RAZÃO E PROPORÇÃO

PEGANDO PESADO

QUESTÃO 01
(FAC. ALBERT EINSTEIN_2016)

O Índice de Massa Corpórea

O Índice de Massa Corpórea (IMC) é reconhecido pela Organização Mundial da Saúde como a principal referência para a classificação das diferentes faixas de peso. **Para calcular seu IMC, basta dividir sua massa, em quilogramas, pelo quadrado de sua altura, em metros.** Mas esse não deve ser o único parâmetro para definir os riscos associados à obesidade. Outros fatores, como a circunferência abdominal e a taxa de colesterol também são muito importantes.

O dia 13 de outubro é o Dia Mundial da Trombose. A doença, que é o terceiro transtorno cardiovascular que mais mata no mundo, pode levar à embolia pulmonar – muitas vezes fatal. E, entre seus fatores de risco, está a obesidade. De fato, só no Brasil, são 60 milhões de pessoas acima do peso (das quais 25 milhões estão obesas), o que nos coloca no quinto lugar no ranking mundial da obesidade.

A Trombose Venosa Profunda (TVP), formação de um coágulo de sangue em uma veia profunda, e sua complicação mais grave, a embolia pulmonar (TEP ou tromboembolismo pulmonar) – quando o coágulo se solta e acomete a circulação pulmonar – compõem a causa mais comum e evitável de morte hospitalar. O risco de trombose venosa aumenta proporcionalmente, de maneira crescente, com o índice de massa corpórea e também está associado com a maioria das outras medidas de sobrepeso e obesidade, como a circunferência abdominal e o peso corporal. Abaixo, os valores da tabela de Índice de Massa Corpórea (IMC):

Índice	Classificação
$\text{IMC} < 16$	Magreza grave
$16 \le \text{IMC} < 17$	Magreza moderada
$17 \le \text{IMC} < 18{,}5$	Magreza leve
$18{,}5 \le \text{IMC} < 25$	Saudável
$25 \le \text{IMC} < 30$	Sobrepeso
$30 \le \text{IMC} < 35$	Obesidade Grau I
$35 \le \text{IMC} < 40$	Obesidade Grau II (severa)
$\text{IMC} \ge 40$	Obesidade Grau III (mórbida)

Fonte: http://www.saudeemmovimento.com.br/conteudos/conteudo_print.asp?cod_noticia=544
Acessado em 29/03/2016. [Adaptado]

Aos 21 anos e com $1{,}74\ \text{m}$ de altura, o paciente de um endocrinologista foi avisado que seria conveniente um regime alimentar e uma caminhada diária de $10.000\ \text{m}$, pois seu Índice de Massa Corpórea, de $31\ \text{kg}/\text{m}^2$, indicava obesidade, e que ele deveria atingir o índice $\text{IMC} = 23\ \text{kg}/\text{m}^2$.

Calcule quantos quilogramas tal paciente deveria emagrecer para atingir esse índice. Trabalhe apenas com valores inteiros, utilizando arredondamentos.

A estimativa do gasto energético durante uma caminhada deverá ser calculada em razão da faixa de velocidade da caminhada, da distância percorrida e da massa corpórea do indivíduo. A uma velocidade entre 50 a 100 metros por minuto, ou seja, de 3 a $6\ \text{km/h}$, deverá ocorrer demanda energética por volta de $0{,}6\ \text{kcal}$ a cada quilômetro percorrido, por quilograma de massa corpórea (Di Prampero,1986; Webb et alii,1988; citado por Guedes,1995:113). Logo, matematicamente, teremos a seguinte equação:

Gasto energético da caminhada
$$= \mathbf{0{,}6\ kcal \times distância\ (km) \times massa\ corpórea\ (kg)}$$

Determine a **diferença** de energia gasta, em kcal, entre duas caminhadas, feitas pelo mesmo paciente, sendo uma delas quando seu IMC era de $31\ \text{kg}/\text{m}^2$ e ele se deslocava a $50\ \text{m/min}$ e outra, em que esse paciente já se deslocava a $100\ \text{m/min}$, pois seu IMC havia baixado para $23\ \text{kg}/\text{m}^2$.

Considere que ambas as caminhadas foram executadas conforme a recomendação do endocrinologista e com velocidades constantes.

QUESTÃO 02

(EXPCEX_2018)

A angioplastia é um procedimento médico caracterizado pela inserção de um cateter em uma veia ou artéria com o enchimento de um pequeno balão esférico localizado na ponta desse cateter. Considerando que, num procedimento de angioplastia, o raio inicial do balão seja desprezível e aumente a uma taxa constante de $0{,}5\ \text{mm/s}$ até que o volume seja igual a $500\ \text{mm}^3$, então o tempo, em segundos, que o balão leva para atingir esse volume é

Ⓐ 10.
Ⓑ $10 \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}$.
Ⓒ $10 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$.
Ⓓ $10 \cdot \sqrt[3]{\pi}$.
Ⓔ $10 \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}$.

