual a 1.

g) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^1}\right) = \left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada a expoente negativo, deve ser invertida.

h) $\left(\frac{a^2 + 7b^2}{9k}\right)^0 = 1 \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada ao expoente nulo, será igual a 1.

i) $6^{-2} = \left(\frac{1}{6^2}\right) = \frac{1}{36} \Rightarrow$ Toda base, diferente de zero, elevada a expoente negativo, deve ser invertida

j) $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4} \Rightarrow$ Quem está no sol vai para a sombra e quem está na sombra vai para o sol.

k) $-2^4 = -(2)(2)(2)(2) = -16 \Rightarrow$ Como a base não está entre parênteses e o seu expoente é par, o resultado terá sempre o mesmo sinal da base.

l) $-3^3 = -(3)(3)(3) = -27 \Rightarrow$ Como a base não está entre parênteses e o seu expoente é ímpar, o resultado terá sempre o mesmo sinal que está à frente da base.

m) $(-5)^2 = (-5)(-5) = 25 \Rightarrow$ Como a base está entre parênteses e o seu expoente é par, o resultado será sempre positivo.



- n) $(-7)^3 = (-7)(-7)(-7) = -343 \Rightarrow$ Como a base está entre parênteses e o seu expoente é ímpar, o resultado terá sempre o mesmo sinal da base.
-

E aí, meu querido, até aqui, tranquilo? Vamos seguir então para alguns teoremas!

Tenha em mente que potenciação nada mais é que uma operação matemática que consiste em achar uma expressão (chamada potência), partindo de outras chamadas de base e expoente, respectivamente.

Segue agora alguns teoremas de suma importância para sua prova. Você precisa entender e decorá-los. Isso irá salvar sua aprovação, ok? Simbora, então!

4 – Propriedades da Potência

As propriedades a seguir são de suma importância. São elas que farão você ter um norte de como começar a fazer uma determinada questão de expressões algébricas, numéricas ou até mesmo questões puras de potenciação/radiciação, bem como questões de produtos notáveis.

Percebeu o quão é necessário um bom estudo deste tema, não? Vamos, então, a algumas propriedades, as quais devem ser decoradas a partir de muitos exercícios. Vamos nessa!

- **TEOREMA 1:** multiplicação de potências de mesma base, repete-se a base e somam-se os expoentes.

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$



Exemplos :

$$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

$$x^{-2} \cdot x^6 = x^{(-2)+6} = x^4$$

$$(a+b)^{1009} \cdot (b+a)^{1009} = (a+b)^{2018}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{3 \cdot 2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{6}}$$

-
- **TEOREMA 2:** divisão de potências de mesma base, repete-se a base e subtraem-se os expoentes.

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

Exemplos :

$$\frac{3^7}{3^2} = 3^{7-2} = 3^5$$

$$\frac{(a+b)^3}{(a+b)^1} = (a+b)^{3-1} = (a+b)^2 \quad ; \quad \text{somente se } (a+b) \neq 0$$

$$\frac{(x+7)^3}{(x+7)^{-1}} = (x+7)^{3-(-1)} = (x+7)^4 \quad ; \quad \text{somente se } x \neq -7$$

-
- **TEOREMA 3:** potência de uma potência, neste caso, basta repetir a base e multiplicar os expoentes.

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$



Exemplos

$$(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6$$

$$(x^2)^{-1} = x^{2 \cdot (-1)} = x^{-2} \quad ; \quad \text{somente se } x \neq 0$$

$$\left(\frac{1}{2^3}\right)^3 = \frac{1}{2^{3 \cdot 3}} = \frac{1}{2^9}$$

$$\left[(x^{-3})^4\right]^5 = (x^{-3})^{4 \cdot 5} = (x^{-3})^{20} = x^{(-3) \cdot 20} = x^{-60} \quad ; \quad \text{somente se } x \neq 0$$

$$\left(4^{\frac{2}{3}}\right)^5 = 4^{\left(\frac{2}{3}\right) \cdot 5} = 4^{\frac{10}{3}}$$

TOME NOTA!



Tome muito cuidado com a propriedade acima. Ela é uma das mais perigosas em sua prova! Vamos a algumas observações.

Em regra, são diferentes:

$$(a^m)^n \neq a^{m^n}$$

Pois:

$$(2^4)^3 = 2^{4 \cdot 3} = 2^{12} \rightarrow \text{Potência de potência}$$

$$2^{4^3} = 2^{4 \cdot 4 \cdot 4} = 2^{64} \rightarrow \text{Neste caso, o expoente 4 que está elevado ao cubo.}$$

- **TEOREMA 4:** potência de um produto ou de um quociente, neste caso basta fazer a multiplicação a potência por cada expoente dos fatores.



$$(a^x \cdot b^y)^k = a^{x \cdot k} \cdot b^{y \cdot k}$$

$$\left(\frac{a^x}{b^y}\right)^k = \frac{a^{x \cdot k}}{b^{y \cdot k}}$$

Exemplos

$$(x^3 \cdot y^2)^4 = x^{3 \cdot 4} \cdot y^{2 \cdot 4} = x^{12} \cdot y^8$$

$$(a^{-3} \cdot b^3)^{-2} = a^{(-3) \cdot (-2)} \cdot b^{3 \cdot (-2)} = a^6 \cdot b^{-6} ; \text{ somente se } a \neq 0 ; b \neq 0$$

$$\left(\frac{a}{b^2}\right)^{-1} = \frac{a^{-1}}{b^{-2}} ; \text{ somente se } a \neq 0 ; b \neq 0$$

-
- **TEOREMA 5:** produto de bases diferentes, porém com expoentes iguais, neste caso basta fazer a multiplicação das bases e repetir os expoentes.

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

Exemplos :

$$x^3 \cdot y^3 = (x \cdot y)^3$$

$$\left(\frac{a}{b^2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-1} = \left(\frac{a \cdot c}{b^2 \cdot d}\right)^{-1}$$

$$2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$$

5 - Potenciação de base 10 com expoente positivo

Neste momento veremos um ponto bastante frequente em provas militares, que são as potências de 10. Essas potências de 10 resultam nada mais que o número 1 **seguido** de tantos zeros quantos forem as unidades do expoente. Perceba, nos exemplos abaixo, como é simples este tema!



Exemplos:

a) $10^0 = 1$; expoente zero, reflete, no resultado, nenhum zero após o algarismo um.

b) $10^1 = 10$; expoente um, reflete, no resultado, um zero após o algarismo um.

c) $10^2 = 100$; expoente dois, reflete, no resultado, dois zeros após o algarismo um.

d) $10^3 = 1000$; expoente três, reflete ,no resultado, três zeros após o algarismo um.

.
.

Assim, podemos concluir que: $10^n = 1000...0$; tantos zeros quantos forem o algarismo representante do expoente.

6 - Potenciação de base 10 com expoente negativo

É o número 1 **posposto** de tantos zeros quantos forem as unidades do expoente acrescido de uma vírgula após o primeiro zero.

Exemplo:

a) $10^{-1} = 0,1$; um zero seguido de vírgula.

b) $10^{-2} = 0,01$; dois zeros, com uma vírgula após o primeiro.

c) $10^{-3} = 0,001$; três zeros, com uma vírgula após o primeiro.

d) $10^{-4} = 0,0001$; quatro zeros, com uma vírgula após o primeiro.

.
.
.



Assim, podemos concluir que: $10^{-n} = 0,00\dots01$; tantos zeros quantos forem o algarismo representante do expoente, com uma vírgula após o primeiro deles.

7 - Caso especial de adição e subtração de potência de expoentes diferentes

Muitos alunos sentem dificuldade quando se deparam com questões deste tipo. Para isso, passo duas possibilidades de resolução deste caso especial de operações entre potências.

Para encontrar o resultado correto, devemos igualar os expoentes das bases, utilizando a técnica da decomposição, e, em seguida, adicionar ou subtrair as mesmas. Veja alguns exemplos para que fique mais claro!

