

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

Progressão Geométrica (P.G).....	2
----------------------------------	---

Progressão Geométrica (P.G)

→ Progressão Geométrica (P.G): é toda sequência na qual, a partir do segundo termo, a divisão de um termo por seu antecessor tem como resultado um valor fixo, que chamaremos de razão $razão (q = \frac{a_n}{a_{n-1}})$ e representaremos pela letra “q”.

Observe que os conceitos de P.A e P.G são muito parecidos, mas não igual, e assim como os conceitos muita coisa é semelhante entre a PA e a PG, diferindo apenas na operação matemática, já que nas PA utilizamos adição e nas PG multiplicação.

Exemplo:

> (2, 4, 8, 16, 32, 64, ...); $q = 2$

> (5, -25, 125, -625, 3125, ...); $q = -5$

→ Obs.: Uma PG pode ser crescente, decrescente, constante ou oscilante.

> PG crescente (3, 9, 27, 81, 243, ...).

> PG decrescente (1296, 216, 36, 6, 1, ...).

> PG constante (7, 7, 7, 7, ...).

> PG oscilante (3, -12, 48, -192, ...).

→ **Termo geral da P.G:**

Sabendo-se o primeiro termo de uma P.G e sua razão, podemos determinar qualquer termo que quisermos, bastando para isso fazer uso da fórmula do termo geral, que é:

$$a_n = a_1 * q^{(n-1)}$$

Cujo:

> a_1 é o primeiro termo da P.G;

> a_n o termo que se quer determinar;

> “n” o número do termo (exemplo: sétimo termo → $n = 7$);

> “q” a razão da PG.

Exemplo:

> Determine o 5º termo da P.G (3, 15, 75, ...)

Resolução:

> Sendo $a_1 = 3$, e $q = 5$ ($15/3 = 5$), aplicando a fórmula do termo geral, temos:

$$a_n = a_1 * q^{(n-1)}$$

$$a_5 = 3 * 5^{(5-1)}$$

$$a_5 = 3 * 5^4$$

$$a_5 = 3 * 625$$

$$a_5 = 1875$$

→ Propriedades das P.G:

> 1ª propriedade: qualquer termo da P.G, a partir do segundo, é a média geométrica entre seu antecessor e seu sucessor.

$$a_k = \sqrt{a_{k-1} * a_{k+1}}; k \geq 2$$

- > 2ª propriedade: o produto dos termos equidistantes aos extremos é igual ao produto dos extremos.

$$a_1 * a_n = a_2 * a_{n-1} = a_3 * a_{n-2} = a_{1+k} * a_{n-k}$$

→ Interpolação Geométrica:

- > Interpolar significa inserir termos.
- > Consiste basicamente em descobrir o valor da razão da PG e com isso inserir esses termos.
- > Utiliza-se a fórmula do termo geral para a resolução das questões. E “n” será igual a “p + 2”, cujo “p” é a quantidade de termos que se quer interpolar.

Exemplo:

- > Insira 4 termos em uma PG que começa com 2 e termina com 2048.

Resolução:

$$\begin{aligned} a_1 &= 2; a_n = 2048; p = 4 \text{ e } n = 4 + 2 = 6 \\ a_n &= a_1 * q^{(n-1)} \\ 2048 &= 2 * q^{(6-1)} \\ 2048 &= 2 * q^5 \\ q^5 &= 2048/2 \\ q^5 &= 1024 \\ 1024 &= 4^5 \\ q^5 &= 4^5 \\ q &= 4 \end{aligned}$$

Então, PG (2, 8, 32, 128, 512, 2048)

→ Soma dos Termos de uma P.G:

temos duas situações – P.G finita e P.G infinita – e devemos prestar atenção, pois para cada um tipo de PG

temos uma fórmula correspondente.

- > PG finita:

$$S_n = \frac{a_n * q - a_1}{q - 1} \text{ ou } S_n = \frac{a_1 * (q^n - 1)}{q - 1}$$

- > PG infinita:

$$S_n = \frac{a_1}{1 - q}$$

- > (PG infinita é aquela que tem a razão: $-1 < q < 1$)

Cujo:

- > a_1 é o primeiro termo da PG,
- > a_n é o último termo da PG,
- > “q” é a razão da PG.

Exemplo:

> Calcule a soma da PG

$$(1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \dots)$$

Resolução:

> Como $q = -1/3$, ou seja, $-1 < q < 1$, então:

$$S_n = \frac{a_1}{1-q}; e a_1 = 1$$

$$S_n = \frac{1}{1-(-1/3)}$$

$$S_n = \frac{1}{1+1/3}$$

$$S_n = \frac{1}{4/3}$$

$$S_n = \frac{3}{4}$$

→ Produto dos Termos de uma PG:

Para o calculo do produto dos termos de uma PG basta usar a seguinte formula:

$$P_n = \sqrt{(a_1 * a_n)^n}$$

Exemplo:

> Qual o produto dos termos da PG (5, 10, 20, 40)?

Resolução:

$$a_1 = 5; a_n = 40; n = 4$$

$$P_n = \sqrt{(a_1 * a_n)^n}$$

$$P_n = \sqrt{(5 * 40)^4}$$

$$P_n = (5 * 40)^2$$

$$P_n = (200)^2$$

$$P_n = 40000$$

EXERCÍCIOS

01. O sexto termo de uma progressão geométrica é igual a 12500. Se a razão é igual a 5, assinale a alternativa correspondente ao terceiro termo.

- a) 100
- b) 125
- c) 150
- d) 340
- e) 300

02. Em uma progressão geométrica, o segundo termo é 27^{-2} , o terceiro termo é 9^4 , e o quarto termo é 3^n . O valor de n é:

- a) 22
- b) 20
- c) 18
- d) 16
- e) 24

GABARITO

01 - A

02 - A