Guia de estudos: Livro 1 – Matemática – Frente 2
Página 131 – Revisando: 1, 2
Página 133 – Propostos: 1, 7, 10, 11, 12, 13, 14
Página 144 – Complementares: 9, 12

1. (Ufrgs 2019) O valor numérico da expressão $\left(\frac{1}{2}+1\right)\cdot\left(\frac{1}{3}+1\right)\cdot\left(\frac{1}{4}+1\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{1}{1000}+1\right)$ é

a) $\frac{1001}{4}$.
b) $\frac{1001}{3}$.
c) 500.
d) 501.
e) $\frac{1001}{2}$.

2. (Enem digital 2020) Um jogo pedagógico é formado por cartas nas quais está impressa uma fração em uma de suas faces. Cada jogador recebe quatro cartas e vence aquele que primeiro consegue ordenar crescentemente suas cartas pelas respectivas frações impressas. O vencedor foi o aluno que recebeu as cartas com as frações: $\frac{3}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}$ e $\frac{5}{9}$.

A ordem que esse aluno apresentou foi

a) $\frac{1}{4}; \frac{5}{9}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}$
b) $\frac{1}{4}; \frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{9}$
c) $\frac{2}{3}; \frac{1}{4}; \frac{3}{5}; \frac{5}{9}$
d) $\frac{5}{9}; \frac{1}{4}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}$
e) $\frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{1}{4}; \frac{5}{9}$

3. (Uerj 2024) Uma estudante possui uma calculadora que permite realizar a seguinte operação, por meio de uma tecla especial: ao digitar um número x, diferente de − 1, e em seguida apertar essa tecla, o resultado obtido é $\frac{1}{1+x}$.

Após digitar o número 9 nessa calculadora e apertar a tecla especial duas vezes seguidas, o resultado obtido será:

a) $\frac{8}{9}$
b) $\frac{9}{8}$
c) $\frac{10}{11}$
d) $\frac{11}{10}$

4. (Enem PPL 2014) Um estudante se cadastrou numa rede social na internet que exibe o índice de popularidade do usuário. Esse índice é a razão entre o número de admiradores do usuário e o número de pessoas que visitam seu perfil na rede.

Ao acessar seu perfil hoje, o estudante descobriu que seu índice de popularidade é $0,3121212\ldots$ O índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são

a) 103 em cada 330.
b) 104 em cada 333.
c) 104 em cada 3.333.
d) 139 em cada 330.
e) 1.039 em cada 3.330.

5. (Upe 2011) A expressão $\frac{1,101010\ldots+0,111\ldots}{0,09696\ldots}$ é igual a

a) 12,5
b) 10
c) 8,75
d) 5
e) 2,5

6. (Fuvest 2014) O número real x, que satisfaz 3 < x < 4, tem uma expansão decimal na qual os 999.999 primeiros dígitos à direita da vírgula são iguais a 3. Os $1.000.001$ dígitos seguintes são iguais a 2 e os restantes são iguais a zero.

Considere as seguintes afirmações:

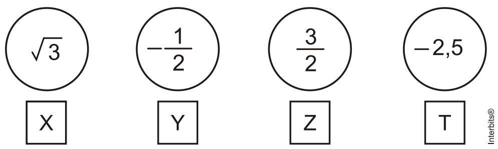
I. x é irracional.
II. $x \geq \frac{10}{3}$
III. $x \cdot 10^{2.000.000}$ é um inteiro par.

Então,

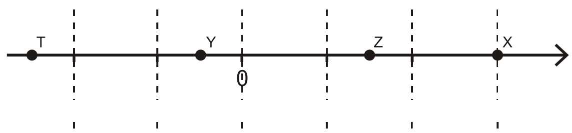
a) nenhuma das três afirmações é verdadeira.
b) apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
c) apenas a afirmação I é verdadeira.
d) apenas a afirmação II é verdadeira.
e) apenas a afirmação III é verdadeira.