Exemplos:

$$\text{a) } 6^7 + 6^9 = 1 \cdot 6^7 + 6^2 \cdot 6^7 = 1 \cdot 6^7 + 36 \cdot 6^7 = 37 \cdot 6^7$$

$$\text{b) } 9^{12} - 9^9 = 9^3 \cdot 9^9 - 1 \cdot 9^9 = 729 \cdot 9^9 - 1 \cdot 9^9 = 728 \cdot 9^9$$

TOME NOTA!



Nos exemplos acima, poderíamos também colocar em evidência a potência de menor expoente dividindo todos os termos pela mesma e em seguida fazer as operações necessárias.

Exemplo:

$$\text{a) } 6^7 + 6^9 = 6^7 \cdot (1 + 6^2) = 6^7 \cdot (1 + 36) = 37 \cdot 6^7$$

$$\text{b) } 9^{12} - 9^9 = 9^9 (9^3 - 1) = 9^9 (9^3 - 1) = 9^9 (729 - 1) = 728 \cdot 9^9$$



8 - Notação Científica

Tema bastante importante. Não só para a nossa querida matemática, mas também para a Física. Neste tópico, saber trabalhar de forma correta com as potências de 10 será o diferencial. Segue abaixo algumas considerações deste tema:

- ✚ Tem a finalidade de representar números muito grandes ou extremamente pequenos.
- ✚ São números que são colocados na forma do produto de dois fatores.

1º fator: É um número real x , sendo $1 \leq x < 10$

2º fator: É uma potência de 10, com expoente positivo, negativo ou até nulo.

Exemplos:

a) $2,4 \cdot 10^{-3} \rightarrow$ perceba que: $1 \leq 2,4 < 10$

b) $8,7 \cdot 10^{-4} \rightarrow$ perceba que: $1 \leq 8,7 < 10$

c) $1,6 \cdot 10^{-15} \rightarrow$ perceba que: $1 \leq 1,6 < 10$

Você deve estar pensando: “NOSSA!! QUANTO DETALHE!! COMO IREI FAZER PARA APRENDER TUDO ISSO??”. Eu respondo: revisando e praticando muito...muito...muito.

Sabendo disso, vamos partir para aplicações do que acabamos de ver? Simbora!



(Exercício Modelo)

01. O número 250 000 000 é o mesmo que:



- a) $2,5 \cdot 10^6$
- b) $2,5 \cdot 10^7$
- c) $2,5 \cdot 10^8$
- d) $2,5 \cdot 10^9$

Comentário:

Simple questão de potência de base 10. Lembro-vos que a quantidade de zeros corresponde ao expoente da base 10. Assim:

$$250.000.000 \Rightarrow (25).(10.000.000) \Rightarrow (25).(10)^7 \Rightarrow$$

Agora, perceba que $25 = 2,5 \cdot 10$, logo:

$$\Rightarrow (2,5).(10).(10)^7 \Rightarrow 2,5 \cdot 10^8$$

Gabarito: C

(Exercício Modelo)

02. Dados os números $m = 9,84 \cdot 10^{15}$ e $n = 1,23 \cdot 10^{16}$, pode-se afirmar que:

- a) $m < n$
- b) $m = n$
- c) $m + n = 1,07 \cdot 10^{16}$
- d) $m \cdot n = 1,21 \cdot 10^{31}$

Comentário:

O enunciado nos traz que: $m = (9,84) \cdot 10^{15}$ e $n = (1,23) \cdot 10^{16}$.

Sabemos que:

$$(1,23) \cdot 10^{16} \Rightarrow (1,23) \cdot 10 \cdot 10^{15} \Rightarrow 12,3 \cdot 10^{15}$$

Assim:

$$(12,3) \cdot 10^{15} > (9,84) \cdot 10^{15} \Rightarrow n > m$$

Gabarito: A

(Exercício Modelo)

03. Se $a = 2^3, b = a^2, c = 2^a$, o valor de $2abc$ é:

- a) 2^{15}



- b) 8^{18}
- c) 2^{18}
- d) 4^{15}
- e) 2^{12}

Comentário:

Questão de simples troca de dados do enunciado com o que se pede. A partir daí, basta utilizar as regras de potenciação.

$$\begin{aligned}2.a.b.c &\Rightarrow 2.(2^3).(a^2).(2^a) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2.(2^3).(2^3)^2.(2)^{2^3} \Rightarrow 2.2^3.2^6.2^8 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2^{1+3+6+8} \Rightarrow 2^{18}\end{aligned}$$

Gabarito: C

3 - RADICIAÇÃO

Chegamos a um tema crítico. Não pela sua dificuldade, mas sim, pela necessidade de atenção devida no momento de fazer questões atinentes a este ponto. Ressalto que esta operação (radiciação) pode ser trabalhada como se potenciação fosse, bastando para isso, transformar o radical existente em um expoente fracionário. Fique ligado nesta dica. Ela pode salvar sua aprovação! Feita esta pequena introdução, vamos ao conteúdo propriamente dito.

1 - Conceito

Nada mais é que uma operação matemática, na qual seus elementos são raízes. Cabe ressaltar que toda raiz possui um índice que, em regra, é natural maior que 1 e um radicando, cujo número é pertencente aos reais.

Sua representação é da forma:

$$\sqrt[n]{a} \rightarrow \text{raiz "n ésima" de } a$$

$n \rightarrow$ Índice da raiz



$a \rightarrow$ Radicando

TOME NOTA!



Lembro-vos que:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}};$$

Ou seja, toda raiz pode ser transformada em uma potência de expoente fracionário, de forma a facilitar as operações.

A radiciação é uma alternativa à potenciação. Assim, para fins de conta, basta utilizar aquela que mais for conveniente.

Vejamos algumas propriedades da radiciação.

2 - Propriedades da Radiciação

○ Propriedade 1:

Nas raízes de mesmo índice, para efetuar a multiplicação, basta repetir os índices e multiplicar os radicandos.

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$$

Exemplos:

$$\checkmark \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{6}$$

$$\checkmark \quad \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{12}$$



TOME NOTA!



Veja uma solução alternativa, utilizando potenciação:

$$\sqrt{2} = 2^{1/2} \quad ; \quad \sqrt{3} = 3^{1/2} \rightarrow 2^{1/2} \cdot 3^{1/2} = (2 \cdot 3)^{1/2} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt[3]{4} = 4^{1/3} \quad ; \quad \sqrt[3]{3} = 3^{1/3} \rightarrow 4^{1/3} \cdot 3^{1/3} = (4 \cdot 3)^{1/3} = \sqrt[3]{12}$$

○ **Propriedade 2:**

A soma de radicais, ou até mesmo subtração, só será possível se os índices forem iguais e os radicandos também. Neste caso, basta colocar a raiz em evidência, somando ou subtraindo, conforme o caso, os coeficientes.

$$x\sqrt[m]{a} - y\sqrt[m]{a} = (x - y) \cdot \sqrt[m]{a}$$

Exemplos:

$$\checkmark \quad 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = (2 - 1) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\checkmark \quad 7\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = (7 - 4) \cdot \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$$

$$\checkmark \quad \sqrt{3} + 11\sqrt{3} = (1 + 11) \cdot \sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

○ **Propriedade 3:**

Na divisão de radicais, devemos repetir os índices e dividir os radicandos, colocando assim, tudo sob a mesma raiz.

$$\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$$



Exemplos:

$$\checkmark \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2^{2/2} = 2$$

$$\checkmark \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{9}} = \sqrt[3]{\frac{7}{9}}$$

○ **Propriedade 4:**

Quando tiramos a raiz de uma outra raiz, basta multiplicar os índices e repetir o radicando.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

Exemplos:

$$\checkmark \sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[2 \cdot 2]{2} = \sqrt[4]{2}$$

$$\checkmark \sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt{5}}} = \sqrt[3 \cdot 5 \cdot 2]{5} = \sqrt[30]{5}$$

○ **Propriedade 5:**

Quando se tem uma potência de uma raiz, basta fazer a raiz da potência. Assim:

$$(\sqrt[m]{a})^n = \sqrt[m]{a^n}$$

Exemplo:

$$\checkmark (\sqrt[3]{2})^2 = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$$

$$\checkmark (\sqrt[5]{7})^2 = \sqrt[5]{7^2} = \sqrt[5]{49}$$

○ **Propriedade 6:**

Alterar o índice sem mudar o resultado, é necessário que façamos uma divisão ou multiplicação dos índices e do expoente do radicando pelo mesmo inteiro. Veja abaixo a regra geral.

$$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m \cdot p]{a^{n \cdot p}}$$



$$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m \cdot p]{a^{m \cdot p}}$$

Exemplos:

$$\checkmark \quad \sqrt[3]{4} = \sqrt[3 \cdot 2]{4^2} = \sqrt[6]{16}$$

$$\checkmark \quad \sqrt[6]{4} = \sqrt[3 \cdot 2]{2^2} = \sqrt[3]{2^1} = \sqrt[3]{2}$$

$$\checkmark \quad \sqrt[4]{2^{16}} = 2^{16/4} = 2^4 = 16$$

○ **Propriedade 7:**

Na simplificação de raízes de racionais a ideia desta operação é “retirar” da raiz o maior número de fatores possível. Para isso, faz-se necessário saber fatorar o radicando, bem como simplificar os seus expoentes com os índices das raízes.

