

Refração da Luz

CIÊNCIAS DA NATUREZA

Competência(s):
5 e 20

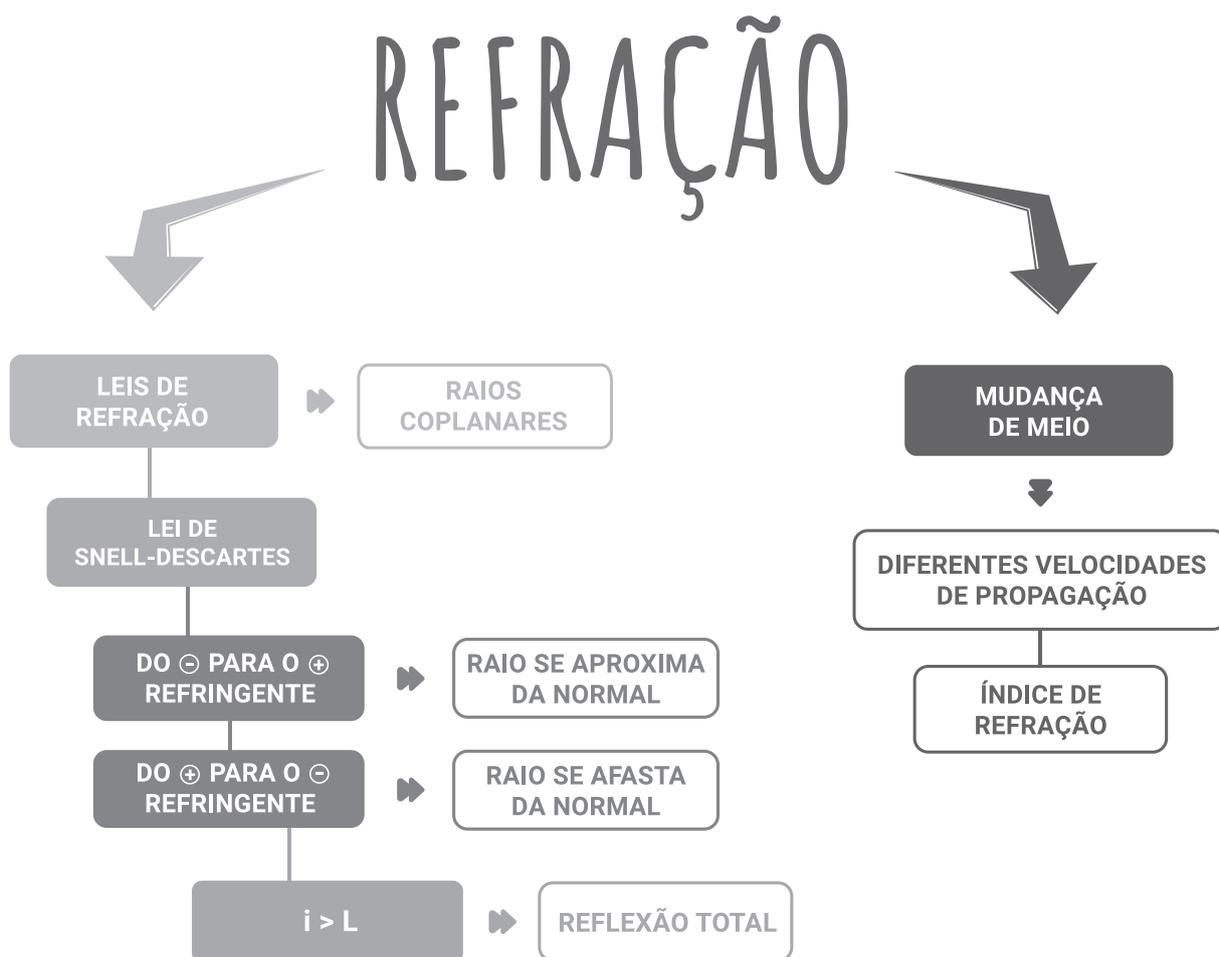
Habilidade(s):
17 e 20

AULAS
11 E 12

VOCÊ DEVE SABER!

- Índice de refração
- Leis da refração
- Formação de imagens
- Dioptra plano
- Ângulo limite - reflexão total

MAPEANDO O SABER

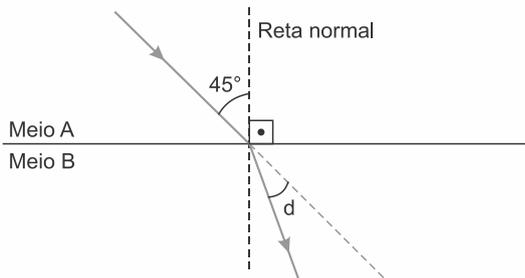


ANOTAÇÕES



EXERCÍCIOS DE SALA

1. (FAMEMA) Um raio de luz monocromático propaga-se por um meio A, que apresenta índice de refração absoluto $n_A = 1$, e passa para outro meio B, de índice de refração $n_B = \sqrt{2}$, conforme figura.