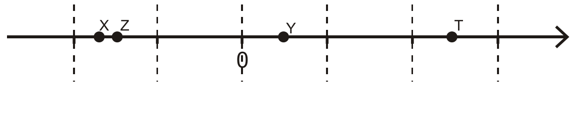
7. (Enem PPL 2013) Em um jogo educativo, o tabuleiro é uma representação da reta numérica e o jogador deve posicionar as fichas contendo números reais corretamente no tabuleiro, cujas linhas pontilhadas equivalem a 1 (uma) unidade de medida. Cada acerto vale 10 pontos.

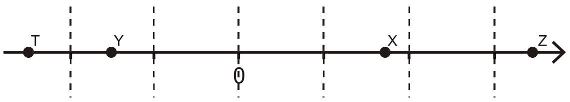
Na sua vez de jogar, Clara recebe as seguintes fichas:

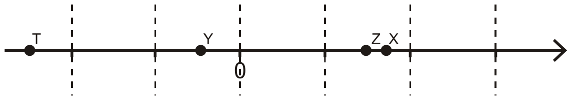


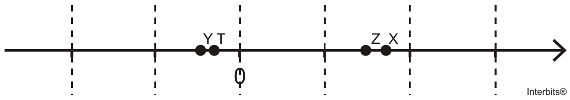
Para que Clara atinja 40 pontos nessa rodada, a figura que representa seu jogo, após a colocação das fichas no tabuleiro, é:

a)


b)


c)


d)


e)


8. (Uerj 2015) O segmento XY, indicado na reta numérica abaixo, está dividido em dez segmentos congruentes pelos pontos A, B, C, D, E, F, G, H e I.

Admita que X e Y representem, respectivamente, os números $\frac{1}{6}$ e $\frac{3}{2}$.

O ponto D representa o seguinte número:

a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{8}{15}$
c) $\frac{17}{30}$
d) $\frac{7}{10}$

9. (ifsul 2020) Desde as mais primitivas organizações sociais, os seres humanos têm a necessidade de registrar acontecimentos, fatos e quantidades. Por essa razão, foram criados símbolos para representar palavras, situações e números. Daí, surgem os conjuntos numéricos, com o objetivo de agrupar números em função das suas características e propriedades.

Considerando números inteiros quaisquer a e b e um número inteiro não nulo c, é correto afirmar que o resultante da expressão $\frac{a-b}{c}$ é um número:

a) Natural.
b) Inteiro positivo.
c) Inteiro negativo.
d) Racional.

10. (Pucrj 2023) Considere o número $N = \left(-\left(7^{-1}\right) + 2/3\right) \big/ (1/2)$ e escolha a alternativa correta.

a) N = 22/21
b) N = 11/42
c) N = 8/21
d) N = 4/21
e) N = 34/21

11. (Uepg 2023) Considerando:

$a = 0{,}575757 = 0{,}\overline{57},$

$b = 0{,}3222\ldots = 0{,}3\overline{2}$ e

$c = 0{,}125,$

assinale o que for correto.

01) $11a + c = \frac{155}{24}.$
02) 10b – 11a é negativo.
04) $\frac{b}{c} = \frac{45}{29}.$
08) b + c tem numerador ímpar.

12. (cotuca 2019) Calcule o valor de M na expressão abaixo.

$$M = \frac{\frac{7}{11} + 0{,}333\ldots}{\frac{1}{11} \cdot \frac{2}{3}} - \frac{1}{2}$$

a) $\frac{23}{2}$
b) $\frac{25}{2}$
c) $\frac{27}{2}$
d) $\frac{29}{2}$
e) $\frac{31}{2}$

13. (utfpr 2018) Sendo x um número real tal que $x = \frac{1}{5} : (1 - 0{,}8) - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + 0{,}25\right)$, pode-se afirmar que:

a) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{2} < x < 1$
c) $1 < x < \frac{3}{2}$
d) $\frac{3}{2} < x < \frac{7}{2}$
e) $\frac{7}{2} < x < 5$

14. (Ufsj 2013) Sejam r_1 e r_2 números racionais quaisquer e s_1 e s_2 números irracionais quaisquer, é **INCORRETO** afirmar que

a) o produto $r_1 \cdot r_2$ será sempre um número racional.
b) o produto $s_1 \cdot s_2$ será sempre um número irracional.
c) o produto $s_1 \cdot r_1$ será sempre um número irracional.
d) para $r_2 \neq 0,$ a razão r_1/r_2 será sempre um número racional.

