

MATEMÁTICA

1

Sabendo-se que $(X, 3, Y, Z, 24)$, nesta ordem, constituem uma P.A. de razão r ,

- escreva X , Y e Z em função de r ;
- calcule a razão r da P.A. e os valores de X , Y e Z .

Resolução

Se $(X; 3; Y; Z; 24)$, nesta ordem, constituem uma P.A. de razão r , então

$$a) X = 3 - r, Y = 3 + r, Z = 3 + 2r = 24 - r$$

$$b) Z = 3 + 2r = 24 - r \Leftrightarrow 3r = 21 \Leftrightarrow r = 7 \Rightarrow \\ \Leftrightarrow X = -4, Y = 10 \text{ e } Z = 17$$

Respostas: a) $(3 - r)$; $(3 + r)$ e $(3 + 2r)$, respectivamente.

$$b) r = 7, X = -4, Y = 10 \text{ e } Z = 17.$$

2

A tabela mostra 3 números com as correspondentes mantissas de seus logaritmos na base 10.

x	Mantissa de x
301	4786
303	4814
304	4829

- Escreva os valores dos $\log_{10}(x)$.
- Calcule os valores aproximados de $\log_{10}(3,04)$, $\log_{10}(3010)$ e $\log_{10}(302)$.

Resolução

$$a) \log_{10} 301 = 2 + 0,4786 = 2,4786$$

$$\log_{10} 303 = 2 + 0,4814 = 2,4814$$

$$\log_{10} 304 = 2 + 0,4829 = 2,4829$$

$$b) \log_{10}(3,04) = 0 + 0,4829 = 0,4829$$

$$\log_{10}(3010) = 3 + 0,4786 = 3,4786$$

$$\log(302) \cong \frac{\log 301 + \log 303}{2} =$$

$$= \frac{2,4786 + 2,4814}{2} = 2,4800.$$

Respostas: a) $\log_{10}(301) = 2,4786$, $\log_{10}(303) = 2,4814$

e $\log_{10}(304) = 2,4829$.

b) $\log_{10}(3,04) = 0,4829$, $\log_{10}(3010) = 3,4786$ e

$\log_{10}(302) = 2,4800$.

3

Resolva as equações exponenciais, determinando os correspondentes valores de x .

a) $7^{(x-3)} + 7^{(x-2)} + 7^{(x-1)} = 57$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = -207$

Resolução

a) $7^{(x-3)} + 7^{(x-2)} + 7^{(x-1)} = 57 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7^{x-3}[1 + 7 + 7^2] = 57 \Leftrightarrow 7^{x-3} \cdot 57 = 57 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7^{x-3} = 1 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = -207 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3^{-x} + 3^{-x-1} - 3^{-x+2} = -207 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3^{-x-1}[3 + 1 - 3^3] = -207 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3^{-x-1} \cdot (-23) = -207 \Leftrightarrow 3^{-x-1} = 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3^{-x-1} = 3^2 \Leftrightarrow -x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = -3$

Respostas: a) $x = 3$ b) $x = -3$

4

Dados os sistemas lineares,

$$S_1: \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad S_2: \begin{cases} C_1x + C_2y = 1 \\ C_1x - C_2y = 2 \end{cases}$$

e admitindo-se que S_1 e S_2 são equivalentes,

a) defina o que são sistemas lineares equivalentes;

b) encontre os valores de C_1 e C_2 .

Resolução

a) *Dois sistemas lineares são equivalentes se, e somente se, possuírem o mesmo conjunto-solução.*

b) *Os sistemas lineares S_1 e S_2 são equivalentes se, e somente se, o conjunto $\{(1; 1)\}$, solução de S_1 , for solução de S_2 . Desta forma,*

$$\begin{cases} C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 1 = 1 \\ C_1 \cdot 1 - C_2 \cdot 1 = 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{vmatrix} C_1 & C_2 \\ C_1 & -C_2 \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 1 \\ 2C_1 = 3 \end{cases} \quad \text{e} \quad C_1 \cdot C_2 \neq 0 \Leftrightarrow C_1 = \frac{3}{2} \quad \text{e} \quad C_2 = \frac{-1}{2}$$

Resposta: a) definição.

b) $C_1 = \frac{3}{2}$ e $C_2 = \frac{-1}{2}$.

5

Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & a \end{pmatrix}$, uma matriz B,

(2×2) , e sabendo-se que $\det(AB) = 26$,

a) expresse $\det(B)$ em termos de a.

b) Sendo $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$, calcule o valor de a.

Resolução

$$a) \det A = \det \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & a \end{pmatrix} = 3a - 2$$

$$\det(A \cdot B) = 26 \Leftrightarrow \det(A) \cdot \det(B) = 26 \Leftrightarrow (3a - 2) \cdot \det(B) = 26 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \det(B) = \frac{26}{3a - 2}, \text{ com } a \neq \frac{2}{3}.$$

$$b) B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B) = 2 \Rightarrow \frac{26}{3a - 2} = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 26 = 6a - 4 \Leftrightarrow a = 5$$

