MÓDULO 17

1. EQUAÇÃO LOGARÍTMICA

Primeiramente devemos observar as as Condições de Existência.

Ex.:
1. Determinar **x** na equação:

$$\log_3(x-2) = -1$$

Condição de existência: $x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

Aplicando a definição de logaritmo, temos:

$$x - 2 = 3^{-1} \Leftrightarrow x - 2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$$

(satisfaz a condição $x > 2$)

Logo, $S = \left\{\frac{7}{3}\right\}$

2. INEQUAÇÃO LOGARÍTMICA

a) Quando a base for um número real maior que 1, a relação de desigualdade entre os logaritmos se mantém para os logaritmandos.

Ex.:
1) $\log_2 5 > \log_2 3$, pois $5 > 3$ e a base é maior que 1;
2) $\log_3 7 < \log_3 9$, pois $7 < 9$ e a base é maior que 1;

b) Quando a base for um número positivo e menor que 1, a relação de desigualdade entre os logaritmos se inverte para os logaritmandos.

Ex.:
1) $log_{3/4}^{5} > log_{3/4}^{9}$, pois $5 < 9$ e a base é menor que 1;
2) $log_{1/2}^{3} < log_{1/2}^{2}$, pois $3 > 2$ e a base é menor que 1;

Ex.:
Resolver a inequação $\log_2(3x-6) < \log_2(x+4)$.

$$\log_2(3x-6) < \underbrace{\log_2(x+4) \Rightarrow \overbrace{0 < 3x-6}^{existência}}_{mesmo\ sentido} < x+4 \begin{cases} 0 < 3x-6 & (1) \\ 3x-6 < x+4 & (2) \end{cases}$$

De (1) temos $x > 2$ e
De (2) temos $x < 5$;

Fazendo a intersecção de 1 e 2, obtemos $2 < x < 5$.
Logo, $S =]2;5[$

Ex.:
Resolver a inequação $\log_{0,5}(2x-8) < \log_{0,5}(x-7)$.

$$\log_{0,5}(2x-8) < \underbrace{\log_{0,5}(x-7) \Leftrightarrow 2x-8 >}_{sentidos\ contrários} \overbrace{x-7>0}^{existência} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-8 > x-7 & (1) \\ x-7 > 0 & (2) \end{cases}$$

De (1) temos $x > 1$ e
De (2)temos $x > 7$;

Fazendo a intersecção de 1 e 2, obtemos $x > 7$.
Logo, $S =]7;+\infty[$

3. EXERCÍCIOS

1)
O número real x que satisfaz a equação $\log_3 \sqrt[3]{81} = x$ é:
a) 4/3
b) 1/4
c) 2/3
d) 2

2) (EEAR – 2016)
O valor de x na equação $\log_{\frac{1}{3}}(\log_{27} 3x) = 1$ é:
a) 1
b) 3
c) 9
d) 27

3) (EEAR – 2010)
Considerando $n > 1$, se $\log_a n = n$, então o valor de *a* é:
a) n
b) n^n
c) $\frac{1}{n}$
d) $n^{\frac{1}{n}}$

4) (EEAR – 2007)
Sendo $a > 0$ e $a \neq 1$, o conjunto solução da equação $10^{\log_a x^2-3x+2} = 6^{\log_a 10}$ está contido no conjunto:
a) $\{1,2,3,4\}$
b) $\{-4,-3,-2,-1,0,1\}$
c) $\{-1,0,1,2,3,4\}$
d) $\{0,1,2,3,4\}$

5)
O conjunto das raízes da equação $\log^2 x - 4\log x + 3 = 0$ é:
a) {1}
b) {1,100}
c) {10,1000}
d) {1,10}

6)
O conjunto solução da inequação $\log_2(x+1) > \log_2(2x+4)$ no campo dos reais é:
a) {x > 1}
b) {x > 3}
c) {x > -1}
d) {x < -3}
e) { }

7) (EEAR – 2006)
O menor número inteiro que satisfaz a inequação $\log_2(3x-5) > 3$ é um número:
a) par negativo
b) par positivo
c) ímpar negativo
d) ímpar positivo

8)

O mais amplo domínio real da função dada por $f(x) = \sqrt{[\log_3(2x-1)]}$ é

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1/2\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1/2 < x \leq 1\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1/2\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1\}$

4. GABARITO

1) A
2) A
3) D
4) C
5) C
6) E
7) D
8) B

5. ANOTAÇÕES