Veja o exemplo abaixo.

$$\checkmark \quad \sqrt{4} = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$\checkmark \quad \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{3^2 \cdot 2^1} \rightarrow \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{2}$$

$$\checkmark \quad \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

$$\checkmark \quad \sqrt[5]{a^{17}} = \sqrt[5]{a^{15} \cdot a^2} = \sqrt[5]{a^{15}} \cdot \sqrt[5]{a^2} = a^3 \cdot \sqrt[5]{a^2}$$



TOME NOTA!



Você deve ter percebido que há uma maneira mais simples de se realizar esta simplificação.

Neste método alternativo, devemos utilizar uma das propriedades da divisão, que diz: o dividendo é igual ao quociente vezes o divisor somado ao resto. Esta técnica é muito útil para resolução de problemas.

Vamos a ela:

$\sqrt[5]{a^{17}} \rightarrow 17 : 5 = 5.3 + 2 \Rightarrow 3$ (que representa o quociente da divisão) será o expoente do termo que sai e 2 (que é o resto da divisão) será o expoente do termo que fica no radical.

Vamos praticar um pouco...

**Hora de
PRATICAR**



4 - Lista de Questões

01. O número 250 000 000 é o mesmo que:

- a) $2,5 \cdot 10^6$
- b) $2,5 \cdot 10^7$
- c) $2,5 \cdot 10^8$
- d) $2,5 \cdot 10^9$

(Exercício Modelo)

02. Dados os números $m = 9,84 \cdot 10^{15}$ e $n = 1,23 \cdot 10^{16}$, pode-se afirmar que:



- a) $m < n$
- b) $m = n$
- c) $m + n = 1,07 \cdot 10^{16}$
- d) $m \cdot n = 1,21 \cdot 10^{31}$

(Exercício Modelo)

03. Se $a = 2^3, b = a^2, c = 2^a$, o valor de $2abc$ é:

- a) 2^{15}
- b) 8^{18}
- c) 2^{18}
- d) 4^{15}
- e) 2^{12}

(Exercício Modelo)

04. O quociente de $\frac{\sqrt[7]{3^5} \cdot \sqrt[6]{3^5}}{\sqrt[2]{3^8}}$ é igual a:

- a) $\sqrt[3]{3}$
- b) $\sqrt[3]{6}$
- c) $3\sqrt[3]{3}$
- d) $3\sqrt[6]{3}$
- e) $5\sqrt[3]{3}$

(Exercício Modelo)

05. O valor da expressão $\left(\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999}$ é:

- a) 0
- b) 1
- c) $\left(\sqrt{\frac{5}{5}}\right)^{1999}$



d) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

e) 10

(Exercício Modelo)

06. Calculando-se o valor da expressão $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$ obtemos:

a) a^{16}

b) a^{-16}

c) a^{-15}

d) $a^{\frac{16}{15}}$

e) $a^{\frac{15}{16}}$

(EAM-2004)

07. O valor simplificado da expressão $\frac{1,363636\overline{2}\frac{1}{5} - (0,5)^2}{(\sqrt{2})^{-4}}$ é:

a) $\frac{9}{5}$

b) $\frac{31}{5}$

c) 7

d) 9

e) 11

(EAM-2008)

08. O valor da expressão $\frac{0,555\dots - \sqrt{0,25}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 10^{-1}}$ é:

a) 0,75

b) 0,85

c) 0,95



d) 1,15

e) 1,25

(EAM-2009)

09. O valor de $\sqrt[3]{\frac{(a+b).a.b}{a-b}}$ para $a = 12$ e $b = 6$ é:

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

(EAM-2011)

10. O resultado da expressão $\sqrt{96 + \sqrt{7 + \sqrt{81}}}$ é:

a) 18

b) 16

c) 14

d) 12

e) 10

(EAM-2011)

11. Observe a resolução de um aluno para a expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

Linha 1 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

Linha 2 $(2)^2 + (-2)^2 - 2^2$

Linha 3 -2^2

Linha 4 $-(2.2)$

Linha 5 -4



Constatou-se, acertadamente, que o aluno errou pela primeira vez ao escrever a LINHA:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

(EAM-2012)

12. Qual é o valor de $y = \sqrt{32} - \sqrt{8}$?

- a) 1
- b) $\sqrt{2}$
- c) $6\sqrt{2}$
- d) $2\sqrt{6}$
- e) $2\sqrt{2}$

(EAM-2012)

13. O valor da expressão $\sqrt{13 + \sqrt[3]{25 + \sqrt{8 - \sqrt[3]{64}}}}$ é:

- a) 4
- b) 6
- c) 8
- d) 12
- e) 18

(EAM-2013)

14. Quanto vale a metade de 2^{2014} ?

- a) 2^2
- b) 2^7
- c) 2^{2017}
- d) 2^{2013}



e) 2^{2015}

(EAM-2015)

15. $\sqrt{75}$ é equivalente a:

- a) 37,5
- b) 75
- c) $5\sqrt{5}$
- d) $3\sqrt{5}$
- e) $5\sqrt{3}$

$$S = \frac{(x^{-2})^{22^2} \cdot [(-x^{-2})^{3^{2^2}}]^{-1}}{x^{2^3} \cdot [(-x^3)^{3^2}]^{2^3}},$$

16. (EPCAR 2011) Simplificando-se a expressão obtém-se

onde $x \neq 0$, $x \neq 1$ e $x \neq -1$,

- a) $-x^{-94}$
- b) x^{94}
- c) x^{-94}
- d) $-x^{94}$

17. (EPCAr 2013) O oposto do número real $x = \frac{526}{495} + \left[\frac{((-2)^{(2\sqrt{2}-1})^{(2\sqrt{2}+1)})}{128} \right]^{-1}$ está compreendido entre

- a) $-0,061$ e $-0,06$
- b) $-0,062$ e $-0,061$
- c) $-0,063$ e $-0,062$
- d) $-0,064$ e $-0,063$



18. (CN 2001) Considere as afirmativas abaixo:

$$(I) 2^{68} + 10^{68} = 2^{68} + (2 \times 5)^{68} = 2^{68} + 2^{68} \times 5^{68} =$$

$$= 4^{68} \times 5^{68} = 20^{68}$$

$$(II) 2^{68} + 10^{68} = 2^{68} + (2 \times 5)^{68} = 2^{68} + 2^{68} \times 5^{68} =$$

$$= 2^{136} \times 5^{68}$$

$$(III) 6^{17} + 10^{23} = (2 \times 3)^{17} + (2 \times 5)^{23} =$$

$$= 2^{17} \times 3^{17} + 2^{23} \times 5^{23} = (2^{17} \times 2^{23}) + (3^{17} \times 5^{23})$$

Pode-se afirmar que:

- a) apenas a afirmativa I é verdadeira
- b) apenas as afirmativas I e III são verdadeiras
- c) apenas a afirmativa II é verdadeira
- d) apenas as afirmativas II e III são verdadeiras
- e) as afirmativas I, II e III são falsas

