Matemática

Questão 01

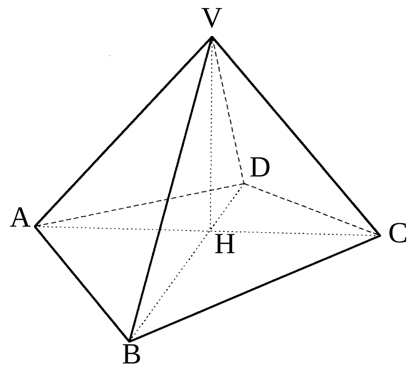
Geraldo contraiu uma dívida que deveria ser paga em prestações mensais e iguais de R$ 500,00 cada uma, sem incidência de juros ou qualquer outro tipo de correção monetária. Um mês após contrair essa dívida, Geraldo pagou a 1ª prestação e decidiu que o valor de cada uma das demais prestações seria sempre igual ao da anterior, acrescido de uma parcela constante de K reais, sendo K um número natural. Assim, a dívida poderia ser liquidada na metade do tempo inicialmente previsto.

A) Considerando **t** o tempo, em meses, inicialmente previsto, **t** > 2 e **t** - 2 como um divisor par de 2000, demonstre que $K = \dfrac{2000}{\mathbf{t} - 2}$.

B) Se a dívida de Geraldo for igual a R$ 9000,00, calcule o valor da constante K.

Questão 02

A figura do R^3 abaixo representa uma pirâmide de base quadrada ABCD em que as coordenadas são A (0, 0, 0), B (4, 2, 4) e C (0, 6, 6), e o vértice V é eqüidistante dos demais.

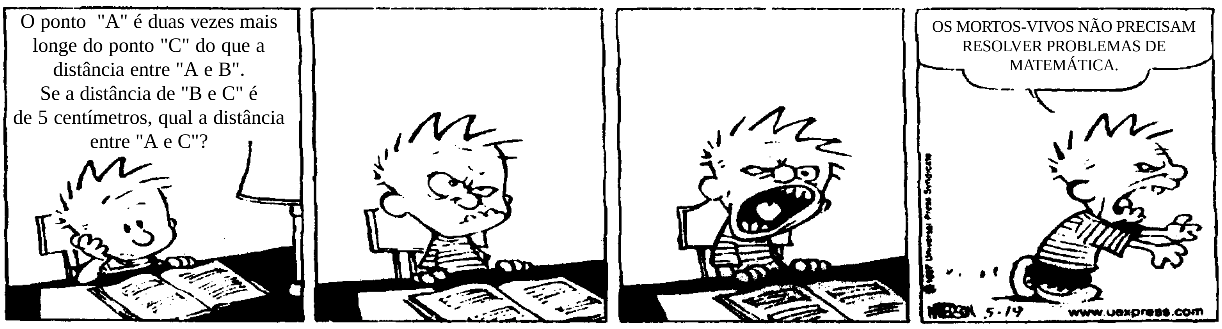


A partir da análise dos dados fornecidos, determine:

A) as coordenadas do vértice D e a medida de cada aresta de base;

B) as coordenadas cartesianas do ponto V, considerando que o volume da pirâmide é igual a 72.

Questão 03



(*O Estado de São Paulo*, 16/08/97)