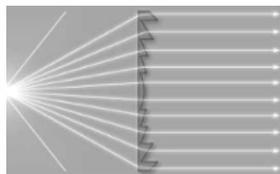


Considere que o raio incidente forma com a normal à superfície o ângulo de 45° . Nessas condições, o ângulo de desvio (d), indicado na figura, é igual a

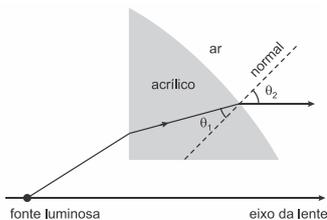
- a) 60° .
 b) 30° .
 c) 45° .
 d) 15° .
 e) 90° .
2. (UNICAMP 2018) Uma lente de Fresnel é composta por um conjunto de anéis concêntricos com uma das faces plana e a outra inclinada, como mostra a figura (a). Essas lentes, geralmente mais finas que as convencionais, são usadas principalmente para concentrar um feixe luminoso em determinado ponto, ou para colimar a luz de uma fonte luminosa, produzindo um feixe paralelo, como ilustra a figura (b). Exemplos desta última aplicação são os faróis de automóveis e os faróis costeiros. O diagrama da figura (c) mostra um raio luminoso que passa por um dos anéis de uma lente de Fresnel de acrílico e sai paralelamente ao seu eixo.



(a)



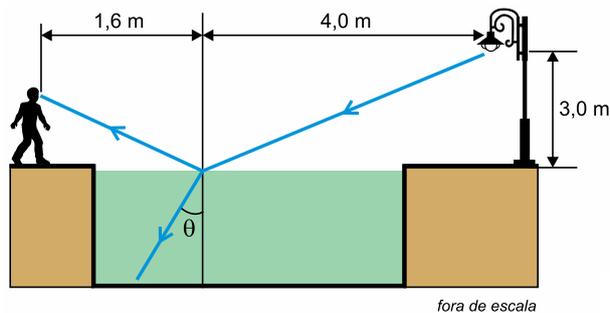
(b)



(c)

Se $\text{sen}(\theta_1) = 0,5$ e $\text{sen}(\theta_2) = 0,75$, o valor do índice de refração do acrílico é de

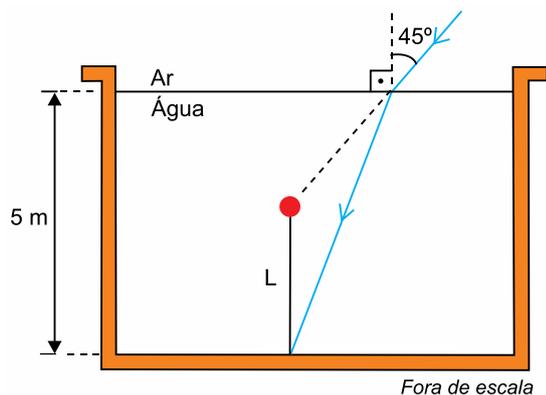
- a) 1,50.
 b) 1,41.
 c) 1,25.
 d) 0,66.
3. (G1 - COTIL 2020) Ao pescar com arco e flecha, um índio aprendeu com sua experiência que não deve lançar sua arma na direção do peixe. Considerando que a "normal" é a reta que forma com a superfície um ângulo de 90° , para que o índio atinja seu alvo ele deve lançar a flecha:
- a) Um pouco mais abaixo da imagem que ele está vendo, pois o raio de luz que emerge da água se afasta da "normal", dando a impressão de que o peixe está mais próximo da superfície.
 b) Um pouco mais acima da imagem que ele está vendo, pois o raio de luz que emerge da água se afasta da "normal", dando a impressão de que o peixe está mais próximo da superfície.
 c) Um pouco mais abaixo da imagem que ele está vendo, pois o raio de luz que emerge da água se aproxima da "normal", dando a impressão de que o peixe está mais longe da superfície.
 d) Um pouco mais acima da imagem que ele está vendo, pois o raio de luz que emerge da água se aproxima da "normal", dando a impressão de que o peixe está mais longe da superfície.
4. (FCMSCSP 2021) A figura mostra um feixe de luz, monocromático e paralelo, que parte de uma lâmpada e incide na superfície da água de uma piscina, sofrendo reflexão e refração.



fora de escala

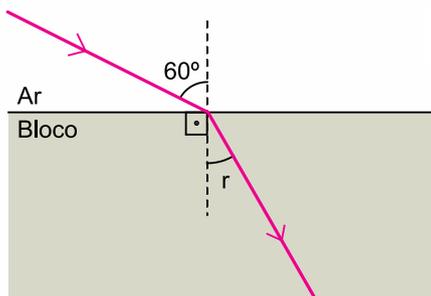
- a) O feixe refletido chega aos olhos de uma criança em pé, ao lado da piscina. Com base nas dimensões mostradas na figura, calcule, em metros, a altura dos olhos da criança em relação à superfície da água da piscina.
 b) O feixe refratado forma um ângulo θ com a reta normal no ponto de incidência. Sabendo que os índices de refração absolutos do ar e da água valem, respectivamente, 1,0 e 1,3, calcule o valor aproximado do seno do ângulo θ .