19. (CN 2001) O valor da expressão $\left(\sqrt[3]{-\frac{16}{27} + \frac{16}{9} \cdot (0,333\dots + 1) - \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}} \right)^{\frac{\sqrt{25}}{2} + 3}$, é

(A) $\sqrt[3]{-\frac{1}{3}}$

(B) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

(C) 0

(D) 1

(E) -1



20. (CN 2000) São dadas as afirmativas abaixo no conjunto dos números reais:

(1) $\sqrt{(-2)^2} = -2$

(2) $\frac{\sqrt{-4}}{\sqrt{-9}} = \frac{\sqrt{(-1) \cdot (4)}}{\sqrt{(-1) \cdot (9)}} = \frac{\sqrt{-1} \cdot \sqrt{4}}{\sqrt{-1} \cdot \sqrt{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

(3) $(\sqrt{-2})^2 = -2$

(4) $\sqrt{3+2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

Assinale a alternativa correta:

- (A) Todas as afirmativas são falsas.
(B) Somente 2 é verdadeira.
(C) 1 e 2 são verdadeiras.
(D) 1, 2 e 3 são verdadeiras.
(E) Todas as afirmativas são verdadeiras

21. (CN 1999) Coloque (F) Falso ou (V) Verdadeiro nas afirmativas no conjunto dos números reais e assinale a opção correta.

() Se $x^2 = 4$ então $x^6 = 64$.

() Se $x^6 = 64$ então $x = 2$.

() $(2^2)^3 < 2^{2^3}$.

() Se $10^x = 0,2$ então $10^{2x} = 0,04$.

() $2^{n+2} + 2^n = 5 \cdot 2^n$.



- (A) (F) (V) (V) (V) (F)
- (B) (V) (F) (V) (V) (V)
- (C) (V) (F) (V) (V) (F)
- (D) (V) (V) (F) (V) (V)
- (E) (V) (F) (V) (F) (V)

22. (CMBH 2008) Dados os números 5^{135} , 9^{90} e 3^{225} , podemos afirmar que:

- a) $5^{135} > 9^{90} > 3^{225}$
- b) $3^{225} > 5^{135} > 9^{90}$
- c) $9^{90} > 5^{135} > 3^{225}$
- d) $5^{135} > 3^{225} > 9^{90}$
- e) $9^{90} > 3^{225} > 5^{135}$

23. (CN 2007) Se $x = 7^{200}$, $y = 1024^{40} \cdot 3^{100}$ e $z = 16^{25} \cdot 625^{50}$, pode-se afirmar que:

- (A) $x < y < z$
- (B) $x < z < y$
- (C) $y < x < z$
- (D) $y < z < x$
- (E) $z < x < y$

24. O inverso da expressão: $\left[\frac{0,00001 \times 0,01^2 \times 1000}{0,001} \right]^{\sqrt{3^{-2}}} + \frac{4^0}{0,25} - \frac{30}{4} \cdot \sqrt{0,16}$ é



a) 1

b) $\frac{11}{10}$

c) $\frac{10}{11}$

d) $\frac{100}{11}$

e) $\frac{11}{100}$

25. O valor de $\left[\left(\frac{1}{5^{-2/3}} \right)^3 - \left(\frac{2^{12}}{2^{10}} \right)^{1/2} \right] - \left[\frac{(0,333\dots)^{-5/2}}{\sqrt{3}} - \frac{\left(5^{5/3} \right)^2}{\sqrt[3]{5}} \right]$ é:

a) 100

b) 120

c) 92

d) 121

e) 139

26. Considerando o conjunto dos números reais, analise as proposições abaixo, classificando-as em (V) verdadeiras ou (F) falsas.

() $\frac{a \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt{a^3}}}{\sqrt[3]{a \sqrt{a} \sqrt{a}}} = a \sqrt[12]{a^5}$, $a > 0$

() Se $\frac{a^5 c^9}{b^{20}} < 0$, $b > 0$ e $a - c < 0$, então $a < 0$ e $c > 0$.



$$\frac{a^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(a^{-\frac{1}{3}}\right)^2}{(-a)^{-\frac{1}{3}}} = a^{\frac{1}{6}}$$

() $(-a)^{-\frac{1}{3}}$, $a > 0$

() Se $a^2 = 99^6$ e $b^3 = 33^9$, então $\left(\frac{a}{b}\right)^{-12} = (0,111\dots)^{18}$.

A sequência correta é

- a) F – V – F – V
- b) F – V – V – V
- c) V – F – V – V
- d) V – V – V – F

27. O valor numérico de $3x^4 + \frac{3}{x^{-4}}$, sendo $x = \frac{60000 \cdot 0,000003}{0,0004 \cdot 1500000}$, é:

- a) $3^4 \cdot 10^{16}$
- b) $3^4 \cdot 10^{-16}$
- c) $6^4 \cdot 10^{16}$
- d) $2 \cdot 3^5 \cdot 10^{-16}$
- e) $2 \cdot 3^5 \cdot 10^{16}$

28. Que tipo de número é $\left(\sqrt{50}\sqrt{50}\right)^{\sqrt{50}}$?

- a) um número irracional
- b) uma quinta potência perfeita
- c) um quadrado perfeito



d) um número racional não inteiro

e) um cubo perfeito

29. O valor de $\sqrt[3]{16\sqrt{8}} \cdot \sqrt[6]{0,125}$ é:

a) $2\sqrt{8}$

b) $4\sqrt[3]{4}$

c) $4\sqrt{2}$

d) $2\sqrt[3]{2}$

e) $4\sqrt[6]{2}$

30. (IFRJ 2009) Se $a=1$, $b=2$ e $c=3$, o possível valor da expressão $(a^{b^c} - c^{b^a})^{\frac{1}{3}}$ é

a) -2

b) -3

c) -4

d) 1

e) 0

31. (CMRJ 2004) Assinale a única FALSA dentre as afirmativas abaixo:

a) $(3^{-4})^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$

b) $2^{-3} \div 2^{-8} = 2^5$

c) $\frac{16^2 \cdot 8^3}{2^9} = 2^8$

d) $\sqrt[3]{8} \div \sqrt{2} = 1$



$$e) \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = 1$$

32. (EPCAr 2012) Considere os números reais

$$x = \sqrt{2, \overline{7}}$$

$$y = \left(\sqrt{0,25 + 16^{-\frac{3}{4}}} \right)^{-1}$$

$$z = \frac{(-2^2)^{2^3} - \sqrt[3]{5 \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}}}{-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-7}\right]^2}$$

É FALSO afirmar que

a) $\frac{z}{y} < -\frac{3}{2}$

b) $x - y < \frac{1}{5}$

c) $x + z < 0$

d) $x + y + z \notin (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$

33. (CN 2010) Analise as afirmativas a seguir.

I) $(3^{0,333\dots})^{27} = (\sqrt[3]{3})^{3^3}$

II) $(2 + \sqrt{3})^{-1} = 2 - \sqrt{3}$

III) 10^{3k} tem $(3k+1)$ algarismos, qualquer que seja o número natural k .

Assinale a opção correta.

(A) Apenas a afirmativa II é verdadeira.

(B) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.

(C) Apenas as afirmativas I e III são verdadeiras.

(D) Apenas as afirmativas II e III são verdadeiras.



(E) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.