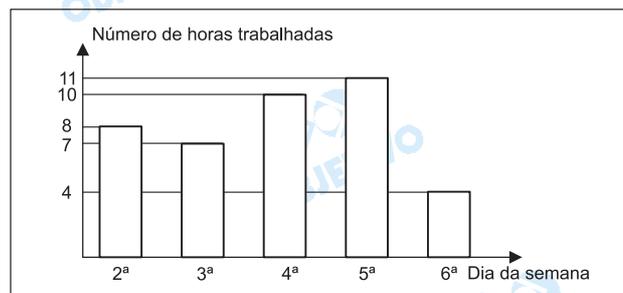
Resposta: a) $\det(B) = \frac{26}{3a - 2}$, com $a \neq \frac{2}{3}$.

b) $a = 5$

6

Numa certa empresa, os funcionários desenvolvem uma jornada de trabalho, em termos de horas diárias trabalhadas, de acordo com o gráfico:

Dia da semana 2.^a 3.^a 4.^a 5.^a 6.^a



a) Em média, quantas horas eles trabalham por dia durante uma semana?

b) Numa dada semana ocorrerá um feriado de 1 dia. Qual a probabilidade de eles trabalharem ao menos 30 horas nessa semana?

Resolução

a) Em média eles trabalham **8 horas por dia**, durante uma semana, pois

$$\frac{8 + 7 + 10 + 11 + 4}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

b) Os funcionários trabalharão, nessa semana, ao menos 30 horas se, e somente se, o feriado **não ocorrer na 5.^a feira**. Assim sendo:

I) Supondo que feriado seja "um dia em que se suspende o trabalho", conforme o Dicionário Aurélio, a probabilidade pedida será $\frac{4}{5} = 80\%$.

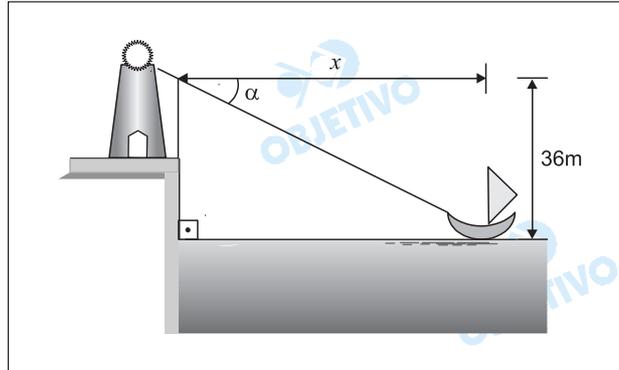
II) Supondo que feriado "seja um qualquer dos sete dias da semana (incluindo sábado e domingo)", a probabilidade pedida será $\frac{6}{7} \cong 85,7\%$.

Respostas: a) 8 horas.

b) Ver resolução.

7

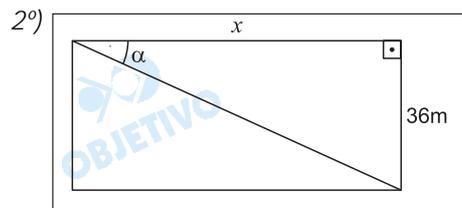
Um farol localizado a 36 m acima do nível do mar é avistado por um barco a uma distância x da base do farol, a partir de um ângulo α , conforme a figura:



- a) Admitindo-se que $\text{sen}(\alpha) = \frac{3}{5}$, calcule a distância x .
- b) Assumindo-se que o barco se aproximou do farol e que uma nova observação foi realizada, na qual o ângulo α passou exatamente para 2α , calcule a nova distância x' a que o barco se encontrará da base do farol.

Resolução

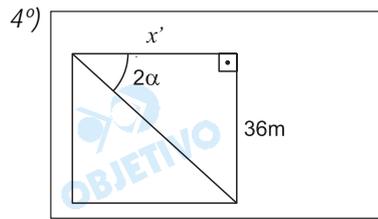
$$\left. \begin{array}{l} 1^\circ) \quad \text{sen } \alpha = \frac{3}{5} \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{3}{4}$$



$$\text{tg } \alpha = \frac{36\text{m}}{x}$$

$$\text{Assim: } \frac{3}{4} = \frac{36\text{m}}{x} \Leftrightarrow x = 48\text{m}$$

$$3^\circ) \text{tg}(2\alpha) = \frac{2\text{tg } \alpha}{1 - \text{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{24}{7}$$



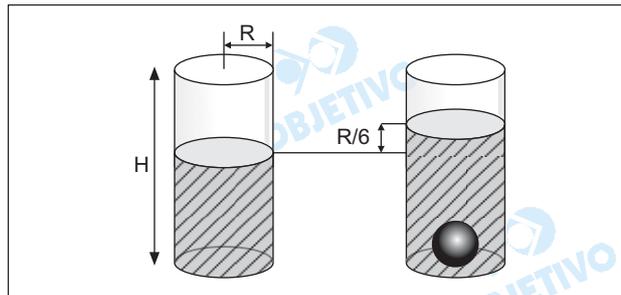
$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{36\text{m}}{x'}$$

$$\text{Assim: } \frac{24}{7} = \frac{36\text{m}}{x'} \Leftrightarrow x' = 10,5\text{m}$$

- Respostas:** a) $x = 48\text{m}$
b) $x' = 10,5\text{m}$

8

Em um tanque cilíndrico com raio de base R e altura H contendo água é mergulhada uma esfera de aço de raio r , fazendo com que o nível da água suba $\frac{1}{6}R$, conforme mostra a figura.