5. (ALBERT EINSTEIN - MEDICINA 2022) Em pé, sobre a borda de uma piscina de 5 m de profundidade, uma pessoa aponta um laser para uma boia dentro da água, que está presa por um fio de comprimento L no fundo dessa piscina. Porém, devido ao desvio sofrido pelo laser, ele atinge o fundo da piscina exatamente no ponto em que o fio que prende a boia está fixo.



Sabendo que o índice de refração do ar e da água são, respectivamente, $n_{\text{Ar}} = 1,0$ e $n_{\text{Água}} = 1,4$, que $\sin 30^\circ = 0,5$ e adotando $\sin 45^\circ = 0,7$ e $\text{tg } 30^\circ = 0,6$, o comprimento do fio que prende a boia ao fundo da piscina é

- a) 3,0 m.
 b) 4,0 m.
 c) 2,0 m.
 d) 3,5 m.
 e) 2,5 m.
6. (UNESP 2022) A figura representa um raio de luz monocromática propagando-se pelo ar ($n = 1$), incidindo na superfície de um bloco feito de material homogêneo e transparente com um ângulo de incidência de 60° e refratando-se com um ângulo de refração r .



r	$25,6^\circ$	$29,3^\circ$	$30,0^\circ$	$35,3^\circ$	$45,0^\circ$	$60,0^\circ$
$\text{sen } (r)$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Sabendo que o ângulo limite de incidência para refração da luz desse bloco para o ar é de 30° e considerando os valores indicados na tabela, o valor de r , quando o ângulo de incidência no ar for 60° , é

- a) $25,6^\circ$
 b) $29,3^\circ$
 c) $30,0^\circ$
 d) $35,3^\circ$
 e) $45,0^\circ$

7. (MACKENZIE 2019)



A flor Vitória Régia em um lago amazônico calmo

A vitória régia é uma flor da Amazônia que tem forma de círculo. Tentando guardar uma pepita de ouro, um índio a pendurou em um barbante prendendo a outra extremidade bem no centro de uma vitória régia de raio $R = 0,50$ m, dentro da água de um lago amazônico muito calmo. Considerando-se o índice de refração do ar igual a 1,0, o da água n_A e o comprimento do barbante, depois de amarrado no centro da flor e solto, 50 cm, pode-se afirmar que o valor de n_A , de modo que, do lado de fora do lago, ninguém consiga ver a pepita de ouro é:

- a) 2,0
 b) $\sqrt{3}$
 c) $\sqrt{2}$
 d) 1,0
 e) 0,50

ESTUDO INDIVIDUALIZADO (E.I.)

1. (Ufpr 2019) Um dado meio tem um índice de refração n_1 . Um outro meio tem um índice de refração n_2 . Assinale a alternativa que expressa corretamente a relação entre os módulos das velocidades da luz nos dois meios, quando $n_2 = 2n_1$.

- a) $v_2 = 4v_1$.
- b) $v_2 = 2v_1$.
- c) $v_2 = v_1$.
- d) $v_2 = \frac{v_1}{2}$.
- e) $v_2 = \frac{v_1}{4}$.

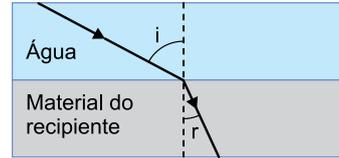
2. (Uece 2021) O isolamento social ocasionado pela pandemia da Covid-19 fez com que houvesse uma ampliação significativa das atividades profissionais para o formato remoto. Essa situação ocasionou uma demanda por internet de melhor qualidade. Neste contexto, muitos clientes realizaram a migração para a internet transmitida por fibra ótica. A fibra ótica geralmente é composta de sílica (SiO_2) ou plástico, com diâmetro da ordem de micrômetro, cuja função é a transmissão de um sinal, como a luz, por exemplo. A fibra apresenta muitas vantagens, dentre as quais se encontram estabilidade no sinal transmitido, pouca interferência eletromagnética, alta velocidade de transmissão de dados, grande disponibilidade de matéria prima e alta durabilidade. A propagação de um pulso eletromagnético dentro de uma fibra ótica é explicada a partir da

- a) polarização.
- b) interferência.
- c) difração.
- d) reflexão total.

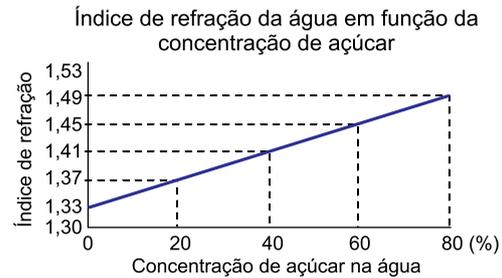
3. (Unisc 2021) Um feixe luminoso monocromático incide em uma superfície de separação de dois meios transparentes e homogêneos formando um ângulo de 60° com a normal. Considerando que o meio de origem do feixe luminoso apresenta índice de refração de 2,0 e que o outro meio tem índice de refração de $\sqrt{2}$, assinale a alternativa que descreve corretamente o que acontecerá com o raio luminoso.

