FRENTE C, MSD: aula 03

DETERMINANTES

01. DEFINIÇÃO E REGRAS:

A toda matriz quadrada pode ser associado um número real, chamado *determinante*, obtido a partir de certas regras.

NOTAÇÃO:

Quando a ordem da matriz é:

(1) $n = 1$:

$$\det A = |a_{11}| =$$

(2) $n = 2$:

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} =$$

(3) $n = 3$: *regra de Sarrus*

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

02. PROPRIEDADES:

(1) FILA NULA:

Se A possui uma fila na qual todos os elementos são iguais a zero, então $\det A = 0$

(EX):

(2) TROCA DE FILAS PARALELAS:

Se trocarmos a posição de duas filas paralelas de A, obtendo a matriz A', então:

$$\det A' = -\det A$$

(EX):

(3) MULTIPLICAÇÃO DE UMA FILA POR UM ESCALAR:

Quando os elementos de uma fila de A são multiplicados por um número real k, obteremos a nova matriz A' e vale a relação:

$$\det A' = k \cdot \det A$$

(EX):

Consequência: seja A a matriz quadrada de ordem n, então o determinante da matriz $k \cdot A$ é dado por:

$$\det(k \cdot A) = k^n \cdot \det A$$

(EX):

(4) FILAS PARALELAS IGUAIS OU PROPORCIONAIS:

Quando A possui filas paralelas iguais (ou proporcionais), então $\det A = 0$

(EX):

(5) MATRIZ TRANSPOSTA:

Considere uma matriz A e sua matriz transposta A^T. Seus determinantes são iguais, isto é,

$$\det A^T = \det A$$

(EX):

(6) TEOREMA DE BINET:

Se A e B são matrizes quadradas de ordem n, então:

$$\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$$

(EX):

IMPORTANTE!

03. REGRA DE CHIÓ:

(EX): $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 7 \end{vmatrix}$

EXERCÍCIOS

01. Analise as afirmações abaixo, sabendo que:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -2$$

I. $\begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$

II. $\begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ 3d & 3e & 3f \\ 3g & 3h & 3i \end{vmatrix} = -6$

III. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 0 \\ g & h & i \end{vmatrix} = 0$

Quais são verdadeiras?

02. (UNICAMP 2019) Sabendo que a e b são números reais, considere a matriz quadrada de ordem 3.

$$A=\begin{bmatrix}1 & a & 1\\ b & 1 & a\\ 2 & b & 2\end{bmatrix}$$

Se a soma dos elementos em cada linha da matriz A tem sempre o mesmo valor, então o determinante de A é igual a
a) 0
b) 2
c) 5
d) 10

03. (UNICAMP 2014) Considere a matriz $M=\begin{pmatrix}1 & a & 1\\ b & 1 & a\\ 1 & b & 1\end{pmatrix}$, onde a e b são números reais distintos. Podemos afirmar que:
a) a matriz M não é invertível.
b) o determinante de M é positivo.
c) o determinante de M é igual a a^2-b^2.
d) a matriz M é igual à sua transposta.

04. (FAMEMA 2017) Considere as matrizes $A=\begin{pmatrix}k & 0 & k\\ 3 & -2 & k\end{pmatrix}$, sendo k um número real, com $k<2$, $B=(b_{ij})_{3x2}$ com $b_{ij}=(i-j)^2$, e $C=A\cdot B$. Sabendo que $\det C=12$, o valor de k^2 é:
a) 0
b) 9
c) 4
d) 16
e) 1

05. (UNESP 2008) Seja A uma matriz. Se $A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 14 \\ 0 & 14 & 34 \end{bmatrix}$, o determinante A é:

a) 8
b) $2\sqrt{2}$
c) 2
d) $\sqrt[3]{2}$
e) 1

06. (UNICAMP 2015) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix}$, onde a e b são números reais. Se $A^2 = A$ e A é invertível, então:

a) $a = 1$ e $b = 1$
b) $a = 1$ e $b = 0$
c) $a = 0$ e $b = 0$
d) $a = 0$ e $b = 1$