- a) Calcule o raio r da esfera em termos de R .
b) Assuma que a altura H do cilindro é $4R$ e que antes da esfera ser mergulhada, a água ocupava $\frac{3}{4}$ da altura do cilindro. Calcule quantas esferas de aço idênticas à citada podem ser colocadas dentro do cilindro, para que a água atinja o topo do cilindro sem transbordar.

Resolução

- a) O volume da esfera de raio r é igual ao volume de um cilindro circular reto de raio da base R e altura $\frac{R}{6}$.

$$\text{Assim: } \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi R^2 \cdot \frac{R}{6} \Leftrightarrow 8r^3 = R^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2r)^3 = R^3 \Leftrightarrow 2r = R \Leftrightarrow r = \frac{R}{2}.$$

- b) Sendo n o número de esferas de aço de raio

$r = \frac{R}{2}$, que podem ser colocadas dentro do

cilindro, para que a água atinja o topo do cilindro de altura $4R$, sem transbordar, tem-se:

$$n \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \right) = \pi \cdot R^2 \left(4R - \frac{3}{4} \cdot 4R \right)$$

$$\text{Assim: } n \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{R}{2} \right)^3 = \pi \cdot R^2 \cdot R \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{3 \cdot 8 \cdot \pi \cdot R^3}{4 \cdot \pi \cdot R^3} \Leftrightarrow n = 6$$

Respostas: a) $r = \frac{R}{2}$. b) 6 esferas.

9

É dado o polinômio cúbico $P(x) = x^3 + x^2 - 2x$, com $x \in \mathbb{R}$.

a) Calcule todas as raízes de $P(x)$.

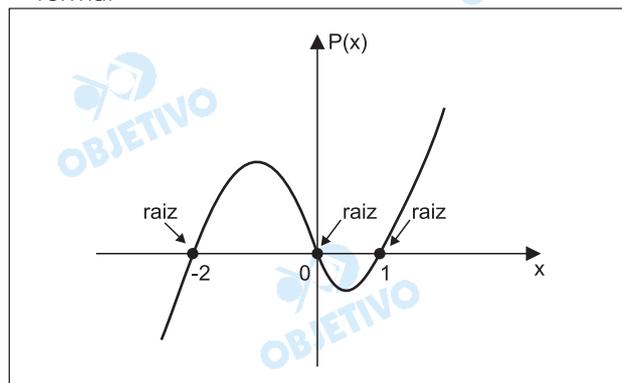
b) Esboce, qualitativamente, o seu gráfico no plano $(x, P(x))$, fazendo-o passar por suas raízes.

Resolução

$$\text{a) } P(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + x - 2) = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{-1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1 \text{ ou } x = -2$$

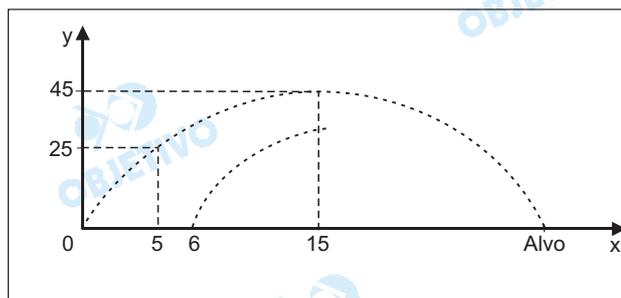
b) O gráfico desse polinômio no plano $(x, P(x))$ é da forma:



Respostas: a) As raízes de $P(x)$ são: $-2, 0$ e 1 .
b) O gráfico acima.

10

Suponha que um projétil de ataque partiu da origem do sistema de coordenadas cartesianas descrevendo uma parábola, conforme a figura.



- a) Sabendo-se que o vértice da parábola do projétil de ataque é dado pelas coordenadas (15,45) e baseado nos dados da figura, calcule a equação da parábola do projétil de ataque.
- b) Um projétil de defesa é lançado a partir das coordenadas (6,0) e sua trajetória também descreve uma parábola segundo a equação $y = -0,25x^2 + 9x - 45$. Considerando-se que o projétil de defesa atingirá o projétil de ataque, calcule as coordenadas onde isto ocorrerá e diga se o alvo estará a salvo do ataque.

Resolução

a) A equação da parábola do projétil de ataque é da forma:

$$y = a(x - 0)(x - 30) \Leftrightarrow y = ax(x - 30), \text{ pois o alvo é o ponto } (30; 0)$$

Como o vértice dessa parábola é o ponto (15; 45), tem-se:

$$45 = a \cdot 15 \cdot (15 - 30) \Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}.$$

Portanto, a equação dessa parábola é a seguinte:

$$y = -\frac{1}{5}x(x - 30) \Leftrightarrow y = -0,2x^2 + 6x.$$

Obs.: O par ordenado (5; 25) satisfaz a equação $y = -0,2x^2 + 6x$.

- b) O projétil de defesa atingirá o projétil de ataque num ponto $P(x; y)$, que é o ponto de intersecção das parábolas de equações $y = -0,2x^2 + 6x$ e $y = -0,25x^2 + 9x - 45$.