- a) Parte do feixe luminoso será refletida com um ângulo de 60° e a outra parte do feixe luminoso será refratada com um ângulo de 45° .
- b) O feixe luminoso será refratado com um ângulo de 45° .
- c) O feixe luminoso será refletido com um ângulo de 60° .
- d) O feixe luminoso será refratado com um ângulo de 60° .
- e) O feixe luminoso será refletido com um ângulo de 45° .

4. (Uea 2021) Um estudante preenche um recipiente de fundo grosso, feito de material transparente de índice de refração $n_i = 1,45$, com água pura. Em seguida, projeta um feixe de luz sobre a superfície da água, o qual atravessa líquido e atinge a interface entre a água e o fundo do recipiente, como ilustra a figura, em que i é o ângulo de incidência e r o ângulo de refração.



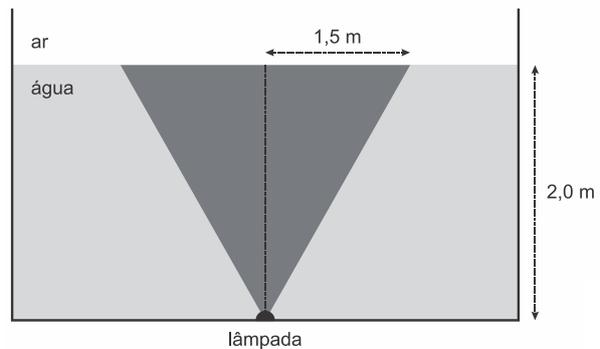
O estudante também tem em mãos um gráfico, reproduzido a seguir, que descreve como o índice de refração da água varia quando se lhe adiciona açúcar.



Para que o feixe com o mesmo ângulo de incidência i refrate no fundo do recipiente sem sofrer desvio de sua trajetória original, o estudante deve adicionar açúcar à água até que ela atinja a concentração de

- a) 20%.
- b) 40%.
- c) 10%.
- d) 80%.
- e) 60%.

5. (Pucrj 2020)



No fundo de uma piscina, uma lâmpada verde gera um cone de luz muito bem definido, cujos raios se propagam para a superfície, como mostrado na figura. Qual é a profundidade aparente da lâmpada, em metros, vista por uma pessoa do lado de fora da piscina?

Dados

Índice de refração do ar = 1.0
Índice de refração da água = 4/3

- a) 9/4
b) 9/8
c) 5/3
d) 4/5
e) 3/5
6. **(Uece 2020)** Um raio de luz incide, a partir do ar, em um líquido com índice de refração (n) maior que o do ar. Considere que o raio luminoso faz um ângulo $90^\circ - \theta$ com a normal à superfície plana de separação entre o líquido e o ar. Se $\theta = 90^\circ$, é correto afirmar que o raio, ao passar para meio líquido, tem ângulo de refração igual a
- a) zero.
b) 90° .
c) 30° .
d) 60° .
7. **(G1 - ifsul 2020)** Você já deve ter percebido que um objeto parece ter uma forma anormal quando mergulhado parcialmente em água, como representado na fotografia abaixo, na qual um pincel está parcialmente mergulhado em um copo com água. Essa ilusão é causada pelo fenômeno ondulatório chamado refração da luz, que ocorre quando a luz refletida pelo pincel muda de meio de propagação, passando da água para o ar.



A explicação adequada para o fenômeno está na seguinte afirmação:

- a) Quando um feixe de luz passa da água para o ar, sua velocidade de propagação não se altera, o que provoca alteração na sua direção de propagação.
b) Embora os meios ar e água apresentem o mesmo índice de refração, a velocidade de propagação

- da luz altera-se ao passar de um meio para o outro, gerando desvio de feixes de luz.
c) O desvio dos feixes de luz deve-se meramente à ilusão de óptica gerada pela associação entre os meios água e vidro.
d) Como o ar e a água apresentam diferentes índices de refração, a velocidade de propagação da luz é diferente de um meio para outro, causando o desvio de feixes de luz.

8. **(Ufjf-pism 2 2019)** As fibras ópticas podem ser usadas em telecomunicações, quando uma única fibra, da espessura de um fio de cabelo, transmite informação de vídeo equivalente a muitas imagens simultaneamente. Também são largamente aplicadas em medicina, permitindo transmitir luz para visualizar vários órgãos internos, sem cirurgias. Um feixe de luz pode incidir na extremidade de uma fibra óptica de modo que nenhuma ou muito pouca energia luminosa será perdida através das paredes da fibra. O princípio ou fenômeno que explica o funcionamento das fibras ópticas é denominado:
- a) reflexão interna total da luz.
b) refração total da luz.
c) independência da velocidade da luz.
d) reflexão especular da luz.
e) dispersão da luz.