QUESTÃO 03

(FUVEST_2018)

Dois atletas correm com velocidades constantes em uma pista retilínea, partindo simultaneamente de extremos opostos, A e B. Um dos corredores parte de A, chega a B e volta para A. O outro corredor parte de B, chega a A e volta para B. Os corredores cruzam-se duas vezes, a primeira vez a 800 metros de A e a segunda vez a 500 metros de B. O comprimento da pista, em metros, é

Ⓐ 1000.
Ⓑ 1300.
Ⓒ 1600.
Ⓓ 1900.
Ⓔ 2100.

QUESTÃO 04

(FGV_2017)

No fim de dezembro de 2013, quando surgiram os primeiros sinais da crise hídrica, o nível do Cantareira era de $27{,}5\%$ do volume útil, sem contar com nenhuma cota do volume morto. (...)

Três índices de medição
O site da Sabesp informa três percentuais diferentes do nível do Cantareira. O primeiro índice [**Índice 1**], que hoje está em 29,3%, corresponde ao volume armazenado de água em relação ao volume útil do sistema.
Por determinação da Justiça, a companhia foi obrigada a fornecer outros dois índices. A taxa 2 [**Índice 2**], que está em 22,6% e é adotada pelo UOL, equivale à quantidade de água existente em relação ao volume total do Cantareira, incluindo as duas cotas do volume morto que passaram a ser usadas.
Já o índice 3 [**Índice 3**], que está em 0%, representa o quanto de água tem, excluindo o volume morto, em comparação com o volume útil do sistema.

Adaptado de: http://noticias.uol.com.br/cotidiano/ultimas-noticias/2015/12/30/apos-mais-de-um-ano-e-meio-cantareira-sai-do-volume-morto.htm?mobile

A partir da leitura do texto acima, responda às seguintes questões.

a) Qual é o tamanho do volume útil do Cantareira, em porcentagem, em relação ao volume total desse sistema?
b) Se o **Índice 1** passar de 29,3% para 35%, para quanto passará o **Índice 2**?
c) Suponha que o sistema Guarapiranga demore 1 hora para fornecer 60.000 metros cúbicos de água e que um outro sistema disponível para abastecer a região da Grande São Paulo demore 2 horas para fornecer essa mesma quantidade de água. Trabalhando juntos, quanto tempo (em minutos) esses dois sistemas demorarão para fornecer 60.000 metros cúbicos de água?

QUESTÃO 05

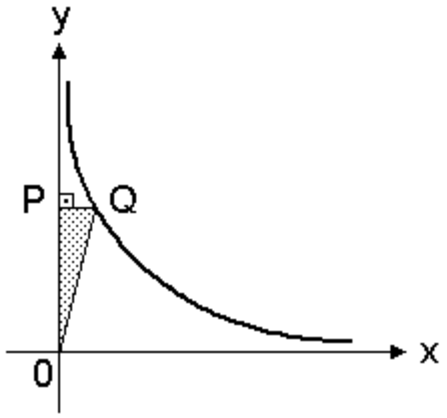
(FGV_2011)

Considere três trabalhadores. O segundo e o terceiro, juntos, podem completar um trabalho em 10 dias. O primeiro e o terceiro, juntos, podem fazê-lo em 12 dias, enquanto o primeiro e o segundo, juntos, podem fazê-lo em 15 dias. Em quantos dias, os três juntos podem fazer o trabalho?

QUESTÃO 06

(MACKENZIE_1998)

Na figura a seguir, Q é um ponto do gráfico da função y=f(x), com x e y inversamente proporcionais. Se (x,y)=(5/3, 480) é um ponto da curva, então a área do triângulo OPQ é:



Ⓐ 160
Ⓑ 320
Ⓒ 380
Ⓓ 400
Ⓔ 800

QUESTÃO 07

(MACKENZIE_1997)

Na tabela a seguir, de valores positivos, F é diretamente proporcional ao produto de L pelo quadrado de H. Então x vale:

F	L	H
2000	3	4
3000	2	X

Ⓐ 5
Ⓑ 6
Ⓒ 7
Ⓓ 8
Ⓔ 9

GABARITO_PEGANDO PESADO RAZÃO E PROPORÇÃO	
QUESTÃO	**RESPOSTA**
01.	144 kcal
02.	E
03.	D
04.	a) 77,13% b) 27% c) 40 min
05.	8 dias
06.	D
07.	B

Soluções

Resposta da questão 1:
Sendo m_o a massa do paciente no início do tratamento e m_F a massa estabelecida para o final do tratamento, temos:

$$\frac{m_o}{(1{,}74)^2} = 31 \Rightarrow m_o \approx 94\text{kg}$$

e

$$\frac{m_F}{(1{,}74)^2} = 23 \Rightarrow m_F \approx 70\text{kg}$$

Portanto, o paciente deverá emagrecer $94 - 70 = 24\text{kg}$.

