MATEMÁTICA

FRENTE: MATEMÁTICA I

PROFESSOR(A): FABRÍCIO MAIA

EAD – ITA/IME

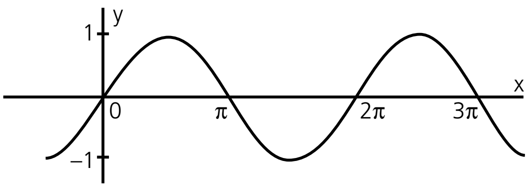
AULAS 08 E 09

ASSUNTO: GRÁFICO DAS FUNÇÕES CIRCULARES, PERIODICIDADE E PARIDADE

Resumo Teórico

- **Função Seno**

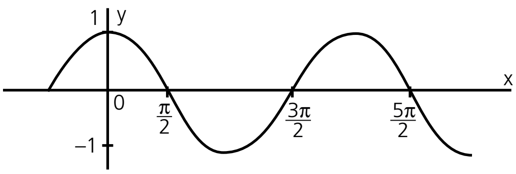
Denominamos função seno à função f: R → R definida por f(x) = sen x.
Gráfico



Propriedades
- $D_f = R$
- $Im_f = [-1, 1]$
- f é ímpar, pois sen(– x) = – sen(x), ∀x ∈ R
- f é crescente no 1º e 4º quadrantes
- f é decrescente no 2º e 3º quadrantes
- f é periódica, de período p = 2π
- se $f(x) = sen(mx) \rightarrow p = \frac{2\pi}{|m|}$

- **Função Cosseno**

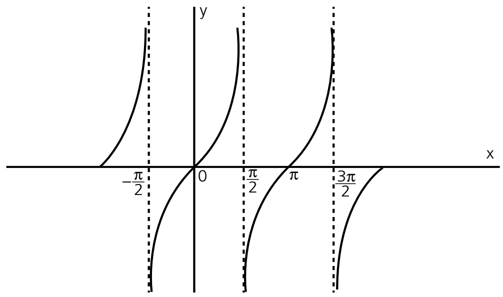
Denominamos função cosseno à função f: R → R definida por f(x) = cosx.
Gráfico



Propriedades
- $D_f = R$
- $Im_f = [-1, 1]$
- f é par, pois cos(– x) = cos(x), ∀x ∈ R
- f é crescente no 3º e 4º quadrantes
- f é decrescente no 1º e 2º quadrantes
- f é periódica, de período p = 2π
- se $f(x) = cos(mx) \rightarrow p = \frac{2\pi}{|m|}$

- **Função Tangente**

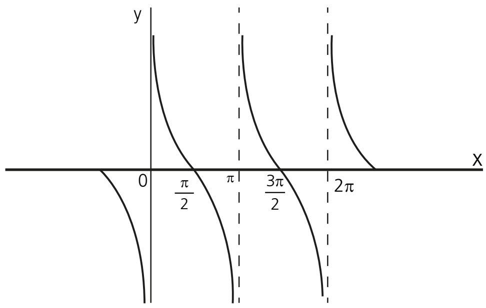
Denominamos função tangente à função f: R → R definida por f(x) = tgx.
Gráfico



Propriedades
- $D_f = \{x \in R \,/\, x \neq \frac{\neq}{2} + k\pi,\ k \in Z\}$
- $Im_f = R$
- f é ímpar, pois tg(– x) = – tg(x), $\forall x \in D_f$
- f é estritamente crescente
- f é periódica, de período p = π
- se $f(x) = tg(mx) \rightarrow p = \frac{\pi}{|m|}$

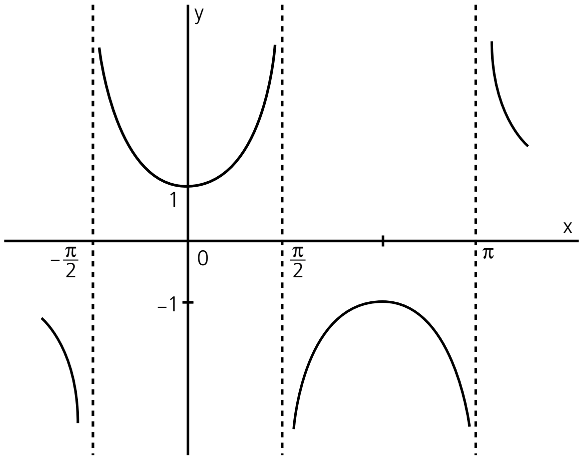
- **Função Cotangente**

Denominamos função cotangente a função f:R → R definida por f(x) = cotgx.
Gráfico