Assim, a abscissa desse ponto é a solução da equação:

$$\begin{aligned} -0,2x^2 + 6x &= -0,25x^2 + 9x - 45 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 0,05x^2 - 3x + 45 &= 0 \Leftrightarrow x^2 - 60x + 900 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= \frac{60 \pm \sqrt{60^2 - 3600}}{2} \Leftrightarrow x = 30. \end{aligned}$$

A ordenada desse ponto é:

$$y = -0,2 \cdot 30^2 + 6 \cdot 30 \Leftrightarrow y = 0.$$

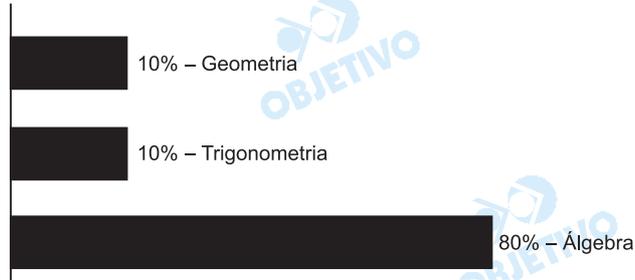
Logo, o projétil de defesa atingirá o projétil de ataque no ponto $P(30; 0)$ onde se encontra o alvo, que, portanto, não estará a salvo do ataque.

Respostas: a) $y = -0,2x^2 + 6x$.

b) (30; 0) e o alvo não estará a salvo do ataque.

Comentário de Matemática

Com oito questões de Álgebra, uma de Geometria e uma de Trigonometria, relativamente bem enunciadas, algumas de cunho prático, a UNESP elaborou uma prova de Matemática bem adequada à seleção dos candidatos na área de Ciências Exatas.



FÍSICA

11

Um satélite com massa m gira em torno da Terra com velocidade constante, em uma órbita circular de raio R , em relação ao centro da Terra. Represente a massa da Terra por M e a constante gravitacional por G . Utilizando os conceitos de forças centrípeta e gravitacional, calcule, em função de m , M , R e G ,

- a) a velocidade do satélite;
- b) a constante K que aparece na terceira lei de Kepler, $T^2 = KR^3$, onde T é o período do movimento.

Resolução

- a) Sendo a órbita circular, o movimento orbital é uniforme e a força gravitacional que a Terra aplica no satélite faz o papel de resultante centrípeta:

$$F_G = F_{cp}$$
$$\frac{G M m}{R^2} = \frac{m V^2}{R}$$

$$V = \sqrt{\frac{G M}{R}}$$

- b) A velocidade escalar V também é dada por:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

Portanto: $\frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{G M}{R}}$

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{G M}{R}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M} \cdot R^3$$

Sendo $T^2 = K R^3$, vem:

$$K = \frac{4\pi^2}{G M}$$

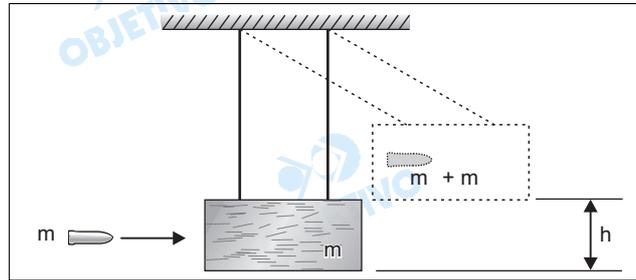
Respostas: a) $V = \sqrt{\frac{G M}{R}}$

b) $K = \frac{4\pi^2}{G M}$

12

O pêndulo balístico é um sistema utilizado para medir a velocidade de um projétil que se move rapidamente. O projétil de massa m_1 é disparado em direção a um

bloco de madeira de massa m_2 , inicialmente em repouso, suspenso por dois fios, como ilustrado na figura. Após o impacto, o projétil se acopla ao bloco e ambos sobem a uma altura h .



- a) Considerando que haja conservação da energia mecânica, determine o módulo da velocidade do conjunto bloco-projétil após o impacto.
 b) A partir do princípio da conservação da quantidade de movimento, determine a velocidade inicial do projétil.

Resolução

- a) Após o impacto, durante a subida do bloco, haverá conservação da energia mecânica e teremos:

$$E_{pot_{adquirida}} = E_{cin_{perdida}}$$

$$(m_1 + m_2) g h = \frac{(m_1 + m_2)}{2} V_1^2$$

$$V_1 = \sqrt{2 g h}$$

- b) No ato da colisão, haverá conservação da quantidade de movimento total do sistema.

$$Q_{imediatamente\ após} = Q_{imediatamente\ antes}$$

$$(m_1 + m_2) V_1 = m_1 V_0$$

$$V_0 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \cdot V_1$$

Portanto:

$$V_0 = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \sqrt{2 g h}$$

Respostas: a) $V_1 = \sqrt{2 g h}$

$$b) V_0 = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \sqrt{2 g h}$$

13

O período de oscilação de um pêndulo simples, que oscila com amplitude muito pequena, é dado por $T = 2\pi \sqrt{L/g}$, onde L é o comprimento do pêndulo e g a aceleração da gravidade. Se esse comprimento fosse quadruplicado,

- a) o que ocorreria com seu período?
 b) o que ocorreria com sua frequência?