9. **(Fear 2019)** Considerando as velocidades de propagação da luz em dois meios homogêneos e distintos, respectivamente iguais a 200.00 km/s e 120.000 km/s, determine o índice de refração relativo do primeiro meio em relação ao segundo. Considere a velocidade da luz no vácuo, igual a 300.00 km/s.
- a) 0,6
b) 1,0
c) 1,6
d) 1,7

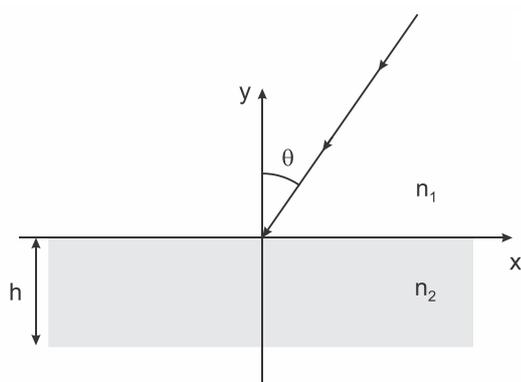
10. **(Mackenzie 2018)** Um raio de luz monocromática de frequência $f = 1,0 \times 10^{15}$ Hz, com velocidade $v = 3,0 \times 10^8$ km/s, que se propaga no ar, cujo índice de refração é igual a 1, incide sobre uma lâmina de vidro ($n_{\text{vidro}} = \sqrt{2}$), formando um ângulo 45° com a superfície da lâmina. O seno do ângulo de refração é
- a) 0,5.
b) 0,7.
c) 1,0.
d) 3,0.
e) $\sqrt{2}$

11. **(Upe-ssa 2 2018)** Em 1968, o físico russo Victor Veselago chamou a atenção para o fato de que nenhum princípio fundamental proíbe a existência de materiais com índice de refração negativo. (...) O fenômeno mais interessante previsto por Veselago aconteceria na interface entre um meio com índice de refração negativo e outro com índice positivo. Um raio de luz

que incidisse sobre a fronteira entre os dois meios seria refratado para o lado “errado” da linha normal. Usando a lei de Snell, ao invés de cruzar essa linha, como ocorre quando ambos os meios têm índices de refração positivos, o raio permaneceria sempre do mesmo lado da normal.

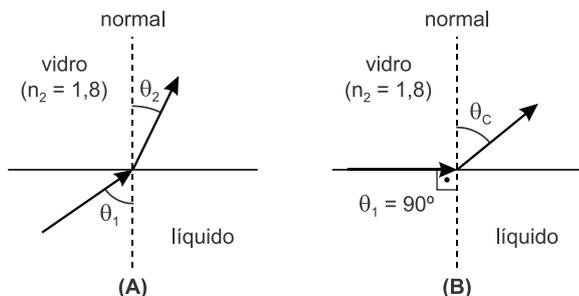
Fonte: http://www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/material_didatico/2011/refracao_negativa/refracao_negativa.html, acessado e adaptado em: 11 de julho de 2017. Adaptado.

Considere uma radiação monocromática que se propaga de um meio com índice de refração positivo, $n_1 = 1,0$, para um meio com índice de refração negativo, $n_2 = -(3)^{-1/2}$, de espessura igual a $h = 1,0$ mm. Se o raio incidente forma um ângulo $\theta = 30^\circ$, segundo ilustra a figura, determine a coordenada x do ponto de onde o feixe emerge do meio 2.



- a) -1,7
- b) -0,5
- c) 0,0
- d) 0,5
- e) 1,7

12. (Unicamp 2023) A figura A apresenta um esquema simplificado de um refratômetro, destinado a determinar o índice de refração n_1 de um líquido. Nele, o líquido é iluminado por raios que o atravessam, atingindo, na parte superior, um vidro de índice de refração conhecido $n_2 = 1,8$. Quando $\theta_1 = 90^\circ$, temos o máximo valor para o ângulo de refração θ_2 , que, nesse caso, é chamado de ângulo crítico, θ_c (ver figura B).



Dado: $\text{sen}56^\circ = 0,8$; $\text{cos}56^\circ = 0,6$; $\text{tg}56^\circ = 1,3$.

Se o ângulo crítico medido foi $\theta_c = 56^\circ$, pode-se dizer que o índice de refração do líquido em questão é

- a) $n_1 = 1,44$, e se trocarmos esse líquido por um de índice de refração maior, o ângulo crítico será maior que 56° .
- b) $n_1 = 1,44$, e se trocarmos esse líquido por um de índice de refração maior, o ângulo crítico será menor que 56° .
- c) $n_1 = 2,25$, e se trocarmos esse líquido por um de índice de refração maior, o ângulo crítico será maior que 56° .
- d) $n_1 = 2,25$, e se trocarmos esse líquido por um de índice de refração maior, o ângulo crítico será menor que 56° .

13. (Ufrgs 2018) Um feixe de luz monocromática, propagando-se em um meio transparente com índice de refração n_1 , incide sobre a interface com um meio, também transparente, com índice de refração n_2 .

Considere θ_1 e θ_2 , respectivamente, os ângulos de incidência e de refração do feixe luminoso.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

Haverá reflexão total do feixe incidente se _____ e se o valor do ângulo de incidência for tal que _____.