5 – Questões Comentadas

(Exercício Modelo)

04. O quociente de $\frac{\sqrt[7]{3^5} \cdot \sqrt[6]{3^5}}{\sqrt[21]{3^8}}$ é igual a:

- a) $\sqrt[3]{3}$
- b) $\sqrt[3]{6}$
- c) $3\sqrt[3]{3}$
- d) $3\sqrt[6]{3}$
- e) $5\sqrt[3]{3}$

Comentário:

$$\sqrt[7]{3^5} = 3^{5/7}; \sqrt[6]{3^5} = 3^{5/6}; \sqrt[21]{3^8} = 3^{8/21}$$

Assim:

- Numerador: $3^{5/7} \cdot 3^{5/6} \Rightarrow 3^{5/7+5/6} \Rightarrow 3^{5 \cdot 6 + 5 \cdot 7 / 42} \Rightarrow 3^{65/42}$
- Denominador: $3^{8/21} \Rightarrow 3^{8 \cdot 2 / 21 \cdot 2} \Rightarrow 3^{16/42}$

Logo:



$$\frac{3^{65/42}}{3^{16/42}} \Rightarrow 3^{\frac{65-16}{42}} \Rightarrow 3^{49/42} \Rightarrow 3^{7/6} = \sqrt[6]{3^7} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \sqrt[6]{3^6 \cdot 3^1} \Rightarrow \sqrt[6]{3^6} \cdot \sqrt[6]{3} \Rightarrow 3\sqrt[6]{3}$$

Gabarito: D

(Exercício Modelo)

05. O valor da expressão $\left(\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999}$ é:

a) 0

b) 1

c) $\left(\sqrt{\frac{5}{5}}\right)^{1999}$

d) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

e) 10

Comentário:

Questão para simples racionalização e simplificação dos termos semelhantes.

$$\left(\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{1999} \Rightarrow 0^{1999} = 0$$

Gabarito: A

(Exercício Modelo)

06. Calculando-se o valor da expressão $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$ obtemos:

a) a^{16}

b) a^{-16}

c) a^{-15}



d) $a^{\frac{16}{15}}$

e) $a^{\frac{15}{16}}$

Comentário:

Questão de sucessão de radicais finitos. Bem interessantes sua construção. Neste tipo de questão, caso venha em sua prova, a ideia é fazer com calma e de dentro para fora...passo a passo. OK?

Veja abaixo como ficou a construção de sua resolução.

$$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$$

I
II
III

I- $\sqrt{a\sqrt{a}} \rightarrow \sqrt{\sqrt{a^2} \cdot a} \rightarrow \sqrt{\sqrt{a^3}} \rightarrow \sqrt[4]{a^3}$

II- $\sqrt{a\sqrt[4]{a^3}} \rightarrow \sqrt{\sqrt[4]{a^4} \cdot a^3} \rightarrow \sqrt[8]{a^7}$

III- $\sqrt{a\sqrt[8]{a^7}} \rightarrow \sqrt[16]{a^8 \cdot a^7} \rightarrow \sqrt[16]{a^{15}} \Rightarrow a^{15/16}$

Poderíamos também pensar no macete, certo? Vamos a ele:

$$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} = a^{\frac{2^4-1}{2^4}} = a^{\frac{16-1}{16}} = a^{\frac{15}{16}}$$

Gabarito: E

(EAM-2004)

07. O valor simplificado da expressão $\frac{1,363\overline{6}36.2\frac{1}{5} - (0,5)^2}{(\sqrt{2})^{-4}}$ é:

a) $\frac{9}{5}$

b) $\frac{31}{5}$

c) 7

d) 9



e) 11

Comentário:

Vamos analisar passo a passo, imaginando o seguinte:

$$A = 1,3636\dots$$

$$B = 2\frac{1}{5}$$

$$C = (0,5)^2$$

$$D = (\sqrt{2})^{-4}$$

$$\Rightarrow \frac{A \cdot B - C}{D}$$

$$A = 1,3636\dots \Rightarrow \frac{136-1}{99} = \frac{135}{99} = \frac{15}{11}$$

$$B = 2\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{2 \cdot 5 + 1}{5} \Rightarrow \frac{11}{5}$$

$$C = (0,5)^2 \Rightarrow \left(\frac{5}{10}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$D = (\sqrt{2})^{-4} \Rightarrow (2^{\frac{1}{2}})^{-4} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

Fazendo a troca de variável, ou seja, substituindo os valores encontrados nas suas incógnitas, temos:

$$\frac{\frac{15}{11} \cdot \frac{11}{5} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{3 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{3 \cdot 4 - 1}{4} = \frac{11 \cdot 4}{4 \cdot 1} = 11$$

Gabarito: E

(EAM-2008)

08. O valor da expressão $\frac{0,555\dots - \sqrt{0,25}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 10^{-1}}$ é:

- a) 0,75
- b) 0,85
- c) 0,95
- d) 1,15



e) 1,25

Comentário:

Imaginemos que:

$$\frac{A - B}{C \cdot D}$$

Assim:

$$A = 0,55\dots$$

$$B = \sqrt{0,25}$$

$$C = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$D = 10^{-1}$$

Sabemos que:

$$A = 0,55\dots = \frac{5}{9}$$

$$B = \sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$C = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$D = 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

Logo:
$$\frac{\frac{5}{9} - \frac{1}{2}}{\frac{4}{9} \cdot \frac{1}{10}} = \frac{\frac{5 \cdot 2 - 1 \cdot 9}{18}}{\frac{4}{90}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \cdot \frac{45}{2} = \frac{5}{4} = 1,25$$

Gabarito: E

(EAM-2009)

09. O valor de $\sqrt[3]{\frac{(a+b) \cdot a \cdot b}{a-b}}$ para $a = 12$ e $b = 6$ é:

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8



e) 9

Comentário:

Vamos apenas substituir os valores nos lugares de suas respectivas variáveis.

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{\frac{(a+b).ab}{a-b}} &\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{(12+6).12.6}{12-6}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{18.12.6}{6}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt[3]{18.12} = \sqrt[3]{6.3.4.3} = \sqrt[3]{2^3.3^3} = 2.3 = 6\end{aligned}$$

Gabarito: B

(EAM-2011)

10. O resultado da expressão $\sqrt{96 + \sqrt{7 + \sqrt{81}}}$ é:

- a) 18
- b) 16
- c) 14
- d) 12
- e) 10

Comentário:

$\sqrt{96 + \sqrt{7 + \sqrt{81}}}$ \Rightarrow Sabemos que $\sqrt{81} = 9$, logo:

$\sqrt{96 + \sqrt{7 + 9}}$ $\Rightarrow \sqrt{96 + \sqrt{16}}$ \Rightarrow e $\sqrt{16} = 4$ \Rightarrow Assim:

$$\Rightarrow \sqrt{96 + 4} = \sqrt{100} = 10$$

Gabarito: E

(EAM-2011)

11. Observe a resolução de um aluno para a expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$



Linha 1 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2 - 2^2$

Linha 2 $(2)^2 + (-2)^2 - 2^2$

Linha 3 -2^2

Linha 4 $-(2.2)$

Linha 5 -4

Constatou-se, acertadamente, que o aluno errou pela primeira vez ao escrever a LINHA:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

Comentário:

Na linha 1 o aluno apenas repetiu a expressão. Logo, nenhum erro

Na linha 2, houve o primeiro erro, pois sabemos que:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 2^2$$

$$(-2)^2 = 2^2$$

Logo: 2^2 não é simétrico de $(-2)^2$, não podendo assim, simplificar.

Gabarito: B

(EAM-2012)

12. Qual é o valor de $y = \sqrt{32} - \sqrt{8}$?

- a) 1
- b) $\sqrt{2}$



c) $6\sqrt{2}$

d) $2\sqrt{6}$

e) $2\sqrt{2}$

Comentário:

Questão de simples retirada de fatores primos de dentro do radical.

$$y = \sqrt{32} - \sqrt{8} \Rightarrow \sqrt{2^5} - \sqrt{2^3} \Rightarrow 2^2 \cdot \sqrt{2} - 2\sqrt{2} \Rightarrow 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Gabarito: E

(EAM-2012)

13. O valor da expressão $\sqrt{13 + \sqrt[3]{25 + \sqrt{8 - \sqrt[3]{64}}}}$ é:

a) 4

b) 6

c) 8

d) 12

e) 18

Comentário:

$\sqrt{13 + \sqrt[3]{25 + \sqrt{8 - \sqrt[3]{64}}}}$ Sabemos que $\sqrt[3]{64} = 4$, logo:

$$\sqrt{13 + \sqrt[3]{25 + \sqrt{8 - 4}}} \Rightarrow \sqrt{13 + \sqrt[3]{25 + \sqrt{4}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{13 + \sqrt[3]{25 + 2}} = \sqrt{13 + \sqrt[3]{27}} = \sqrt{13 + 3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{16} = 4$$

Gabarito: A

(EAM-2013)