Resolução

Sejam T' e f' , respectivamente, o período de oscilação

do pêndulo e a frequência depois de quadruplicado o comprimento L .

$$a) T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad e \quad T' = 2\pi \sqrt{\frac{4L}{g}}$$

$$T' = 2 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Donde: $T' = 2T$ (O período dobra.)

$$b) f = \frac{1}{T} \quad e \quad f' = \frac{1}{T'}$$

$$f' = \frac{1}{2T}$$

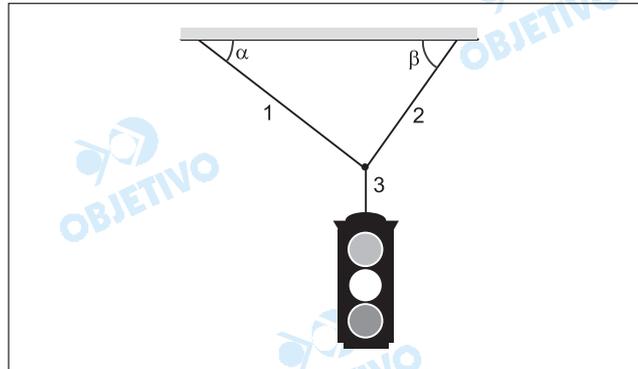
Donde: $f' = \frac{1}{2} f$ (A frequência reduz-se à metade.)

Respostas: a) O período dobra.

b) A frequência reduz-se à metade.

14

Um semáforo pesando 100 N está pendurado por três cabos conforme ilustra a figura. Os cabos 1 e 2 fazem um ângulo α e β com a horizontal, respectivamente.

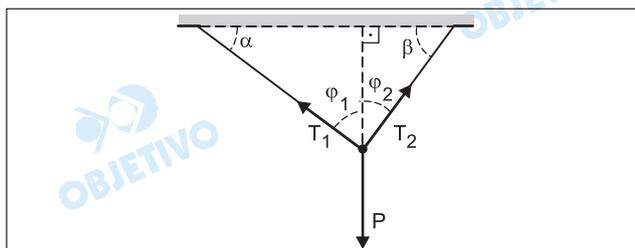


a) Em qual situação as tensões nos fios 1 e 2 serão iguais?

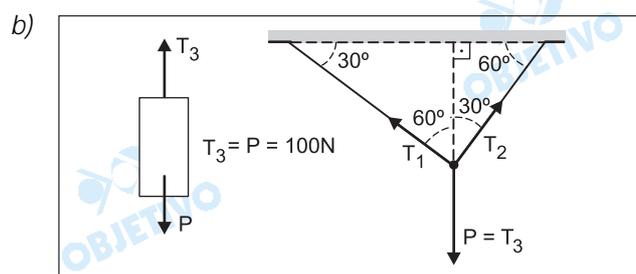
b) Considerando o caso em que $\alpha = 30^\circ$ e $\beta = 60^\circ$, determine as tensões nos cabos 1, 2 e 3.

$$\text{Dados: } \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad e \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

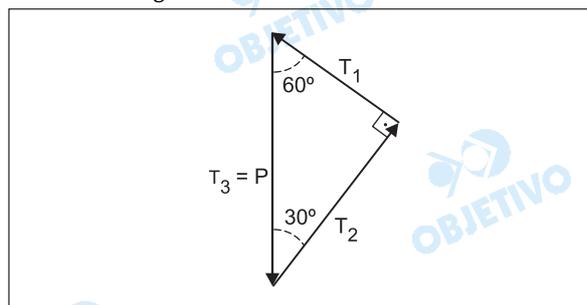
Resolução



- a) Para o equilíbrio:
 $T_1 \text{ sen } \varphi_1 = T_2 \text{ sen } \varphi_2$
 Para que $T_1 = T_2$ resulta $\text{sen } \varphi_1 = \text{sen } \varphi_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \boxed{\varphi_1 = \varphi_2}$
 Sendo $\varphi_1 = \varphi_2$, vem $\boxed{\alpha = \beta}$



Para o equilíbrio, a força resultante deve ser nula e o polígono de forças deve ser fechado, isto é, deve ser um triângulo.



No triângulo da figura, temos:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{T_1}{P} \Rightarrow T_1 = P \text{ sen } 30^\circ$$

$$T_1 = 100 \cdot \frac{1}{2} \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{T_1 = 50\text{N}}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{T_2}{P} \Rightarrow T_2 = P \text{ sen } 60^\circ$$

$$T_2 = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{T_2 = 50\sqrt{3}\text{ N}}$$

Respostas: a) $\alpha = \beta$

b) $T_1 = 50\text{N}$; $T_2 = 50\sqrt{3}\text{ N}$ e $T_3 = 100\text{N}$

15

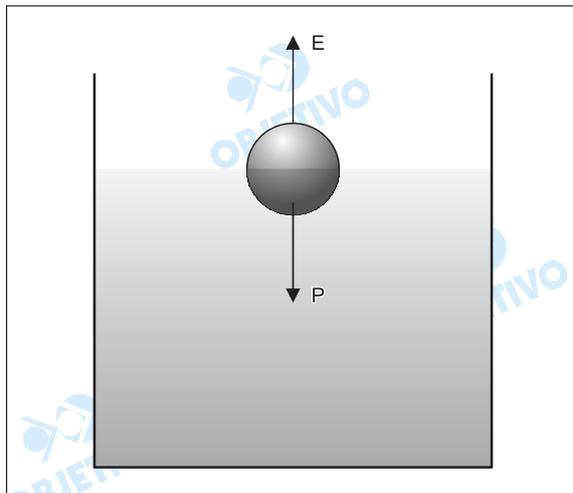
Considere um saco plástico completamente preenchido com 18 kg de gasolina colocado em um tanque com água. Considerando a espessura e a massa do saco plástico desprezíveis, $g = 10 \text{ m/s}^2$, a massa específica

da água igual a 1 g/cm^3 e a da gasolina igual a $2/3$ da massa específica da água, determine

- quantos litros de água são deslocados quando o saco com gasolina é colocado no tanque;
- quantos litros de gasolina ficam acima do nível da água após o sistema entrar em equilíbrio.

