CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

Números complexos

A unidade imaginária

Foi o matemático alemão Leonard Euler (1707 – 1783) quem, em 1777, utilizou pela primeira vez a letra i para simbolizar $\sqrt{-1}$.

O número $i = \sqrt{-1}$ é chamado de unidade imaginária.

Observe que, de $i = \sqrt{-1}$, temos elevando ao quadrado ambos os membros que $i^2 = -1$.

Com o surgimento desse novo tipo de número, podemos resolver equações que em $\mathbb{R}$ não tinham solução. Por exemplo:

Vamos resolver a equação do 2° grau $x^2 + 4 = 0$

$note\ que\!: x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4 \Rightarrow x = \sqrt{-4}$

No universo real, essa equação não possui solução, uma vez que não existe número real que, elevado ao quadrado, resulte em $-4.$ Agora, se considerarmos que existe uma unidade imaginária denotada por $i^2 = -1$, é possível encontrar solução para esta equação. Esse é o nosso objetivo neste estudo.

- **A forma algébrica de um número complexo**

Todo número complexo pode ser escrito na forma $z = a + bi$, em que $a, b\ \in \mathbb{R}$, e i é a unidade imaginária. Esta é chamada de forma algébrica de um número complexo z.

$$z = a + bi \begin{cases} \boldsymbol{a}\ é\ a\ parte\ real\ de\ z, representada\ por\ Re(z) \\ \boldsymbol{b}\ é\ o\ coeficiente\ imaginário\ de\ z, representado\ por\ Im(z) \end{cases}$$

Exemplos:

- ✓ $z = 3 - 2i, Re(z) = 3\ e\ Im(z) = -2$
- ✓ $z = -7 + 5i, Re(z) = -7\ e\ Im(z) = 5$
- ✓ Quando a parte imaginária for nula, dizemos que o número é real: $z = 2 + 0i = 2$.
- ✓ Quando a parte real for nula, dizemos que o número é imaginário puro: $z = 0 + 4i = 4i$.

- **Igualdade de números complexos**

Dados dois números complexos $z = a + bi$ e $w = c + di$, com $a, b, c, d\ \in \mathbb{R}$, dizemos que $z = w$ quando $Re(z) = Re(w) e\ Im(z) = Im(w)$, ou seja:

$z = w \Leftrightarrow a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c\ e\ b = d$

Exemplo: os números complexos $z = 8 + bi$ e $w = a - \sqrt{2}i$

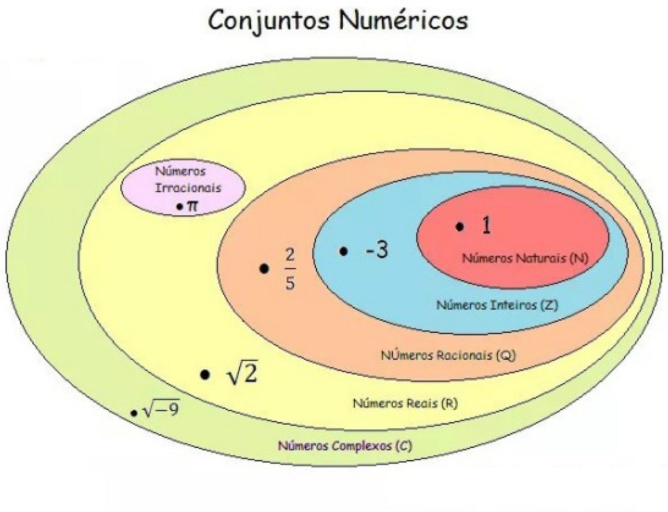
$Re(z) = Re(w) \Rightarrow 8 = a$

$Im(z) = Im(w) \Rightarrow b = -\sqrt{2}$

- **O conjunto dos números complexos**

O surgimento dos números complexos levou a uma ampliação dos conjuntos numéricos, tendo sido criado, então, o conjunto dos números complexos, representado por $\mathbb{C}$, que pode ser definido por:

$\mathbb{C} = \{z | z = a + bi, com\ a, b \in \mathbb{R}\ e\ i^2 = -1\}$



EXERCÍCIOS

01. Determinar os valores reais de x e y para que o número complexo $z = (x^2 - 4) + (2y - 6)i$ seja:

a) um número imaginário puro;

b) um número real não nulo.

02. Achar os valores de a e b para que os números complexos $z = -2 + 5i \; e \; w = 2a + (b^2 + 1)i$ sejam iguais.

03. Calcular $x \in \mathbb{R}$ tal que $x^2 - 9 + (x + 3)i = 0$.

04. Sejam z e w números complexos definidos como $z = 3 + (y^2 - 25)i \; e \; w = 3 - 16i$. Encontre os valores de y para z = w.

05. Sejam z e w números complexos definidos como $z = 3x - bi \; e \; w = 12 + 7i$. Quais os valores de x e b para que z = w?

GABARITO

1. $a) \; x = \pm 2 \; e \; y \neq 3$

   b) $x \neq \pm 2 \; e \; y = 3$

2. $a = -1 \; e \; b = \pm 2$

3. $x = -3$

4. $y = \pm 3$

5. $x = 4 \; e \; b = -7$