14. Quanto vale a metade de 2^{2014} ?

a) 2^2

b) 2^7



- c) 2^{2017}
- d) 2^{2013}
- e) 2^{2015}

Comentário:

Calcular a metade é o mesmo que dividir por dois o elemento dado! Assim, temos:

$$\frac{2^{2014}}{2} = 2^{2014} \cdot 2^{-1} = 2^{2014-1} = 2^{2013}$$

Gabarito: D

(EAM-2015)

15. $\sqrt{75}$ é equivalente a:

- a) 37,5
- b) 75
- c) $5\sqrt{5}$
- d) $3\sqrt{5}$
- e) $5\sqrt{3}$

Comentário:

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

Gabarito: E

$$S = \frac{(x^{-2})^{2^{2^2}} \cdot [(-x^{-2})^{3^{2^2}}]^{-1}}{x^{2^3} \cdot [(-x^3)^{3^2}]^{2^3}},$$

16. (EPCAR 2011) Simplificando-se a expressão obtém-se

onde $x \neq 0$, $x \neq 1$ e $x \neq -1$,

- a) $-x^{-94}$
- b) x^{94}
- c) x^{-94}



d) $-x^{94}$

Comentário:

$$S = \frac{(x^{-2})^{16} \cdot (-x^{-2})^{-81}}{x^8 \cdot (-x^3)^{9 \cdot 8}} = \frac{x^{-32} \cdot x^{162}}{x^8 \cdot x^{216}} = \\ = -x^{138-224} = -x^{-94}$$

Gabarito: A

17. (EPCAr 2013) O oposto do número real $x = \frac{526}{495} + \left[\frac{((-2)^{(2\sqrt{2}-1})^{(2\sqrt{2}+1)})}{128} \right]^{-1}$ está compreendido entre

- a) $-0,061$ e $-0,06$
- b) $-0,062$ e $-0,061$
- c) $-0,063$ e $-0,062$
- d) $-0,064$ e $-0,063$

Comentário:

$$x = \frac{526}{495} + \left[\frac{((-2)^{(2\sqrt{2}-1})^{(2\sqrt{2}+1)})}{128} \right]^{-1} = \\ = \frac{526}{495} + \left[\frac{(-2)^{(2\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1)}}{128} \right]^{-1} = \\ = \frac{526}{495} + \left[\frac{(-2)^{(8-1)}}{128} \right]^{-1} = \frac{526}{495} + \left[\frac{-128}{128} \right]^{-1} = \\ = \frac{596}{495} + (-1) = \frac{31}{495} = \frac{62}{990} = 0,0626262... = 0,0\overline{62}$$

O oposto de x é $-x = -0,0\overline{62}$ que está entre $-0,063$ e $-0,062$.



Gabarito: C

18. (CN 2001) Considere as afirmativas abaixo:

$$(I) \quad 2^{68} + 10^{68} = 2^{68} + (2 \times 5)^{68} = 2^{68} + 2^{68} \times 5^{68} = \\ = 4^{68} \times 5^{68} = 20^{68}$$

$$(II) \quad 2^{68} + 10^{68} = 2^{68} + (2 \times 5)^{68} = 2^{68} + 2^{68} \times 5^{68} = \\ = 2^{136} \times 5^{68}$$

$$(III) \quad 6^{17} + 10^{23} = (2 \times 3)^{17} + (2 \times 5)^{23} = \\ = 2^{17} \times 3^{17} + 2^{23} \times 5^{23} = (2^{17} \times 2^{23}) + (3^{17} \times 5^{23})$$

Pode-se afirmar que:

- a) apenas a afirmativa I é verdadeira
- b) apenas as afirmativas I e III são verdadeiras
- c) apenas a afirmativa II é verdadeira
- d) apenas as afirmativas II e III são verdadeiras
- e) as afirmativas I, II e III são falsas

Comentário:

(I) FALSA

$$2^{68} + 10^{68} = 2^{68} + (2 \times 5)^{68} = 2^{68} + 2^{68} \times 5^{68} = \\ = 2^{68} \times (1 + 5^{68})$$

(II) FALSA

$$2^{68} + 10^{68} = 2^{68} + (2 \times 5)^{68} = 2^{68} + 2^{68} \times 5^{68} = \\ = 2^{68} \times (1 + 5^{68})$$

(III) FALSA

$$6^{17} + 10^{23} = (2 \times 3)^{17} + (2 \times 5)^{23} = \\ = 2^{17} \times 3^{17} + 2^{23} \times 5^{23} = 2^{17} \times (3^{17} + 2^6 \times 5^{23})$$



Gabarito: E

19. (CN 2001) O valor da expressão $\left(\sqrt[3]{-\frac{16}{27} + \frac{16}{9} \cdot (0,333\dots+1) - \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}} \right)^{\frac{\sqrt{25}}{2}+3}$, é

(A) $\sqrt[3]{-\frac{1}{3}}$

(B) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

(C) 0

(D) 1

(E) -1

Comentário:

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt[3]{-\frac{16}{27} + \frac{16}{9} \cdot (0,333\dots+1) - \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}} \right)^{\frac{\sqrt{25}}{2}+3} = \\ & = \left(\sqrt[3]{-\frac{16}{27} + \frac{16}{9} \cdot \left(\frac{1}{3}+1\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2} \right)^{\frac{5}{2}+3} = \\ & = \left(\sqrt[3]{-\frac{16}{27} + \frac{16}{9} \cdot \frac{4}{3} - \frac{16}{9}} \right)^{\frac{11}{2}} = \left(\sqrt[3]{-\frac{16}{27} + \frac{64}{27} - \frac{48}{27}} \right)^{\frac{11}{2}} = 0 \end{aligned}$$

Gabarito: C

20. (CN 2000) São dadas as afirmativas abaixo no conjunto dos números reais:

(1) $\sqrt{(-2)^2} = -2$

(2) $\frac{\sqrt{-4}}{\sqrt{-9}} = \frac{\sqrt{(-1) \cdot (4)}}{\sqrt{(-1) \cdot (9)}} = \frac{\sqrt{-1} \cdot \sqrt{4}}{\sqrt{-1} \cdot \sqrt{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

(3) $(\sqrt{-2})^2 = -2$

(4) $\sqrt{3+2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

Assinale a alternativa correta:



- (A) Todas as afirmativas são falsas.
(B) Somente 2 é verdadeira.
(C) 1 e 2 são verdadeiras.
(D) 1, 2 e 3 são verdadeiras.
(E) Todas as afirmativas são verdadeiras

Comentário:

- (1) **FALSA:** $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$. Observe que $\sqrt{x} \geq 0$ para qualquer $x \in \mathbb{R}_+$ e $\sqrt{x} \notin \mathbb{R}$ se $x \in \mathbb{R}_-^*$.
(2) **FALSA:** $\sqrt{-4}, \sqrt{-9} \notin \mathbb{R}$
(3) **FALSA:** $\sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$
(4) **FALSA:**

$$\begin{aligned}\sqrt{3+2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} &\Rightarrow (\sqrt{3+2})^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 5 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 &\Leftrightarrow 2\sqrt{6} = 0 \text{ (ABSURDO)}\end{aligned}$$

Gabarito: A

21. (CN 1999) Coloque (F) Falso ou (V) Verdadeiro nas afirmativas no conjunto dos números reais e assinale a opção correta.

- () Se $x^2 = 4$ então $x^6 = 64$.
() Se $x^6 = 64$ então $x = 2$.
() $(2^2)^3 < 2^{2^3}$.
() Se $10^x = 0,2$ então $10^{2x} = 0,04$.
() $2^{n+2} + 2^n = 5 \cdot 2^n$.