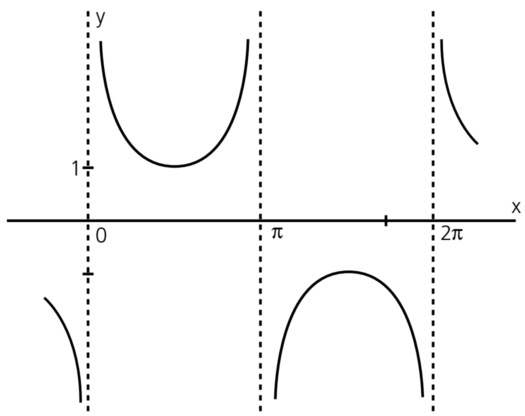
Propriedades
- $D_f = \{x \in R \,/\, x \neq k\pi,\ k \in Z\}$
- $Im_f = R$
- f é ímpar, pois cotg(– x) = – cotg(x), $\forall x \in D_f$
- f é estritamente decrescente
- f é periódica, de período p = π
- se $f(x) = cotg(mx) \rightarrow p = \frac{2\pi}{|m|}$

- **Função Secante**
  Denominamos função secante à função $f: R \to R$ definida por $f(x) = \sec x$.
  Gráfico



Propriedades
– $D_f = \{x \in R / x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\}$
– $Im_f =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$
– f é par, pois $\sec(-x) = \sec(x)$, $\forall x \in D_f$
– f é crescente no 1º e 2º quadrantes
– f é decrescente no 3º e 4º quadrantes
– f é periódica, de período $p = 2\pi$
– se $f(x) = \sec(mx) \to p = \frac{2\pi}{|m|}$

- **Função Cossecante**
  Denominamos função cossecante à função $f: R \to R$ definida por $f(x) = \text{cossec}x$.
  Gráfico



Propriedades
– $D_f = \{x \in R / x \neq k\pi,\ k \in Z\}$
– $Im_f =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$
– f é ímpar, pois $\text{cossec}(-x) = -\text{cossec}(x)$, $\forall x \in D_f$
– f é crescente no 2º e 3º quadrantes
– f é decrescente no 1º e 4º quadrantes
– f é periódica, de período $p = 2\pi$
– se $f(x) = \text{cossec}(mx) \to p = \frac{2\pi}{|m|}$

Exercícios

01. Sejam **f** e **g** duas funções definidas por $f(x) = \left(\sqrt{2}\right)^{3\text{sen}(x)-1}$ e $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3\text{sen}^2(x)-1}$, $x \in \mathbb{R}$.
A soma do valor mínimo de **f** com o valor mínimo de **g** é igual a
A) 0
B) $-\frac{1}{4}$
C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{2}$
E) 1

02. Determine o período e os valores extremos da função $f(x) = \frac{\text{sen}^2 x}{1 + \text{sen}^2 x}$.

03. Seja **f** a função definida por $f(x) = 35 - \text{tg}^2 x + 4\,\text{tg}x$, com $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$.
O valor máximo de **f** é igual a
A) 35
B) 36
C) 37
D) 38
E) 39

04. Sejam **f** e **g** funções reais de variáveis reais, tais que $f(0) = \frac{\pi}{2}$, $g(y) = \cos y$ e a composta $(gof)_{(x)} = -\text{sen}\,2x$. Calcule o valor de $\frac{1}{\pi} \cdot f\left(\frac{9\pi}{4}\right)$
A) 7
B) 6
C) 5
D) 4
E) 3

05. Foram feitos os gráficos das funções $f(x) = \text{sen}(4x)$ e $g(x) = \frac{x}{100}$, para **x** no intervalo $[0,2\pi]$. O número de pontos comuns aos dois gráficos é
A) 16
B) 8
C) 4
D) 2
E) 1

06. O domínio da função definida por $f(x) = \sqrt{\text{sen}x} + \sqrt{\cos x} + \sqrt{\text{tg}x}$, com $x \in [0,2\pi]$, é igual a
A) $[0, \frac{\pi}{7})$
B) $[0, \frac{\pi}{5})$
C) $[0, \frac{\pi}{3})$
D) $[0, \frac{\pi}{2})$
E) $[0, \frac{\pi}{9})$

07. Se R denota o conjunto dos números reais e (a,b) o intervalo aberto $\{x \in R \,/\, a < x < b\}$, seja $f: \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow R$ definida por

$f(x) = \sqrt{\sec^2 x + \text{cossec}^2 x}$.