Calculando, agora a diferença entre os gastos energéticos na caminhada de $10.000\,\text{m}$.
$0{,}6 \cdot 10 \cdot 94 - 0{,}6 \cdot 10 \cdot 70 = 6 \cdot 24 = 144\,\text{kcal}$

Resposta da questão 2: [E]

Seja r, em mm, a medida do raio de uma esfera cujo volume é $500\,\text{mm}^3$.
Temos então:

$$500 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$
$$r^3 = \frac{375}{\pi}$$
$$r^3 = \frac{3 \cdot 5^3}{\pi}$$
$$r = 5 \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}\ \text{mm}$$

Sendo t, o tempo em segundos, que o balão leva para atingir o volume $500\,\text{mm}^3$ nas condições dadas,

$$\frac{0{,}5\ \text{mm}}{1\ \text{s}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}\ \text{mm}}{t}$$
$$t = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}\ \text{s}$$

Resposta da questão 3: [D]

Sejam v_1 e v_2, respectivamente, a velocidade do corredor que partiu de A e a velocidade do corredor que partiu de B. Logo, se ℓ é o comprimento da piscina, em metros, então

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{800}{\ell - 800}.$$

Por outro lado, do segundo encontro, temos

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\ell + 500}{2\ell - 500}.$$

Em consequência, vem

$$\begin{aligned}\frac{\ell + 500}{2\ell - 500} = \frac{800}{\ell - 800} &\Leftrightarrow \ell^2 - 300\ell - 400000 = 1600\ell - 400000\\ &\Leftrightarrow \ell^2 - 1900\ell = 0\\ &\Leftrightarrow \ell(\ell - 1900) = 0\\ &\Rightarrow \ell = 1900\ \text{m}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 4:
Considerando que:
V_u = volume útil
V_m = volume morto
x_u = quantidade de água no volume útil
x_m = quantidade de água no volume morto

a) De acordo com os índices citados no enunciado, podemos escrever o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x_u + x_m}{V_u} = 0{,}293 \\ \dfrac{x_u + x_m}{V_u + v_m} = 0{,}226 \\ \dfrac{x_u}{V_u + V_m} = 0 \Rightarrow x_u = 0 \end{cases}$$

Do sistema acima podemos escrever que:
$x_m = v_u \cdot 0{,}293$
$x_m = (v_u + V_m) \cdot 0{,}226$

Igualando as equações, temos:

$$v_u \cdot 0{,}293 = (V_u + V_m) \cdot 0{,}226$$
$$\frac{V_u}{V_u + V_m} = \frac{0{,}226}{0{,}293}$$
$$\frac{V_u}{V_u + V_m} = 77{,}13\%$$

b) Considerando que o aumento ocorre apenas nas quantidades de água, já que os volumes são constantes, podemos escrever que o índice 2 passará a ser:
$$\frac{35}{29{,}3} \cdot 22{,}6 \simeq 27\%$$

c) A represa de Guarapiranga fornece em uma

hora 60.000 metros cúbicos de água.
A outra represa fornece 30.000 metros cúbicos por hora.
Portanto estas duas represas juntos fornecem 90.000 metros cúbicos por hora.

Considerando que t é o tempo para que juntas forneçam 60.000 metros cúbicos, temos:

$$t = \frac{60.000}{90.000} = \frac{2}{3}\,h = 40 \text{ minutos}$$

Resposta da questão 5:
Seja T o trabalho a ser realizado.
Sejam p, s e $t,$ respectivamente, as habilidades dos três trabalhadores. Logo,

$$\frac{T}{s+t} = 10,$$
$$\frac{T}{p+t} = 12$$

e

$$\frac{T}{p+s} = 15.$$

Queremos calcular $\frac{T}{p+s+t}.$
Segue que:

$$10(s+t) = 12(p+t) \Rightarrow t = 5s - 6p.$$

$$12(p+t) = 15(p+s) \Rightarrow 4(p+5s-6p) = 5(p+s) \Rightarrow p = \frac{3s}{5} \text{ e}$$

Assim,

$$\frac{T}{p+s+t} = \frac{T}{\frac{3s}{5}+s+\frac{7s}{5}} = \frac{T}{3s}.$$

Mas

$$\left.\begin{array}{l} \frac{T}{p+t} = 12 \\ p = \frac{3s}{5} \\ t = \frac{7s}{5} \end{array}\right| \Rightarrow \frac{T}{\frac{3s}{5}+\frac{7s}{5}} = 12 \Rightarrow \frac{T}{s} = 24.$$

Portanto,

$$\frac{T}{3s} = \frac{1}{3}\cdot\frac{T}{s} = \frac{1}{3}\cdot 24 = 8 \text{ dias}.$$

Resposta da questão 6: [D]

Resposta da questão 7: [B]