- (A) (F) (V) (V) (V) (F)
(B) (V) (F) (V) (V) (V)
(C) (V) (F) (V) (V) (F)



(D) (V) (V) (F) (V) (V)

(E) (V) (F) (V) (F) (V)

Comentário:

(V) Se $x^2 = 4$ então $x^6 = 64$.

$$x^2 = 4 \Leftrightarrow (x^2)^3 = 4^3 \Leftrightarrow x^6 = 64$$

(F) Se $x^6 = 64$ então $x = 2$.

$$x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$$

(V) $(2^2)^3 < 2^{2^3}$.

$$(2^2)^3 = 2^6 < 2^8 = 2^{2^3}$$

(V) Se $10^x = 0,2$ então $10^{2x} = 0,04$.

$$10^x = 0,2 \Rightarrow (10^x)^2 = 0,2^2 \Leftrightarrow 10^{2x} = 0,04$$

(V) $2^{n+2} + 2^n = 5 \cdot 2^n$

$$2^{n+2} + 2^n = 2^n \cdot 2^2 + 2^n = 2^n (4+1) = 5 \cdot 2^n$$

Gabarito: B

22. (CMBH 2008) Dados os números 5^{135} , 9^{90} e 3^{225} , podemos afirmar que:

a) $5^{135} > 9^{90} > 3^{225}$

b) $3^{225} > 5^{135} > 9^{90}$

c) $9^{90} > 5^{135} > 3^{225}$

d) $5^{135} > 3^{225} > 9^{90}$

e) $9^{90} > 3^{225} > 5^{135}$

Comentário:



$$\left. \begin{aligned} 5^{135} &= (5^3)^{45} = 125^{45} \\ 9^{90} &= (9^2)^{45} = 81^{45} \\ 3^{225} &= (3^5)^{45} = 243^{45} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3^{225} > 5^{135} > 9^{90}$$

Gabarito: B

23. (CN 2007) Se $x = 7^{200}$, $y = 1024^{40} \cdot 3^{100}$ e $z = 16^{25} \cdot 625^{50}$, pode-se afirmar que:

- (A) $x < y < z$
- (B) $x < z < y$
- (C) $y < x < z$
- (D) $y < z < x$
- (E) $z < x < y$

Comentário:

$$x = 7^{200} = (7^2)^{100} = 49^{100}$$

$$\begin{aligned} y &= 1024^{40} \cdot 3^{100} = (2^{10})^{40} \cdot 3^{100} = 2^{400} \cdot 3^{100} = \\ &= (2^4)^{100} \cdot 3^{100} = (16 \cdot 3)^{100} = 48^{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= 16^{25} \cdot 625^{50} = (2^4)^{25} \cdot (5^4)^{50} = 2^{100} \cdot 5^{200} = \\ &= 2^{100} \cdot (5^2)^{100} = (2 \cdot 25)^{100} = 50^{100} \end{aligned}$$

$$48 < 49 < 50 \Rightarrow 48^{100} < 49^{100} < 50^{100} \Rightarrow y < x < z$$

Gabarito: C

24. O inverso da expressão: $\left[\frac{0,00001 \times 0,01^2 \times 1000}{0,001} \right]^{\sqrt{3-2}} + \frac{4^0}{0,25} - \frac{30}{4} \cdot \sqrt{0,16}$ é

- a) 1
- b) $\frac{11}{10}$
- c) $\frac{10}{11}$



d) $\frac{100}{11}$

e) $\frac{11}{100}$

Comentário:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{0,00001 \times 0,01^2 \times 1000}{0,001} \right]^{\sqrt{3-2}} + \frac{4^0}{0,25} - \frac{30}{4} \cdot \sqrt{0,16} = \\ & = \left[\frac{10^{-5} \cdot (10^{-2})^2 \cdot 10^3}{10^{-3}} \right]^{3^{-1}} + \frac{1}{\frac{1}{4}} - \frac{30}{4} \cdot \frac{4}{10} = \\ & = \left[\frac{10^{-5} \cdot 10^{-4} \cdot 10^3}{10^{-3}} \right]^{\frac{1}{3}} + 4 - 3 = [10^{-3}]^{\frac{1}{3}} + 1 = \\ & = 10^{-1} + 1 = \frac{11}{10} \end{aligned}$$

Logo o inverso da expressão é $\frac{10}{11}$.

Gabarito: C

25. O valor de $\left[\left(\frac{1}{5^{-2/3}} \right)^3 - \left(\frac{2^{12}}{2^{10}} \right)^{1/2} \right] - \left[\frac{(0,333\dots)^{-5/2}}{\sqrt{3}} - \frac{\left(5^{5/3} \right)^2}{\sqrt[3]{5}} \right]$ é:

- a) 100
- b) 120
- c) 92
- d) 121
- e) 139

Comentário:



$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{1}{5^{-2/3}} \right)^3 - \left(\frac{2^{12}}{2^{10}} \right)^{1/2} \right] - \left[\frac{(0,333\dots)^{-5/2}}{\sqrt{3}} - \frac{\left(5^{5/3} \right)^2}{\sqrt[3]{5}} \right] = \\ & = \left[\left(\frac{2}{5^3} \right)^3 - (2^2)^{1/2} \right] - \left[\frac{(3^{-1})^{-5/2}}{3^{1/2}} - \frac{5^{10/3}}{5^{1/3}} \right] = \\ & = [5^2 - 2] - \left[\frac{5}{3^2} - \frac{5^{10}}{5^3} \right] = 23 - [3^2 - 5^3] = 139 \end{aligned}$$

Gabarito: E

26. Considerando o conjunto dos números reais, analise as proposições abaixo, classificando-as em (V) verdadeiras ou (F) falsas.

() $\frac{a^3 \sqrt{a^2 \cdot \sqrt{a^3}}}{\sqrt[3]{a \sqrt{a} \sqrt{a}}} = a^{12} \sqrt{a^5}$, $a > 0$

() Se $\frac{a^5 c^9}{b^{20}} < 0$, $b > 0$ e $a - c < 0$, então $a < 0$ e $c > 0$.

() $\frac{a^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(a^{-\frac{1}{3}} \right)^2}{(-a)^{-\frac{1}{3}}} = a^{\frac{1}{6}}$, $a > 0$

() Se $a^2 = 99^6$ e $b^3 = 33^9$, então $\left(\frac{a}{b} \right)^{-12} = (0,111\dots)^{18}$.

A sequência correta é

- a) F – V – F – V
- b) F – V – V – V
- c) V – F – V – V
- d) V – V – V – F

Comentário:

(F)



$$\frac{a^{\sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt{a^3}}}}{\sqrt[3]{a\sqrt{a}\sqrt{a}}} = \frac{a^{\sqrt[3]{\sqrt{a^4} \cdot a^3}}}{\sqrt[3]{a\sqrt{a}\sqrt{a^2} \cdot a}} = \frac{a^{\sqrt[6]{a^7}}}{\sqrt[3]{a^4 a^3}} = \frac{\sqrt[6]{a^6 \cdot a^7}}{\sqrt[3]{\sqrt{a^4} \cdot a^3}} =$$

$$= \frac{\sqrt[6]{a^{13}}}{\sqrt[12]{a^7}} = \frac{\sqrt[12]{a^{26}}}{\sqrt[12]{a^7}} = \sqrt[12]{\frac{a^{26}}{a^7}} = \sqrt[12]{a^{19}} = a^{\sqrt[12]{19}} = a^{\sqrt[12]{a^7}}$$

(V) $\frac{a^5 c^9}{b^{20}} < 0$ e $b > 0 \Rightarrow a^5 c^9 < 0 \Leftrightarrow ac < 0$

Como $a - c < 0 \Leftrightarrow a < c$, então $ac < 0 \Leftrightarrow a < 0 \wedge c > 0$.