- a) $n_1 < n_2$ - $\text{sen } \theta_1 < n_2/n_1$
- b) $n_1 < n_2$ - $\text{sen } \theta_1 > n_2/n_1$
- c) $n_1 = n_2$ - $\text{sen } \theta_1 = n_2/n_1$
- d) $n_1 > n_2$ - $\text{sen } \theta_1 < n_2/n_1$
- e) $n_1 > n_2$ - $\text{sen } \theta_1 > n_2/n_1$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

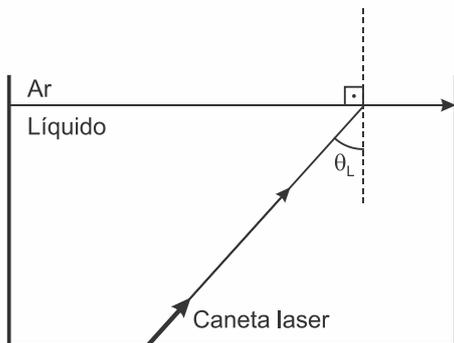
Na resolução, use quando necessário:

$g = 10 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$, $\rho_{\text{água}} = 1.000 \text{ kg/m}^3$, π (pi) = 3

14. (Ufjf-pism 2 2018) Em um experimento realizado em um laboratório, Maria Meitner colocou uma caneta laser adequadamente protegida no fundo de um aquário e depois o encheu com um líquido desconhecido. Ao instalar o laser, ela mediu o ângulo limite, θ_l , para que ocorra a reflexão total na interface com o ar, encontrando o valor de 42° . A figura a seguir representa o experimento, sendo que a seta no fundo

do aquário representa a caneta laser e as outras, por sua vez, indicam a direção de propagação do feixe.

Dados: $\cos 42^\circ = 0,74$; $\sin 42^\circ = 0,67$; $n_{\text{ar}} = 1,0$ (índice de refração do ar).



Os índices de refração de cinco líquidos diferentes estão indicados na tabela abaixo.

Líquido	Índice de refração
Líquido 1	1,1
Líquido 2	1,3
Líquido 3	1,5
Líquido 4	1,7
Líquido 5	1,8

O índice de refração de qual líquido se aproxima mais do obtido pelo experimento de Maria Meitner?

- a) Do líquido 5.
- b) Do líquido 4.
- c) Do líquido 3.
- d) Do líquido 2.
- e) Do líquido 1.

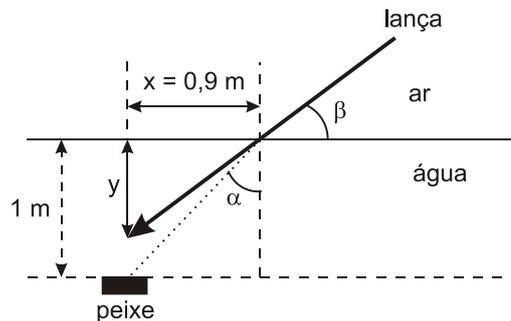
15. (Pucrj 2017) Um feixe luminoso incide sobre uma superfície plana, fazendo um ângulo de 60° com a normal à superfície. Sabendo que este feixe é refratado com um ângulo de 30° com a normal, podemos dizer que a razão entre a velocidade da luz incidente e a velocidade da luz refratada é

- a) 3
- b) 1
- c) $\sqrt{3}$
- d) $\sqrt{3}/3$
- e) $\sqrt{3}/2$

16. (Fuvest 2011) Um jovem pesca em uma lagoa de água transparente, utilizando, para isto, uma lança. Ao enxergar um peixe, ele atira sua lança na direção em que o observa. O jovem está fora da água e o peixe está 1 m abaixo da superfície. A lança atinge a água a uma distância $x = 90$ cm da direção vertical em que o

peixe se encontra, como ilustra a figura abaixo. Para essas condições, determine:

- a) O ângulo α , de incidência na superfície da água, da luz refletida pelo peixe.
- b) O ângulo β que a lança faz com a superfície da água.
- c) A distância y , da superfície da água, em que o jovem enxerga o peixe.



NOTE E ADOTE

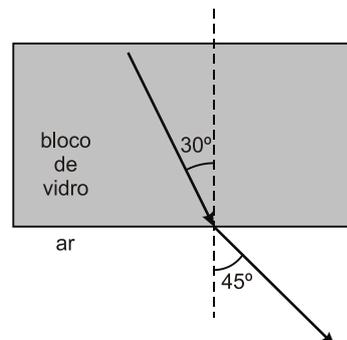
Índice de refração do ar = 1

Índice de refração da água = 1,3

Lei de Snell: $v_1/v_2 = \sin\theta_1 / \sin\theta_2$

Ângulo θ	$\sin\theta$	$\tan\theta$
30°	0,50	0,58
40°	0,64	0,84
42°	0,67	0,90
53°	0,80	1,33
60°	0,87	1,73

17. (Ufpe 2011) A figura apresenta um experimento com um raio de luz que passa de um bloco de vidro para o ar. Considere a velocidade da luz no ar como sendo igual à velocidade da luz no vácuo. Qual é a velocidade da luz dentro do bloco de vidro, em unidades de 10^8 m/s?