Resolução

a)



Na situação de equilíbrio do saco plástico, temos:

$$E = P$$

$$\mu_a V_i g = mg$$

$$1 \cdot 10^3 \cdot V_i = 18$$

$$V_i = 18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 18 \text{ l}$$

O volume de água deslocado corresponde ao volume do saco que ficou imerso, isto é, $18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ ou 18 l .

- b) O volume total do saco plástico é dado por:

$$\mu_G = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 10^3 = \frac{18}{V} \Rightarrow V = 27 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 27 \text{ l}$$

Portanto, o volume **emerso** pedido é dado por:

$$V_E = V - V_i = 9 \text{ l}$$

Outra maneira de resolver:

$$E = P$$

$$\mu_a V_i g = \mu_G V g \Rightarrow V_i = \frac{\mu_G}{\mu_a} V = \frac{2}{3} V$$

$$V_E = \frac{1}{3} V = \frac{1}{3} 27 \text{ l} = 9 \text{ l}$$

Respostas: a) 18 l

b) 9 l

16

Uma lente divergente tem uma distância focal de -20 cm . Um objeto de 2 cm de altura é colocado frontalmente a 30 cm da lente. Determine

- a posição da imagem desse objeto;
- a altura da imagem desse objeto.

Resolução

a) Utilizando a equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{-20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{-3-2}{60}$$

Imagem virtual a $p' = -12\text{cm}$
12cm do vértice do espelho.

b) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal, vem:

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$
$$\frac{i}{2} = -\frac{(-12)}{30}$$

$$i = 0,8\text{cm}$$

Respostas: a) 12cm da lente (virtual)

b) 0,8cm

17

Duas partículas com cargas q_1 e q_2 , separadas a uma distância d , se atraem com força de intensidade $F = 0,18\text{ N}$. Qual será a intensidade da força de atração entre essas partículas se

a) a distância entre elas for triplicada?

b) o valor da carga de cada partícula, bem como a distância inicial entre elas, forem reduzidos à metade?

Resolução

A força eletrostática de interação entre as duas partículas, por meio da Lei de Coulomb, será dada por:

$$F = \frac{K |q_1| |q_2|}{d^2} = 0,18\text{N} \quad \textcircled{1}$$

a) Se a distância entre as partículas for triplicada, vem:

$$F' = \frac{K |q_1| |q_2|}{(3d)^2}$$
$$F' = \frac{K |q_1| |q_2|}{9d^2} \quad \textcircled{2}$$

$$\text{De } \textcircled{1} \text{ e } \textcircled{2}: F' = \frac{F}{9} \Rightarrow F' = \frac{0,18\text{N}}{9}$$

$$F' = 2,0 \cdot 10^{-2}\text{N}$$

- b) Se o valor de cada carga, assim como a distância, forem reduzidos à metade, vem:

$$F'' = \frac{K |q_1/2| |q_2/2|}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$F'' = \frac{K |q_1| |q_2|}{d^2}$$

$$\therefore F'' = F = 0,18N$$

Respostas: a) $2,0 \cdot 10^{-2}N$

b) $1,8 \cdot 10^{-1}N$

18

Um *cowboy* atira contra uma parede de madeira de um bar. A massa da bala de prata é 2 g e a velocidade com que esta bala é disparada é de 200 m/s. É assumido que toda a energia térmica gerada pelo impacto permanece na bala.

- a) Determine a energia cinética da bala antes do impacto.
- b) Dado o calor específico da prata 234 J/kg°C, qual a variação de temperatura da bala, supondo que toda a energia cinética é transformada em calor no momento que a bala penetra na madeira?

Resolução

a) $m = 2g = 2 \cdot 10^{-3}kg$

$$V = 200 \text{ m/s}$$

$$E_C = \frac{mV^2}{2}$$

$$E_C = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot (200)^2}{2} \Rightarrow E_C = 40J$$

- b) Usando a equação fundamental da calorimetria, temos:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$40 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 234 \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 85,47^\circ\text{C} \cong 85,5^\circ\text{C}$$

Respostas: a) 40J

b) 85,5°C

19

Considere um ferro elétrico que tem uma resistência elétrica de 22 Ω e fica ligado duas horas por dia a uma voltagem de 110 V.

- a) Qual o valor da corrente elétrica que passa por este ferro elétrico?
- b) Qual o consumo de energia elétrica (em kWh) deste ferro ao longo de 30 dias?