Segunda Fase

15. (Unicamp 2024) Considere o número racional c definido por

$$c = \frac{2a + b^2 - 1}{4a + 3b},$$

com a, b números inteiros positivos.

a) Se b é um número par, é possível que c seja inteiro? Justifique.

GABARITO

Resposta da questão 1:[E]

Calculando:

$$\left(\frac{1}{2}+1\right)\cdot\left(\frac{1}{3}+1\right)\cdot\left(\frac{1}{4}+1\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{1}{1000}+1\right)=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{7}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{1000}{999}\cdot\frac{1001}{1000}=\frac{1001}{2}$$

Resposta da questão 2,:[A]

Cálculo do mínimo múltiplo comum (mmc) entre os denominadores das frações:

$$\mathrm{mmc}(3,4,5,9)=\mathrm{mmc}\left(3,2^2,5,3^2\right)=2^2\cdot 3^2\cdot 5=180$$

Sendo assim, podemos reescrever as frações como:

$$\frac{3}{5}=\frac{3\cdot 36}{5\cdot 36}=\frac{108}{180}$$
$$\frac{1}{4}=\frac{1\cdot 45}{4\cdot 45}=\frac{45}{180}$$
$$\frac{2}{3}=\frac{2\cdot 60}{3\cdot 60}=\frac{120}{180}$$
$$\frac{5}{9}=\frac{5\cdot 20}{9\cdot 20}=\frac{100}{180}$$

Portanto, a ordem que o aluno apresentou foi:

$$\frac{1}{4};\frac{5}{9};\frac{3}{5};\frac{2}{3}$$

Resposta da questão 3: [C]

Ao apertar a primeira vez, o resultado é:

$$\frac{1}{1+9}=\frac{1}{10}$$

Ao apertar a segunda vez, o resultado obtido será:

$$\frac{1}{1+\frac{1}{10}}=\frac{1}{\frac{11}{10}}=\frac{10}{11}$$

Resposta da questão 4:[E]

É imediato que $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}=0,75=75\%.$ Portanto, a resposta é $3.$

Resposta da questão 5: [A]

Tem-se que

$$\begin{aligned}0,3121212\ldots &= 0,3+0,0121212\ldots\\ &= 0,3+\frac{1}{10}\cdot 0,121212\ldots\\ &= \frac{3}{10}+\frac{1}{10}\cdot\frac{12}{99}\\ &= \frac{3}{10}+\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{33}\\ &= \frac{99+4}{330}\\ &= \frac{103}{330}.\end{aligned}$$

Portanto, o índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são 103 em cada $330.$

Resposta da questão 6: [E]

[I] Falsa. Como

$$x=3,\underbrace{33\ldots3}_{999999}\underbrace{22\ldots2}_{1000001}000\ldots=3,\underbrace{33\ldots3}_{999999}\underbrace{22\ldots2}_{1000001}$$

segue-se que x possui uma expressão decimal finita e, portanto, é um número racional.