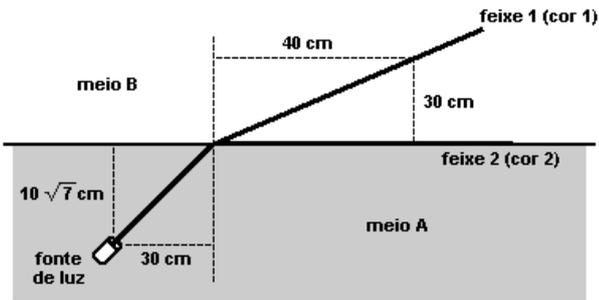
Dados:

Velocidade da luz no vácuo = 3×10^8 m/s;
 $\sin 30^\circ = 0,50$; $\sin 45^\circ = 0,71$.

18. (Ufrj 2007) Suponha que a velocidade de propagação de uma onda sonora seja 345 m/s no ar e 1035 m/s dentro da água. Suponha também que a lei de Snell da refração seja válida para essa onda.

- Para que possa ocorrer reflexão total, a onda deve propagar-se do ar para a água ou da água para o ar? Justifique sua resposta.
- Calcule o ângulo limite a partir do qual ocorre reflexão total.

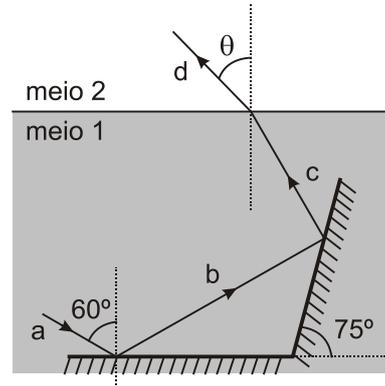
19. (Ufpr 2007) Componentes da luz com cores diferentes propagam-se em um meio material refringente com velocidades diferentes, sendo isso um indicativo de que o material apresenta um índice de refração diferente para cada cor. A esse fenômeno dá-se o nome de dispersão cromática da luz. Devido a ele, em geral, feixes de luz com cores diferentes sofrem desvios diferentes ao passarem de um meio refringente para outro. Uma fonte emite luz formada pela composição de duas cores distintas. Para separar as duas cores foi montado o esquema experimental representado a seguir.



O feixe 1, associado à cor 1, passa do meio A para o meio B, que é ar ($n_{ar} = 1,0$) e segue a trajetória mostrada na figura. O feixe 2, associado à cor 2, sofre reflexão interna total, e sai tangente à superfície que delimita os dois meios. Com isso, consegue-se separar os dois feixes.

Quais são os valores dos índices de refração que o meio A deve apresentar para as cores 1 e 2 para que os feixes de cores 1 e 2 se comportem como na figura apresentada?

20. (Ufpr 2014) Um sistema de espelhos, esquematizado na figura abaixo, está imerso num meio 1 cujo índice de refração é $\sqrt{2}$.



Um raio luminoso incide sobre o espelho horizontal pela trajetória a fazendo um ângulo de 60° em relação à reta normal deste espelho. Após esta reflexão, o raio segue a trajetória b e sofre nova reflexão ao atingir outro espelho, que está inclinado de 75° em relação à horizontal. Em seguida, o raio refletido segue a trajetória c e sofre refração ao passar deste meio para um meio 2 cujo índice de refração é igual a 1, passando a seguir a trajetória d. Utilizando estas informações, determine o ângulo de refração θ , em relação à reta normal da interface entre os meios 1 e 2.

GABARITO

1. D 2. D 3. C 4. E 5. B
 6. A 7. D 8. A 9. A 10. A
 11. E 12. A 13. E 14. C 15. C

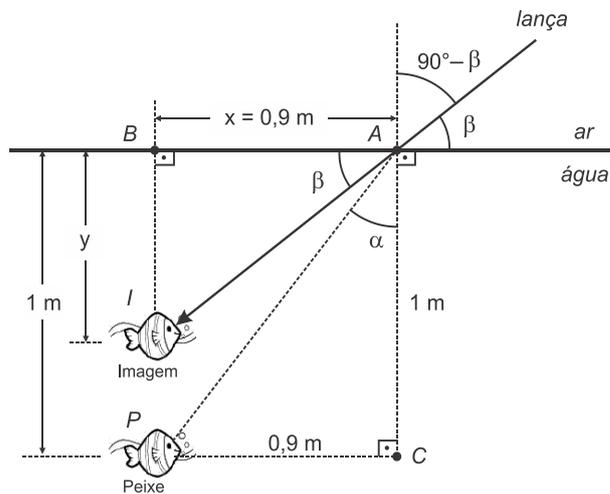
16.

Dados: $n_{\text{ar}} = 1$; $n_{\text{água}} = 1,3$;

Na figura a seguir:

$\alpha \rightarrow$ ângulo de incidência.