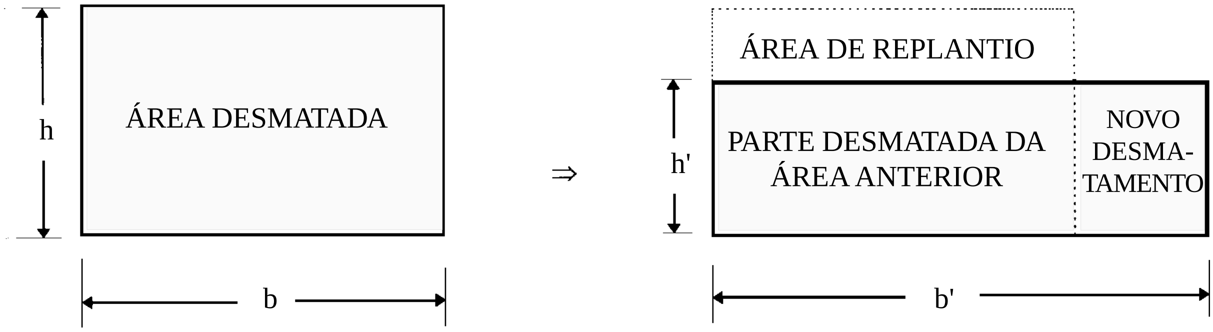
Considere os pontos A, B e C nas condições mencionadas na tirinha.

A) Se A, B e C pertencem a uma mesma reta, calcule a distância entre A e C quando:
- A está situado entre B e C;
- A está situado fora do segmento BC.

B) Se A, B e C estiverem no plano cartesiano, sendo A um ponto móvel, B um ponto do semi-eixo positivo das abscissas (x) e C a origem (0,0), determine a equação da linha descrita pelo ponto A e identifique a curva correspondente.

Questão 04

No interior de uma floresta, foi encontrada uma área em forma de retângulo, de 2 km de largura por 5 km de comprimento, completamente desmatada. Os ecologistas começaram imediatamente o replantio, com o intento de restaurar toda a área em 5 anos. Ao mesmo tempo, madeireiras clandestinas continuavam o desmatamento, de modo que, a cada ano, a área retangular desmatada era transformada em outra área também retangular. Veja as figuras:

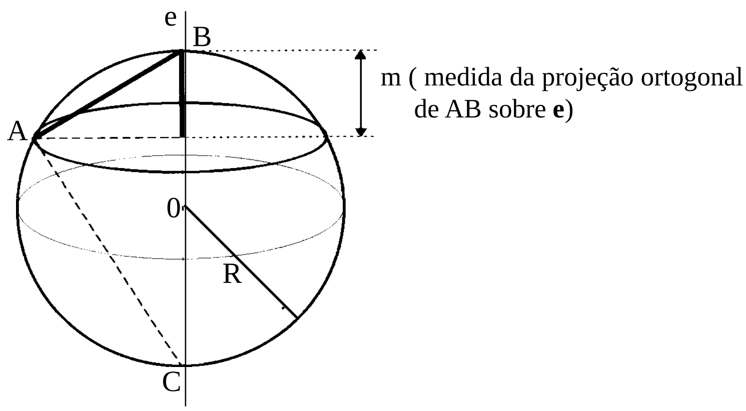


A largura (h) diminuía com o replantio e o comprimento (b) aumentava devido aos novos desmatamentos. Admita que essas modificações foram observadas e representadas através das funções: $h(t) = -\frac{2}{5}t + 2$ e $b(t) = 5t + 5$ (t = tempo em anos; h = largura em km e b = comprimento em km).

A) Determine a expressão da área A do retângulo desmatado, em função do tempo t ($0 \le t \le 5$), e represente A(t) no plano cartesiano.

B) Calcule a área máxima desmatada e o tempo gasto para este desmatamento, após o início do replantio.

Questão 05



Na figura acima, há um círculo de raio **R** e uma reta (e) que contém o seu centro - ambos do mesmo plano. Fez-se uma rotação de uma volta desse círculo ao redor da reta (e). O menor arco **AB** nele assinalado descreveu a superfície de uma calota esférica, cuja área pode ser calculada através da fórmula $2 \pi R m$, sendo **m** a projeção ortogonal do arco **AB** sobre a reta (e).

A) Calcule o comprimento da corda **AB**, do círculo original, em função de **R** e **m**.

B) Demonstre que a área da calota esférica gerada pelo arco **AB** é equivalente à área plana limitada por uma circunferência de círculo cujo raio tem a mesma medida da corda **AB**.