(F) $\frac{a^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(a^{-\frac{1}{3}}\right)^2}{(-a)^{-\frac{1}{3}}} = \frac{a^{-\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{2}{3}}}{-a^{-\frac{1}{3}}} = -a^{-1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = -a^{-\frac{2}{3}}$

(V)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-12} = \frac{b^{12}}{a^{12}} = \frac{(b^3)^4}{(a^2)^6} = \frac{(33^9)^4}{(99^6)^6} = \frac{33^{36}}{99^{36}} =$$

$$= \left(\frac{33}{99}\right)^{36} = \left(\frac{1}{3}\right)^{36} = \left(\frac{1}{9}\right)^{18} = (0,111\dots)^{18}$$

Gabarito: A

27. O valor numérico de $3x^4 + \frac{3}{x^{-4}}$, sendo $x = \frac{60000 \cdot 0,000003}{0,0004 \cdot 1500000}$, é:

- a) $3^4 \cdot 10^{16}$
- b) $3^4 \cdot 10^{-16}$
- c) $6^4 \cdot 10^{16}$
- d) $2 \cdot 3^5 \cdot 10^{-16}$
- e) $2 \cdot 3^5 \cdot 10^{16}$

Comentário:

$$x = \frac{60000 \cdot 0,000003}{0,0004 \cdot 1500000} = \frac{6 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-4} \cdot 15 \cdot 10^5} = 3 \cdot 10^{-4}$$

$$3x^4 + \frac{3}{x^{-4}} = 3x^4 + 3x^4 = 6x^4 =$$

$$= 6 \cdot (3 \cdot 10^{-4})^4 = 2 \cdot 3^5 \cdot 10^{-16}$$



Gabarito: D

28. Que tipo de número é $\left(\sqrt{50}\sqrt{50}\right)^{\sqrt{50}}$?

- a) um número irracional
- b) uma quinta potência perfeita
- c) um quadrado perfeito
- d) um número racional não inteiro
- e) um cubo perfeito

Comentário:

$$\left(\sqrt{50}\sqrt{50}\right)^{\sqrt{50}} = \sqrt{50}^{\sqrt{50} \cdot \sqrt{50}} = \sqrt{50}^{50} = \left(50^{\frac{1}{2}}\right)^{50} = 50^{25}$$

Esse número é uma quinta potência perfeita.

Gabarito: B

29. O valor de $\sqrt[3]{16\sqrt{8}} \cdot \sqrt[6]{0,125}$ é:

- a) $2\sqrt{8}$
- b) $4\sqrt[3]{4}$
- c) $4\sqrt{2}$
- d) $2\sqrt[3]{2}$
- e) $4\sqrt[6]{2}$

Comentário:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{16\sqrt{8}} \cdot \sqrt[6]{0,125} &= \sqrt[3]{2^4 \cdot \sqrt{2^3}} \cdot \sqrt[6]{2^{-3}} = \\ &= \sqrt[3]{\sqrt{2^8} \cdot 2^3} \cdot \sqrt[6]{2^{-3}} = \sqrt[6]{2^{11}} \cdot \sqrt[6]{2^{-3}} = \sqrt[6]{2^8} = \\ &= \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}\end{aligned}$$



Gabarito: D

30. (IFRJ 2009) Se $a=1$, $b=2$ e $c=3$, o possível valor da expressão $(a^{b^c} - c^{b^a})^{\frac{1}{3}}$ é

- a) -2
- b) -3
- c) -4
- d) 1
- e) 0

Comentário:

$$\begin{aligned} (a^{b^c} - c^{b^a})^{\frac{1}{3}} &= (1^{2^3} - 3^{2^1})^{\frac{1}{3}} = (1^8 - 3^2)^{\frac{1}{3}} = \\ &= \sqrt[3]{1-9} = \sqrt[3]{-8} = -2 \end{aligned}$$

Gabarito: B

31. (CMRJ 2004) Assinale a única FALSA dentre as afirmativas abaixo:

- a) $(3^{-4})^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$
- b) $2^{-3} \div 2^{-8} = 2^5$
- c) $\frac{16^2 \cdot 8^3}{2^9} = 2^8$
- d) $\sqrt[3]{8} \div \sqrt{2} = 1$
- e) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = 1$

Comentário:

$$(3^{-4})^5 = 3^{-20} = \left(\frac{1}{3}\right)^{20} \quad (\text{V})$$

$$2^{-3} \div 2^{-8} = 2^{(-3)-(-8)} = 2^{-3+8} = 2^5 \quad (\text{V})$$

$$\frac{16^2 \cdot 8^3}{2^9} = \frac{(2^4)^2 \cdot (2^3)^3}{2^9} = \frac{2^8 \cdot 2^9}{2^9} = 2^8 \quad (\text{V})$$



$$\sqrt[3]{8} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (\text{F})$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \quad (\text{V})$$

Gabarito: D

32. (EPCAr 2012) Considere os números reais

$$x = \sqrt{2,7}$$

$$y = \left(\sqrt{0,25} + 16^{-\frac{3}{4}} \right)^{-1}$$

$$z = \frac{(-2^2)^{2^3} - \sqrt[3]{5} \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}}{-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-7}\right]^2}$$

É FALSO afirmar que

a) $\frac{z}{y} < -\frac{3}{2}$

b) $x - y < \frac{1}{5}$

c) $x + z < 0$

d) $x + y + z \notin (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$

Comentário:

$$x = \sqrt{2,7} = \sqrt{\frac{27-2}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$y = \left(\sqrt{0,25} + 16^{-\frac{3}{4}} \right)^{-1} = \left(0,5 + (2^4)^{-\frac{3}{4}} \right)^{-1} = \\ = \left(0,5 + 2^{-3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right)^{-1} = \left(\frac{5}{8} \right)^{-1} = \frac{8}{5}$$



$$z = \frac{(-2^2)^{2^3} - \sqrt[3]{5} \sqrt{2^{3^2} \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}}{-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-7}\right]^2} = \frac{(-2^2)^8 - \sqrt[15]{2^{9 \cdot 5^2}}}{-[2^7]^2} =$$
$$= \frac{2^{16} - 2^{\frac{9 \cdot 25}{15}}}{-2^{14}} = \frac{2^{16} - 2^{15}}{-2^{14}} = \frac{2^{15} \cdot (2-1)}{-2^{14}} = -2$$

a) FALSO: $\frac{z}{y} = \frac{-2}{8/5} = -\frac{5}{4} > -\frac{3}{2}$

b) VERDADEIRA: $x - y = \frac{5}{3} - \frac{8}{5} = \frac{1}{15} < \frac{1}{5}$

c) VERDADEIRA: $x + z = \frac{5}{3} + (-2) = -\frac{1}{3} < 0$

d) VERDADEIRA:

$$x + y + z = \frac{5}{3} + \frac{8}{5} + (-2) = \frac{19}{15} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + y + z = \frac{19}{15} \notin (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$$

Gabarito: A

33. (CN 2010) Analise as afirmativas a seguir.

I) $(3^{0,333\dots})^{27} = (\sqrt[3]{3})^{3^3}$

II) $(2 + \sqrt{3})^{-1} = 2 - \sqrt{3}$

III) 10^{3k} tem $(3k+1)$ algarismos, qualquer que seja o número natural k .

Assinale a opção correta.

- (A) Apenas a afirmativa II é verdadeira.
- (B) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.
- (C) Apenas as afirmativas I e III são verdadeiras.
- (D) Apenas as afirmativas II e III são verdadeiras.
- (E) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.

Comentário:

I. VERDADEIRA



$$(3^{0,333\dots})^{27} = \left(\frac{1}{3^3}\right)^{27} = 3^{\frac{1}{3} \cdot 27} = 3^9 \text{ e}$$

$$\left(\sqrt[3]{3}\right)^{3^3} = \left(\frac{1}{3^3}\right)^{27} = 3^{\frac{1}{3} \cdot 27} = 3^9$$

II. VERDADEIRA

$$(2 + \sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \cdot \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$$

III. VERDADEIRA

$$k = 0 \Rightarrow 10^{3k} = 10^0 = 1 \Rightarrow \text{possui } (3 \cdot 0 + 1) = 1 \text{ algarismo}$$

$$k \neq 0 \Rightarrow 10^{3k} = \underbrace{100\dots0}_{3k \text{ zeros}} \Rightarrow 10^{3k} \text{ possui } (3k + 1) \text{ algarismos para qualquer natural } k.$$

Gabarito: E

É isso, meu querido! Finalizamos a nossa Aula 02. Espero que tenham gostado!

Restando qualquer dúvida, estou à disposição no fórum de dúvidas. Pode usar sem moderação!!

Mantenham a pegada, a sua aprovação está mais perto que imagina!

Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:

Fale comigo!		
		
@profismael_santos	Ismael Santos	@IsmaelSantos

Vamos que vamos! Fé na missão, FUTURO NAVAL!