$(90^\circ - \beta) \rightarrow$ ângulo de refração.



a) Da figura acima, no triângulo APC:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,9}{1} = 0,9$$

Da tabela dada, $\theta = 42^\circ$.

b) Aplicando a lei de Snell:

$$n_{\text{água}} \operatorname{sen} \alpha = n_{\text{ar}} \operatorname{sen} (90^\circ - \beta) \Rightarrow (1,3) (0,67) = (1) \operatorname{sen} (90^\circ - \beta) \Rightarrow \operatorname{sen} (90^\circ - \beta) = 0,87.$$

Recorrendo novamente à tabela dada:

$$90^\circ - \beta = 60^\circ \Rightarrow \beta = 30^\circ.$$

c) Da figura acima, no triângulo ABI:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y}{x} \Rightarrow \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{y}{0,9} \Rightarrow y = 0,9 (0,58) \Rightarrow y = 0,52 \text{ m.}$$

17.

Dados: $U = 10^8$; $v_{\text{ar}} = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 3u$; $\operatorname{sen} 30^\circ = 0,50$; $\operatorname{sen} 45^\circ = 0,71$.

Aplicando a Lei da Snell:

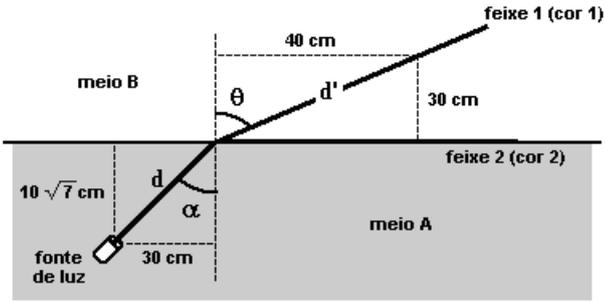
$$v_{\text{vidro}} \operatorname{sen} 45^\circ = v_{\text{ar}} \operatorname{sen} 30^\circ \Rightarrow v_{\text{vidro}} (0,71) = 3u (0,5) \Rightarrow v_{\text{vidro}} = \frac{1,5u}{0,71} \Rightarrow$$

$$v_{\text{vidro}} = 2,12u.$$

18.

- a) A reflexão total só ocorre se a onda incidir do meio de menor velocidade para o de maior velocidade. Portanto, para ocorrer reflexão total, a onda deve propagar-se do ar para a água.
- b) Utilizando a Lei de Snell, $\text{sen}\theta_{\text{lim}} = v(\text{ar})/v(\text{água}) = 345/1035$, ou seja, $\text{sen}\theta_{\text{lim}} = 1/3$. Portanto, $\theta_{\text{lim}} = \arcsen(1/3)$.

19.



Calculando "d":

$$d^2 = (10\sqrt{7})^2 + 30^2 = 1600 \rightarrow d = 40\text{cm}$$

Portanto: $\text{sen}\alpha = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

Observe que $d' = 50\text{cm}$ (triângulo Pitagórico)

Por outro lado: $\text{sen}\theta = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$

Snell: $n_A \cdot \text{sen}\alpha = n_B \cdot \text{sen}\theta$

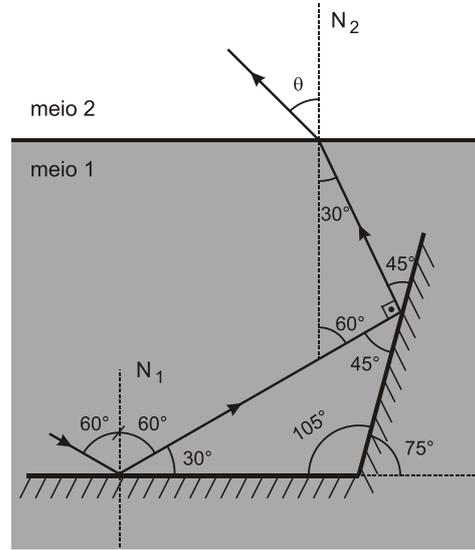
Feixe 1 $\rightarrow (n_A)_1 \cdot \frac{3}{4} = 1 \cdot \frac{4}{5} \rightarrow (n_A)_1 = \frac{16}{15} \cong 1,07$

Feixe 2 $\rightarrow (n_A)_2 \cdot \text{sen}\alpha = n_B \cdot \text{sen}90^\circ \rightarrow$

$(n_A)_2 \cdot \frac{3}{4} = 1 \times 1 \rightarrow (n_A)_2 = \frac{4}{3} \cong 1,33$

20.

A figura mostra os ângulos relevantes para a resolução da questão.



Aplicando a lei de Snell na refração:

$$n_1 \text{sen}\theta_1 = n_2 \text{sen}\theta_2 \Rightarrow \sqrt{2} \cdot \text{sen} 30^\circ = 1 \cdot \text{sen}\theta \Rightarrow$$

$$\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \text{sen}\theta \Rightarrow \text{sen}\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\theta = 45^\circ.$$