Resolução

- a) Sendo a resistência elétrica do ferro elétrico de 22Ω e a tensão elétrica da fonte de $110V$, a intensidade da corrente elétrica será dada por:

$$U = R i$$
$$110 = 22 i$$

$$i = 5 A$$

- b) A potência elétrica do aparelho será dada por:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(110)^2}{22} (W) = 550W$$

$$P = 0,55 kW$$

O tempo total de funcionamento do aparelho é:

$$\Delta t = 2 \times 30 (h) = 60h$$

Assim, a energia elétrica consumida será:

$$E_{el} = P \cdot \Delta t$$

$$E_{el} = 0,55 \times 60 (kWh)$$

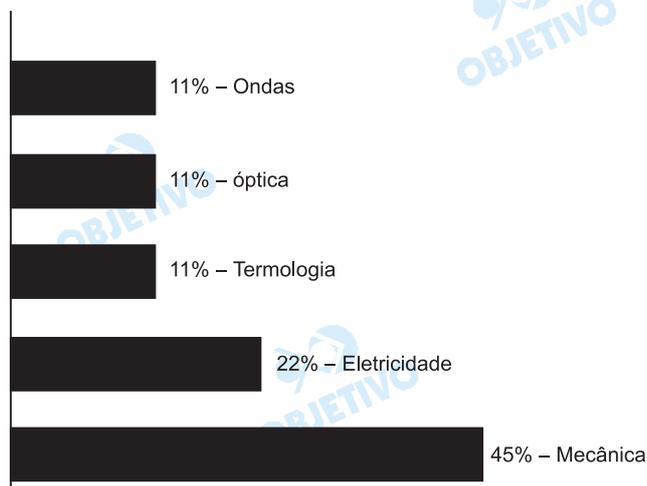
$$E_{el} = 33 kWh$$

- Respostas:** a) $5A$
b) $33kWh$

Comentário de Física

A prova apresentou enunciados simples, bastante claros, com várias questões literais de nível médio.

Um aluno bem preparado não deve ter encontrado nenhuma dificuldade na resolução de qualquer uma das questões.



QUÍMICA

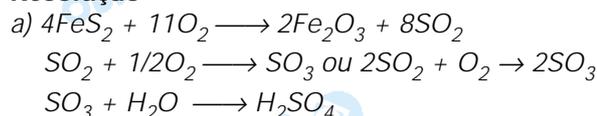
20

Na indústria, um dos processos de obtenção do ácido sulfúrico consiste no tratamento térmico vigoroso da pirita (FeS_2) na presença de corrente de ar (reação de ustulação). Os produtos obtidos são óxido férrico (Fe_2O_3) e dióxido de enxofre (SO_2). O dióxido de enxofre é oxidado a anidrido sulfúrico (SO_3), também pela reação com oxigênio, e, finalmente, por hidrólise do anidrido sulfúrico, obtém-se o ácido sulfúrico.

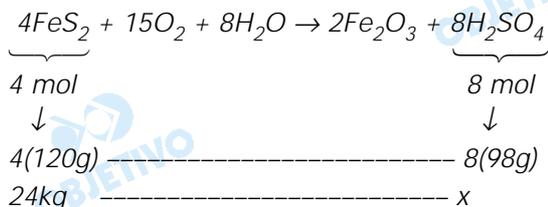
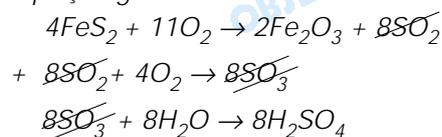
- Escreva as reações de obtenção do ácido sulfúrico a partir da ustulação da pirita.
- Calcule a massa de ácido sulfúrico produzido a partir de 24 kg de pirita.

Dados: massas molares: $\text{FeS}_2 = 120 \text{ g/mol}$,
 $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98 \text{ g/mol}$

Resolução



b) Equação global:



$$x = 39,2\text{kg}$$

21

O dióxido de carbono (CO_2), conhecido também por gás carbônico, é um óxido formado por átomos com diferentes eletronegatividades. Com base nessas informações,

- explique por que a molécula de CO_2 é classificada como apolar.
- monte a fórmula estrutural do CO_2 , indicando os momentos dipolares de cada uma das ligações, e calcule o momento dipolar resultante (μ_R).

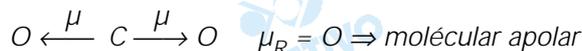
Resolução

a) A molécula de CO_2 é classificada como apolar, pois o momento dipolar resultante é igual a zero. As liga-

ções são polares (existe diferença de eletronegatividade), mas o momento dipolar resultante é zero porque a molécula é linear.

b) Fórmula estrutural

C é tetravalente e O é bivalente.



22

O ácido sulfúrico (H_2SO_4) é um líquido viscoso, muito corrosivo, oxidante e higroscópico. Além da sua utilização em baterias de automóveis, preparação de corantes, tintas e explosivos, este ácido pode ser utilizado, quando diluído adequadamente, na remoção de camadas de óxidos depositados nas superfícies de ferro e aço (decapante). A solução aquosa concentrada deste ácido apresenta densidade igual a 1,80 g/mL, sendo 98% m/m (massa percentual) em H_2SO_4 .

- a) Calcule a concentração, em quantidade de matéria (mol/L), da solução concentrada de ácido sulfúrico. Massa molar $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98$ g/mol.
- b) Para se preparar a solução aquosa de ácido sulfúrico utilizada como decapante, dilui-se 50 mL da solução concentrada para um volume final de 250 mL. Qual a concentração, em mol/L, que apresenta esta solução?