[II] Falsa. Tem-se que

$$\frac{10}{3}=3,\underbrace{33\ldots3}_{2000000}333\ldots>\underbrace{33\ldots3}_{999999}\underbrace{22\ldots2}_{1000001}000\ldots=x.$$

[III] Verdadeira. De (I), sabemos que $3,\underbrace{33\ldots3}_{999999}\underbrace{22\ldots2}_{1000001}.$ Logo,

$$\begin{aligned}x\cdot 10^{2000000} &= 3,\underbrace{33\ldots3}_{999999}\underbrace{22\ldots2}_{1000001}\cdot 10^{2000000}\\ &= \underbrace{33\ldots3}_{1000000}\underbrace{22\ldots2}_{1000001},\end{aligned}$$

Resposta da questão 7: [D]

Como $x=\sqrt{3}\cong 1,7;\ y=-\frac{1}{2}=-0,5$ e $z=\frac{3}{2}=1,5,$ tem-se $t<y<z<x.$ Assim, a figura que representa o jogo de Clara é a da alternativa [D]. Note que na alternativa [A], $x=3.$

Resposta da questão 8: [D]

Sendo $\overline{XA}=\overline{AB}=\ldots=\overline{HI}=u,$ segue que

$$\begin{aligned}Y=X+10u &\Leftrightarrow \frac{3}{2}=\frac{1}{6}+10u\\ &\Leftrightarrow u=\frac{2}{15}.\end{aligned}$$

Portanto, o ponto D representa o número

$D = X + 4u = \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{2}{15} = \frac{7}{10}.$

Resposta da questão 9: [D]

Considerando que a e b são inteiros e c um inteiro diferente de zero, podemos estabelecer que:

$a - b$ é um número inteiro e que $\frac{a-b}{c}$ é um número racional.

Resposta da questão 10: [A]

Tem-se que

$$N = \frac{-\frac{1}{7} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{2}}$$
$$= \frac{-3+14}{21} \cdot 2$$
$$= \frac{22}{21}.$$

Resposta da questão 11: 01 + 02 + 08 = 11.

Tem-se que $a = \frac{57}{99} = \frac{19}{33}$ e $c = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$. Ademais, segue que

$$10b = 3,\overline{2} \Leftrightarrow 10b = 3 + 0,\overline{2}$$
$$\Leftrightarrow 10b = 3 + \frac{2}{9}$$
$$\Leftrightarrow b = \frac{29}{90}.$$

[01] Verdadeira. De fato, pois $11 \cdot \frac{19}{33} + \frac{1}{8} = \frac{155}{24}$.

[02] Verdadeira. Com efeito, pois $10 \cdot \frac{29}{90} - 11 \cdot \frac{19}{33} = \frac{1}{9} \cdot (29 - 57) < 0$

[04] Falsa. Na verdade, temos $\frac{\frac{29}{90}}{\frac{1}{8}} = \frac{116}{45}$.

[08] Verdadeira. De fato, pois $\frac{29}{90} + \frac{1}{8} = \frac{161}{360}$ e 161 é ímpar

Resposta da questão 12: [E]

$$M = \frac{\frac{7}{11} + 0,333\ldots}{\frac{1}{11} \cdot \frac{2}{3}} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{7}{11} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{11} \cdot \frac{2}{3}} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{21+11}{33}}{\frac{2}{22}} - \frac{1}{2} = \frac{32}{2} - \frac{1}{2} = \frac{31}{2}$$

Resposta da questão 13: [A]

$$x = \frac{1}{5} : (1 - 0,8) - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + 0,25\right)$$
$$x = \frac{1}{5} : \frac{1}{5} - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) =$$
$$x = 1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{4}$$
$$x = 1 - \frac{2}{3}$$
$$x = \frac{1}{3}$$

Portanto, $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$.

Resposta da questão 14: [B]

A alternativa [B] é a incorreta, pois o produto de dois irracionais pode ser racional.

Exemplo: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 4$

Resposta da questão 15:

a) Se b é um número par, ele pode ser escrito na forma b = 2k, $k \in \mathbb{Z}^*$. Logo:

$$c = \frac{2a + (2k)^2 - 1}{4a + 3 \cdot 2k} = \frac{2a + 4k^2 - 1}{4a + 6k} = \frac{2\left(a + 2k^2\right) - 1}{2(2a + 3k)}$$

Como o numerador é ímpar e o denominador é par, c não pode ser um número inteiro.