Se $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ é tal que $\text{tg}\alpha = \frac{a}{b}$, então $f(\alpha)$ é igual a:

A) $\frac{a+b}{2}$
B) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}$
C) $\frac{a^2 - b^2}{ab}$
D) $\frac{a^2 + b^2}{ab}$
E) N.D.A.

08. O domínio da função definida por $f(x) = \frac{1}{|\sec x| - |\text{cossec} x|}$ é

A) $R - \left\{\frac{k\pi}{2} / k \in Z\right\}$
B) $R - \left\{\frac{k\pi}{5} / k \in Z\right\}$
C) $R - \left\{\frac{k\pi}{7} / k \in Z\right\}$
D) $R - \left\{\frac{k\pi}{9} / k \in Z\right\}$
E) $R - \left\{\frac{k\pi}{4} / k \in Z\right\}$

09. Dada a função $f(x) = \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right)$, onde $0 < x < 1$, podemos afirmar que:

A) f(x) se anula infinitas vezes.
B) f(x) se anula um número finito de vezes, superior a 100.
C) f(x) se anula um número finito de vezes, inferior a 100.
D) f(x) não se anula.
E) n.d.a.

10. O conjunto imagem da função definida por $f(x) = \sec^4 x + \text{tg}^4 x$ é

A) $[1,+\infty)$
B) $(1,+\infty)$
C) $[0,+\infty)$
D) $[1,2)$
E) $(0,1)$

11. Os gráficos das funções reais f(x) = cos(x) e g(x) = sen(x) não coincidem. Entretanto, a partir de uma transformação, é possível fazer o gráfico de g(x) coincidir com o gráfico de f(x). Essa transformação é a função

A) $h(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\text{sen } x$.
B) $h(x) = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right)$.
C) $h(x) = \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.
D) $h(x) = \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
E) $h(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

12. Os gráficos das funções f(x) = sen 4x e g(x) = cos 3x, para $0 \leq x \leq \pi$, se interceptam em

A) cinco pontos.
B) quatro pontos.
C) três pontos.
D) dois pontos.
E) apenas um ponto.

13. A população de peixes em uma lagoa varia conforme o regime de chuvas da região. Ela cresce no período chuvoso e decresce no período de estiagem. Esta população é descrita pela expressão $p(t) = 10^3 \cdot \left[5 + \cos\frac{(t-2)\pi}{6}\right]$ em que o tempo **t** é medido em meses.

É correto afirmar que

A) o período chuvoso corresponde a dois trimestres do ano.
B) a população atinge seu máximo em t = 6.
C) o período de seca corresponde a 4 meses do ano.
D) a população média anual é de 6.000 animais.
E) a população atinge seu mínimo em t = 4 com 6.000 animais.

14. Suponha que, em determinado lugar, a temperatura média diária T, em °C, possa ser expressa, em função do tempo **t**, em dias decorridos desde o início do ano, por $T(t) = 14 + 12\text{sen}\left(\frac{2\pi(t-105)}{364}\right)$.

Segundo esse modelo matemático, a temperatura média máxima nesse lugar, ocorre, no mês de

A) julho.
B) setembro.
C) junho.
D) dezembro.
E) março.

15. Com objetivo de auxiliar os maricultores a aumentar a produção de ostras e mexilhões, um engenheiro de aquicultura fez um estudo sobre a temperatura da água na região do sul da ilha, em Florianópolis. Para isso, efetuou medições durante três dias consecutivos, em intervalos de 1 hora. As medições iniciaram às 5 horas da manhã do primeiro dia (t = 0) e os dados foram representados pela função periódica $T(t) = 24 + 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right)$, em que **t** indica o tempo (em horas) decorrido após o início da mediação e T(t), a temperatura (em °C) no instante **t**. O período da função, o valor da temperatura máxima e o horário em que ocorreu essa temperatura no primeiro dia de observação valem, respectivamente:

A) 6 h, 25,5 °C e 10 h.
B) 12 h, 27 °C e 10 h.
C) 12 h, 27 °C e 15 h.
D) 6 h, 25,5 °C e 15 h.
E) 12 h, 25,5 °C e 15 h.

Gabarito

01	02	03	04	05
D	–	E	C	B
06	**07**	**08**	**09**	**10**
C	D	E	A	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**
C	A	A	A	C

SUPERVISOR/DIRETOR: Marcelo Pena – AUTOR: Fabrício Maia – DIG.: Aníbal – REV.: Lícia