Resolução

a) Cálculo da massa de H_2SO_4 em 1L de solução:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1,80\text{g/mL} = \frac{m}{1000\text{mL}} \Rightarrow m = 1800\text{g}$$

$$\left. \begin{array}{l} 100\% \text{ ----- } 1800\text{g} \\ 98\% \text{ ----- } x \end{array} \right\} x = 1764\text{g de } \text{H}_2\text{SO}_4$$

Cálculo da quantidade de matéria:

$$\left. \begin{array}{l} 1\text{mol} \text{ ----- } 98\text{g} \\ y \text{ ----- } 1764\text{g} \end{array} \right\} y = 18 \text{ mol de } \text{H}_2\text{SO}_4$$

Portanto, temos: $M = 18 \text{ mol/L}$

b) Para a diluição, a quantidade de matéria do soluto ($n = MV$) é constante.

$$M_1 \cdot V_1 = M_2 \cdot V_2$$

$$(18 \text{ mol/L}) \cdot 50\text{mL} = M_2 \cdot 250\text{mL}$$

$$M_2 = 3,6 \text{ mol/L}$$

23

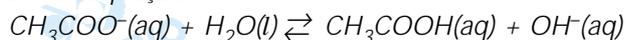
Quando se dissolvem sais em água, nem sempre a

solução se apresenta neutra. Alguns sais podem reagir com a água e, como consequência, íons hidrogênio ou íons hidroxila ficam em excesso na solução, tornando-a ácida ou básica. Essa reação entre a água e pelo menos um dos íons formados na dissociação do sal denomina-se hidrólise.

- a) Na reação de neutralização do vinagre comercial (solução de ácido acético) com solução de hidróxido de sódio, obtém-se acetato de sódio (CH_3COONa) aquoso como produto da reação. Escreva a reação de hidrólise do íon acetato, indicando se a hidrólise é ácida ou básica.
- b) Considerando que a constante de hidrólise para o íon acetato $K_H = 10^{-10}$ e a constante de autoprotólise da água $K_w = 10^{-14}$, qual será o valor do pH de uma solução 0,01 mol/L de acetato de sódio?

Resolução

a) O íon acetato (CH_3COO^-) sofre hidrólise de acordo com a equação:



O meio é básico, pois a hidrólise do íon acetato libera íon OH^- , portanto $[\text{OH}^-] > [\text{H}^+]$.

b) $\text{CH}_3\text{COO}^-(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COOH}(\text{aq}) + \text{OH}^-(\text{aq})$

início	0,01	-	-	-
reage e forma	x		x	x
equilíbrio	0,01 - x		x	x

$0,01 - x \approx 0,01$ (x é muito pequeno em relação a 0,01 mol/L).

$$K_H = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}][\text{OH}^-]}{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}$$

$$10^{-10} = \frac{x \cdot x}{0,01}$$

$$x^2 = 10^{-12} \therefore x = 10^{-6} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-6} \text{ mol/L}$$

$$K_w = [\text{H}^+] \cdot [\text{OH}^-]$$

$$10^{-14} = [\text{H}^+] \cdot 10^{-6}$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-8} \text{ mol/L}$$

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -\log 10^{-8}$$

$$\text{pH} = 8$$

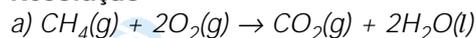
24

O metano (CH_4), também conhecido como gás do lixo, ao sofrer combustão, apresenta entalpia-padrão de combustão (ΔH_c^0) igual a -890 kJ/mol .

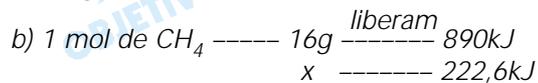
- a) Escreva a reação de combustão do metano, indicando a entalpia-padrão de combustão (ΔH_c^0) da reação.
- b) Sabendo que a massa molar do metano é 16 g/mol, calcule a massa deste gás que ao sofrer combustão

apresenta $\Delta H_c = - 222,6 \text{ kJ}$.

Resolução



$$\Delta H_c^0 = - 890 \text{ kJ/mol}$$



$$x = 4,0\text{g}$$

25

O zinco é um metal que, combinando-se com o cobre, constitui uma liga denominada latão. Derramando-se solução de ácido clorídrico (HCl) sobre o zinco, o metal é oxidado a zinco(II) e observa-se o desprendimento de gás hidrogênio (H_2), o qual pode ser identificado provocando-se sua combustão.

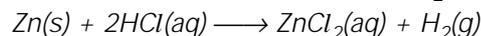
a) Escreva a equação química de formação do $\text{H}_2(\text{g})$ a partir da reação do zinco com ácido clorídrico.

b) Se fosse derramada solução de ácido nítrico (HNO_3) sobre o zinco, ocorreria o desprendimento de NO (gás incolor) que, depois de um certo tempo em contato com o oxigênio do ar, transforma-se em NO_2 (gás de cor marrom).

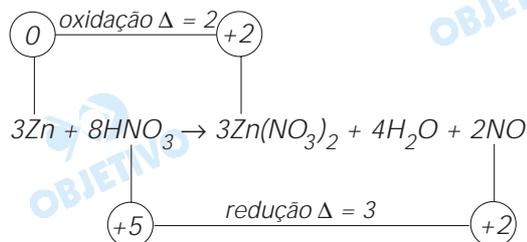
Escreva as equações químicas para a formação do NO_2 a partir da reação do zinco com o ácido nítrico.

Resolução

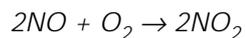
a) Equação química de formação do H_2



b) Equação química da reação do zinco com o ácido nítrico



Equação química da reação de formação do NO_2 a partir do NO.



Comentário de Química

As questões foram bem elaboradas, com exceção da questão 21, na qual os números atômicos deveriam ser fornecidos. Lamente-se também praticamente a ausência da Química Orgânica nessa prova. Podemos dizer que a prova apresentou grau médio de dificuldade.

de.

